

www.e-rara.ch

Johannis Bernoulli, ... Opera Omnia, Tam Antea Sparsim Edita, quam hactenus inedita

Quo continentur ea quae ab Anno 1714 ad Annum 1726 prodierunt

Bernoulli, Johann

Lausannae & Genevae, 1742

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 5026: 2

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-3595>

No. XCI. Essai d'une nouvelle théorie de la manœuvre des vaisseaux

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelnformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

N^o. XCI.
E S S A I
D' U N E
NOUVELLE THEORIE
D E L A
M A N Œ U V R E
D E S V A I S S E A U X ;

PAR J E A N B E R N O U L L I,
*Professeur des Mathématiques, & Membre des Académies
Royales des Sciences de France, d'Angleterre
& de Prusse.*

Imprimé à B A S L E,
Chez J E A N G E O R G E K Ö N I G.

M D C C X I V.



P R E F A C E.



LA Navigation est d'une si grande utilité, qu'on ne sauroit la cultiver avec trop d'application: Elle a deux parties, dont la première nommée le Pilotage, regarde principalement l'usage de la bouffole; & comme elle est fondée sur des principes de pure Géométrie, plusieurs Auteurs en ont assez exactement écrit. Mais l'autre partie que l'on appelle la Manœuvre, concerne la disposition des Voiles, du Gouvernail, & du Vaisseau même, que l'on doit conduire avec la dernière circonspection, pour bien menager le vent & le temps, pour profiter de leurs avantages, & pour éviter les dangers.

Cette dernière partie est sans doute la plus essentielle de la Navigation; mais elle est en même temps

la plus difficile: Elle demande une connoissance parfaite de la plus sublime Méchanique, tant des fluides que des solides, dans ceux qui entreprennent de la traiter à fond; sans cela il est à craindre qu'ils ne s'égarerent, & que les erreurs ne deviennent la source de divers malheurs dans la pratique.

Monsieur le Chevalier RENAU, Ingenieur General de la Marine, & présentement Lieutenant General des Armées du Roi Cath., de l'Académie Royale des Sciences, est le premier, & peut-être le seul, qui a entrepris d'approfondir cette matiere: l'excellent Livre qu'il publia en 1689, par Ordre exprès du Roi T. C. sous le Titre de Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux, est une preuve de ce qu'on avance ici. Feu Monsieur HUGUENS s'étant trouvé d'un sentiment différent sur quelques principes, forma une objection contre la maniere de déterminer la Vitesse des Vaisseaux de Mr. le Chevalier RENAU: Ce dernier répondit, mais Mr. HUGUENS repliqua. Cette célèbre Dispute ayant partagé les sentimens des Mathématiciens en France, feu Mr. le Marquis DE L'HOPITAL desirant de sçavoir mon sentiment sur cela, me communiqua un état abrégé de cette Dispute. Comme je n'avois pas encore vu le Livre de Monsieur le Chevalier RENAU, & que ses raisons, telles que me les avoit rapportées Mr. DE L'HOPITAL, me pa-
rois-

roissoient bonnes ; je me déterminai sans balancer en faveur de Mr. le Chevalier RENA U.

Du depuis, j'ai passé plusieurs Années sans avoir eu occasion d'y penser, & peut-être aurois-je entièrement oublié cette Dispute, sans une Lettre que je reçus, il y a quelque temps, de Mr. de MONTMORT, où il me mandoit, que Monsieur le Chevalier persistant dans son opinion contre Mr. HUGUENS, préparoit une nouvelle piece sur sa Théorie : ce qui ayant réveillé ma curiosité, je voulus sçavoir précisément par moi-même, en quoi consistoit le nœud de cette difficulté. Je lus pour cet effet le Traité de la Théorie, qu'un Ami venoit de me communiquer fort à propos : Cette lecture a abouti à me faire reconnoître, que non seulement je devois me retracter de ce que j'avois autrefois avancé en faveur de Monsieur le Chevalier RENA U sur le simple rapport de Mr. de l'HOPITAL, mais encore à me faire découvrir une autre méprise très-importante, touchant la Dérive des Vaisseaux, que Mr. HUGUENS n'a pas remarquée, ou plutôt qu'il a passée comme une chose non-erronnée, dont il demeureroit d'accord, en sorte qu'il est tombé dans le même paralogisme ; ce que je prouve évidemment dans cet Essai.

Voyant donc, d'un côté, que toute la Théorie de Monsieur le Chevalier RENA U étoit entièrement fon-

dée sur deux principes erronnés, & de l'autre, que Mr. HUGUENS, ce fameux Géomètre, s'étoit contenté de refuter celui de ces principes, qui concerne la vitesse des Vaisseaux, sans substituer de nouvelles regles à celles de Monsieur le Chevalier RENAU, qu'il venoit de renverser; j'ai crû devoir faire part au Public de mes découvertes sur un sujet important. C'est ce que j'exécute dans ce Traité, où l'on trouvera la solution des questions les plus difficiles qu'on puisse former sur cette matiere, & les Regles tirées de mon Système: De la solidité duquel le Lecteur jugera, quand il aura pesé les raisons sur lesquelles je l'ai fondé.

L'importance du sujet, d'où dépend la sûreté de la Navigation & le salut de tant de milliers de Personnes, qui s'exposent à l'inconstance des Vents & de la Mer, doit au moins, ce me semble, engager les habiles Gens à examiner d'où provient la grande différence, qui se trouve entre le resultat des Regles que prescrivent ces deux Systemes; je parle de celui de Monsieur RENAU & du mien.

Tels sont les Motifs qui m'ont engagé à écrire, & que j'ai voulu rapporter, de peur que le Lecteur ne trouvât étrange, qu'une Personne, qui demeure dans un des Pais les plus éloignés de la Mer, ose entreprendre de traiter une matiere, qui semble exiger une connoissance parfaite de la Marine, & une Expérien-

ce consommée de l'Art de la Navigation; qualités que l'on ne peut sans injustice refuser à Monsieur le Chevalier RENAU. J'ajouterai à ces motifs, mon penchant naturel, qui me porte à être utile au Public, indépendamment même de la gloire & de l'avantage qui pourroit m'en revenir, & sur tout dans un Lieu, où la connoissance des Sciences & des beaux Arts ne sont pas toujours un moyen assuré de s'avancer & d'être préféré à ceux qui en sont privés.

Je donne à ce petit Traité le Titre d'Essai d'une Nouvelle Théorie de la Manœuvre des Vaisseaux; car enfin ce n'est qu'un Essai, & je reconnois très-volontiers qu'il s'en faut beaucoup que cette Nouvelle Théorie ne soit complète; aussi n'en verra-t-on jamais qui le soit, vu les difficultés presque insurmontables qu'on rencontre, lorsqu'on veut employer les véritables principes de cette Science, & considérer la propre figure des Vaisseaux; considération d'où dépend pourtant absolument la perfection de cette Théorie. Cependant je me flate, que toute Personne, qui voudra en juger sans prévention, trouvera au moins que je ne suis tombé en aucun paralogisme, dans les règles que je donne pour les figures supposées des Vaisseaux, dont quelques-unes approchent assez de leur véritable figure.

A peine venois-je de finir cet Essai, que Monsieur
le

le Chevalier RENAU me fit l'honneur de m'envoyer sa dernière pièce, intitulée Mémoire, où est démontré un principe de la Méchanique, &c. me priant de lui en dire mon sentiment; ce que je fis peu de temps après par une Lettre, à laquelle il répondit, formant de nouvelles instances & de nouvelles difficultés, que je tâchai de lever par une seconde Lettre. J'ai cru devoir joindre ces Lettres à ce Traité, en faveur de ceux, qui, prévenus pour Monsieur le Chevalier RENAU, se trouveroient embarrassés par les nouvelles raisons qu'il employe dans son Mémoire, & qu'il a sçû proposer avec tant de vraisemblance, qu'elles ne manqueront pas de surprendre ceux qui ne les examineront pas avec une attention assez scrupuleuse. On a lieu de croire, que comme il n'a point fait de réplique à cette seconde Lettre, il se trouve présentement satisfait sur tout ce qui lui faisoit encore de la peine, & qui l'empêchoit de goûter les raisons alléguées dans ma précédente Lettre.

Il y a encore une chose, que je ne dois pas oublier; c'est qu'ayant jugé à propos d'écrire ce Traité en François, pour me conformer au Langage de Mr. le Chevalier RENAU; je me figure aisément qu'on y trouvera bien des endroits, où les manières d'exprimer mes pensées, ne sont pas assez Françoises. Mais le Lecteur équitable aura la bonté d'excuser ce défaut; &
de

de considerer deux choses; l'une que l'Auteur ne se pique pas d'écrire dans une Langue qui n'est pas sa Langue maternelle, & l'autre que la matiere, sur laquelle il s'est exercé, est d'une nature qui demande des expressions simples & claires. Aussi est-ce la clarté & l'évidence que je me suis proposée sur toute chose dans mes explications, sans me mettre en peine de la beauté du style; content de la solidité du raisonnement.

Si j'ai réüssi, ou non, les Personnes éclairées en jugeront; c'est pourquoi je soumets cet Ecrit à leur examen désintéressé. Je prie en particulier Messieurs de l'Académie Royale des Sciences de Paris, qui ont toujours reçu favorablement les pieces que je leur ai présentées de temps en temps, de vouloir examiner celle-ci avec toute la sévérité possible; car le sujet en vaut bien la peine. Je m'en tiendrai à leur décision; laquelle, supposé le fait qu'elle soit favorable, comme je n'en doute pas, ne pourra que m'être bien glorieuse, & me rendre en quelque façon digne du poste, que j'ai l'honneur d'occuper dans leur Illustre Académie en qualité d'Associé; honneur d'autant plus considérable, qu'il n'y a toujours que huit Personnes des Pais Etrangers, choisies par Sa Majesté T. C. qui jouissent de cette dignité.



E S S A I
D' U N E
NOUVELLE THEORIE
DE LA
MANOEUVRE DES VAISSEaux.

CHAPITRE I.

De l'action des fluides contre les superficies des corps qu'ils rencontrent ou qu'ils frappent.

I.



Es forces relatives, avec lesquelles une matiere fluide frappe obliquement diverses superficies planes, diversément inclinées à la ligne du courant, ont toutes une direction perpendiculaire à chaque superficie, & sont en raison des quarrés des sinus des angles d'incidence, si ces superficies sont égales. C'est une vérité reçüe de tout le monde, & qui se dé-

démontre aisément : Car en considerant un fluide comme un amas de petites boules, dont le mouvement est uniforme & parallele; on voit clairement que chacune de ces boules pousse la superficie qu'elle rencontre, suivant la ligne droite, qui passe par son centre & par le point d'attouchement, laquelle est toujours perpendiculaire à cette superficie. Or le nombre de ces boules, qui frappent une superficie déterminée dans un temps donné, étant comme le sinus de l'inclinaison ou de l'angle d'incidence, & la force avec laquelle chaque boule la frappe étant aussi dans la même raison, selon les principes communs; il est clair que la raison des forces totales, ou relatives, avec lesquelles sont frappées deux superficies planes, diversement inclinées au courant d'un fluide, est en raison double de ces mêmes sinus, ou comme leurs quarrés sont entr'eux.

I I.

Mais si les superficies ne sont pas égales; alors les impressions qu'elles reçoivent de la matiere fluide, sont en raison composée de la doublée des sinus des angles d'incidence & de la simple des grandeurs des superficies.

I I I.

Enfin, si diverses superficies planes sont poussées par divers fluides homogènes, avec diverses vitesses, & sous divers angles d'incidence; les impressions faites sur ces superficies sont en raison composée des quarrés des sinus des angles d'incidence; des quarrés des vitesses, & des simples grandeurs des superficies. Car c'est une maxime generale que la force absolue d'une matiere fluide est comme le quarré de sa vitesse: Mrs. RE-NAU & HUGUENS en conviennent.

I V.

J'appelle *la Ligne de la force mouvante*, la détermination suivant laquelle un corps est poussé : Ainsi la ligne de la force

mouvante, suivant laquelle une voile, considérée comme plate, est poussée par le vent, est celle qui lui est perpendiculaire, en quelque situation que soit la ligne du vent.

V.

Une superficie courbe ayant une infinité de perpendiculaires, il est clair, que la ligne de la force mouvante est dans une situation différente dans chaque petite partie de la courbe; de sorte qu'entre toutes les déterminations il y en a une moyenne, qui partage également de part & d'autre les efforts des impulsions, & suivant laquelle la superficie courbe est déterminée à se mouvoir, & se mouvrait actuellement, s'il n'y avoit point d'empêchement, ou quelqu'autre cause, qui en détournât la direction: J'appelle cette ligne *la Ligne moyenne de la force mouvante.*

V I.

La même chose se doit entendre de plusieurs superficies planes situées diversement, & faisant entr'elles des angles invariables, comme seroient plusieurs voiles attachées à un même vaisseau, qui recevraient le vent sous différens angles d'incidence: Car la ligne moyenne de la force mouvante seroit celle qui partageroit également les forces des impressions faites sur toutes les voiles, & qui en seroit comme l'axe de l'équilibre.

V I I.

Ainsi le vaisseau iroit selon la ligne moyenne de la force mouvante, s'il n'y avoit aucun empêchement, ou aucune autre cause qui en détournât la route: je veux dire, si la figure du vaisseau étant ronde, l'eau lui résistoit également de tous côtés, ou si la ligne de la quille divisant le vaisseau en deux parties égales & semblables, elle se trouvoit située suivant la ligne moyenne de la force mouvante.

V I I I.

VIII.

Mais lorsque la quille d'un vaisseau, dont la figure n'est ni circulaire, ni sphérique, n'est pas située dans la direction de la ligne de la force mouvante; alors la résistance de l'eau contre le côté, que le vaisseau expose ou présente le plus à l'impulsion de l'eau, étant plus grande que celle que souffre le côté opposé, laquelle est ou nulle, comme, par exemple, si le vaisseau avoit la figure d'un parallélogramme rectangle, ou très-petite, parce qu'une portion seulement de ce côté reçoit l'impulsion de l'eau, & encore sous un angle d'incidence plus aigu que celui sous lequel est poussé l'autre côté; il est manifeste que cette inégalité de résistance fera détourner le vaisseau de la ligne moyenne de la force mouvante.

IX.

Il est aussi clair, que si cette résistance étoit infinie par rapport à celle qu'essuye la prouë; ou ce qui revient au même, si le vaisseau ne trouvoit point de résistance à fendre l'eau avec sa pointe; il iroit le long de la ligne de la quille, quelque situation qu'elle eût avec la ligne moyenne de la force mouvante.

X.

Or la résistance que l'eau fait à la prouë d'un vaisseau n'étant ni nulle, ni infiniment petite, à l'égard de celle qui agit contre son côté; il est naturel que la route du vaisseau ne se fera ni suivant la ligne de la quille, ni suivant la moyenne de la force mouvante, mais suivant une troisième ligne, qui comprise entre les deux précédentes, fera avec la quille un angle que l'on nomme *Angle de la dérive*.

XI.

Je passe à la recherche de cet angle, que Mr. HUGUENS, en refusant Mr. RENAU, n'a pas entrepris de déterminer; & à

la détermination duquel s'est trompé Mr. RENA U, par ce qu'il a considéré la résistance, que rencontre le vaisseau dans un mouvement oblique, comme composée de la résistance qu'il rencontreroit s'il fendoit l'eau avec le côté, & de celle qu'il rencontreroit s'il la fendoit avec sa pointe; c'est-à-dire, parce qu'il a composé une résistance, qui est toujours simple & actuelle, de deux résistances qui ne sont pas actuelles; ce qu'il n'a pu supposer, comme nous le démontrerons dans la suite. Pour déterminer donc l'angle de la dérive, il est nécessaire de faire quelques réflexions sur quelques principes tirés de la plus saine mécanique, par lesquelles nous finirons ce Chapitre.

X I I.

En toute action il y a une réaction égale & directement opposée; c'est un axiome qui n'a pas besoin de preuve, pour peu qu'on y fasse d'attention; car l'agent ne peut être nommé tel, qu'en vertu de l'effet qu'il produit sur le patient, & qui réjaillit toujours par la même ligne droite sur l'agent, pour égaler & contrebalancer, ou plutôt, pour absorber sa cause.

X I I I.

Si la réaction consiste en plusieurs réactions particulières, la réaction moyenne, qui résulte de la composition du mouvement, ou des forces, selon la Loi ordinaire de la mécanique, sera celle qui doit être censée égale & directement opposée à la tendance de l'action.

X I V.

Ce qui est également vrai, & pour les forces qui sont en mouvement pendant qu'elles agissent, & pour celles qui sont en repos.

X V.

Soit, par exemple, le point A poussé ou déterminé à se mouvoir suivant la direction B A par la force B, à laquelle résistent plusieurs

plusieurs autres forces L, M, N, P , suivant les directions LA, MA, NA, PA ; & supposé qu'elles empêchent précisément la force B de mouvoir le point A , si bien que ce point A , quoique poussé de tous ces cinq endroits-là, ne fasse que rester en équilibre: Soit maintenant AC , la moyenne direction des quatre forces L, M, N, P , déterminée par la règle de la composition des forces: Je dis que AC sera dans la même direction que la ligne BA ; & que la force B étant tant soit peu augmentée, le point A se mouvra suivant la direction AC , & tiendra toujours la même route, tandis que les forces L, M, N, P , & leurs directions se meuvent en même temps d'un mouvement parallèle à elles-mêmes.

XVI.

Et si les longueurs des lignes AB, AL, AM, AN, AP , expriment la proportion des forces; il est constant que la ligne BAC passe par le centre de gravité des points L, M, N, P , & que BA est égale à la somme des distances du point A aux perpendiculaires tirées des points L, M, N, P , sur la ligne BAC ; ou bien, qu'elle est la quatrième proportionnelle de l'unité, du nombre des points, & de la distance de leur centre commun de gravité au point A .

XVII.

De même chacune des autres tendances, LA , par exemple, étant prolongée, passe par le commun centre de gravité de tous les autres points M, N, P, B .

CHAPITRE II.

De la route & de la dérive d'un Vaisseau qui a la figure d'un Parallelogramme rectangle.

I.

Supposons premièrement, pour la facilité du calcul, que la figure du Vaisseau (car c'est de la figure que dépend l'angle

T A B.
XXIV.
Fig. 2.

gle de la dérive) soit simplement un Parallelogramme rectangle $PSRQ$; dont la quille HM , parallèle au côté long PS , passe par le centre B ; Soit M , la prouë; DC , la voile considérée comme plate; BG , perpendiculaire sur DC , la ligne de la force mouvante; BL , la route du vaisseau; AB , la ligne du vent; Et soit tirée la diagonale QS .

I I.

Il faut d'abord remarquer, que quoique le vaisseau se meuve suivant la ligne BL , ce n'est pas suivant cette direction qu'il est repoussé par la résistance de l'eau. Car de même que le vent agit sur la voile, non point selon sa propre direction AB , mais selon la ligne de la force mouvante BG ; de même aussi l'eau résiste au vaisseau, non pas suivant la direction de sa route, mais suivant une autre ligne, laquelle par les Art. 13, 14 & 15. du Chap. I. doit être directement opposée à la ligne de la force mouvante BG ; parce que l'action du vent selon BG , a pour sa réaction, ou pour son antagoniste, la résistance de l'eau dans la même direction opposée BO .

I I I.

Or pour concevoir clairement, comment l'eau repousse le vaisseau dans la direction BO , différente de la ligne de la route BL ; imaginons-nous, pour quelque temps, que ce soit l'eau qui se meuve comme un torrent suivant la ligne LB ; & que le vaisseau soit soutenu en repos par la force du vent, qui l'empêche d'être entraîné par la violence de l'eau. Il est évident, & personne ne le nie, que la force active de l'eau courante agit sur le vaisseau, de la même manière & suivant la même détermination, que fait la résistance passive de l'eau, en supposant le vaisseau en mouvement dans une eau calme. Cependant voilà le cas de l'Article 15. du Chap. précédent: Car l'eau frappant continuellement les deux côtés du rectangle SP & SR , elle agit selon les lignes perpendiculaires sur SP & SR , & les forces, avec lesquelles ces deux côtés sont poussés;

les, font en raison composée des quarrés des sinus des angles d'incidence, & des simples grandeurs des côtés SP & SR; par l'Art. 2. du Chap. I. Considerons donc toute la force qui agit sur SP comme réunie dans le point du milieu N, & dirigée suivant NB, & toute la force qui agit sur SR, comme réunie dans le point du milieu M, & dirigée suivant MB. Ensorte que voilà le point B poussé d'une part par deux forces laterales de l'eau, suivant NB & MB, ou leurs prolongations BE & BF, & de l'autre par la force du vent selon BG. Prenant ensuite BE & BF, proportionnelles aux deux forces appliquées en N & M, & achevant le rectangle EBFO; il est manifeste, par les règles de la Statique, que la diagonale BO marquera la direction & la grandeur de la force moyenne, avec laquelle le point B est poussé suivant BO, & laquelle resulte de la composition des forces laterales BE & BF: Et par ce qui a été dit dans l'Art. 15. du Chap. I. elle sera égale & directement opposée à la force du vent, dont la direction est, par hyp., la ligne BG.

I V.

Pour trouver donc la ligne BG de la force qui soutient le vaisseau, la ligne du courant BL étant donnée; ou reciproquement pour trouver celle-ci, l'autre étant donnée: Il n'y a qu'à chercher la proportion des deux forces laterales BE & BF. Pour cet effet, soit prolongée RS, jusqu'à-ce qu'elle rencontre les lignes BL, BG, en L & G: Il est évident, que LM est à BM, comme le sinus de l'angle LBM est au sinus de l'angle BLM, c'est-à-dire, comme le sinus de l'angle d'incidence sur le côté SP est au sinus de l'angle d'incidence sur le côté SR: Donc par l'Art. 2. du Chap. précédent, $BE : BF = LM^2 \times SP : BM^2 \times SR = LM^2 \times BM : BM^2 \times MS = LM^2 : BM \times MS$; & partant $GM : BM [= BE : BF] = LM^2 : BM \times MS$; ce qui donne cette égalité $LM^2 = GM \times MS$; ce qui fait voir que LM est la moyenne proportionnelle entre GM & SM.

V.

Supposons à présent que l'eau est en repos; & faisons mouvoir le vaisseau le long de la droite BL. Il est incontestable que, par cette supposition, on ne change rien, ni dans la direction, ni dans la quantité, ni dans la raison des forces laterales BE & BF, ni par conséquent dans la direction & dans la quantité de la force moyenne BO, suivant laquelle l'eau résiste au vaisseau, & laquelle est toujours égale & directement opposée à la force mouvante, qui agit suivant la direction BG.

VI.

D'où il suit, que la situation de la quille BM, & celle de la voile DC, ou celle de la force mouvante BG, étant donnée, l'on trouve celle de la route, en faisant ML moyenne proportionnelle entre MS & MG; ou, ce qui est la même chose, MS, ML & MG étant en raison des tangentes des angles MBL, MBS, & MBG; l'angle de la dérive MBL se trouve, quand on fait sa tangente moyenne proportionnelle entre la tangente de l'angle que fait la quille avec la diagonale du parallélogramme, & la tangente de l'angle de la quille & de la ligne de la force mouvante; ou du complément de l'angle que fait la ligne de la quille avec la voile.

VII.

Quoiqu'il paroisse difficile de concevoir qu'il puisse arriver un cas, où la dérive étant donnée, on se trouve engagé à chercher la situation de la voile; peut-être ne seroit-il pourtant pas inutile de remarquer, que ce Problème seroit aisé à résoudre, en faisant seulement la tangente de l'angle MBG, ou du complément de l'angle de la voile avec la quille, la troisième proportionnelle des tangentes des deux angles MBS, MBL, que fait la quille avec la diagonale du parallélogramme, & avec la ligne de la route.

VIII.

VIII.

Mais il est à propos de faire ici une remarque, sur la différence qu'il y a, entre la maniere dont Mr. RENAU determine la dérive, & celle dont je me fers. Selon lui, la raison de GM à LM est invariable; puisqu'il la croit être toujours, comme la difficulté que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec le côté PS, à la difficulté, qu'il trouve à la fendre avec la prouë RS; supposons, par exemple, que PS soit dix fois plus grande que RS, & que par conséquent il faille dix fois plus de force pour mouvoir le vaisseau perpendiculairement au côté PS, qu'il n'en faudroit pour le mouvoir avec la même vitesse perpendiculairement au côté RS; par le système de Mr. RENAU, la dérive LM seroit toujours la dixieme partie de GM, quelque situation qu'eût la quille à l'égard de la ligne de la force mouvante BG. Au lieu que par la Théorie que je viens de bien prouver, il n'y a qu'un seul cas, où GM puisse être à LM comme dix est à un; savoir, lorsque SM est la centieme partie de GM; car dans ce cas l'angle MBS étant de 5 degr. 43 min., l'angle de la dérive MBL sera de 45 degr., & l'angle MBG que fait la quille avec la ligne de la force mouvante de 84 degrés 17 min. Et son complement MBC que fait la quille avec la ligne de la voile de 5 degr. 43 min. & partant égal à l'angle MBS.

IX.

Mais en tout autre cas, la raison de GM à LM sera, ou plus ou moins grande, que celle de dix à un: il peut même arriver, que la dérive LM devienne égale à GM, & même plus grande; savoir, lorsque G tombe en S, ou entre S & M; ce qui n'a pas besoin de démonstration, étant évident par la construction que nous avons donnée dans l'Art. 6. de ce Chap.

CHAPITRE III.

De la Vitesse du Vaisseau Rectangulaire.

I.

Voyons maintenant comment on trouve les différentes vitesses du vaisseau, par rapport aux différentes situations de la quille, en gardant toujours la même situation de voile, la même force, & la même ligne du vent. Pour cette fin, soit $BM = a$, $MS = b$, $MG = p$, la vitesse suivant sa route $= u$: Mais, dans une autre situation de quille, soit $MG = q$, & la vitesse suivant sa route $= v$; on aura pour la première situation $ML = \sqrt{bp}$, & pour la seconde $ML = \sqrt{bq}$.

I I.

Or, par l'Art. 3. du Chap. I., la force laterale, avec laquelle l'eau pousse le côté PS suivant BE, s'exprime par le produit du carré du sinus de l'angle d'incidence LBM, du carré de la vitesse, & de la simple ligne PS; Et la force laterale avec laquelle l'eau frappe le côté SR, suivant BF, s'exprime par le produit du carré du sinus de l'angle d'incidence MLB, du carré de la vitesse, & de la ligne RS: c'est à dire, que dans la première situation de quille, la force suivant BE sera $= \frac{ML^2}{BL^2} \times uu \times PS = \frac{bp}{aa+bp} \times uu \times 2a = 2abpuu : (aa+bp)$, & la force suivant BF $= \frac{BM^2}{BL^2} \times uu \times RS = \frac{aa}{aa+bp} \times uu \times 2b = 2aabbuu : (aa+bp)$, & partant la force moyenne suivant BO $[\sqrt{BE^2 + BF^2}] = uu \sqrt{4aabbpp + 4a^4bb} : (aa+bp)$. Par un semblable raisonnement, on trouve, pour la seconde situation de quille, la force moyenne suivant BO $= vv \sqrt{4aabbqq + 4a^4bb} : (aa+bq)$. Or comme cette force moyenne doit être toujours la même, dans toutes les situations de quille,

quille, puisque par l'Art. 15. du Chap. I. elle est toujours égale & directement opposée à la force mouvante, il s'ensuit que $uu \sqrt{4aabbpp + 4a^4bb} : (aa + bp) = vv \sqrt{4aabbqq + 4a^4bb} : (aa + bq)$; par consequent $uu : vv = \frac{\sqrt{qq + aa}}{aa + bq}$;
 $\frac{\sqrt{pp + aa}}{aa + bp} = \frac{aa + bp}{\sqrt{pp + aa}} : \frac{aa + bq}{\sqrt{qq + aa}}$: C'est-à-dire, que le carré de la vitesse est toujours comme $BL^2 : BG$, ou comme la troisième proportionnelle de la secante de l'angle de la force mouvante MBG à la secante de l'angle de la dérive MBL.

III.

Il n'est pas difficile de démontrer que de toutes ces $BL^2 : BG$, la plus grande est, lorsque les deux points L & G se réunissent au point S; ce qui arrive quand la diagonale du vaisseau est perpendiculaire à la ligne de la voile DC; auquel cas, la ligne de la route tombe sur celle de la force mouvante. D'où il résulte une proposition, qui pour être une espèce de paradoxe n'en est pas moins vraie, c'est que dans un vaisseau rectangulaire, tel que nous le supposons ici, la voilure la plus avantageuse, ou la manière de disposer la voile pour aller avec toute la vitesse possible suivant la ligne du vent, n'est pas de porter vent arrière, ou de prendre le vent en poupe; mais de disposer le vaisseau de telle sorte, que sa diagonale se trouve dans la ligne de direction du vent, & la voile perpendiculaire à cette même direction. Car avec le même vent, & avec la même situation de voile, la vitesse, si l'on dirige BS sur BG, sera à la vitesse, si on dirige BM sur BG, comme \sqrt{BS} à \sqrt{BM} .

IV.

Pour déterminer maintenant la raison des vitesses du vaisseau, tant pour les diverses situations de la voile par rapport au vent, que pour les diverses situations de la quille par rapport à la voile; Considérons d'abord que si l'angle de la voile &

de la quille CBM demeure le même, pendant que la force mouvante change, les lignes BE, BF & BO, qui expriment les forces laterales & la force moyenne de la resistance de l'eau, changent seulement de grandeur & non point de proportion: or comme BE & BF changent en raison du quarré de la vitesse du vaisseau, il faut que BO, ou la resistance moyenne de l'eau, & par conséquent la force mouvante, qui lui est égale par l'art. 15. du Chap. I., change aussi en raison du quarré de la vitesse: mais on a démontré dans l'art. 2. de ce Chap. que si la force mouvante demeure la même, pendant que l'angle de la quille & de la voile MBC change, le quarré de la vitesse sera comme $BL^2 : BG$. En combinant ces deux raisons, on aura le quarré de la vitesse du vaisseau, pour tous les deux changemens, en raison composée de la force mouvante & de $BL^2 : BG$; or la force mouvante est comme le quarré du sinus (que je nomme S) de l'angle ABC, que fait la ligne du vent avec la voile, par l'Art. 1. du Chap. I. Substituant donc SS pour la raison de la force mouvante, on trouve le quarré de la vitesse du vaisseau, comme $SS \times BL^2 : BG$; & par conséquent la simple vitesse comme $S \times BL : \sqrt{BG}$, pour toutes les diverses situations de la voile, aussi bien que pour les diverses situations de la quille.

V.

Que si, par curiosité, on vouloit faire entrer encore la diversité du vent par rapport à sa force absolue, laquelle est comme le quarré de sa vitesse (que je nomme V) il est évident que la force mouvante, avec laquelle le vent agit contre la voile CD suivant la ligne BG, sera comme $VV \times SS$; & ainsi le quarré de la vitesse du vaisseau deviendra comme $VV \times SS \times BL^2 : BG$, ou la simple vitesse comme $V \times S \times BL : \sqrt{BG}$, pour toutes les diversités qui résultent des trois conditions que nous venons de proposer.

VL

V I.

Mais il ne fera pas hors de propos, de faire voir une manière de déterminer géométriquement, par le moyen d'une ligne courbe, les différentes vitesses & dérives, qui dépendent des différentes situations de la prouë du vaisseau par rapport à la voile.

C O N S T R U C T I O N .

Soit AB le vent; CD , une situation de voile; BG perpendiculaire à CD , & l'axe de la courbe des vitesses XKI dont je vais expliquer la construction; BM , la situation & la demi-longueur du vaisseau; MG , perpendiculaire à BM , rencontrant BG en G : Soit pris sur MG la partie MS égale à la demi-largeur du vaisseau. Soit ML moyenne proportionnelle entre MG & MS : que l'on tire BL , qui marquera la route du vaisseau, & partant aussi l'angle de la dérive MBL , par rapport à la situation de la quille BM . Soit de plus tracé sur le diamètre BI , égal à BS , le demi-cercle BVI ; & soit tirée STV perpendiculaire sur BG , qui coupe le demi-cercle en V ; Soit pris sur BL une partie BK égale à la corde BV : Je dis, que si on fait la même chose pour toutes les différentes situations de quille, supposant celle de la voile CD toujours la même; la courbe qui passe par les points K , sera la *déterminatrice* des vitesses, ou, ce qui revient au même, chaque ligne telle que BK , comprise entre le point B & la courbe XKI , marquera la vitesse du vaisseau dans la route BL .

T A B.
X X I V.
Fig. 3.

D E M O N S T R A T I O N .

A cause des triangles semblables BGM , SGT ; $BG : MG = SG : TG$, donc $BG \times TG = MG \times SG$; ajoutant de part & d'autre $GM \times MS$, ou ML^2 , il vient $BG \times TG + ML^2$

$ML^2 = MG \times SG + GM \times MS = MG^2$; ajoutant encore BM^2 , on a $BG \times TG + ML^2 + BM^2$, ou $BG \times TG + BL^2 = MG^2 + BM^2$, ou BG^2 , & partant $BL^2 = BG^2 - BG \times TG = BG \times BT$, donc $BL^2 : BG = BT = BV^2 : BI = BK^2 : BS$, & $BL : \sqrt{BG} = BK : \sqrt{BS}$; ainsi comme la vitesse du vaisseau est en raison de $BL : \sqrt{BG}$, par l'Art. 2. de ce Chap., elle sera aussi en raison de $BK : \sqrt{BS}$, ou [à cause que BS est donnée, & par conséquent \sqrt{BS} invariable pour toutes les situations de la quille,] en raison de BK : c'est-à-dire, que la vitesse dans une situation, est à la vitesse dans une autre situation, comme BK dans celle-là, est à BK dans celle-ci.

VII.

Pour mieux comprendre la figure de cette ligne courbe XKI , il est nécessaire d'en considérer le commencement & la fin. Supposons donc d'abord que la situation de la quille tombe sur la ligne de la voile BC : dans ce cas MG devient parallèle à BG , & par conséquent infinie; la moyenne proportionnelle ML sera aussi infinie, & partant BL qui sera de même parallèle à ML tombera sur BG ; ainsi le point K sera en X sur la ligne BG , & formera le commencement de la courbe XKI , étant éloigné du point B de l'intervalle BX , égal à la moyenne proportionnelle entre BI , ou BS , & SM . Supposons maintenant que l'angle CBM soit si grand, que la demi-diagonale BS tombant sur BG , les trois points S , G , & L se réunissent au point I : pour lors, le point K revient sur la ligne BG , après avoir fait un demi-tour suivant la courbe XKI , qui prend la forme d'une demi-ellipse sur l'axe XI , comme on le peut connoître, si on veut prendre la peine de la tracer, en déterminant plusieurs points K par la construction que je viens de donner.

VIII.

La situation de la voile CD étant donc donnée, pour déterminer la ligne de la route, dans quelque situation qu'on mette le vaisseau par rapport à la voile; il n'y a qu'à tirer la ligne

de

de la situation du vaisseau BM , & la faire égale à la ligne, qui représente la demi-longueur du vaisseau; puis élever la perpendiculaire MG , entre laquelle & la partie MS , qui représente la moitié de la largeur du vaisseau, la moyenne proportionnelle ML déterminera le point L , par lequel si on mène la droite BL , elle sera la route, la partie BK la vitesse, & MBL l'angle de la dérive du vaisseau.

I X.

Mais comme la ligne de la route BL coupe la courbe XKI en deux points K & k , à moins qu'elle ne la touche: pour ne pas être dans l'incertitude, si c'est Bk ou BK , qui désigne la vitesse du vaisseau; il ne faut que tirer la perpendiculaire STV , pour voir si la corde BV est égale à BK ou à Bk ; car celle à laquelle elle est égale, doit être prise pour la vitesse. De sorte que sans se servir de la courbe, on trouve immédiatement la vitesse, en tirant la perpendiculaire STV pour avoir le point V , dont la distance BV au point B est toujours égale à la vitesse cherchée.

X.

Il n'en est pas de même, si la ligne de la route étant donnée, on cherche à déterminer la situation de la quille: car en ce cas, il est absolument nécessaire de déterminer par le moyen de cette courbe les deux points d'intersection K & k , qu'elle forme sur la ligne de la route BL ; en sorte qu'il y a deux différentes situations du vaisseau, dans chacune desquelles on peut faire la même route BL : mais il faut choisir la plus avantageuse de ces situations, ou celle qui fait avancer le vaisseau avec la plus grande vitesse: Pour cet effet, il faut se servir du point d'intersection K le plus éloigné du point B , en décrivant de l'intervalle BK un arc de cercle, qui coupe le demi-cercle BVI dans un point V ; d'où il faut tirer sur le diamètre BI , la perpendiculaire VT , & la prolonger jusqu'à ce qu'elle coupe en S l'arc de cercle, décrit du centre B & du rayon

BI: La ligne BS fera la situation de la diagonale du vaisseau. Faisant donc l'angle SBM égal à l'angle de la quille & de la diagonale; on aura BM pour la situation cherchée, dans laquelle il faut mettre le vaisseau, pour lui faire parcourir BK.

X I.

Si du point B on tire Bf, qui touche la courbe XKI, & que par l'art. précéd. on cherche la situation du vaisseau pour la route Bf; il est manifeste, que cette situation sera celle, dans laquelle il faut disposer le vaisseau, pour faire que la route Bf fasse avec la voile CD le plus petit angle qu'il est possible.

CHAPITRE IV.

De la situation la plus avantageuse de la voile & de la quille pour gagner au vent, ou pour le fuir, ou pour faire quelque route proposée.

I.

L'Ordre demande que je montre la maniere de déterminer la situation la plus avantageuse, tant de la voile que de la quille, pour tenir le vent le plus qu'il est possible, ou pour le fuir, ou pour avancer avec toute la vitesse possible suivant une route donnée. Soit premierement la situation de la voile donnée, & qu'il faille sçavoir celle de la quille, pour gagner le plus au vent. Pour effectuer cela, soit la courbe des vitesses XKI fort exactement tracée, par la construction expliquée dans l'Art. 6. du Chap. précéd., & soit tirée à cette même courbe une tangente Ka , laquelle soit perpendiculaire à la ligne du vent AB: Il est évident que la ligne BL, menée par le point K, sera la route que le vaisseau doit suivre. Car la quantité Ba , dont il gagne au vent, dans le temps qu'il parcourt BK, est la plus grande de toutes les autres Ba , aussi déterminées.

T A B.
X X I V.
Fig. 4.

nées par des perpendiculaires Ka , tirées de tous les autres points K de la courbe XKI , lesquelles Ba font la mesure de ce que le vaisseau peut gagner en parcourant toutes les autres BK en des temps égaux. La route BL étant ainsi déterminée, on peut aussi déterminer par l'Art. 10. du Chap. précéd. la situation de la quille la plus avantageuse, pour gagner au vent. Mais il est à remarquer, que l'angle ABC pourroit être si grand, que Ba seroit ou nulle, ou négative; ce qui seroit cause, que le vaisseau suivroit une route perpendiculaire au vent, ou qu'il perdrait au lieu de gagner au vent; quoique cependant il en perdit le moins qu'il est possible dans le cas dont il s'agit.

I I.

Supposons présentement l'angle ABC variable; il s'agit de déterminer quel angle seroit la voile BC avec la ligne du vent AB , dans la situation la plus avantageuse pour gagner au vent. Pour exécuter ce projet aussi commodement que la pratique le permet, le meilleur moyen est de tracer un assez grand nombre de différentes situations de voile, telles que

TAB.
XXIV.
Fig. 5.

font DC , dc , &c. lesquelles font avec la ligne du vent autant de différens angles ABC , ABc , &c. sur chacune desquelles on érigea du point B des perpendiculaire BI , Bi , &c. pour servir de diamètres aux courbes des vitesses XKI , xki &c. que l'on tracera avec toute l'exacritude possible, en observant la condition qui suit. On décrit au commencement sur une des perpendiculaires, telle que BI par exemple, prise à discretion, la courbe des vitesses XKI d'une grandeur arbitraire, suivant la règle de l'Art. 6. du Chap. précéd. : puis sur chaque autre Bi , on construit la courbe xki semblable à XKI , de maniere que les lignes homologues dans l'une & dans l'autre soient proportionnelles aux sinus des angles d'incidence du vent sur la voile; c'est-à-dire que le sinus de l'angle ABC , soit au sinus de l'angle $ABc = BX : Bx = BI : Bi$. Il est manifeste, par l'Art 6. du Chap. préc.

préc. que non seulement BI & Bi expriment les vitesses du vaisseau dans les routes perpendiculaires à la voile en différentes situations, mais que toutes les autres lignes qui partent du point B , qui sont terminées par ces courbes XKI , xki , &c. marqueront les divers degrés de vitesses du vaisseau, en suivant les routes de ces mêmes lignes, pour toutes les différentes situations de voile par rapport au vent: enforte que BK tirée à quelque point d'intersection K de deux courbes quelconques XKI & xki , désignera une route commune, que le Vaisseau peut parcourir également vite, dans les deux diverses situations de voile DC & dc ; si bien que de l'une & de l'autre de ces manieres il tiendra également le vent.

III.

Or il est enseigné dans *l'Analyse des infiniment petits* *, comment une infinité de lignes, données de position, forment par leurs intersections immédiates une nouvelle ligne courbe, qui touche toutes les autres dans les mêmes points, où deux de ces lignes données infiniment proches se coupent: c'est ainsi par exemple que les caustiques sont formées par les concours ou intersections immédiates des rayons réfléchis ou rompus; c'est ainsi aussi que toutes les paraboles, que décrivent les bombes jettées avec la même force de mortier, dans toutes les différentes élévations, font par leurs intersections immédiates, une autre parabole, égale à celle que fait le jet horizontal, & dont elle est une espèce d'asymtote.

IV.

Si donc la multitude des courbes XKI , xki &c. est suffisamment grande, & qu'elles soient raisonnablement proches les unes des autres, on tracera aisément le contour d'une nouvelle courbe $BkKR$, qui frisera chacune des autres courbes, en suivant simplement le chemin que montrent les intersections
immé-

* Sect. VIII.

immédiates k , K , ou en passant tant soit peu au-de-là. Cette nouvelle courbe $BkKR$, que l'on peut appeller *la Ligne des plus prompts avancemens*, étant décrite avec beaucoup de précision, servira à déterminer la situation la plus avantageuse, tant de la voile que de la quille, pour avancer contre le vent le plus promptement qu'il est possible; voici la maniere de s'en servir: On applique le petit côté Sa d'une équerre SaV sur la ligne du vent AB ; dans cette situation on l'approche de la courbe $BkKR$ jusqu'à ce que le long côté aV touche la courbe $BkKR$; on en marque le point d'attouchement k ; auquel on mene la droite Bk , qui marque la vitesse & la route du vaisseau; puis on observe quelle des courbes des vitesses xki passe par le point k : car son diamètre Bi détermine la ligne de la force mouvante, & dBc perpendiculaire à cette dernière sera la situation de la voile cherchée; laquelle étant connue, celle de la quille se trouve par l'Art. 10. du Chap. précéd.

V.

Cette courbe des plus prompts avancemens $BkKR$ sert aussi à déterminer la situation la plus avantageuse de la voile, par rapport au vent & à une route proposée qu'il faut tenir. Car soit AB la ligne du vent, & BK celle de la route, qui coupe la courbe $BkKR$ au point K : Il faut observer la courbe des vitesses XKI qui passe par K , ou qui touche dans ce point K la courbe $BkKR$; le diamètre BI de la courbe des vitesses XKI sera la ligne de la force mouvante, & sa perpendiculaire DBC sera la situation de la voile la plus avantageuse; laquelle étant déterminée, celle de la quille se détermine aussi par l'Articl. 10. du Chap. précéd.

VI.

Il est vrai que les méthodes, que je viens d'enseigner dans ce Chapitre, ne sont que des méthodes mécaniques; mais il

faut aussi avouer, qu'elles sont plus utiles pour la pratique, que la résolution des égalités algébriques, dans lesquelles on tombe après en avoir achevé l'analyse, & qui sont d'un degré trop composé pour être employées dans la pratique. Cependant je veux bien faire voir la manière, dont je m'y prendrais pour faire ce calcul, dans le cas le plus simple de la figure du vaisseau, que j'ai supposée être un parallélogramme rectangle en general, & que je suppose maintenant, pour la facilité du calcul, être un rectangle fort long par rapport à sa largeur, que je prendrai par conséquent comme infiniment petite.

CHAPITRE V.

Digression pour résoudre par un calcul algébrique les questions du Chapitre précédent, en supposant la dérive du Vaisseau nulle ou insensible. De la plus avantageuse position du Gouvernail pour faire tourner le Vaisseau avec le plus de promptitude.

I.

T A B.
XXIV.
Fig. 2.

DE cette supposition il suit premièrement, que dans toutes les situations de la voile DC & de la quille BM; la dérive ML (*Fig. II.*) est infiniment petite ou nulle; parce qu'elle est moyenne proportionnelle entre une ligne finie MG, & une ligne infiniment petite MS: en sorte que cette supposition tombe précisément dans le cas qui fut agité entre Mrs. RENAU & HUGUENS. Examinons à présent la nature de la courbe des vitesses.

II.

T A B.
XXV.
Fig. 6.

Soit DC la position de la voile, BG la ligne de la force mouvante. Soit enfin décrit le demi-cercle BKG sur le diamètre BG; ce demi-cercle sera, selon Mr. RENAU, la courbe des vitesses, dans la supposition que les dérives sont nul-

nulles. Mais prolongeant en *S* toutes les lignes droites *BK*, qui partent du point *B*, en sorte que les droites *BS* soient moyennes proportionnelles entre *BK* & *BG*; les points *S* formeront, selon Mr. HUGUENS, la courbe des vitesses, en supposant aussi les dérives nulles.

III.

Mais pour se servir ici de notre construction expliquée dans l'Art. 6. du Chap. III. il n'y a qu'à supposer que *MS* (*Fig. III.*) & par conséquent aussi *ML* sont nulles, ou que les points *S* & *L* tombent sur *M*: Et suivre le reste de la construction, comme il y a été enseigné.

T A B.
XXIV.
Fig. 3.

IV.

Soit donc de nouveau *DC* la ligne de la voile, & *BG* la ligne de la force mouvante: Du centre *B*, & de l'intervalle *BI*, ou *BM*, qui représente la demi-longueur du Vaisseau, soit décrit un arc de cercle *IM*; soient tirées de plus de tous les points *M* de l'arc *IM*, des perpendiculaires *MT*, lesquelles prolongées rencontreront le demi-cercle *BVI*, dont le diamètre est *BI*, aux points *V*; soient enfin transportés les intervalles *BV* sur *BM*, pour avoir *BK* = *BV*; les points *K* formeront la courbe *BKI*, qui, selon ma construction generale, fera la courbe des vitesses.

T A B.
XXV.
Fig. 7.

V.

Il faut prouver avant toute chose, que cette courbe convient avec celle de Mr. HUGUENS; ce qui n'est pas difficile. Car ayant achevé de décrire le demi-cercle *BVI*, pour avoir le demi-cercle opposé *BRI*, qui coupe la ligne du Vaisseau au point *R*, duquel ayant tiré au point *I* la droite *RI*; on aura le triangle *BRI* semblable & égal au triangle *BTM*, parce que les angles *R* & *T* sont droits, & l'angle *IBM* est commun, outre cela les deux hypoténuses *BI* & *BM* sont égales; d'où il suit que *BR* est aussi égale à *BT*: Or *BV* est moyenne
propor-

proportionnelle entre BT & BI, par la nature du cercle: Donc aussi BK, qui est = BV, sera moyenne proportionnelle entre BT & BI, ou entre leurs égales BR & BM: ce qui fait voir, que la courbe des vitesses BKI, qui résulte de nôtre construction generale, est la même que celle de Mr. HUGUENS; & qu'elle décide par conséquent la controverse en sa faveur, contre la prétension de Mr. RENAU.

V I.

T A B. XXV. Fig. 6. Reprenons donc la Fig. VI., qui est en partie celle de Mr. HUGUENS: il s'agit de trouver, suivant mes principes, la regle qu'il donne, mais dont il cache l'analyse, par laquelle il détermine la plus avantageuse situation de la voile, quand l'angle de la quille BF & du vent BA est donné, pour faire le plus de chemin, & partant aussi pour gagner le plus au vent. La regle en question consiste dans cette égalité $x^4 = aaxx + \frac{1}{4}ppxx - \frac{1}{2}aapp$, où x signifie le sinus OQ de l'angle de la voile & du vent, a le rayon BA, p le sinus FP de l'angle de la quille & du vent. Gardant donc les mêmes lettres, voici comme je raisonne pour parvenir à cette égalité. Puisque les BS, dans la Fig. VI, expriment les vitesses pour la position invariable de la voile DC, il faut multiplier BS par le sinus de l'angle ABO, suivant l'Art. 4. du Chap. III, pour avoir la proportion des vitesses, dans les différentes situations de voile par rapport au vent; en sorte que OQ \times BS exprime la vitesse indéterminée, dont il faut chercher la plus grande. Mais il faut chercher auparavant la valeur analytique de BS, de la maniere qui suit. Après avoir tirée FZ perpendiculaire sur la ligne de la voile, je fais BQ [$\sqrt{aa - xx}$]: QO [x] = BP [$\sqrt{aa - pp}$]: PX, qui sera = $x\sqrt{aa - pp}$: $\sqrt{aa - xx}$; or le triangle BOQ est semblable au triangle XFZ, parce que l'un & l'autre est semblable au triangle BXP, ce qui me donne BO [a]: BQ [$\sqrt{aa - xx}$] = XF, ou PF - PX [$p - x\sqrt{aa - pp}$]: $\sqrt{aa - xx}$: FZ, & partant FZ, ou BK, [car ces deux lignes sont égales,

les, à cause de l'égalité des deux triangles BFZ & GBK] fera $\frac{p}{a}\sqrt{(aa - xx)} - \frac{x}{a}\sqrt{(aa - pp)}$, par conséquent BS^2 [BF × BK] = $p\sqrt{(aa - xx)} - x\sqrt{(aa - pp)}$, & $OQ^2 \times BS^2$ [c'est-à-dire le carré de la vitesse] = $pxx\sqrt{(aa - xx)} - x^3\sqrt{(aa - pp)}$. Mais puisque la simple vitesse doit être la plus grande, il s'ensuit que son carré doit aussi être le plus grand carré; toute la question se réduit donc à suivre nos règles de *maximis* & *minimis* expliquées dans *l'Analyse des infiniment petits*, c'est-à-dire, à différentier cette dernière quantité, & à en supposer la différentielle égale à zero, ou à faire la différentielle de $pxx\sqrt{(aa - xx)}$, qui est $(2aapx - 3px^3)dx$: $\sqrt{(aa - xx)}$, égale à la différentielle de $x^3\sqrt{(aa - pp)}$, qui est $3xxdx\sqrt{(aa - pp)}$; laquelle divisée par $x dx$, donne l'égalité $(2aap - 3pxx) : \sqrt{(aa - xx)} = 3x\sqrt{(aa - pp)}$; dont chaque membre étant multiplié par lui-même & leur produit par $aa - xx$. on aura la nouvelle égalité $4a^4pp - 12aappxx + 9ppx^4 = 9a^4xx - 9aappxx - 9aax^4 + 9ppx^4$; de laquelle ôtant de part & d'autre $9ppx^4 - 9aappxx$, & réduisant le reste à l'ordinaire, il en résulte $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{3}aapp$, qui est précisément la même équation qu'avoit trouvée Mr. HUGUENS, & dont il se fait honneur, assurant que la règle, qu'il avoit établie, étoit vraie; quoiqu'il ait caché la méthode qui l'y a conduit; soit qu'il ait voulu en faire mystère, ou que sa méthode ait été trop étendue. Mais enfin quel qu'en puisse être le motif, je croi qu'on ne sera pas fâché de voir ici cette méthode développée, & que le Public me saura gré de cette découverte.

V I I.

Mr. HUGUENS a raison de dire que les deux racines de cette équation, qui toutes deux sont vraies, servent aux deux cas dans lesquels la ligne de la quille fait un même angle avec celle du vent; savoir en allant près du vent, ou vent large: ces deux racines étant $xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}pp + \frac{1}{2}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$,

& $xx = \frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}pp - \frac{1}{2}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$. Mais il ne dit pas laquelle de ces racines sert pour le cas du vent étroit; j'appelle ainsi la situation du vaisseau, lorsqu'elle est telle qu'il avance en gagnant au vent; ni laquelle sert pour celui du vent large, lorsque le vaisseau avance en fuyant ou en perdant au vent. Pour démêler donc ces deux racines, ce qui demande quelque adresse, il est à propos que j'enseigne la manière de les déterminer chacune à son cas.

V I I I.

Considérons pour cela l'équation $(2aap - 3pxx) : \sqrt{(aa - xx)} = 3x \sqrt{(aa - pp)}$, dont nous avons immédiatement tiré celle de Mr. HUGUENS; je voi que $\sqrt{(aa - pp)}$, ou BP, peut être affirmative ou négative, selon que l'angle ABF est aigu ou obtus; c'est-à-dire, qu'on suppose le premier, ou le second cas du vent. Supposons donc le premier, auquel BP, ou $\sqrt{(aa - pp)}$, est affirmative, comme aussi $3x \sqrt{(aa - pp)}$ [car x & p sont par hyp. affirmatives]; il faut que l'autre membre de l'équation $(2aap - 3pxx) : \sqrt{(aa - xx)}$, soit pareillement affirmatif: Or $\sqrt{(aa - xx)}$, ou BQ, étant aussi nécessairement affirmatif, parce qu'il est aisé de voir, que l'angle ABO sera toujours moindre que l'angle ABF, & même moindre qu'un angle droit, quelqu'obtus que soit l'angle ABF; il faut que $2aap$ soit plus grand que $3pxx$, & par conséquent xx plus petit que $\frac{2}{3}aa$. Supposons présentement le cas du vent large, & nous verrons par le même raisonnement que xx doit être plus grand que $\frac{2}{3}aa$: mais ce $\frac{2}{3}aa$ est justement entre les deux racines de xx ; car $\frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}pp - \frac{1}{2}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$ est plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & $\frac{1}{2}aa + \frac{1}{2}pp + \frac{1}{2}\sqrt{(9a^4 - 10aapp + p^4)}$ est plus grand que $\frac{2}{3}aa$, ce qu'on trouve aisément en en faisant l'examen; d'où je conclus que la moindre des racines est utile pour le cas du vent étroit, & la plus grande pour celui du vent large.

I X.

On refout en même temps cette autre question, où la situation de la voile étant donnée, on demande quelle est la situation de la quille la plus avantageuse pour gagner au vent; dont voici la solution: Je mène sur BA la perpendiculaire ST, & je fais cette analogie $BF^2 [aa]: BS^2 [p\sqrt{aa-xx}-x\sqrt{aa-pp}] = BP^2 [aa-pp]: BT^2 = ((ap-p^2)\sqrt{aa-xx} - (aax+ppx)\sqrt{aa-pp}): aa$. Mais comme BT est ce que le vaisseau gagne au vent, il faut que BT, & par conséquent le carré de BT, soit un *maximum*; il n'y a donc qu'à différentier sa valeur & l'égaliser à zero, en supposant x déterminé & p indéterminé; ce qui étant fait, & puis divisé par $dp:aa$, on aura $(aa-3pp)\sqrt{aa-xx} + 3xp\sqrt{aa-pp} = 0$, ou $(3pp-aa)\sqrt{aa-xx} = 3xp\sqrt{aa-pp}$; quarrant les deux membres, & ensuite faisant la réduction à l'ordinaire, on trouvera cette égalité $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{3}a^4 + \frac{1}{3}aaxx$, qui a deux racines vraies, sçavoir $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$, & $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$.

X.

Par un raisonnement peu différent de celui qu'on a employé dans l'Art. 8. de ce Chapitre, on prouvera que c'est la racine majeure $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ qui sert au cas du vent étroit, & que la mineure $pp = \frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ sert pour le vent large. Car si dans l'équation $(3pp-aa)\sqrt{aa-xx} = 3xp\sqrt{aa-pp}$, on suppose affirmatif $\sqrt{aa-pp}$, qui constitue le premier cas, on doit conclure que $3pp$ est plus grand que aa , ou pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$: Et au contraire si $\sqrt{aa-pp}$ est supposé négatif pour le second cas, on a pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$. Or en effet ce $\frac{1}{3}aa$ est entre les deux racines de pp ; puisque $\frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx + \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ est plus grand que $\frac{1}{3}aa$, & $\frac{1}{3}aa + \frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{2aa + \frac{1}{4}xx}$ est plus petit que $\frac{1}{3}aa$.

E b 2 + $\frac{1}{6}xx$

$+\frac{1}{6}xx - \frac{1}{3}x\sqrt{(2aa + \frac{1}{4}xx)}$ est plus petit que $\frac{1}{3}aa$; ce que l'on demontre aisément par le calcul. Donc &c.

X I.

Mais enfin si l'une ni l'autre des deux situations, tant de la voile que du vaisseau, n'est donnée, & qu'il s'agisse de les déterminer toutes deux, pour avoir le plus grand avantage possible à gagner au vent: Ceux qui entendent la nature de ce qu'on appelle *maxima* & *minima* dans la Géométrie intérieure, comprendront aisément, qu'il s'agit ici de chercher *maximum maximorum*, c'est-à-dire, que comme il y a ici pour chaque situation de voile donnée, une situation de la quille, qui entre une infinité d'autres situations donne le plus grand avantage pour gagner au vent; ainsi entre toutes ces situations de voile, il y en a une qui jointe à cette situation de la quille qui lui convient le mieux, l'emportera sur toutes les autres situations de voile jointes à leurs meilleures situations de quille; en un mot, on cherche l'avantage des avantages. La méthode, qu'on a pour la recherche de ces sortes de *maxima*, consiste à combiner les équations, dont chacune détermine séparément la plus grande quantité pour son hypothèse particulière: De cette manière, on extermine une des indéterminées, pour avoir une nouvelle équation, qui ne contienne qu'une seule indéterminée; & la racine de cette équation en déterminera la valeur: Cela étant fait, on recommence l'opération, & on extermine (en comparant les deux égalités) l'autre indéterminée, pour avoir aussi une nouvelle équation, qui ne contienne que la première indéterminée, dont la racine déterminera sa valeur. En voici l'application à nôtre sujet.

X I I.

L'égalité de l'Art. 6. de ce Chapitre $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{4}{3}aapp$, donne $pp = (9aaxx - 9x^4) : (4aa - 3xx)$; substituez cette valeur de pp dans l'autre égalité de l'Art. 9. $p^4 = \frac{2}{3}aapp$

$\frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}aaxx$, il en résulte $81x^8 - 180aux^6 + 129a^4x^4 - 32a^6xx + 2a^8 = 0$, qui a quatre racines vraies, deux rationnelles & deux irrationnelles, sçavoir $xx - aa = 0$, $3xx - aa = 0$, $9xx - 4aa - aa\sqrt{10} = 0$, & $9xx - 4aa + aa\sqrt{10} = 0$; ce qui donne quatre valeurs de xx , qui sont $xx = aa$, $xx = \frac{1}{3}aa$, $xx = (4 + \sqrt{10})aa:9$, & $xx = (4 - \sqrt{10})aa:9$. On opere de même pour avoir pp ; car l'égalité de l'Art. 9. $p^4 = \frac{2}{3}aapp + \frac{1}{3}xxpp - \frac{1}{2}a^4 + \frac{1}{2}aaxx$, fournit $xx = (9p^4 - 6aapp + a^4): (3pp + aa)$, égalité, qui substituée dans l'autre égalité de l'Art. 6. $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{2}{3}aapp$, donne $81p^8 - 144aap^6 + 75a^4p^4 - 10a^6pp = 0$, laquelle a aussi quatre racines vraies, deux rationnelles & deux irrationnelles, que voici; $pp - 0 = 0$, $3pp - 2aa = 0$, $9pp - 5aa - aa\sqrt{10} = 0$, & $9pp - 5aa + aa\sqrt{10} = 0$, & ainsi quatre valeurs de pp , sçavoir $pp = 0$, $pp = \frac{2}{3}aa$, $pp = (5 + \sqrt{10})aa:9$, & $pp = (5 - \sqrt{10})aa:9$. Mais il s'agit de sçavoir ce que signifient ces quatre différentes valeurs tant de xx que de pp , & lesquelles des valeurs doivent être prises ensemble une de chacun; sans quoi on n'auroit rien fait, ou plutôt on auroit trouvé une vérité, mais une vérité qui deviendroit inutile, par l'impossibilité de l'appliquer à la résolution des cas propres.

XIII.

En premier lieu, dans l'équation de l'Article précédent $pp = (9aaxx - 9x^4): (4aa - 3xx)$, substituez successivement les quatre valeurs de xx ; ou bien dans l'autre équation $xx = (9p^4 - 6aapp + a^4): (3pp + aa)$, substituez successivement les quatre valeurs de pp ; & vous trouverez, de l'une & de l'autre de ces manières, les valeurs de xx & de pp qui se répondent, ou qui doivent être prises ensemble; car substituant dans la première équation, une des valeurs de xx , par exemple aa , on trouve $pp = 0$, d'où j'infere que la valeur de $xx = aa$, & celle de $pp = 0$ s'appartiennent mutuellement;

si au contraire dans l'autre équation on avoit substitué la valeur de $pp=0$, il est clair qu'on auroit eü $xx=aa$; enforte que ces mêmes valeurs de xx & de pp se feroient accompagnées; observant donc cette regle de la substitution, on trouvera

$$\text{que } \left\{ \begin{array}{l} xx = aa \\ xx = \frac{1}{2} aa \\ xx = (4 + \sqrt{10}) aa : 9 \\ xx = (4 - \sqrt{10}) aa : 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{doit} \\ \text{être} \\ \text{pris} \\ \text{avec} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} pp = 0 aa \\ pp = \frac{2}{3} aa \\ pp = (5 + \sqrt{10}) aa : 9 \\ pp = (5 - \sqrt{10}) aa : 9. \end{array} \right.$$

XIV.

On croiroit aisément, à voir les résolutions précédentes, que la voile & la quille d'un vaisseau peuvent être disposées de quatre manières différentes, pour que le gain ou la perte au vent fût plus considerable, que dans toute autre disposition. Cependant il est clair, ce me semble, qu'il n'y a qu'une seule disposition de la voile & de la quille par rapport au vent, qui soit absolument la plus avantageuse pour gagner au vent; de même qu'il n'y en a qu'une seule, qui fasse perdre au vent le plus qu'il est possible. D'où il faut conclurre, que de ces quatre combinaisons de xx avec pp , il n'y en a que deux, qui puissent servir, & que les deux autres sont inutiles; aussi arrive-t-il souvent, que toutes les racines d'une équation ne sont pas propres à résoudre la question; plusieurs d'entr'elles étant souvent inutiles & ne servant qu'à augmenter la dimension de l'équation. La question se réduit donc à choisir les utiles; ce que nous ferons par le moyen des remarques rapportées dans les Articles 8. & 10. de ce Chapit. touchant les limites de xx & de pp , que j'ai démontré être telles, que xx doit être plus petit que $\frac{2}{3} aa$, & pp plus grand que $\frac{1}{3} aa$, dans le cas du vent étroit pour gagner au vent; & au contraire, que xx doit être plus grand que $\frac{2}{3} aa$, & pp plus petit que $\frac{1}{3} aa$, dans le cas du vent large pour perdre au vent ou pour le fuir.

XV.

X V.

Que si nous examinons à présent, lesquelles de nos quatre combinaisons de xx avec pp , ont ensemble les deux premières, ou les deux dernières conditions, & lesquelles n'ont ni les unes, ni les autres de ces conditions; nous discernons les utiles d'avec les inutiles, & celle pour le cas du vent étroit d'avec celle pour le cas du vent large. Or voyant que la première combinaison de $xx = aa$ avec $pp = oaa$, satisfait aux deux dernières conditions, vû que xx est plus grand que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus petit que $\frac{1}{3}aa$; j'infere que cette combinaison est utile pour le cas du vent large: En effet, on peut être assuré, sans beaucoup de raisonnement, de la vérité de ceci; puisqu'il saute aux yeux, que pour fuir le vent le plus qu'on peut, c'est-à-dire, pour avancer le plus promptement suivant la direction du vent, avec un vaisseau dont la largeur soit insensible, ou ce qui revient au même, avec un vaisseau qui fend l'eau infiniment plus facilement avec la prouë qu'avec le côté; il saute, dis-je, aux yeux, qu'il faut avoir le vent en poupe & perpendiculaire à la voile, & ainsi qu'on aura $pp = o$, & $xx = aa$; vérité, à laquelle m'a conduit mon raisonnement. Pour ce qui est de la troisième combinaison de $xx = (4 + \sqrt{10})aa: 9$, avec $pp = (5 + \sqrt{10})aa: 9$; & de la quatrième $xx = (4 - \sqrt{10})aa: 9$ avec $pp = (5 - \sqrt{10})aa: 9$, je trouve que l'une & l'autre est inutile, parce que ni l'une ni l'autre ne satisfait ni aux deux premières ni aux deux dernières conditions; car $(4 + \sqrt{10})aa: 9$ est à la vérité plus grand que $\frac{2}{3}aa$, mais la quantité qui lui est combinée $(5 + \sqrt{10})aa: 9$ n'est pas plus petit que $\frac{1}{3}aa$: Et $(4 - \sqrt{10})aa: 9$ est plus petit que $\frac{2}{3}aa$, d'un autre côté $(5 - \sqrt{10})aa: 9$, son combiné, n'est pas plus grand que $\frac{1}{3}aa$; en sorte que ne remplissant pas les doubles conditions, ces deux dernières combinaisons doivent être rejettées comme inutiles.

XVI.

XVI.

Il nous reste à examiner la seconde égalité $xx = \frac{1}{3}aa$ combinée avec $pp = \frac{2}{3}aa$, qui mérite d'autant plus d'attention, que Mr. HUGUENS n'en a pas osé entreprendre la recherche, à cause de la longueur du calcul, dans lequel il craignoit de s'engager : quoi que la méthode, que nous avons suivie, la fasse paroître à présent si facile & si simple. Nous voyons d'abord que xx étant plus petit que $\frac{2}{3}aa$, & pp plus grand que $\frac{1}{3}aa$, cette combinaison satisfait à la première paire des conditions, & que par conséquent elle doit être utile pour le cas du vent étroit, lors qu'on veut sçavoir la position de la quille & de la voile la plus avantageuse pour gagner au vent. Ainsi nous voyons que le sinus [p] de l'angle FBA, que fait la quille avec la ligne du vent, est $a\sqrt{\frac{2}{3}}$, & que le sinus [x] de l'angle OBA, que fait la voile avec la ligne du vent, est $a\sqrt{\frac{1}{3}}$; & que par conséquent un de ces angles est le complément de l'autre, ce qui est une propriété très-remarquable. Si l'on cherche par le moyen des Tables des sinus la quantité de ces angles, on trouvera que l'angle FBA est de 54 degrés, 44 min. & OBA de 35 degrés, 16 min. au lieu que, selon Mr. RENAULT, le premier devoit être de 60 degrés, & l'autre de 30 degrés; desorte qu'il fait le premier trop grand de 5 degrés, 16 min. & l'autre trop petit de la même quantité; ce qui est une différence assez sensible, à mon avis, pour y avoir égard dans la pratique.

T A B.
XXV.
Fig. 6.

XVII.

Au reste il ne sera pas hors de propos de remarquer ici une chose assez singulière : c'est que l'angle FBA est justement égal à celui, que doit faire la barre du gouvernail avec la quille pour obliger le vaisseau à tourner le plus promptement qu'il est possible; ce qu'il est aisé de vérifier par l'équation même $x^4 = aaxx + \frac{1}{3}ppxx - \frac{1}{3}aapp$, dans laquelle est con-

tenuë

tenue comme un cas particulier la règle propre à déterminer ce meilleur angle, comme Mr. HUGUENS l'a très-bien observé. En effet si l'on substitue la ligne du mouvement de l'eau contre le gouvernail à la ligne du vent; la perpendiculaire suivant laquelle la pointe du vaisseau commence à tourner à la ligne de la quille, & enfin le gouvernail même à la voile: On verra clairement, qu'il n'y a qu'à substituer p à la place de a dans l'équation, parce que la ligne du mouvement de l'eau fait avec la ligne du tournoyement du vaisseau un angle droit. Par cette substitution l'équation se change en celle-ci $x^4 = \frac{4}{3}aa xx - \frac{4}{3}a^4$, qui donne $xx = \frac{2}{3}aa$, ou $x = \sqrt{\frac{2}{3}aa}$, ce que Mr. RENAU a aussi trouvé dans sa Théorie, pag. 72, quoi qu'il s'en soit ensuite retracté, mais à tort, dans la réponse qu'il fit à Mr. HUGUENS. Il est aisé de voir à présent que $\sqrt{\frac{2}{3}aa}$ est précisément égal au sinus de l'angle FBA que nous avons déterminé ci-devant; de sorte que pour mettre un vaisseau, qui n'est pas sujet à la dérive, dans la situation la plus favorable pour gagner au vent; il faut que la quille fasse avec la ligne du vent un angle égal à celui que la barre du gouvernail doit faire avec la quille, pour faire tourner le vaisseau le plus facilement qu'il est possible.

CHAPITRE VI.

De la Route & de la Dérive d'un Vaisseau qui a la figure d'un Losange ou d'un Rhombe.

I.

Après avoir supposé, dans le Chapitre précédent, que la route d'un vaisseau se faisoit le long de la direction de la quille, sans aucune dérive, retournons aux considérations qui servent à déterminer cette dernière circonstance; je parle de la dérive d'un vaisseau. Il est clair par tout ce que nous avons démontré ci-dessus, que faisant abstraction de l'impulsion que reçoit le corps du vaisseau par le vent, ce qui peut lui causer

quelque alteration dans sa route, c'est uniquement de la figure du vaisseau, que dépend la détermination de la dérive; de sorte qu'il est impossible d'établir une règle universelle, qui serve indistinctement à toute sorte de vaisseaux de quelques figures qu'ils puissent être, comme le prétend faire Mr. RENAULT par le seul rapport qu'il y a de la résistance, que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec son côté, à celle qu'il trouve à la fendre avec sa pointe. [Voyez l'Art. I. du Chap. II. de sa Théorie.] J'avoüe qu'il seroit extrêmement difficile de désigner au juste la véritable figure d'un vaisseau, sur laquelle on pût fonder un calcul assuré; vû que dans la construction des vaisseaux, on ne s'affujettit pas à l'exacte description d'une figure géométrique. Je ne disconviens pas non plus, que le rectangle, que nous avons pris pour représenter un vaisseau, differe beaucoup de la figure ordinaire d'un vaisseau. Cependant, loin que la supposition, que nous venons de faire en donnant à un vaisseau une figure inusitée, puisse nuire, on en peut au contraire retirer une utilité réelle; non seulement en ce que les regles que j'ai établies se trouveroient exactement vraies, s'il y avoit des vaisseaux de la figure que nous avons supposée, ou que l'on s'avisât d'en construire, mais encore en ce qu'on en peut inferer la maniere de déterminer par le calcul la dérive d'un vaisseau, quelque figure qu'on lui donne, soit chimérique ou réelle. Mais pour tirer quelque usage de ceci, imaginons-nous une figure plus approchante de la véritable forme d'un vaisseau que la précédente, sur laquelle nous réglerons nôtre calcul.

I I.

T A B.
XXV.
Fig. 8.

Soit par exemple un vaisseau en forme de Rhombe, ou de Losange $HPMQ$, dont la grande diagonale HM représente la quille; DC , la ligne de la voile passant par le centre du vaisseau B , où se croisent les deux diagonales HM & PQ ; BG , la ligne de la force mouvante, laquelle est perpendiculaire sur DC ; BL , la ligne de la route, coupant les côtés du rhombe PM & PH prolongés s'il est besoin aux points S & R :
L'angle

L'angle MBL est l'angle de la dérive, qu'il s'agit de déterminer par la situation donnée de la quille HM & de la voile DC; ou, ce qui est tout un, l'un ou l'autre des deux angles MBC, MBL, étant donné, il s'agit de trouver celui qu'on ignore, & enfin de déterminer la proportion des vitesses pour les diverses situations de la voile & de la quille : c'est ce que nous allons exécuter de la manière suivante.

III.

Je remarque d'abord qu'il y a trois cas à considérer. Le premier, lorsque la ligne de la route BL coupe en R le côté HP du rhombe prolongé en avant, ou pour m'expliquer en d'autres termes, lorsque l'eau frappe le vaisseau par les deux côtés MP, PH, qui forment l'angle obtus MPH. Le second cas est lorsque le point R, où s'entrecoupent ces lignes, se trouve en prolongeant HP & BL en arrière, savoir lorsque l'eau frappe le vaisseau par les deux côtés MP & MQ, qui comprennent l'angle aigu PMQ. Enfin on a le troisième cas, lorsque le point R est éloigné à l'infini, BL étant parallèle à HP, ce qui arrive lorsque la résistance de l'eau ne se fait sentir qu'au seul côté PM. Les deux premiers cas reviennent au même par un petit changement; le troisième s'en déduit aisément; nous nous attacherons donc au premier.

IV.

Je remarque, en second lieu, que l'eau pousse les côtés PM & PH perpendiculairement, avec des forces proportionnelles aux carrés des sinus des angles d'incidence par l'Art. 1. du Chap. I. Ayant donc mené, & prolongé, par le point B les lignes TBF & NBE perpendiculaires à PM & à PH, en sorte que BF soit à BE, comme le carré du sinus de l'angle d'incidence LSM, sous lequel est frappé le côté PM, est au carré de l'angle d'incidence R, sous lequel est frappé le côté PH; ayant ensuite achevé le parallélogramme BFOE, & tiré

la diagonale BO ; il est clair, par l'Art. 15. & suiv. du Chap. I. que BO fera la direction & la quantité de la résistance moyenne, avec laquelle le vaisseau est repoussé par l'eau ; & que par conséquent OB étant prolongé vers G , on aura BG pour la ligne de la force mouvante, & sa perpendiculaire DC pour la situation de la voile.

V.

TAB.
XXV.
Fig. 9.

Que si le point d'intersection R est en arriere de la route BL , ce qui fait le second cas ; il n'y a qu'à prendre le côté QM , au lieu du côté PH , pour avoir son intersection V , en prolongeant en avant la ligne de la route & ce côté QM , sur lequel, ou sur PH , on tirera la perpendiculaire BN , & sur laquelle on prendra BE , qui soit à BF , comme le carré du sinus de l'angle V , au carré du sinus de l'angle LSM : Par la même raison qu'auparavant, la diagonale BO sera la direction de la résistance moyenne de l'eau, & par conséquent sa prolongation BG fera la ligne de la force mouvante, & DC perpendiculaire à BG , la ligne de la voile.

VI.

Mais si la route BL est parallèle à l'un des côtés PH ; cela fera le troisième cas : auquel le point R , ou V , est à l'infini, & ainsi l'angle R , ou V , infiniment petit ; d'où il suit que la raison de BE à BF devenant aussi infiniment petite, la diagonale BO tombera sur BF , & BG sur BT ; de sorte que la ligne de la force mouvante doit être perpendiculaire, & partant celle de la voile parallèle au côté PM , pour faire que la route BL devienne parallèle à l'autre côté PH .

VII.

Remarquez encore, que si BL tombe sur BP dans le premier cas, ou sur BM dans le second, les deux angles d'incidence

dence de l'eau sur deux côtés du rhombe deviennent égaux, & partant les deux côtés du parallélogramme BE & BF devenant aussi égaux; BO, ou sa prolongation BG, tombent aussi dans le premier cas sur BP, & dans le second sur BM: c'est-à-dire que dans l'un & l'autre de ces cas, BL & BG ne font qu'une même ligne; ce que l'on auroit aisément pû prévoir, pour peu qu'on y eut fait d'attention, & ce qui confirme la justesse de ce raisonnement.

V I I I.

Nous remarquerons enfin en dernier lieu, que le parallélogramme BEOF, dont les côtés BE & BF expriment les directions & les proportions des forces de l'eau sur les côtés du vaisseau, est équiangle au rhombe PMQH: car l'angle FBE est égal à l'angle M, dans la *Fig. VIII*, ou à l'angle P, dans la *Fig. IX*: parce que l'angle NBT, qui est égal à l'angle FBE, fait avec l'angle P, dans la *Fig. VIII*, ou avec l'angle M, dans la *Fig. IX*, deux angles droits; & que les deux P & M font aussi deux angles droits. Cependant ce parallélogramme ne devient semblable au rhombe PHQM qu'en deux cas; savoir lorsque la ligne de la route tombe sur celle de la quille, ou lorsqu'elle lui est perpendiculaire: dans le premier cas, la dérive est nulle, parce que la voile est perpendiculaire à la quille; mais dans le second, la dérive est aussi grande qu'elle puisse être, parce que la voile est parallèle à la quille.

C H A P I T R E V I I.

De la Vitesse d'un Vaisseau Rhomboïque.

I.

PAssons à présent à la maniere de déterminer les différentes vitesses d'un vaisseau rhomboïque, par rapport aux diverses situations de sa quille, en gardant toujours la même situation

T A B.
X X V.
Fig 10.

tuation de la voile, la même force, & la même ligne du vent. Soit un cercle $OEBE$, que je coupe en deux segmens par la corde BO , dont le petit segment $BE O$ contienne ses angles E égaux à l'angle obtus du rhombe, ou à l'angle $BE O$ du parallelogramme de la *Fig. VIII*. Et le grand segment $BE O$ ait les angles E égaux à l'angle aigu du rhombe, ou à l'angle $BE O$ du parallelogramme de la *Fig. IX*. Cela fait, je conçois que la corde BO représente la force moyenne de la resistance de l'eau contre le vaisseau, laquelle est égale à la force du vent contre la voile, par l'Art. 15. du Chap. I: & par conséquent aussi invariable dans les diverses situations de la quille. Ainsi toutes les cordes BE , Be &c. & leurs contigues OE , Oe &c. dans la *Fig. VIII*. comme aussi toutes les cordes BE , Be &c. & leurs contigues OE , Oe &c. dans la *Fig. IX*. exprimeront les forces laterales de l'eau sur les côtés du rhombe, pour toutes les situations possibles de la quille, par rapport à celle de la voile, ou à celle de la force mouvante, qu'on suppose donnée. Or les forces laterales sont en raison composée des quarrés des vitesses & des quarrés des sinus des angles d'incidence, par l'Art. 3. du Chap. I. Soit donc u la vitesse du vaisseau dans une situation quelconque de la quille; soit v la vitesse dans une autre situation quelconque: soient aussi R & S les sinus des angles d'incidence sur les côtés du rhombe dans la premiere situation; & r & s les sinus de ces mêmes angles dans la seconde situation. Cela posé, on aura, pour le cas de la *Fig. VIII*. $BE : Be = uuRR : vvrr$, ou $OE : Oe = uuSS : vvss$; & pour le cas de la *Fig. IX*. $BE : Be = uuRR : vvrr$; ou $OE : Oe = uuSS : vvss$. Divisant les termes par RR & rr , ou par SS & ss ; il vient $uu : vv = \frac{BE}{RR} : \frac{Be}{rr}$, ou $= \frac{OE}{SS} : \frac{Oe}{ss}$, pour la *Fig. VIII*. Et $uu : vv = \frac{BE}{RR} : \frac{Be}{rr}$, ou $= \frac{OE}{SS} : \frac{Oe}{ss}$, pour la *Figur. IX*. Mais les cordes sont comme les sinus des angles opposés, c'est-à-dire $BE : Be =$ sinus de

de l'angle BOE : sinus de l'angle BOe; & ainsi $uu : vv = \frac{\text{fin. BOE}}{RR} : \frac{\text{fin. BOe}}{rr}$, ou $= \frac{\text{fin. OBE}}{SS} : \frac{\text{fin. OBe}}{ss}$ pour la *Figur.*

VIII. & $uu : vv = \frac{\text{fin. BOE}}{RR} : \frac{\text{fin. BOe}}{rr}$, ou $= \frac{\text{fin. OBE}}{SS} : \frac{\text{fin. OBe}}{ss}$,

pour la *Fig. IX*; d'où l'on voit, que les quarrés des vitesses sont en raison composée de la raison directe des sinus des angles, que fait BO, ou la ligne de la force mouvante, avec la perpendiculaire tirée sur un des côtés du rhombe, & de la raison reciproque doublée des sinus des angles, que fait la ligne de la route avec le même côté du rhombe.

II.

On peut aussi construire géométriquement la proportion des vitesses, de la maniere suivante. Soit PX parallele à BR dans l'une & l'autre figure; & que l'on conçoive Px parallele à Br, qui représente une autre ligne de route; nommant comme ci-dessus r & s les sinus des angles sous lesquels ces côtés sont coupés par cette nouvelle route; on a $R : r = Br : BR = Br : HB + HB : BR = Px : Hx + HX : PX = Px \times HX : PX \times Hx = \frac{Px}{Hx} : \frac{PX}{HX}$; c'est pourquoi en

substituant pour la raison de RR à rr, son équivalente $\frac{Px^2}{Hx^2}$ à $\frac{PX^2}{HX^2}$, on aura $uu : vv [= \frac{BE}{RR} : \frac{Be}{rr}] = \frac{BE \times PX^2}{HX^2} : \frac{Be \times Px^2}{Hx^2}$;

ou si l'on veut, on trouvera par la même voye $uu : vv [= \frac{OE}{SS} : \frac{Oe}{ss}] = \frac{OE \times Px^2}{MX^2} : \frac{Oe \times Px^2}{Mx^2}$. Il en est de même du

cas de la *Fig. IX*; car il viendra $uu : vv = \frac{BE \times PX^2}{HX^2} : \frac{Be \times Px^2}{Hx^2}$,

ou $= \frac{OE \times PX^2}{MX^2} : \frac{Oe \times Px^2}{Mx^2}$.

III.

III.

Ayant donc déterminé la ligne de la force mouvante par celle de la route, comme il a été enseigné dans les Articles 4, 5, & 6. du Chap. précéd. la situation de la quille étant donnée; on fera, dans la *Fig. X*, l'angle OBE , dans le cas de la *Fig. VIII*; ou l'angle OBE , dans celui de la *Fig. IX*, égal à l'angle de la ligne de la force mouvante & de la perpendiculaire sur le côté du rhombe HP . Et la quatrième proportionnelle de HX^2 , PX^2 & BE , ou BE , exprimera le carré de la vitesse cherchée. Ou si l'on aime mieux, on fera dans la même *Fig. X* l'angle BOE , pour le premier cas, ou BOE , pour l'autre, égal à l'angle de la ligne de la force mouvante & de la perpendiculaire sur le côté du rhombe PM ; car la quatrième proportionnelle de MX^2 , PX^2 & OE , ou OE , donnera aussi le carré de la vitesse. Il est bon d'observer ici, qu'il n'est pas nécessaire de connoître les angles OBE , ou OBE , ni BOE , ou BOE , pour déterminer les lignes BE , OE , ou BE , OE ; puisqu'il suffit pour cela d'inscrire dans les segmens du cercle, les triangles BEO , ou BEO , dont les deux côtés BE , OE , ou BE , OE , soient en raison du carré de HX au carré de MX ; ce que je prouve ainsi; Ayant tiré MI parallèle à la ligne de la route, & qui coupe le côté prolongé HP en I ; Par les Articles 4, & 5. du Chap. précéd. on a BE à OE , ou BE à OE , comme le carré du sinus de l'angle PRS au carré du sinus de l'angle $PSR = PS^2 : PR^2 = PM^2 : PI^2 = PH^2 : PI^2 = XH^2 : XM^2$; donc aussi $BE : OE$, ou $BE : OE = XH^2 : XM^2$.

IV.

TAB. Pour chercher analytiquement la proportion des vitesses;
 XXV. on voit, après avoir tiré OK perpendiculaire sur BE , ou
 Fig. 8. BE , que l'angle EOK , ou EOK , étant le complement de
 & 9. l'angle

l'angle O E K ou O E K, l'est aussi de l'angle aigu du rhombe, & que par conséquent, il est aussi donné; soit donc O E : E K, ou O E : E K = m : n; B O, ou la résistance moyenne de l'eau, étant égale à la force mouvante, & par conséquent invariable pour toutes les situations de la quille, parce qu'on suppose donnée la situation de la voile par rapport au vent, je prends B O = a; la vitesse = u; B E, ou B E = x; on aura, par l'analogie démontrée à la fin de l'article précédent, O E ou O E = x M X² : H X²; & E K, ou E K = n x M X² : m H X²; mais B E² + E O² + 2 B E K, ou B E² + E O² - 2 B E K = B O², substituant donc la valeur de chacun on trouve x x + x x M X⁴ : H X⁴ ± 2 n x M X² : m H X² = a a; de-là il vient x [= B E ou B E] = a H X² : √ (H X⁴ + M X⁴ ± $\frac{2n}{m}$ M X². H X²). Et partant B E. P X² : H X²; ou B E. P X² : H X² [que nous avons démontré proportionnel à u u] deviendra = a P X² : √ (H X⁴ + M X⁴ ± $\frac{2n}{m}$ M X². H X²); En le divisant par la constante a, & prenant les racines nous aurons la vitesse u, proportionnelle à cette fraction P X : √ √ (H X⁴ + M X⁴ ± $\frac{2n}{m}$ M X². H X²).

V.

Si la route B L est perpendiculaire à la quille B M, c'est-à-dire, si celle-ci est parallèle à la voile, alors P X sera P B, & H X = M X; & ainsi la vitesse sera P B : B H √ √ (2 + 2 n : m); mais nommant B H, b; & P B, c; on trouve que 2 n : m = (2 b b - 2 c c) : (b b + c c), & partant P B : B H √ √ (2 + 2 n : m) = c : b √ √ (2 + (2 b b - 2 c c) : (b b + c c)) = c √ √ (b b + c c) : b √ 2 b.

V I.

Si la ligne de la route tombe sur celle de la quille, c'est-à-dire, si celle-ci est disposée perpendiculairement à la ligne

de la voile; alors PX devient parallèle à HM, & toutes les trois PX, HX & MX sont censées égales; ainsi la vitesse u sera exprimée par $1 : \sqrt{\sqrt{(2 - 2n : m)}}$, ou [en mettant pour $2n : m$ sa valeur] par $\sqrt{\sqrt{(bb + cc)}} : \sqrt{2c}$.

VII.

En comparant donc ces deux expressions, on trouve la raison de la vitesse du vaisseau, quand il fend l'eau avec son angle aigu, à sa vitesse, quand il la fend avec son angle obtus $= \frac{\sqrt{\sqrt{(bb + cc)}}}{\sqrt{2c}} : \frac{c\sqrt{\sqrt{(bb + cc)}}}{b\sqrt{2b}} = b\sqrt{b} : c\sqrt{c} = HB\sqrt{HB} : PB\sqrt{PB} = HM\sqrt{HM} : PQ\sqrt{PQ}$, c'est-à-dire, en raison sesquipliquée des diagonales du rhombe, ou comme les racines quarrées des cubes de ces diagonales.

VIII.

Si la route est parallèle à l'un des côtés PH, enforte que l'eau ne donne que contre le seul côté PM, qui devient parallèle à la ligne de la voile; alors PX se change en PH, MX en MH, & HX en 0; d'où résulte pour la vitesse PH : MH $= \sqrt{(bb + cc)} : 2b$, qui comparée avec celle de l'Art. 5. de ce Chap. donne $\frac{\sqrt{(bb + cc)}}{2b} : \frac{c\sqrt{\sqrt{(bb + cc)}}}{b\sqrt{2b}} = \sqrt{\sqrt{(b^4 + bbcc)}} : \sqrt{\sqrt{4c^4}}$, & avec celle du 6; $\frac{\sqrt{\sqrt{(bb + cc)}}}{2b} : \frac{\sqrt{\sqrt{(bb + cc)}}}{\sqrt{2c}} = \sqrt{\sqrt{(bbcc + c^4)}} : \sqrt{\sqrt{4b^4}}$.

IX.

Si les deux diagonales PB & HB, ou b & c sont égales, c'est-à-dire, si le vaisseau a la figure d'un Quarré, dont la quille soit l'une des deux diagonales: Dans ce cas $n = 0$: Ainsi la fraction exprimant les vitesses se change en celle-ci $PX : \sqrt{\sqrt{(HX^2 + MX^2)}}$. Et les deux vitesses du premier & du second cas, expliqués dans les Art. 5 & 6, seront, com-

comme il est visible, égales entr'elles; chacune s'exprimant par $1 : \sqrt{\sqrt{2}}$; Mais celle de l'Art. précéd. sera $1 : \sqrt{2}$, qui est à cette dernière comme 1 à $\sqrt{\sqrt{2}}$.

X.

Quant. à ce qui concerne la proportion des vitesses, non seulement par rapport aux diverses situations de la quille du vaisseau, mais encore par rapport aux diverses situations de la voile; on verra aisément, si on se donne la peine de faire attention à ce que nous avons expliqué dans l'Art. 4. du Chap. III, que prenant S pour le sinus de l'angle du vent & de la voile, la vitesse s'exprimera par la même fraction de l'Art. 4. de ce Chapitre multipliée seulement par S; ainsi l'on aura

$$u = \delta. PX : \sqrt{\sqrt{(HX^2 + MX^2 \pm \frac{2m}{m} MX^2. HX^2)}}.$$

C H A P I T R E V I I I.

Theorème & remarque sur la route d'un Vaisseau Rhomboïque par rapport à la situation de la quille.

I.

A Vant que de quitter les réflexions que nous venons de faire sur un vaisseau dont la figure est un rhombe: je ferai part au Public d'un Théorème, également simple & élégant, par le moyen duquel on détermine la dérive d'un vaisseau dont la position & celle de sa voile sont connues; ou réciproquement la situation de sa quille, lorsque la route & la ligne de la voile sont données.

T H E O R E M E.

Soit HPMQ un rhombe quelconque; dont les diagonales HM & PQ, se croisent au centre B: Par ce point B soient

T A B.
X X V I.
Fig. II.

G 2

dé-

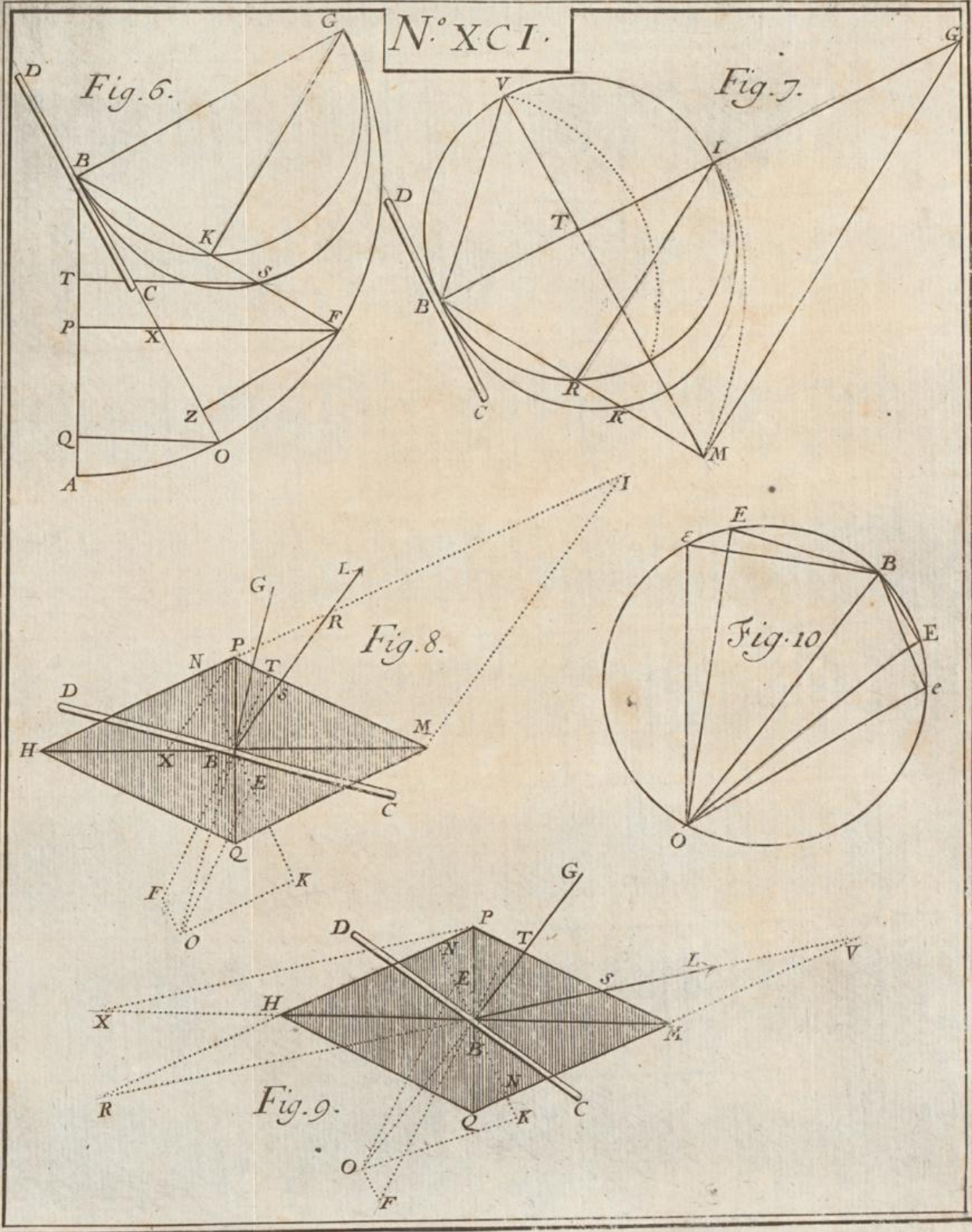
décrites deux hyperboles ABC & aBd , dont la première ait pour asymptotes les côtés prolongés MPI & MQY , & l'autre pour asymptotes les deux autres côtés prolongés PHK & PMZ : D'un point quelconque D pris sur l'une des hyperboles, par ex. ABC , soient tirées deux lignes droites, l'une par le sommet de l'hyperbole B , & l'autre au point M , qui en est le centre; la première de ces lignes droites coupe les asymptotes aux points R , S & O . Enfin soit tirée la ligne droite BG , qui fasse avec BP , l'angle PBG égal à l'angle BMD . Je dis que BR étant une route, & BM la situation de la quille, BG sera la ligne de la force mouvante, & par conséquent sa perpendiculaire sera la ligne de la voile.

D E M O N S T R A T I O N.

Le sinus de SMD : au sinus de DMO = sinus de SMD :
 sinus de MDS + sinus de MDO : sinus de DMO =
 [prenant les côtés opposés aux angles] SD : MS + MO :
 DO = $SD \times MO$: $MS \times DO$ = [par la nature de l'hyperbole DO = SB , & SD = BO] $BO \times MO$: MS
 $\times BS$ = [parce que l'angle SMO était coupé en deux également par la ligne MB , on a BO : BS = MO : MS]
 $MO \times MO$: $MS \times MS$ = MO^2 : MS^2 = PR^2 : PS^2
 = le quarré du sinus de PSR , ou MSR : quarré du sinus
 de PRS , c'est-à-dire, comme la résistance laterale contre le
 côté PM , à la résistance laterale contre le côté PH . Tirant
 donc BT , BN , perpendiculaires sur les côtés du rhombe,
 l'angle NBT , qui est égal à l'angle SMO , sera divisé par la
 ligne BG , comme ce dernier l'est par la ligne MD , par ce
 que, par hyp. l'angle PBG = BMD . Ainsi donc le sinus
 de l'angle NBG , ou de son opposé [voyez la Figure VIII.]
 EBO , est au sinus de GBT , ou de son opposé FBO :
 c'est-à-dire, OE est à BE , comme la force laterale de l'eau
 sur PM , est à la force laterale sur PH : par conséquent BO
 sera la ligne de la résistance moyenne, & sa prolongée BG ,
 sera

T A B.
 XXV.

N^o XCI.



fera celle de la force mouvante. *Ce qu'il falloit démontrer.* Remarquez que si le point D, avoit été pris sur l'autre hyperbole $\alpha B d$, la démonstration auroit été entièrement semblable, mais au lieu de la *Fig. VIII*, on auroit cité la *Fig. IX*.

T A B.
XXV.

I I.

Je ne m'arrêterai pas à montrer ce qu'il faudroit faire, pour résoudre les questions des plus avantageuses situations de la voile & de la quille, afin que le vaisseau, qui a la forme d'un losange, gagne le plus au vent, ou qu'il avance le plus dans une route proposée. On voit, à peu près, sur quoi on doit se régler dans cette recherche, si on fait attention à ce que nous avons pratiqué dans les Articles 1, 2, 3 & 4 du Chapitre IV, à l'égard d'un vaisseau dont la figure est un parallélogramme rectangle.

I I I.

Si le rhombe avoit une largeur infiniment petite par rapport à sa longueur; en cette supposition la dérive seroit nulle dans toutes les situations de la quille; de sorte que nous retomberions de nouveau dans le cas de Mr. HUGUENS, que j'ai amplement examiné dans la digression du Chap. V. Car ce que j'y ai démontré regarde tous les vaisseaux en général de quelque figure qu'ils soient, pourvu qu'on les suppose toujours exemts de la dérive; quoi qu'il soit impossible, qu'il y ait un vaisseau, quelque facilité qu'il ait à fendre l'eau avec sa pointe, qui ne soit contraint, par une force oblique, de se détourner un peu de la route qu'il tiendrait sans cela le long de la ligne de la quille, & de se mouvoir suivant une nouvelle route, c'est-à-dire, qui ne soit sujet à la dérive. Il seroit à souhaiter, qu'on trouvât le moyen d'éviter cet inconvénient, qui ne peut que rendre extrêmement difficile la Théorie de la manœuvre des vaisseaux, & causer beaucoup d'embarras dans la pratique; ce qui paroît assez évidemment par tout ce que nous avons dit jusqu'ici. Mais puisque l'on ne

peut guères se flater d'un heureux succès dans une entreprise de cette nature ; tout ce à quoi on doit s'attacher ; c'est de diminuer autant qu'il est possible l'incommodité qui résulte de la dérive, à laquelle on ne peut pas remédier entièrement.

I V.

L'unique moyen seroit de donner aux vaisseaux, que l'on construit, une figure telle, que l'eau fit contre leur prouë le moins de résistance qu'il est possible. J'ai communiqué autrefois † la Solution d'un Problème, qui a rapport à cette question ; c'est celui par lequel on demande le solide de la moindre résistance, ou qui fend un fluide avec le plus de facilité. Peut-être réussiroit-on mieux dans la construction des vaisseaux, si l'on se seroit des règles que l'on peut tirer de cette Solution ; quoique la figure du solide, déterminée par la Solution que j'ai donnée de ce Problème, se restreigne au seul mouvement direct, ou qui se fait le long de l'axe du solide, & ne détermine rien à l'égard du mouvement oblique. Aussi est-il impossible, que la figure du solide de la moindre résistance puisse être la même pour toutes les obliquités du mouvement. Ce que je prétens n'est donc pas, qu'on s'attache scrupuleusement & d'une manière servile aux conditions trouvées par la solution du Problème : Ce seroit exiger l'impossible, & peut-être même une chose inutile ; il suffit que l'on tire de la Solution de ce Problème les lumières, qui peuvent être utilement employées dans la pratique ; en se remettant pour le surplus à ce que l'expérience a indiqué de plus convenable. Il n'y a pas de doute, que si l'on suivoit cette méthode, & que l'on joignit à la pratique aveugle des Ouvriers les réflexions des habiles Gens, on ne parvint enfin au plus haut degré de perfection où les Arts peuvent être portés. Mais revenons à notre sujet.

† N°. LIV & LVI, pag. 307. 315. & suiv. *Tom. I.*

CHAPITRE IX.

*Du mouvement des Figures curvilignes dans une matiere fluide.
De la détermination tant de la Résistance moyenne que de
sa direction. Et de la Vitesse.*

I.

Après avoir examiné le mouvement d'un vaisseau, dont la figure seroit un Parallelogramme rectangle, & un Rhombe, supposons-en une qui approche d'avantage de celle que doit avoir véritablement un vaisseau. On voit d'abord, que ce ne peut pas être une figure rectiligne: Soit donc une curviligne, telle qu'est la figure qui résulte de la combinaison de deux segmens des cercles égaux sur une corde commune, laquelle représente assez exactement la véritable figure d'un vaisseau: Elle nous servira de modèle pour les autres.

II.

Pour déterminer la dérive, que souffre un tel vaisseau; il faut avant toutes choses montrer ici une maniere générale de trouver la tendance, ou direction, & la quantité de la force moyenne de l'eau, qui d'un mouvement parallèle vient frapper une surface convexe; ou qui résiste (car c'est la même chose) à cette surface, quand elle est mûe parallèlement dans une eau calme. Ce sera de cette détermination que dépendra aussi celle de la route des vaisseaux, qui sont terminés par des surfaces convexes.

III.

Soit ACF la section horizontale d'une telle surface, qui se meut dans l'eau suivant la direction AM : Ainsi l'eau fait son impulsion continuelle sur chaque point C , suivant NC directement opposée, & par conséquent parallèle à AM . Soit AG perpen-

TAB.
XXVI.
Fig. 12.

perpendiculaire à AM, l'axe de la courbe ACF; AB, l'abscisse = x ; BC, l'ordonnée = y ; B*b* différentielle de l'abscisse = dx ; c*c* différentielle de l'ordonnée = dy ; C*c* différentielle de la courbe = dt . Puisque la résistance se fait sentir dans chaque point C suivant CD perpendiculaire à la courbe, & qu'elle est [par l'Art. 2. du Chap. I.] comme C*c* multiplié par le quarré du sinus de l'angle d'incidence cCN, ou C*ce*, c'est-à-dire comme $dt \cdot dx^2 : dt^2 = dx^2 : dt$; il est manifeste, que si nous décomposons cette force, dont la direction est CD, en deux laterales, dont les directions soient CB & CO, l'une perpendiculaire & l'autre parallèle à l'axe AG, il faut faire CD : CB [= C*c* : C*e* = $dt : dx$] = $\frac{dx^2}{dt} : \frac{dx^3}{dt^2}$ = à la force laterale de la résistance suivant CB; Et CD : CO [= C*c* : c*e* = $dt : dy$] = $\frac{dx^2}{dt} : \frac{dx^2 dy}{dt^2}$ = à la force laterale de la résistance suivant CO; Prenant donc l'intégrale de $dx^3 : dt^2$ & de $dx^2 dy : dt^2$, & supposant ensuite AB, ou $x = AG$, on aura les deux forces laterales totales, avec lesquelles la surface ACF est repoussée, partie suivant la perpendiculaire, partie suivant la parallèle à l'axe; c'est pourquoi si sur les lignes prolongées FG & AG, vous faites GH à GI en raison de $f(dx^3 : dt^2)$ à $f(dx^2 dy : dt^2)$, & que vous acheviez le rectangle HGIL, la diagonale GL marquera la détermination & la quantité de la résistance moyenne, & par conséquent aussi celle de la force mouvante. Je veux dire, que pour faire mouvoir d'un mouvement parallèle & uniforme, le plan terminé par la courbe ACF dans une eau sans mouvement, il faut le tirer ou le pousser avec une force, dont la tendance soit parallèle à LG, & qui lui soit proportionnée: Car pour lors cette force mouvante sera directement opposée [comme elle le doit être] à la résistance moyenne du fluide. En voici l'application.

I V.

TAB.
XXVI.
Fig. 13.

Concevons que la courbe ACF soit un arc de cercle ;
dont

dont le centre soit S: Que cet arc soit continué, s'il est besoin de part & d'autre, pour avoir le quart de cercle EACK terminé par les rayons SE & SK, l'un perpendiculaire & l'autre parallèle à la ligne du mouvement ou de la route AM; soient aussi prolongées les lignes CB, & FG en V & T: Cela fait, soit SE, ou SK = a , AR = b , AG, ou RT = c , SR = $\sqrt{aa - bb} = h$, AB = x , BC = y ; on aura par la nature du cercle $yy + 2by = -xx + 2hx$; partant $y = -b + \sqrt{bb - xx + 2hx}$; & $dy = (h - x) dx : \sqrt{bb - xx + 2hx}$; Mais pour tirer commodément les intégrales de $dx^3 : dt^2$, & de $dx^2 dy : dt^2$, observons que $dx : dt [= Ce : Cc] = CV : SC$, ou SE = $y + b : a = \sqrt{bb - xx + 2hx} : a$; ce qui donne $dx^3 : dt^2 = (bb - xx + 2hx) dx : aa$, & $dx^2 dy : dt^2 = (bb - xx + 2hx) dy : aa = (h - x) \sqrt{bb - xx + 2hx} dx : aa$. Or l'un & l'autre est heureusement intégrable, car $\int (bb - xx + 2hx) dx : aa = (bbx - \frac{1}{3}x^3 + hxx) : aa$ & $\int (h - x) \sqrt{bb - xx + 2hx} dx : aa = (bb - xx + 2hx)^{\frac{3}{2}} : 3aa = (bb - xx + 2hx) \sqrt{bb - xx + 2hx} : 3aa$. Mais puisque cette dernière quantité ne se réduit pas à zero [comme cela devoit être] par la supposition de $x = 0$, car il en vient $b^3 : 3aa$; il faut ôter ce $b^3 : 3aa$ de l'intégrale trouvée, selon la maxime de cette méthode, pour avoir ici la véritable intégrale de $(h - x) \sqrt{bb - xx + 2hx} dx : aa$, qui sera $= ((bb - xx + 2hx) \sqrt{bb - xx + 2hx} - b^3) : 3aa$, laquelle exprime avec la première $(bbx - \frac{1}{3}x^3 + hxx) : aa$ la proportion des forces laterales totales de la résistance de l'eau, contre l'arc AC; & mettant c , ou AG, pour x , ou AB, on aura la proportion de ces forces laterales totales pour l'arc entier ACF, savoir GH : GI [= $\int \frac{dx^3}{dt^2} : \int \frac{dx^2 dy}{dt^2}$] =

$$\frac{bbx - \frac{1}{3}c^3 + hcc}{aa} : \frac{(bb - cc + 2hc) \sqrt{bb - cc + 2hc} - b^3}{3aa}$$

$$= \frac{3bbx - c^3 + 3hcc}{3aa} : \frac{(bb - cc + 2hc) \sqrt{bb - cc + 2hc} - b^3}{3aa}$$

$$= (3AR^2 + 3FT^2 + TR^2) \times TR : 2FT^3 - 2AR^3.$$

V.

Si l'arc ACF prend son commencement A au point E , où l'eau ne fait que friser le cercle quand il se meut suivant AM ; on aura $b = 0$, & $h = a$: Et l'analogie generale $GH:GI = 3bbc - c^3 + 3bcc : (bb - cc + 2bc)\sqrt{(bb - cc + 2bc)} - b^3$ se changera en celle-ci $GH:GI = 3ac - cc : (2a - c)\sqrt{(2ac - cc)}$ $= (3FT^2 + TE^2) \times TE : 2FT^3$.

VI.

Si outre cela on suppose $c = a$, ce qui fait que l'arc ACF devient le quart de cercle ECK ; on aura $GH:GI = 2aa : aa = 2 : 1$, c'est-à-dire que le sinus de l'angle HGL , que fait la ligne de la force mouvante avec la ligne de la route, est la moitié du sinus de son complement. On trouve, par le moyen des Tables des sinus, que cet angle HGL doit être à peu près de 26 degr. 34 min.

VII.

Remarquez que comme CV est le sinus de l'arc EC ou de l'angle ESC , qui est égal à l'angle d'incidence Cce ; de même AR & FT sont les sinus des angles d'incidence, sous lesquels l'eau frappe les deux extrémités A & F de l'arc AF , ou ce qui est la même chose, ce sont les sinus des angles, que fait la ligne de la route avec les deux tangentes aux deux extrémités de l'arc AF ; & TR est la différence des sinus des complémens de ces mêmes angles.

VIII.

On peut donc énoncer en forme de Théorème, la raison des deux resistances latérales, disant que *la resistance que l'arc donné ACF souffre suivant la direction parallèle à sa route, est à la resistance qui est imprimée au même arc dans la direction perpendi-*

pendiculaire à sa route; comme le solide fait par la différence, ou par la somme, des sinus des complémens des deux angles d'incidence aux deux extrémités de l'arc, & la somme du quarré de cette même différence jointe au triple des quarrés des sinus de ces angles d'incidence, est au double de la différence des cubes de ces mêmes sinus. De sorte que la ligne de la route étant donnée, il ne sera pas difficile, par le moyen des Tables des sinus, de déterminer la ligne de la force mouvante. Car les deux côtés du rectangle HI proportionnés suivant le Théorème, détermineront la situation de la diagonale LG, dont la prolongation donne la ligne de la force mouvante.

I X.

Pour ce qui est de la raison des vitesses, avec lesquelles l'arc ACF peut être mû en diverses routes, par une même force mouvante; on la détermine aussi par le moyen des rectangles HI. Car soit u la vitesse pour une route, & v la vitesse pour une autre route: Soient aussi GH & GI les deux côtés du rectangle pour la première, & Gb & Gi les deux côtés pour l'autre route: Il est clair, par l'Art. 3. du Chap. I, que les résistances laterales, pour la première route, s'exprimeront par $uu.GH$ & $uu.GI$, & par conséquent la résistance moyenne par $uu.GL$, & qu'ainsi la résistance moyenne pour la seconde route s'exprimera aussi par $vv.Gl$. Or puisque la force mouvante est supposée la même, il faut que les résistances moyennes dans les deux cas soient égales, c'est-à-dire $uu.GL = vv.Gl$, partant $uu : vv = Gl : GL = \frac{1}{GL} : \frac{1}{Gl}$. D'où l'on voit, que le quarré de la vitesse est en raison reciproque de GL, déterminée par le théorème précédent.

X.

Après ce que je viens de démontrer touchant la résistance moyenne imprimée sur un arc de cercle mû dans l'eau d'un

mouvement parallèle ; il ne sera pas difficile d'en faire l'application à des figures terminées par plusieurs arcs circulaires, dont quelques-uns exposés au fil de l'eau, reçoivent toute sa résistance ; pendant que les autres à l'abri des premiers n'en ressentent aucune. Car comme dans les figures rectilignes, les résistances imprimées sur les côtés donnent par leur composition la résistance moyenne & sa direction, de même les résistances contre les arcs circulaires déterminées chacune séparément, donnent la résistance moyenne, & sa direction, ou la position de la ligne de la force mouvante.

C H A P I T R E X.

Application de ce qui a été expliqué dans le Chapitre précédent à un Vaisseau qui a la figure de deux segmens circulaires sur une corde commune.

I.

T A B.
XXVI.
Fig. 14.

Retournons maintenant à l'exemple proposé dans l'Article premier du Chapitre précédent, où $HPMQ$ est la figure d'un vaisseau, composée de deux segmens égaux HPM & HQM pris d'un même cercle, sur une corde commune HM , qui représente la quille du vaisseau : PQ est la ligne de la plus grande largeur, passant par le centre du vaisseau B , & divisant également à angles droits la ligne HM ; BL est la ligne de la route ; BG la ligne de la force mouvante, & sa perpendiculaire DC celle de la voile.

II.

Il est question de déterminer les positions mutuelles des lignes de la route BL , & de la force mouvante BG . Il y a deux cas principaux dont on doit considérer chacun séparément : car l'angle LBM est ou plus grand, ou plus petit que l'angle mixtiligne

l'angle PHB, qui est la moitié de l'angle de la pointe du vaisseau: Il est vrai qu'il y a un troisième cas, auquel l'angle LBM est égal à l'angle PHB ou à PMB; mais celui-ci n'est qu'un corollaire du premier, dont voici la solution.

III.

Soit S le centre de l'arc MPH, par lequel soit tirée la ligne SE perpendiculaire sur la ligne de la route LB, qu'elle rencontre en N, & ses parallèles FHR, KMT, en R & T; comme aussi l'arc continué MPH au point E: supposé présentement que l'angle LBM est donné, l'angle FHB, qui lui est égal, & son complément à deux droits KMB seront aussi donnés; mais les angles invariables PHB & PMB le sont aussi; ôtant donc ces derniers de ceux-là, il restera les angles FHP & KMP, qui sont les angles d'incidence de l'eau sur les deux extrémités H & M de l'arc HPM, lesquels seront pareillement donnés, & partant aussi leurs sinus HR & MT; de même que TR différence des sinus de leur complémens. C'est pourquoi, prenez sur NT la partie NO, qui soit à BN comme $2MT^2 - 2HR^2$ à $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2)$; & menez par B la ligne OBG, qui sera, par l'Art. 4. ou par le Théorème de l'Art. 8. du Chap. précédent, la ligne de la force mouvante.

IV.

Mais si l'on suppose l'angle GBM donné, & qu'il s'agisse de trouver l'angle LBM; il faudra faire le calcul, en mettant une lettre pour le sinus de l'angle inconnu LBM, & la traitant ensuite comme connue, pour arriver à la situation de la ligne BO, c'est-à-dire, à la détermination de l'angle HBO, qui doit être égal à l'angle donné GBM; d'où il résultera une équation, pour la détermination de l'angle de la dérive LBM: mais ce calcul est trop prolix, & l'équation trop composée; pour être de quelque usage dans la pratique.

V.

De sorte qu'il vaut mieux faire des Tables, en supposant l'angle LBM donné, & d'abord le plus grand qu'il est possible, c'est-à-dire de 90 degrés; & puis en le diminuant de degré en degré, de deux en deux, ou de trois en trois &c. selon qu'on souhaitera de le connoître plus ou moins exactement, jusqu'à ce que l'angle LBM devienne égal à l'angle PHM, ou que la ligne BL devienne parallèle à la tangente de l'arc HPM au point H. De cette maniere, on trouvera, pour chaque angle LBM, celui GBM qui lui répond, & son complément MBC que fait la voile avec la quille, que l'on écrira dans les Tables à côté du nombre des degrés de l'angle LBM: Ces Tables serviront ensuite à déterminer indifféremment la ligne de la route, par celle de la force mouvante, ou par celle de la voile; & réciproquement la ligne de la voile par les précédentes, & cela par la simple inspection des Tables, sans aucun autre calcul, à moins que le nombre désiré ne tombe entre deux termes; auquel cas il faut établir une règle de proportion, pour une plus grande précision, conformément à ce qu'on observe ordinairement dans l'usage de ces sortes de Tables.

VI.

Un exemple facilitera l'intelligence de ce que nous venons de dire touchant la construction de cette Table. Je donne 30 degrés à l'angle de la pointe du vaisseau PMQ, ou PHQ, & par conséquent 15 degrés à l'angle PMB ou PHB; ce qui fait que l'arc HPM, ou HQM, est aussi de 30 degrés, & partant la douzième partie de toute la circonférence. Je suppose, par exemple, que l'angle LBM est de 20 degrés; l'angle d'incidence FHP sera donc de 5 degrés, & l'angle TMP de 35 degrés. Ainsi en faisant SP, ou le sinus total = 100000, on aura

Le sinus de 5 degr. ou HR	- - - -	= 8715
son quarré	- - - -	= 75951225
son cube	- - - -	= 661914925875
Le sinus du compl. ou SR	- - - -	= 99619
Le sinus de 35 degr. ou MT	- - - -	= 57357
son quarré	- - - -	= 3289825449
son cube	- - - -	= 188694518278293
Le sinus du compl. ou ST	- - - -	= 81915
SR — ST ou TR	- - - -	= 17704
son quarré	- - - -	= 313431616

Cela donne $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2) = 17704$
 $\times 10410761638 = 184312124039152$; & $2MT^3$
 $- 2HR^3 = 376065206704836$: on a donc $BN : NO =$
 $184312124039152 : 376065206704836 =$ [divisant chaque
terme par 4] $46078031009788 : 94016301676209$; Or BN
est à NO comme le sinus total est à la tangente de l'angle
 NBO ; & ainsi faisant $46078031009788 : 94016301676209$
 $= 100000 : 204037$, ce quatrieme terme fera la tangente de
l'angle NBO , ou de GBL , lequel fera par conséquent de
63 degrés, 53 min. L'angle GBM sera donc de 83 degrés,
53 min. & son complément MBC que fait la ligne de la
voile avec la quille sera de 6 degr. 7 min. Ainsi dans la Ta-
ble des nombres des degrés qui marquent l'angle MBL , ou
la quantité de la dérive, on écrira, à côté du 20^e degré, ce
qu'on a trouvé pour l'angle GBM , sçavoir 83 degr. 53 min.
& pour l'angle MBC de la voile & de la quille, 6 degrés,
7 minutes.

V I I.

On fera la même opération pour toutes les autres suppo-
sitions de l'angle LBM , depuis le 90^{me} degré jusqu'au 15^{me}
degré, auquel cas la ligne de la route BL devient parallèle
à la tangente de l'arc de cercle HPM au point H : ce qui
facilite beaucoup le calcul, parce que l'angle d'incidence FHP ,
se

se changeant en angle d'attouchement, fait évanouir son sinus HR, & que l'autre angle d'incidence PMT est de 30 degrés, dont le sinus est la moitié du sinus total: Tel est donc le calcul de ce cas particulier:

SP ou le sinus total - - - - - = 100000

Le sinus de 0 degr. ou HR - - - - - = 0

son quarré = 0, son cube - - - - - = 0

Le sinus de son compl. ou SR - - - - - = 100000

Le sinus de 30 degr. ou MT - - - - - = 50000

son quarré - - - - - = 2500000000

son cube - - - - - = 125000000000000

Le sinus de son compl. ou ST - - - - - = 86602

SR — ST, ou TR - - - - - = 13398

son quarré - - - - - = 179506404

Ce qui donne $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2) = 13398$

$\times 7679506404 = 102890026800792$, & $2MT^3 - 2HR^3$

$= 250000000000000$; il faut donc faire comme ci-dessus

$102890026800792 : 250000000000000$, ou [divisant cha-

que terme par 8] $12861253350099 : 31250000000000 =$

$100000 : 242978$ qui sera la tangente de l'angle NBO ou

GBL, que l'on trouve de 67 degr. 38 min. à quoi si on

ajoute 15 degr. on a l'angle GBM de 82 degr. 38 min. &

son complément, l'angle MBC de 7 degr. 22 min.

V I I I.

T A B. Enfin, si l'on suppose l'angle LBM plus petit que l'angle
 XXVI. PHB, ce qui fait le second cas, que nous devons résoudre:
 Fig. 15. Outre les lignes que l'on a tirées dans la Fig. précéd. & que
 l'on suppose aussi dans celle-ci, concevons deux paralleles à la
 ligne de la route, EX & ZV, qui touchent les deux côtés
 du vaisseau, l'une en E, & l'autre en Z. Soit de plus AS
 une ligne droite qui joint les deux centres A & S des deux
 arcs HQM & MPH, & soit tirée AZ, qui sera parallèle
 à SE. On voit, qu'au lieu que dans le cas précédent, tout
 le

le côté HPM étoit exposé à la résistance de l'eau, pendant que tout le côté opposé HQM qu'il mettoit à couvert, n'en recevoit aucune impression; dans ce cas au contraire la partie HE du côté antérieur HPM comprise entre l'extrémité H du vaisseau & le point d'attouchement E, demeurant à couvert ne reçoit aucune impression; pendant qu'une partie semblable & égale MZ du côté opposé HQM, comprise entre l'extrémité M du vaisseau & le point d'attouchement Z, se découvrant donne prise à l'action de l'eau. Il est visible que ces parties HE & MZ augmentent à mesure que l'angle de la dérive LBM diminue, jusqu'à ce que cet angle s'évanouissant entièrement, & les points E & Z se confondant avec P & Q, les parties exposées à la résistance, & celles qui demeurent cachées se partagent également, par une ligne perpendiculaire à la quille du vaisseau, les unes faisant la moitié du vaisseau, qui forme la prouë PMQ, & les autres la moitié opposée du vaisseau PHQ à qui l'on a donné le nom de poupe; ce qui arrive lorsque le vaisseau avance directement de pointe.

I X.

Pour déterminer donc la ligne de la force mouvante BG, celle de la route BL étant donnée; il s'agit de trouver la raison de BN à NO, c'est-à-dire, celle qui est entre les forces laterales totales de la résistance, dont l'une est parallèle & l'autre perpendiculaire à la route; mais je remarque, que celle qui est parallèle est égale à la somme de deux autres parallèles totales, & que celle qui est perpendiculaire est égale à la différence de deux autres perpendiculaires, qui proviennent de la résistance de l'eau contre les deux arcs MPE & MZ. Or la raison pour laquelle il faut prendre la somme des unes & la différence des autres, consiste en ce que les deux forces laterales parallèles, de l'un & de l'autre de ces arcs, ont une même tendance suivant BN, & s'aidant ainsi mutuellement

elles doivent être prises ensemble; mais les deux forces laterales perpendiculaires ont des tendances opposées, l'une qui vient de l'arc ME laquelle tend à agir suivant ES, & l'autre qui vient de l'arc MZ suivant ZA; sçavoir dans un sens opposé à la précédente: De là vient qu'il faut prendre la difference, ou l'excès des forces perpendiculaires totales, dont celle qui provient de l'arc EM surpasse l'autre qui vient de l'arc MZ. Ainsi BN doit être à NO comme la somme des deux forces paralleles, à la difference des deux perpendiculaires.

X.

Il s'agit donc de déterminer ces forces-là. Or je vois que les deux arcs MPE & MZ sont dans le cas de l'Art. 5. du Chapit. IX; chacun de ces arcs étant frisé par le cours de l'eau, l'un au point E, & l'autre au point Z; Et MT est le sinus de l'arc EPM, ou de l'angle d'incidence EMT sur l'extrémité de cet arc; de même que Mt [= HR] est le sinus de l'arc MZ [= HE], ou de l'angle d'incidence ZMt sur l'extrémité de cet arc. Telle est la raison pour laquelle $TE \times (TE^2 + 3MT^2)$, & $tZ \times (tZ^2 + 3Mt^2)$ ou $RE \times (RE^2 + 3HR^2)$ expriment les deux resistances paralleles, qui viennent des arcs ME & MZ: Et $2MT^3$, & $2Mt^3$ ou $2HR^3$, expriment les deux resistances perpendiculaires, qui viennent de ces mêmes arcs.

X I.

Soit donc fait, en conséquence de nôtre raisonnement BN: $NO = TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2): 2MT^3 - 2HR^3$: Et soit tirée la ligne OB; OB fera la ligne de la resistance moyenne, & sa prolongation BG, marquera la ligne de la force mouvante.

X I I.

XII.

Un exemple de ce second cas fera voir l'application de la règle: Je suppose le même vaisseau dont l'angle de la pointe PMQ est de 30 degrés. Mais soit l'angle de la dérive LBM [FHB = TMB] plus petit que PHB: Donnons lui par exemple 10 degrés; d'où il suit que l'angle d'incidence TME, ou l'arc EM qui en est la mesure, aura 25 degr. Et l'arc MZ ou HE, 5 degr.

Le sinus total	- - - - -	= 100000
Le sinus de 5 degr. ou HR	- - - - -	= 8715
son carré	- - - - -	= 75951225
son cube	- - - - -	= 661914925875
Le sinus versé RE	- - - - -	= 381
son carré	- - - - -	= 145161
Le sinus de 25 degr. ou MT	- - - - -	= 42261
son carré	- - - - -	= 1785992121
son cube	- - - - -	= 75477813025581
Le sinus versé TE	- - - - -	= 9370
son carré	- - - - -	= 87796900

Ceci connu on aura $TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2) = 9370 \times 5445773263 [51026895474310] + 381 \times 227998836 [86867556516] = 51113763030826;$
 & $2MT^3 - 2HR^3 = 149631796199412$, Que si l'on fait l'analogie $51113763030826 : 149631796199412 [=BN:NO] = 100000 : 292743$, ce quatrieme nombre fera la tangente de l'angle NBO, ou GBL, qui aura par conséquent 71 degrés, 8 min. lequel étant augmenté de 10 degr. donne l'angle GBM de 81 degrés, 8 minutes, dont le complément MBC, qui est l'angle que fait la ligne de la quille avec celle de la voile, est de 8 degrés, 52 minutes.

CHAPITRE XI.

Avis touchant la construction des Tables pour la détermination de la route, de la situation de la quille, & de la vitesse du Vaisseau en forme de segments combinés.
Méprise de feu Mr. HUGUENS.

I.

ON voit assez par tout ce que je viens d'expliquer, la manière dont on peut construire des Tables propres à déterminer les situations de la voile & de la quille, quand la quantité de la dérive est donnée, & par lesquelles on trouveroit réciproquement la route & l'angle de la dérive, la situation de la quille & de la voile étant donnée. Ces Tables deviendroient encore d'une plus grande utilité, si à ce que nous venons de dire, on ajoûtoit la supputation des vitesses, qui répondent à chaque quantité de dérive, & dont les quarrés (par l'Art. 9. du Chap. IX.) sont réciproquement proportionels à la diagonale du rectangle, dont les côtés expriment les forces laterales de la resistance, c'est-à-dire que uu est ici $= 1 : A$ pour le premier cas, & $= 1 : B$ pour le second cas; je suppose $A = \sqrt{((TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2))^2 + (2MT^3 - 2HR^3)^2)}$, & $B = \sqrt{((TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2))^2 + (2MT^3 - 2HR^3)^2)}$. Je sai que ce calcul deviendroit pénible, mais un habile calculateur trouvera, par son industrie des moyens d'en abreger la prolixité.

II.

La commodité qu'on retireroit de ces Tables recompenseroit largement de toute la peine qu'on auroit eüe à les composer: Car on seroit en état, non seulement de diriger le vaisseau pour faire le plus avantageusement la route qu'on se proposoit, mais aussi

aussi de résoudre sur le champ les plus importantes questions ; qu'on fait sur cette matière ; comme , par exemple , la manière de gagner le plus au vent ; de trouver les plus avantageuses situations de la quille ou de la voile , l'une ou l'autre étant donnée , pour fuir le vent &c. On pourroit conter d'autant plus sûrement sur ces Tables , que le vaisseau auroit une figure plus approchante de celle , qui est composée de deux segments circulaires , telle que nous l'avons supposé ici. On verroit combien s'éloigne de la vérité la règle que Mr. le Chevalier RENAU établit pour déterminer la dérive [sur laquelle est bâtie toute sa Théorie] lorsqu'il prétend , que la tangente de l'angle que fait la ligne de la force mouvante avec la quille , & la tangente de l'angle de la dérive , observent constamment une raison donnée , [sans avoir égard à la figure du vaisseau] & égale à celle , qui est entre la résistance , que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec son côté , & la résistance qu'il trouve à la fendre avec sa pointe.

III.

Quand nous n'aurions d'autres preuves , que celles que l'on peut tirer des trois exemples que nous avons calculés , toujours y en auroit-il assez , pour démontrer que la règle de M. RENAU ne pourroit pas subsister. En effet le premier donne l'angle de la ligne de la force mouvante & de la quille de 83 degr. 53 min. dont la tangente est - - - - - = 933154,
 l'angle de la dérive de 20 degr. dont la tangente = 36397.
 Le second exemple donne pour l'angle de la ligne de la force mouvante & de la quille , 82 degr. 38 minutes , dont la tangente - - - - - = 773480,
 l'angle de la dérive 15 degr. dont la tangente - = 26794.
 Le troisieme exemple donne pour l'angle que fait la ligne de la force mouvante avec la quille 81 degr. 8 min. dont la tangente - - - - - = 641026,
 l'angle de la dérive 10 degr. dont la tangente - = 17632.

Mais il s'en faut beaucoup, que ces trois raisons ne soient égales entr'elles, puisque la premiere étant à peu près comme 26 à 1, la seconde comme 29 à 1, & la troisieme comme 36 à 1, pas une de ces trois raisons n'est comme la resistance que le vaisseau trouve à fendre l'eau avec le côté, à la resistance qu'il rencontre en la fendant avec sa pointe; ce qui se vérifiera encore si l'on prend la peine de chercher la raison de ces deux resistances par le moyen de nos deux analogies $BN:NO = TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2) : 2MT^3 - 2HR^3$, & $BN:NO = TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2) : 2MT^3 - 2HR^3$: Dans la premiere desquelles, si l'on suppose l'angle de la dérive de 90 degrés, & dans la seconde si l'on suppose l'angle de la dérive de 0 degré; il est manifeste, que les deux premiers termes $TR \times (TR^2 + \&c.)$ & $TE \times (TE^2 + \&c.)$ qui expriment les resistances laterales parallèles, exprimeront dans ces suppositions les resistances moyennes elles-mêmes, puisque celle-ci ont leur direction parallèle à la ligne de la route, & que les laterales perpendiculaires sont nulles dans ce cas.

V.

Observons donc quelle proportion règne entre $TR \times (TR^2 + \&c.)$ & $TE \times (TE^2 + \&c.)$ dans les mêmes suppositions; Or on voit que LBM (Voiez la Fig. XIV.) étant de 90 deg. TR deviendra = MH, & MT, HR deviendront chacune = BS; & partant $TR \times (TR^2 + 3MT^2 + 3HR^2)$ se changera en $MH \times (MH^2 + 6BS^2)$; on voit aussi que LBM [Voyez la Fig. XV.] étant de 0 degré: TE & RE dégènerent en BP, MT en MB, & HR en HB = MB; ce qui fait $TE \times (TE^2 + 3MT^2) + RE \times (RE^2 + 3HR^2) = 2BP \times (BP^2 + 3MB^2)$; ainsi en comparant $MH \times (MH^2 + 6BS^2)$, ou [à cause que $MH = 2MB$] $2MB \times (4MB^2 + 6BS^2)$ avec $2BP \times (BP^2 + 3MB^2)$, ou [à cause

cause que $4MB^2 + 4BS^2 = 4SP^2$, & $BP^2 + MB^2 = PM^2 = 2SPB$] comparant $MB \times (2SP^2 + BS^2)$ avec $BP \times (SPB + MB^2)$; nous aurons la proportion entre les deux resistances contre le côté & la pointe : Je mets donc SP, ou le sinus total - - - - - = 100000
 MB sinus de l'arc MP de 15 degrés - - - = 25882
 SB sinus du complément - - - - - = 96593
 BP sinus verse du même - - - - - = 3407

Ce qui donne $MB \times (2SP^2 + BS^2) : BP \times (SPB + MB^2) = 126520739061903 : 573839631178$: Mais le premier de ces nombres contient l'autre plus de 220 fois; la resistance que le vaisseau souffre en fendant l'eau avec le côté, sera donc plus de 220 fois plus grande que celle qu'il rencontre en la fendant avec la pointe; en sorte que la raison de ces deux resistances est encore plus de six fois plus grande que la raison de 36 à 1, qui est pourtant la plus grande raison de nos trois exemples entre la tangente de l'angle de la ligne de la force mouvante & de la ligne de la quille, & la tangente de l'angle de la dérive. Ce qui fait voir que la règle de Mr. RENA U pour déterminer la dérive, quelque vraisemblance qu'elle ait, n'est pas à beaucoup près approchante d'une justesse passable; & que pour la bien déterminer, il faut nécessairement recourir à la considération de la figure du vaisseau, dont la diversité peut causer une si grande difference dans le rapport de la situation de la route, & de la ligne de la force mouvante, qu'il peut arriver, comme je l'ai prouvé ci-dessus pour la figure d'un parallelogramme rectangle, que la ligne de la route fasse avec la quille un plus grand angle, que ne fait la quille elle-même avec la ligne de la force mouvante, quoique cela semble hors de toute apparence.

V I.

Il paroît que Mr HUGUENS refutant une des méprises de Mr. RENA U, touchant la détermination de la vitesse, n'a pas remarqué la seconde méprise, où est encore tombé Mr. RENA U.

NAU au sujet de la dérive, quoique d'une plus grande conséquence. On voit même clairement, qu'il lui a passé cette erreur comme une chose véritable, dont il convient; En voici trois preuves: 1°. Dans sa remarque sur le livre de Mr. le Chev. RENAU inserée dans la *Bibliothèque universelle* du mois de *Septemb.* de l'Année 1693, au 4 paragraphe, il ne fait consister toute la méprise de Mr. RENAU que *dans ce qu'il veut que le vaisseau soit parvenu de B en L DANS LE MEME TEMPS (voy. sa Figure) qu'il seroit parvenu de B en G*; écrivant ces mots *dans le même temps* en d'autres lettres, pour faire remarquer, qu'il ne lui contestoit pas la position de la route BL, mais seulement le temps, ou la vitesse pour parcourir BL. 2°. Au dernier paragraphe de sa piece, où il marque la raison pourquoi la considération de la dérive apporte beaucoup de difficulté à cette Théorie, il affirme, que pour déterminer la dérive, *il est nécessaire d'avoir égard non seulement au plus de difficulté que le vaisseau a en fendant l'eau avec le côté qu'avec sa pointe, ainsi qu'a fait Mr. RENAU, mais encore à l'impulsion différente, que reçoit le corps du vaisseau par le vent, sur tout par les côtés*: Tout comme si, en faisant abstraction de cette impulsion du vent sur le corps du vaisseau, l'unique & la véritable maniere de déterminer la dérive étoit fondée sur la raison des résistances de l'eau contre le côté du vaisseau & contre sa pointe, sans aucun égard à sa figure, dont il ne fait pas seulement mention. 3°. Dans la réplique qu'il publia à la réponse de Mr. RENAU; il dit sur la fin que *cette Théorie comme l'avoit donnée Mr. RENAU seroit vraie, si les résistances de l'eau étoient comme les vitesses du vaisseau, au lieu qu'elles sont comme les quarrés de ces vitesses*. Or je prétens, qu'elle ne seroit pas plus vraie dans une supposition que dans l'autre, entant qu'elle regarde la quantité de la dérive. Car il est aisé de voir que la considération de la figure du vaisseau doit toujours servir de fondement à la détermination de cette quantité, quelque supposition qu'on fasse pour le rapport entre les résistances & les vitesses.

CHAPI-

N^o XCI.

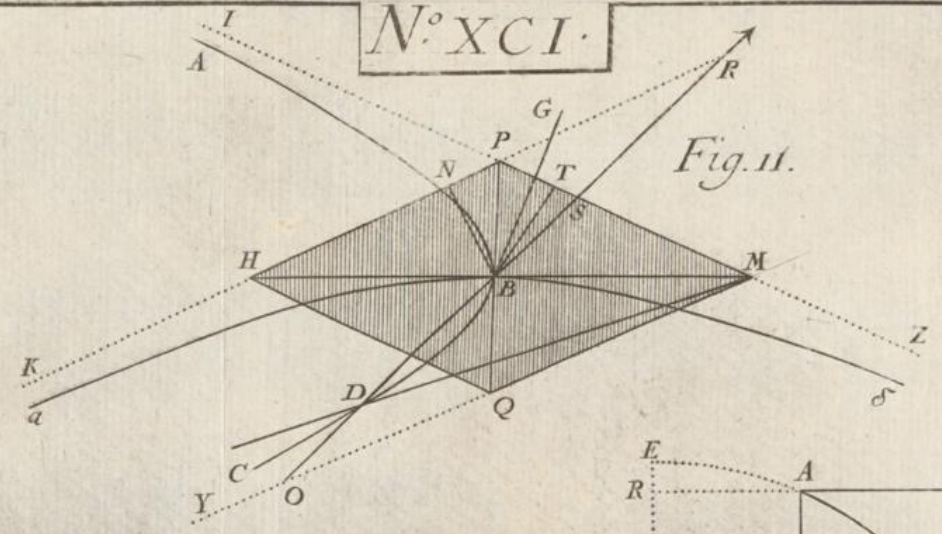


Fig. 11.

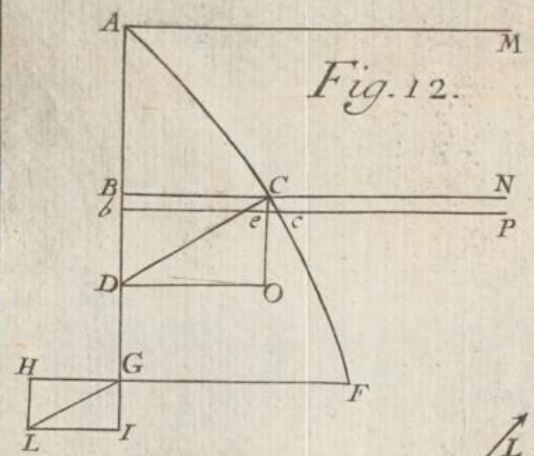


Fig. 12.

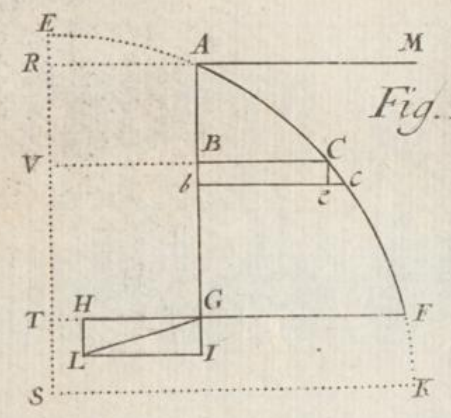


Fig. 13.

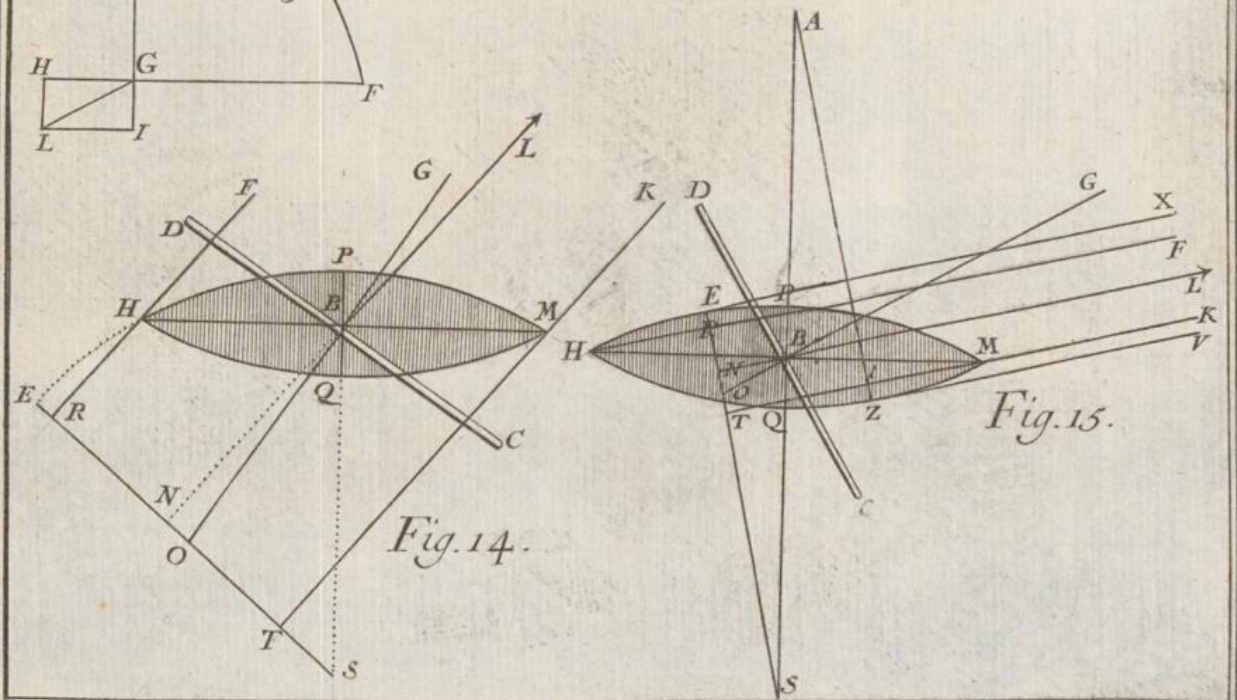


Fig. 14.

Fig. 15.

CHAPITRE XII.

De l'endroit le plus commode pour planter le Mât dans le Vaisseau, afin qu'il mette la résistance de l'eau en équilibre.

I.

AVant que de finir ce discours il est à propos d'avertir, que bien que la ligne BG, telle que nous l'avons déterminée par rapport à la ligne de la route BL, marque la direction de la ligne de la force mouvante, ou l'angle qu'elle doit faire avec la quille BM; on ne fait pourtant pas encore de quel point de la quille cette ligne doit partir, ou en quel point B doit être arboré le Mât, afin que la résistance de l'eau contre le vaisseau se partage si bien de côté & d'autre de BG, qu'il y ait équilibre entre ces deux parties de la résistance, & que l'une ne fasse pas plus d'effort que l'autre, pour tourner le vaisseau autour du point B, où est le mât, qui en est comme le pivot.

II.

Je fais que ce point B ne peut pas être fixe, & qu'il changera selon le changement de la dérive; c'est pourquoi on plante le mât environ dans le point du milieu du vaisseau, afin qu'il soit à peu près également proche de tous les véritables endroits où il le faudroit mettre pour toutes les différentes dérives; & le peu d'effort que fait la résistance de l'eau d'un côté plus que de l'autre, & qui feroit tournoyer le vaisseau au tour de B, peut être aisément contrebalancé par la direction du gouvernail pour empêcher que le parallélisme du mouvement de la quille HM ne soit troublé. Il est pourtant aussi vrai, que plus cet excès d'effort que le gouvernail doit détruire est grand, plus il y a de force perdue dans celle qui fait avancer le vaisseau, & par conséquent la vitesse en sera plus retardée. Car il est visible,

Joan. Bernoulli Opera omnia Tom. II. K que

que l'effort de la résistance étant balancé contre le mât, le gouvernail pourra demeurer dans l'inaction, c'est-à-dire, dans une situation parallèle à la ligne de la route, pendant que le vaisseau gardera toujours le parallélisme de son mouvement, en sorte que la force du vent n'ayant pas à vaincre la résistance du gouvernail, elle sera employée toute entière à faire avancer le vaisseau.

III.

Aussi ne sera-t-il pas tout à fait inutile, de démontrer ici une manière de déterminer pour chaque route l'axe de la résistance moyenne [j'appelle ainsi la ligne BG, qui met en équilibre la résistance de part & d'autre] & partant le point où doit être placé le mât, qui sera celui où cet axe coupe la ligne de la quille. Je m'étonne que ni Mr. RENAULT ni Mr. HUGUENS n'ayent point songé à cette question, qui paroît pourtant assez essentielle à la Théorie de la Manœuvre des vaisseaux.

IV.

TAB.
XXVII.
Fig. 16.

Soit, comme dans la Fig. XII. ACF un arc d'une courbe quelconque mû dans l'eau suivant la direction AM; AG perpendiculaire à AM, sur laquelle sont prises les abscisses AB, qui répondent aux ordonnées BC parallèles à AM. Nous avons démontré que chaque élément ou différentielle de la courbe Cc est poussé par la résistance suivant la perpendiculaire CD avec une force proportionnelle à $dx^2 : dt$; laquelle étant décomposée en deux forces laterales, donne pour la parallèle à AM suivant CB, $dx^3 : dt^2$, & pour la perpendiculaire suivant CO, $dx^2 dy : dt^2$. Ainsi considerant les forces parallèles suivant CB, comme appliquées aux points B, & les forces perpendiculaires suivant CO, aux points Q; nous aurons une espece de levier GAZ à deux bras GA & ZA qui font un angle droit GAZ, & qui sont chargés dans tous leurs points B & Q, des forces proportionnelles à $dx^3 : dt^2$ & dx^2

$dx^2 dy : dt^2$, lesquelles agissent perpendiculairement les unes sur AB, & les autres sur AZ.

V.

Où si on aime mieux on pourra prendre GAZ, comme deux lignes inflexibles en forme d'équerre, & pesantes, dont les poids élémentaires aux points B & Q observent la même proportion, savoir de $dx^3 : dt^2$, & de $dx^2 dy : dt^2$.

V I.

De quelque manière que l'on considère donc la chose, il est clair, que si au centre de force, ou de pesanteur, R de la ligne AG on applique la ligne KR, cette ligne deviendra l'axe de l'équilibre de toutes les forces, qui agissent sur AG, ou de toutes celles qui agissent suivant la même direction sur l'arc ACF; c'est-à-dire que KR est l'axe des forces laterales parallèles, qui les balance également, ou qui les soutient en équilibre. Par la même raison TX, appliquée au centre de force, ou de pesanteur, de la ligne AZ, sera l'axe des forces laterales perpendiculaires, qui les met en équilibre.

V I I.

Le point S, où se rencontrent ces deux axes d'équilibre, sera donc le centre où se réunissent toutes les forces, tant parallèles que perpendiculaires, c'est-à-dire, toute la résistance que l'eau fait à l'arc ACF: Ainsi la ligne droite NV qui passe par ce centre S, & qui est parallèle à la ligne de la force mouvante LG, dont nous avons ci-dessus déterminé la direction, sera l'axe de la résistance moyenne; qui aura cette qualité, que si au point S, ou dans un autre point de la ligne NSV, on attache une corde infiniment longue, pour trainer suivant la direction SV le plan AGF terminé par l'arc ACF, que je suppose être seul exposé à l'action de la résistance, le mouvement

se fera suivant la direction SK, nonobstant la direction SV de la force qui traine; & la resistance contre l'arc AP sera contrebalancée par la resistance contre l'arc FP.

VIII.

Ou si supposant le plan AGF en repos, & attaché à la corde SV d'une longueur quelconque, un torrent heurte continuellement contre l'arc ACF, suivant la direction KS, ou ZA; je dis que non seulement le plan AGF ne pourra pas être entraîné, mais aussi qu'il ne pourra pas être tourné autour du point, où est attaché la corde, à cause de l'équilibre, qui se fait entre les deux parties de l'action de l'eau sur les deux arc AP & FP: enforte qu'il demeurera suspendu comme immobile, & bandera la corde, de toute la force que le torrent peut imprimer à l'arc ACF; & que si la corde venoit à se rompre, le plan AGF commenceroit dans le premier moment à descendre, non point suivant la direction du torrent SR, mais suivant SN; quoi qu'il soit vrai, que ce mouvement oblique s'accommoderoit dans la suite peu à peu au mouvement de l'eau, à mesure que le plan entraîné par le torrent seroit enfin parvenu à une vitesse égale à celle du torrent.

IX.

Ce sont là des raisonnemens, qu'on pourroit aisément vérifier par l'Expérience, qui ne manqueroit pas, à coup sûr, de décider en faveur de ma méthode d'expliquer la nature de la dérive, & de déterminer les lignes de la route & de la force mouvante l'une par l'autre, comme aussi l'axe de la resistance moyenne.

CHAPITRE XIII.

De l'Axe & du Centre de la résistance moyenne de l'eau, déterminés par une construction géométrique.

I.

J'AI fait voir que pour déterminer l'axe de la résistance moyenne, il s'agit de trouver les centres de gravité R & T, des deux lignes AG & AZ pesantes, dont les élémens de pesanteur soient respectivement comme $dx^3 : dt^2$ & $dx^2 dy : dt^2$. Or, par les principes de la Statique, on trouve le centre de gravité de plusieurs poids en ligne droite, en divisant la somme des moments de ces poids par la somme des poids mêmes; par le moment, on entend le produit d'un poids par sa distance à un point fixe, que l'on prend pour le point d'appui, ou pour le centre du mouvement. Ainsi prenant A pour ce point, on aura le moment de toute la ligne AG [composée d'une infinité de poids] $= f(x dx^3 : dt^2)$, bien entendu qu'on suppose x devenir $= AG = c$. La somme des poids est $f(dx^3 : dt^2)$; donc AR $= f(x dx^3 : dt^2)$ divisé par $f(dx^3 : dt^2)$. Il en est de même de AT, qui se trouvera $= f(y dx^2 dy : dt^2)$ divisé par $f(dx^2 dy : dt^2)$.

II.

Si ACF est un arc de cercle, ces valeurs de AR & de AT deviennent encore fort à propos intégrables, & peuvent par conséquent se construire par la Géométrie ordinaire. Car transportant à la Fig. XVI. les lettres algébriques de l'Art. 4. du Chap. IX. on aura $x dx^3 : dt^2 = (bbx - x^3 + 2hxx) dx : aa$, dont l'intégrale $= (\frac{1}{2}bbx^2 - \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}hx^3) : aa$, & comme $f(dx^3 : dt^2)$ a été trouvé $= (bbx - \frac{1}{3}x^3 + hxx) : aa$, par la substitution il viendra AR $= (\frac{1}{2}bbxx - \frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}hx^3) : (bbx - \frac{1}{3}x^3 + hxx) = (6bbx - 3x^3 + 8hxx) : (12bb - 4xx + 12hx)$.

K 3

De

De plus on aura $y dx^2 dy : dt^2 = \frac{b + \sqrt{(bb - xx + 2hx)}}{(b - x) \sqrt{(bb - xx + 2hx)}} dx : aa$, ce qui produit $((-bb + bx) \sqrt{(bb - xx + 2hx)} + bbb - 3bxx + 2bbx - bbx + x^3) dx : aa$ dont l'intégrale $= (-\frac{1}{3}b(bb - xx + 2hx)^{\frac{3}{2}} + hbbx - bx^3 + hbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4) : aa$; mais cette quantité par la supposition de $x = 0$, devient $-\frac{1}{3}b^3 : aa$; ce qu'il faut joindre sous le signe contraire à l'intégrale trouvée, pour la faire évanouir dans le cas de $x = 0$; ainsi nous aurons $f(y dx^2 dy : dt^2) = (-\frac{1}{3}b(bb - xx + 2hx)^{\frac{3}{2}} + hbbx - bx^3 + hbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}b^3) : aa$ & puisque $f(dx^2 dy : dt^2)$ a été trouvé $= (\frac{1}{3}(bb - xx + 2hx)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}b^3) : aa$ en substituant on aura $AT = (-\frac{1}{3}(bb - xx + 2hx)^{\frac{3}{2}} + hbbx - bx^3 + hbxx - \frac{1}{2}bbxx + \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}b^3) : (\frac{1}{3}(bb - xx + 2hx)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3}b^3)$.

III.

Ayant ainsi déterminé AR & AT, on aura S le centre de la résistance moyenne, comme aussi la position de SV parallèle à LG, qui sera l'axe de l'équilibre de la résistance; mais je ne m'arrête pas à chercher par une opération géométrique la construction de ces deux lignes AR & AT exprimées analytiquement; elle deviendrait trop pénible, & je la néglige avec d'autant plus de raison, que j'enseignerai une autre construction, beaucoup plus courte & plus simple, tirée de la considération particulière des forces, qui tendent toutes vers un point donné, après que j'aurai fait remarquer les cas les plus faciles, qui suivent de ces expressions analytiques. Si $b = 0$, c'est-à-dire, si l'eau frise l'extrémité A, & partant si $b = a$; alors AR sera $= (-3xx + 8ax) : (-4x + 12a)$, ou [mettant c pour x] $(-3cc + 8ac) : (-4c + 12a)$, & $AT = (-3ax^3 + 3aaxx + \frac{3}{4}x^4) : (-xx + 2ax)^{\frac{3}{2}}$, ou $(-3ac^3 + 3aacc + \frac{3}{4}c^4) : (-cc + 2ac)^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{4}\sqrt{(2ac - cc)} = \frac{3}{4}GF$.

IV.

I V.

Ce qui donne occasion à la construction suivante: Soit donné un arc de cercle quelconque APF, mû dans l'eau suivant la tangente AT; N, est le centre de cet arc; NA, le rayon au point d'attouchement; FG, perpendiculaire sur NA; AE, diamètre du demi-cercle AFE. Prolongez AE en Y, en sorte que EY = au rayon: Prenez NR = aux trois quarts de la troisième proportionnelle de YG à EG: Elevez la perpendiculaire RS, & la faites = aux trois quarts de GF: Tirez enfin NS; je dis que le point S sera le centre de la résistance moyenne, & NS l'axe de l'équilibre de la résistance moyenne.

T A B.
XXVII.
Fig. 17.

D E M O N S T R A T I O N.

Car [nommant comme dans l'analyse AN, ou NE = a = EY, & AG = c] on aura YG [3a - c]: EG [2a - c] = EG [2a - c]: $\frac{4aa - 4ac + cc}{3a - c}$, dont les trois quarts (12aa - 12ac + 3cc): (12a - 4c) = [par constr.] NR; par conséquent AR [AN - NR] = (8ac - 3cc): (12a - 4c), & AT [RS] est [par constr.] = $\frac{3}{4}$ GF: donc le point S est le centre de la résistance moyenne; ce qu'il falloit démontrer en premier lieu. De plus RS: RN = [par construct.] $\frac{3}{4}$ GF ou $\frac{3}{4}\sqrt{(2ac - cc)}$: $\frac{12aa - 12ac + 3cc}{12a - 4c}$ = [en divisant par $\sqrt{(2a - c)}$] \sqrt{c} : $\frac{(2a - c)\sqrt{(2a - c)}}{3a - c}$ = [multipl. par $(3a - c)\sqrt{c}$] 3ac - cc: (2a - c) $\sqrt{(2ac - cc)}$ = [par l'Art. 5. du Chap. IX.] GH: GI, ou HL. Donc NS est parallèle à LG; donc aussi NS est l'axe de l'équilibre de la résistance moyenne; ce qu'il falloit démontrer en second lieu.

V.

V.

Mais sans faire aucun calcul analytique, la considération de la pression du fluide sur un arc de cercle, mû suivant une direction *AT* quelconque, soit qu'elle touche l'arc *AF*, ou qu'elle le coupe, fournit une construction très-facile & très-simple: Car comme cette pression de la résistance est composée d'une infinité de forces appliquées sur les élémens de cet arc, lesquelles forces tendent toutes vers un point commun *N*, qui en est le centre, & où elles se réunissent, desorte que l'axe de l'équilibre passe aussi nécessairement par le même point; Et comme il est outre cela parallèle à *GL*; on voit que pour la décrire, dans la figure du vaisseau pour le premier des deux cas exprimés dans l'Art. 2. du Chapit. X. il ne faut que tirer par le centre *S* (Voyés Fig. XIV.) une parallèle à la ligne de la force mouvante *BG*; cette parallèle fera l'axe de l'équilibre de la résistance, & le point où elle coupe la ligne de la quille *HM*, sera le véritable endroit, où il faudroit arborer le Mât, au moins pour la dérive *LBM*.

VI.

Quant à l'autre cas, il faut tirer séparément par le centre *S* (Voyés Fig. XV.) l'axe de l'équilibre de la résistance contre l'arc *ME* & puis on tirera aussi par le centre *A* l'axe de l'équilibre de la résistance contre l'arc *MZ*: Il est manifeste, que l'interfection de ces deux axes sera le centre de toute la résistance moyenne; c'est pourquoi la ligne menée par ce point parallèle à *BG*, sera l'axe commun de l'équilibre, & par conséquent où il rencontre la ligne de la quille; ce sera l'endroit du mât.

VII.

Or comme on voit aisément, que dans l'un & l'autre de ces cas, ce point de concours se trouve toujours entre *B* & *M*,

M, plus ou moins éloigné de B selon les différentes dérivées, ou selon les différentes positions de la voile, & de la quille; Il est évident, que le mât devant être planté dans un endroit fixe, on doit choisir pour cela un point plus proche de la proue que de la poupe, & qui soit éloigné de B d'un éloignement moyen entre le plus petit éloignement qui est nul, & le plus grand: De cette manière, le parallélisme dans le mouvement du vaisseau se conservera, sans que le gouvernail ait besoin d'y contribuer beaucoup, & par conséquent sans qu'il s'oppose sensiblement à l'effet de la force du vent, c'est-à-dire, à la vitesse du vaisseau.

CHAPITRE XIV.

De la Courbure de la Voile.

I.

J'E fis voir le premier dans le *Journal des Sçavans* du mois d'Avril 1692,* & après moi, feu mon Frere dans les *Actes de Leipsic* au mois de May suivant, que la Courbure de la Voile doit être la même que la Chainette, supposé que le vent donne obliquement dans la voile, & qu'il ne s'arrête pas dans sa cavité; car autrement la nature de la courbe change, selon les diverses manières dont la voile reçoit le vent, & selon qu'elle le retient, ou qu'elle le laisse échapper, plus ou moins librement.

II.

Jusqu'ici nous avons supposé, que la Voile étoit une superficie plate, que le vent pouvoit suivant une seule détermination, qui lui est perpendiculaire; mais une superficie courbe étant poussée par un même vent, suivant autant de déterminations différentes qu'il y a de différentes perpendiculaires à la courbe; il est manifeste que nôtre Théorie seroit inutile pour la pratique,

Joan. Bernoulli Opera omnia Tom. II. L si

* Ci dessus N°. VII.

si toutes ces directions ou déterminations des forces ne pouvoient pas être réduites à une détermination moyenne, selon laquelle la force du vent pousse tout le vaisseau, & laquelle par conséquent doit être directement opposée à la force moyenne de la résistance de l'eau : En effet Mr. RENAU à fort bien remarqué dans son Traité pag. 106. que *le vaisseau sera poussé de la même maniere, que si sa voile étant plate, elle étoit située suivant une ligne perpendiculaire à la Direction moyenne entre toutes les forces, dont la voile est poussée vers la direction moyenne; ce sont là ses propres termes* : Cependant il n'a pas entrepris de déterminer cette moyenne force & direction, si non par conjecture; quoiqu'il soit très-important de la sçavoir au juste, puisque c'est de cette direction que dépend la substitution (laquelle on peut faire dans la pensée) d'une Voile plate équivalente.

I I I.

Feu mon Frere a donné à la vérité une règle pour cela dans les *Actes de Leipsic* 1692, p. 204, mais que lui-même a reconnu ensuite être fautive, de même que la plupart des autres propositions qu'il a avancées sur cette matiere, qui sont fausses; voulant donc les corriger il donna une nouvelle règle pour la direction moyenne, dans les mêmes *Actes* en 1694, p. 275, mais qui ne se rencontra pas meilleure que la première; ce qu'il reconnoit encore lui-même dans les *Actes* de l'Année suivante 1695, p. 547 & 548, où rejettant les deux premières; il en propose enfin une troisième, que je trouve effectivement n'être pas fausse; mais outre qu'elle suppose que la nature de la courbe est donnée par une équation, elle est encore exprimée par des grandeurs différentielles, qui ne donnent qu'une idée très-confuse d'une chose très-simple en elle-même, & que je détermine par le moyen de la seule position donnée des deux tangentes extrêmes de la voile, sans supposer qu'on connoisse, ni la nature de la courbe, ni aucune autre chose.

I V. Ce

I V.

Ce n'est pas la méthode generale, dont je me suis servi ci-dessus dans la recherche de l'axe de l'équilibre de la resistance moyenne, & qui pourroit aussi être employée ici, quoique moins commodément; ce n'est pas, dis-je, la méthode generale, qui m'a conduit à la découverte d'un Theorème très-curieux & très-utile pour la pratique, quand il est question de déterminer la direction moyenne & l'axe de l'équilibre des impulsions du vent contre la voile; mais c'est une autre méthode particuliere, que je communiquerai dans la suite; mais voyons auparavant en quoi consiste la Règle de mon Frere.

V.

Soit ABH une courbe quelconque, qui represente non seulement une voile enflée par le vent, mais aussi un morceau de linge rempli d'une liqueur uniformément ou non-uniformément pesante, ou si l'on veut, soit ABH une corde parfaitement flexible, poussée ou tirée dans tous ses points, de maniere qu'elle forme une ligne courbe par une infinité de puissances égales ou inégales, chacune suivant une direction perpendiculaire à la courbe. L'abscisse $AF = x$; l'ordonnée $FB = y$; la courbe $AB = s$; AC & BC sont deux tangentes aux points A & B, qui se rencontrent en C; BD est une perpendiculaire: Cela posé, mon Frere ordonne de prendre $BD = (x ds^2 + x dy ds) : dx^2$, & de tirer ensuite CD, qui fera l'axe de l'équilibre des impulsions du vent faites sur la portion AB.

TAB.
XXVII.
Fig. 18.

V I.

Je remarque ici (ce qui soit dit en passant) qu'il auroit pu exprimer plus simplement la ligne BD, en la faisant $= x ds : (ds - dy)$; car $x ds : (ds - dy)$ est $= (x ds^2 + x dy ds) : dx^2$, & ainsi elles ne font qu'une même quantité; vérité dont chacun peut aisément se convaincre, si comparant, ces deux expressions ensemble, on les multiplie ensuite en croix.

CHÂPITRE XV.

De l'axe de l'équilibre des impressions du Vent sur une Voile courbe, déterminé par un Theorème que l'on démontre par quelques Propositions de Statique.

I.

VOici maintenant mon Theorème conçu en peu de mots; sans tirer la ligne BD & sans considerer les x , y & s .

THEOREME.

La ligne CD , qui coupe l'angle ACB en deux également, sera la direction moyenne & l'axe de l'équilibre des impressions sur la portion de la courbe AB .

Pour démontrer ce Theorème, je me servirai de quelques propositions déduites de la Statique commune.

II.

PROPOS. I.

TAB.
XXVII.
Fig. 19.

Si trois forces A , B , F , vivent ensemble un point C , & qu'elles soient en équilibre mutuellement: Je dis que si la direction de l'une FC est prolongée en D ; Les trois forces A , B & F seront respectivement comme les sinus de ces trois angles DCB , DCA , & ACB , ou de son complément à deux droits.

Cette proposition se trouve démontrée dans presque tous les livres de Mécanique: Voyez entre autres la proposition fondamentale de Mr. VARIGNON dans son *Projet d'une Nouvelle Mécanique* pag. 11.

III.

COROLLAIRE.

Si FCD partage également l'angle ACB , les deux forces A & B seront égales.

IV.

I V.

P R O P O S. I I.

Si ACDB est un fil, ou une corde, attachée ou soutenüe aux deux extremités A & B, pendant qu'aux deux points C & D elle est bandée ou tendüe par deux puissances ou forces CR & DS: Je dis que la direction moyenne de ces deux puissances, ou leur axe d'équilibre, sera XV diagonale du trapeze, qui se forme par la prolongation des lignes AC, BD, & RC, SD.

TAB.
XXVII.
Fig. 20.

DEMONSTR. Car il est manifeste que les deux cordes AC & BD sont tendües de la même maniere, par les forces CR & DS, que si les cordes AC, BD prolongées en *c* & *d*, & jointes par la corde *cd* parallèle à CD, étoient tendües par les mêmes forces *cr*, *ds*, & suivant les mêmes directions; parce que les directions des resistances & des forces *Ac*, *cd*, *Bd*, & *cr*, *ds*, demeurant les mêmes que AC, CD, BD & CR, DS, il se fera encore le même équilibre entre les resistances & les forces; c'est-à-dire, qu'il faudra autant de force en A & B pour soutenir la corde *Ac dB* tendüe par les deux forces *cr* & *ds*, qu'il en faut pour soutenir la corde ACDB tendüe par les forces CR & DS, égales & parallèles à *cr* & *ds*, supposé CD parallèle à *cd*. Les forces *cr* & *ds* ont donc la même direction moyenne que les forces CR & DS: C'est pourquoi concevant que *cd* soit infiniment proche du point de concours X, & partant infiniment petite, en sorte que les points *c* & *d* se confondent enfin au point X; ce sera la même chose, que si ce point X étoit tiré par deux forces XL & XM égales & parallèles aux forces CR & DS. Or il est visible que la direction de la force moyenne de XL & de XM doit passer par le point X, puisque c'est la diagonale du parallélogramme ML fait par les deux côtés XL & XM: La ligne XN sera donc aussi la quantité & direction moyennes des forces CR & DS. Que si nous considérons présentement RCDS comme une corde soutenüe par les deux bouts R & S, & tendüe par deux forces

CA & DB, ce qu'il est permis de s'imaginer; on suivra le même raisonnement pour prouver que la direction moyenne des forces CA & DB, qui doit être directement opposée à la première XN [puisque ce sont les directions de l'action & de la réaction] passera par le point de concours V; d'où il s'ensuit que XV sera la commune direction moyenne des forces CR, DS, qui tendent la corde, aussi bien que des résistances ou des tensions, que souffre la corde suivant CA, DB; ainsi XN & XV seront situées en ligne droite.

V.

Cette démonstration peut encore être abrégée de la manière suivante: Les forces tendantes CR, DS sont disposées comme si elles partoient du point V; & l'on peut considérer les forces résistantes CA, DB comme partantes du point X: Les points V & X peuvent donc aussi être regardés comme les deux extrémités d'une ligne inflexible VX, poussée de V vers X par la réaction moyenne des forces tendantes, & repoussée de X vers V par réaction moyenne des forces résistantes: d'où il est aisé de conclurre, que VX doit être la commune direction moyenne des forces tendantes & des résistances.

V I.

C O R O L L.

Si les deux angles ACD & BDC, égaux ou inégaux, sont coupés également par les directions des forces VCR, VDS; c'est-à-dire si $ACV = DCV$, & $BDV = CDV$; les trois portions de la corde AC, CD, & DB, seront également bandées, ou bien, chacune aura besoin de la même fermeté pour résister à la rupture. Car, par le Coroll. de la Proposition précédente, la force avec laquelle DC est tiré ou tendu de D vers C par la puissance CR, est égale à la force avec laquelle AC est tiré ou tendu de A vers C par cette même puissance CR: Et pareillement les forces avec lesquelles CD & BC sont tirées

tirées ou tendus de C vers D, & de B vers D par la puissance DS, sont égales entre elles. Or le point C est tiré vers D par un effort égal à celui avec lequel D est tiré vers C, à cause de l'égalité qu'il y a entre l'action & la réaction. Donc les tensions, & partant les fermetés requises pour empêcher la rupture, sont égales dans les trois portions du fil AC, CD, & DB.

V I I.

P R O P O S. III.

Le fil ou la corde ACDEFB, attachée ou soutenue aux extrémités A & B, étant tendue par plusieurs puissances CR, DS, ET, FP &c. quelconques, en sorte qu'elle prenne la forme d'un polygone ACDEF: Je dis que 1°. La direction moyenne VX, ou l'axe de l'équilibre de ces forces ou puissances, passera par le concours X des portions extrêmes de la corde AC, BF prolongées, & par le centre de gravité O des points L, M, N, K, après avoir tiré les lignes XL, XM, XN, XK parallèles & égales à leurs respectives CR, DS, ET, FP. 2°. La quantité de la force ou puissance moyenne sera exprimée par la quatrième proportionnelle de l'unité, du nombre des points L, M, N, K & de la distance de leur centre de gravité au point X.

T A B.
XXVII.
Fig. 21.

DEMONSTR. La première partie de cette proposition se démontre par la précédente: Car la direction moyenne des deux forces CR & DS passant par le concours G, des deux portions du fil AC, ED prolongées; on pourra à la place du fil ACDEF tendu par trois puissances en C, D, & E, substituer le fil AGEF, tendu seulement par deux puissances en G & E, dont celle en G soit la moyenne de CR & DS; ainsi la direction des deux forces ou puissances en G & E, c'est-à-dire, des trois en C, D, & E, passera par le concours H des deux portions du fil AC, FE prolongées: En continuant de cette manière on prouvera, que la moyenne direction de toutes les puissances CR, DS, ET, FP &c. passera par le concours X des portions extrêmes du fil AC,

AC, BF prolongées. La seconde partie de cette proposition est claire par l'Articl. 16 du Chap. I.

VIII.

COROLL. I.

Si tous les angles du polygone, représenté par la corde tendue, égaux ou inégaux, sont coupés également par les directions des puissances, comme on l'a supposé dans le Corollaire de la Propos. II; on prouvera de même, que toutes les portions AC, CD, DE &c. du fil ACDEFB sont également tendues ou bandées.

IX.

COROLL. II.

Or puisque les deux portions AC & BF sont tendues de la même manière qu'elle le feroient, si elles étoient continuées en X, & qu'on y appliquât la force moyenne suivant la direction moyenne VX; il faut que AX & BX, en faisant la supposition précédente, soient aussi également tendues: donc par la converse du Coroll. de la Prop. I. VX coupe l'angle AXB en deux parties égales.

X.

COROLL. III.

Si, faisant toujours la même supposition, le nombre des puissances CR, DS, ET, FP &c. est infini, le polygone ACDEFB dégénère en une ligne courbe, sur laquelle les directions CR, DS, ET, FP &c. sont perpendiculaires; en sorte qu'elle représente fort bien une voile, ou un linge enflé par le vent ou rempli d'une liqueur, dont toutes les pressions, égales ou inégales, agissent sur chaque petite partie de la courbe, suivant une direction perpendiculaire à la courbe; De manière que le Théorème avancé dans le premier Article de ce Chapitre est entièrement démontré.

X I.

Ceux qui sont employés dans la marine seront sans doute bien-aîsés de savoir ce Théorème, puisqu'il leur servira de règle pour connoître, si la ligne de la force mouvante a la situation qu'ils souhaitent; d'autant plus que sans se mettre en peine de la nature de la courbe, ils n'ont qu'à tirer deux tangentes aux extrémités de la voile; soit par estimation, en imaginant ces tangentes tirées; soit réellement, en les tirant effectivement par le moyen de deux ficelles, ou de quelle autre manière que ce soit; car la ligne droite qui coupe en deux parties égales l'angle que font les deux tangentes, sera infailliblement la moyenne direction de l'impulsion du vent, ou la ligne de la force mouvante, suivant laquelle le vent fait son effort sur la voile, & la voile sur le vaisseau, qui par là sera déterminé à se mouvoir, non point suivant la même ligne, mais suivant celle que demande la figure du vaisseau & la position de la quille, pour que la résistance moyenne de l'eau contre le vaisseau soit directement opposée à la force moyenne du vent sur la voile; c'est-à-dire, que les deux axes de l'équilibre tant de la résistance de l'eau, que de la force mouvante du vent, rapportés sur le plan horizontal, se répondent parfaitement en ligne droite: c'est ce qui a fait la principale matière de ce Traité.

X I I.

Quant au reste, j'avoüe que j'ai supposé avec Mr. RENAU dans sa Théorie, & avec Mr. HUGUENS dans son Objection, que la vitesse du vent est infiniment plus grande que celle du vaisseau; car autrement, le même vent ne pousseroit pas avec la même force la voile du vaisseau, quand il est déjà en mouvement pour fuir le vent, que quand il commence à se mouvoir. Et deux vaisseaux suivans deux routes différentes, quoiqu'avec des vitesses égales, le vent n'agiroit pas également sur leurs voiles, ni avec la même impétuosité; car le vaisseau qui avance plus selon la ligne du vent, rend inutile une plus grande

partie de la vitesse du vent, que celui qui avance moins suivant la même ligne; puisque ce n'est pas la vitesse absolue, mais la relative, ou la différence de deux vitesses en un même sens, qui doit être estimée dans le choc des corps.

XIII.

Or quoiqu'il soit vrai, que la rapidité du vent n'est pas infinie, & qu'ainsi à parler à toute rigueur, les règles que j'ai données dans ce Traité, concernant la vitesse du vaisseau, ne peuvent pas avoir une exactitude géométrique; il suffit que la vitesse du vent soit si grande, par rapport à celle du vaisseau, que, quelque grande que cette dernière soit, elle ne puisse pas entrer en comparaison avec la vitesse du vent, pour en conclure, que dans le fait, l'erreur qui résulte de mes règles devient imperceptible: Erreur qu'il vaut par conséquent beaucoup mieux négliger dans la pratique, comme une chose de très-petite importance, que de se jeter dans le détail épineux d'un calcul long & pénible, en voulant s'attacher trop scrupuleusement à une précision, qui quand même on viendroit à bout de la déterminer avec exactitude, ne produiroit aucune utilité considérable dans la pratique.

XIV.

Je sai que feu mon Frere fit autrefois cette objection, qu'il croyoit être de quelque conséquence, à Mrs. RENA U & HUGUENS dans les *Actes de Leipsic* de 1695. pag. 549 & 550, & que sans s'engager dans cette dispute, il se contenta de dire que Mr. HUGUENS approchoit plus de la vérité; cependant le calcul qu'il y fait, pour appuyer son objection, & pour faire voir que la différence peut devenir très-sensible dans des voyages de longs cours, ne me paroît pas convaincant: parce qu'il y a des suppositions qu'on ne lui accorderoit pas aisément: quoiqu'il en soit, ce que j'ai démontré touchant la vitesse d'un vaisseau, ne sert uniquement que dans le cas, où l'on

l'on suppose que la vitesse du vent est incomparablement plus grande que celle du vaisseau.

CHAPITRE XVI.

Méthode nouvelle pour trouver la Nature des Courbes des Voiles; des Linges, des Cordes &c. dilatés par l'action d'un fluide quelconque.

I.

AVant que de finir cet ouvrage, je me servirai de cette occasion pour communiquer au Public une nouvelle Méthode, propre à déterminer la nature des Courbes des Voiles, des Linges, des Cordes, & en general de toute maniere flexible dilatée en ligne courbe par l'action quelconque d'un fluide, soit qu'il agisse par sa pesanteur, ou par son mouvement, ou par l'un & l'autre ensemble, soit qu'il agisse par un ressort uniforme, ou non-uniforme, s'il en a un, comme l'air; en un mot, par quelque cause que se fasse la pression; pourvu que la direction soit par tout perpendiculaire à la courbe, & que la Loi des forces qui pressent soit donnée. Cette Méthode, que je vais communiquer présentement, m'est connue depuis fort long-temps; elle est différente de celle que je publiai autrefois, & qui consiste dans la décomposition des forces élémentaires, qui pressent sur la courbe, dans ses collaterales parallèles & perpendiculaires aux abscisses, semblable à peu près à la maniere, que j'ai employée, dans ce Traité, pour déterminer la direction moyenne de la résistance de l'eau contre le vaisseau. J'inventai la seconde de ces Méthodes peu de temps après la première; mais de certaines raisons, qui ne subsistent plus, m'empêchèrent de rendre alors publique celle dont il est ici question: Je profite de l'occasion qui se présente à en faire part au Public; sans quoi, je n'y aurois peut-être plus pensé.

II.

T A B.
XXVII.
Fig. 21.

Considérons le polygone ACDEFB comme composé d'une infinité de côtés AC, CD, DE &c. c'est sous cette idée qu'on a accoutumé de considérer en certaines occasions les Lignes courbes. Supposé les petits côtés AC, CD, DE, EF &c. égaux entr'eux, les angles externes ACI, CDG, DEH &c. seront les mesures des convexités de la courbe aux points C, D, E, &c. & par conséquent réciproquement proportionnels aux rayons de la développée, ou des cercles osculateurs des mêmes points C, D, E &c. Si donc ACDEFB est un fil courbé par une infinité de puissances appliquées aux points C, D, E &c. dont les lignes de direction r CR, s DS, t ET &c. soient perpendiculaires à la courbe, c'est-à-dire que tous les angles r CA, r CD, s DC, s DE, t ED, t EF &c. soient comme des angles droits, & partant égaux entr'eux; Il s'enfuit, par le Coroll. de la Propos. II, & par le Coroll. 2. de la Propos. III, que les petites parties du fil AC, CD, DE &c. sont toutes également bandées; & qu'ainsi le fil, la voile, le linge &c. quoiqu'inégalement pressés suivant les perpendiculaires, ne laissent pas pour cela d'être également tendus suivant les tangentes, & d'être par conséquent également sujets à la rupture, dans tous les points de la courbe que cause la pression du fluide.

III.

De plus la puissance CR est à la force de la tension du fil CD [que nous nommerons ici T], comme le sinus de l'angle ACI, au sinus de l'angle ACr, c'est-à-dire, au sinus total: mais aussi T est à la puissance DS, comme le sinus de SDE, c'est-à-dire, le sinus total, au sinus de CDG; donc *ex aequo* la puissance CR est à la puissance DS, comme le sinus de ACI est au sinus de CDG; ainsi, par le même raisonnement, la puissance DS est à la puissance ET, comme le sinus de CDG, est au sinus de DEH; & la puissance ET

à la puissance FP, comme le sinus de DEH, au sinus de EFX; & ainsi de suite: Donc derechef *ex aequo* la puissance CR est à la puissance FP comme le sinus ACI est au sinus de EFX, ou (parce que les angles infiniment petits sont comme leurs sinus,) comme l'angle ACI à l'angle EFX, c'est-à-dire, que la Nature de la Courbe doit être telle, que *la convexité en chaque point soit en raison directe, ou le rayon du cercle osculateur en raison réciproque de la pression du fluide dans le même point.*

I V.

Mais d'autant que cette pression dépend de la diverse manière, dont on peut concevoir que le fluide agit sur la matière flexible, qui en doit être enflée en courbe; il faut déterminer la Loi de la pression par la nature du fluide & de son action: D'où l'on voit que le Problème en general sera réduit pour chaque cas particulier à la Géométrie pure. Quelques Exemples éclairciront la solution generale.

V.

Soit ABH un fil dilaté en Ligne courbe par la vertu d'une matière également élastique, comme par ex. d'air condensé dans l'espace de la figure AHI; qui cherchant à se dilater pousse le fil en dehors, & cela avec une égale pression perpendiculaire dans tous les points de la courbe, à cause de l'élasticité uniforme de l'air: Il faut donc, par la solution generale, que la courbe ABH ait par tout une convexité uniforme, ou le rayon du cercle osculateur, dans tous les points B, égal; ce qui est visiblement la nature du cercle: Desorte que ABH sera un arc de cercle. C'est par cette cause, qu'on voit que les vessies d'eau de savon s'arrondissent en sphères, par le ressort de l'air enfermé: C'est aussi par cette cause, que les fibres musculaires, quand elles s'enflent, prennent la figure de sphéroïde faite par la revolution d'un petit segment de cercle; comme je l'expliquai il y a 20 ans dans la Dissertation de *Motu musculorum*,* mais par le moyen de l'autre méthode.

T A B.
XXVII.
Fig. 18.

M 3

VI. Pour

* Ci-dessus, N°. XVIII. pag. 107. Tom. I.

Pour le second exemple, soit ABH la courbe de la Voile, qui reçoit le vent suivant la direction parallèle à l'axe IA, & qui le laisse écouler, ou échapper librement, après l'impulsion. Dans cette hypothèse, la pression perpendiculaire du vent, contre chaque petite partie de la voile, fera (par l'Art. 1. du Chapit. I.) comme le quarré du sinus de l'angle d'incidence HBE: nommant donc AF, x ; FB, y ; AB, t ; & prenant l'élément, ou la différentielle de la courbe [dt], qui est constante, pour le sinus total; la différentielle de FB [dy] sera le sinus de l'angle d'incidence; & ainsi dy^2 marquera la pression du vent sur cet élément de la courbe, laquelle pression doit être reciproquement proportionnelle au rayon de la développée [$\frac{dy dt}{d dx}$]: C'est pourquoi il faut faire cette analogie, en introduisant la constante a , pour suppléer les homogènes, $dy^2 : \frac{d dx}{dy dt} \equiv a dt^2 : 1$; ce qui donne $dy^3 \equiv a dt d dx$.

V I I.

Pour reduire cette égalité différentielle du second degré, à une autre du premier degré, je divise chaque membre par dy^3 , & puis je les multiplie par dx ; ce qui me donnera $dx \equiv a dt dx d dx$: $dy^3 \equiv a dt dx d dx : (dt^2 - dx^2) \sqrt{(dt^2 - dx^2)}$, tous deux intégrables; car prenant les integrales, il vient $x + b \equiv a dt : \sqrt{(dt^2 - dx^2)} \equiv a dt : dy$, ou [faisant $b \equiv a$, pour faire commencer les abscisses avec le commencement de la courbe, ce que je connois parce que $a dt : dy$ devient $\equiv a$ dans le commencement de la courbe] $x + a \equiv a dt : dy$, & partant $xx + 2ax + aa \equiv aadt^2 : dy^2 \equiv (aadx^2 + aady^2) : dy^2 \equiv aadx^2 : dy^2 + aa$; ôtant de part & l'autre aa , & achevant le reste de la réduction, on aura enfin $dy \equiv a dx : \sqrt{(2ax + xx)}$; ce qui est justement l'équation, que je trouvai autrefois pour la courbe de la chaine. D'où il faut conclurre, que la Voiliere & la Chainette ne sont qu'une même courbe, conformément à la remarque que j'en fis à l'endroit cité du *Journal des Savans* de l'An. 1692.

VIII.

La recherche de la Courbure du linge qui contient une li-
 queur pesante, me fournira le troisieme exemple: Soit donc
 HBA la moitié de cette courbe; H, son commencement
 supérieur; HI l'axe horizontal, sur lequel je prens l'abscisse
 HE = x , l'ordonnée EB = y ; l'arc de la courbe HB = t . Or
 selon les principes de l'Hydrostatique, la pression d'une liqueur
 pesante est toujours proportionnelle à la hauteur verticale, de
 quelque maniere que soient situées les parties du fond, soit
 qu'elles soient horizontales ou inclinées; Si bien que la pression
 dont l'élément de la courbe dt est poussé perpendiculairement
 en dehors, doit être estimée = ydt , ou simplement [parce que
 dt est constant] = y : Il faut donc faire suivant la solution gene-
 rale, comme dans l'exemple précédent, en introduisant la const-
 tante a pour suppléer les homogènes, $y: \frac{ddx}{dydt} = \frac{r}{2} aa: 1$; ce
 qui fait $ydydt = \frac{1}{2} aaddx$; en intégrant on trouve $yydt = aadx$;
 en quarrant on a $y^4 dt^2 [= y^4 dx^2 + y^4 dy^2] = a^4 dx^2$; donc
 $y^4 dy^2 = (a^4 - y^4) dx^2$; achevant le reste de la reduction il
 vient $dx = yy dy: \sqrt{(a^4 - y^4)}$; qui est la même équation
 que l'on trouve par ma premiere méthode; comme on le peut
 voir, de ce que je publiai autrefois sur cette matiere †, ce qui
 doit confirmer la bonté de l'une & de l'autre de ces méthodes.

T A B.
 XXVII.
 Fig. 18.

IX.

Ces trois exemples suffisent pour se servir de l'application de
 la solution generale, dans plusieurs autres cas particuliers des im-
 pressions perpendiculaires à la courbe qui en est formée; soit que
 ces cas puissent effectivement arriver, comme ceux des trois
 exemples que l'on vient de résoudre; soit qu'ils ne subsistent que
 dans l'imagination, comme si on concevoit une liqueur, dans
 du linge, qui ne fut pas uniformément pesante, mais dont les
 parties des différentes profondeurs fussent d'une pesanteur spéci-
 fique plus ou moins grande, selon certain rapport donné des
 profondeurs; ou que la liqueur eût en même temps une verut

élasti-

† N°. LXXV. pag. 432. & suiv. Tom. I.

élastique & de la pesanteur, l'une & l'autre variable selon une Loi donnée quelconque. Car de quelque maniere qu'on conçoive que l'action des forces soit modifiée, d'autant qu'elle agit toujours perpendiculairement sur toutes les parties de la courbe, on voit bien que la solution en sera toujours comprise dans la solution generale, que j'ai donnée pour les pressions perpendiculaires, & que j'ai montré être proportionnelles directement aux convexités de la courbe, ou reciproquement au rayons osculateurs.

X.

Si je ne craignois d'être trop long, je pourrois rendre la solution encore plus generale, en montrant la maniere de déterminer la courbure d'un fil, qui seroit tiré, ou poussé en dehors, par une infinité de puissances, suivant des directions, non seulement perpendiculaires, mais aussi obliques quelconques, invariables ou variables. D'où il resulteroit une nouvelle Méthode pour la recherche des Chainettes de toutes les espèces, qui seroient toutes comprises dans la question generale, comme un cas très-simple; puisque la direction des petits poids, desquels on conçoit la chaine chargée à de petits interstices égaux, étant par tout parallèle à l'axe vertical de la Courbe, en rendroit la solution fort facile. On pourroit aussi déterminer les forces des tensions, ou les fermetés requises dans tous les differens endroits du fil ou de la chaine, quelque courbure que le fil ou la chaine prenne, par les puissances, ou par les poids appliqués dans tous les points. Enfin on résoudroit avec la même facilité le problème inverse sur cette matiere, qui est que la courbe étant donnée, on demande la Loi des puissances, qui doivent tirer ou pousser le fil, ou la Loi des poids dont il faut concevoir que la chaine soit chargée, afin qu'elle prenne la forme de la courbe donnée. Mais outre que cela me meneroit trop loin & hors de mon sujet, j'ay donné assez d'ouverture au Lecteur pour achever le reste par ses propres lumières.

F I N.

MEMOI-

N^o XCI.

Fig. 16.

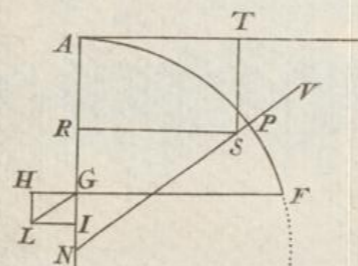
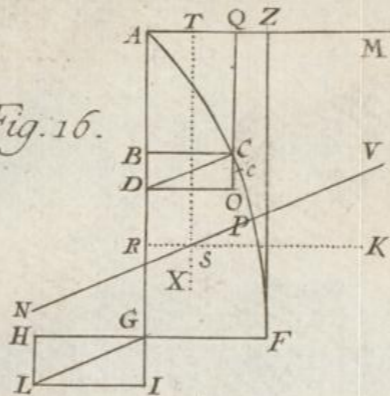


Fig. 17.

Fig. 18.

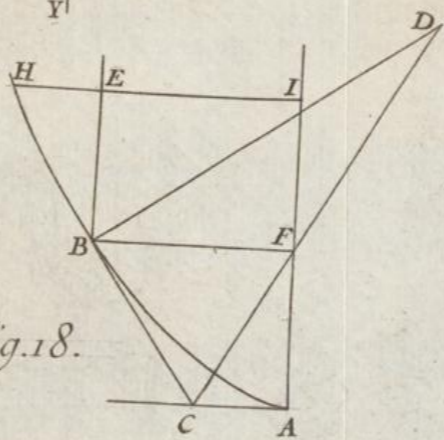


Fig. 19.

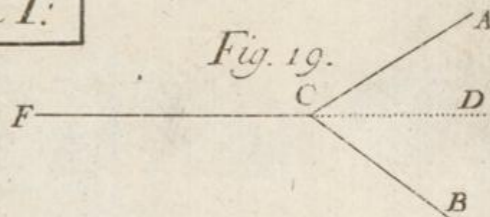


Fig. 20.

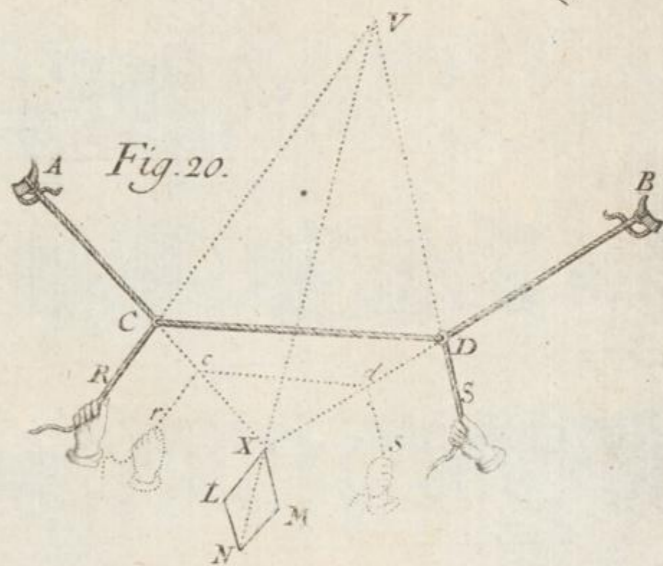


Fig. 21.

