# Dioptricae

**Euler, Leonhard**

**Petropoli, 1769-1771**



Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-3758

## Caput IV. De telescopiis primi generis, quae scilicet imagine vera destituntur, et obiecta situ erecto repraesentant.

# CAPVT IV.

## DE TELESCOPIIS PRIMI GENERIS, QVAE SCILICET IMAGINE VERA DESTITVVNTVR, ET OBIECTA SITV ERECTO REPRAESENTANT.

---

### Problema 1.

111.

Si telescopium primi generis ex duabus tantum lentibus constet, obiectiua scilicet et oculari, eius constructionem euoluere et proprietates exponere.

### Solutio.

Cum hic sit $\frac{\alpha}{b}$ quantitas negatiua et $\alpha + b$ positiua, si ratio multiplicationis ponatur $= m$, ob $m > 1$ distantia $\alpha$, vt ante vidimus, debet esse positiua; altera vero $b$ negatiua, vt sit $b = \frac{-\alpha}{m}$ seu distantiis focalibus introductis $\alpha = p$, et $q = \frac{-p}{m}$ et interuallum binarum lentium $\alpha + b = (\frac{m-1}{m}).p$ vnde patet ex data multiplicatione $m$ et distantia focali $p$ omnia determi-

 nari.

nari. Verum haec diſtantia $p$ tanta eſſe debet, vt lens obiectiua datam admittat aperturam, cuius, ſi claritatis gradus ponatur $= y$, ſemidiameter eſſe debet $x = my$, vnde iam patet, diſtantiam $p$ maiorem eſſe debere, quam $4\,my$ vel $5.\,my$; vnde cum $y$ in partibus digiti dari ſoleat veluti $y = \frac{1}{50}$. dig., vt ſit $x = \frac{m}{50}$ et $p > \frac{m}{10}$ dig. verum hic inprimis ſpectari debet aequatio pro ſemidiametro confuſionis, quae dat

$$\frac{mx^3}{4p^3}\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right) < \frac{1}{4k^3}$$

vnde colligitur $p = kx\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)} = km.y\sqrt[3]{m\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)}$, qui ergo valor,. niſi forte minor ſit, quam $5.\,my$, ipſi $p$ tribui debet, vbi vt ſupra notauimus, numerus $k$ poni poteſt vel 30 vel 40 vel 50 prout maior vel minor diſtinctionis gradus deſideratur, atque iam ex datis valoribus $\lambda$ et $\lambda'$ cum vitri ſpecie, vnde numeri $\mu$ et $\mu'$ pendent, ambae lentes conſtrui hincque totum teleſcopium confici poterunt; ad cuius proprietates cognoſcendas quaeramus primo locum oculi eiusue diſtantiam a lente oculari, inuenimusque.

$$O = \frac{m-1}{m}.\,q. \quad §.\ 30.$$

quae cum ob $q < 0$ ſit negatiua oculum lenti oculari immediate applicari oportet; vnde colligitur ſemidiameter campi ex §. 37. $\Phi = \frac{-\pi}{m-1}$ et $\pi = \frac{+\omega}{q}$, denotante $\omega$ ſemidiametrum pupillae; quare ob $q = \frac{-p}{m}$ fiet $\Phi = \frac{+m}{m-1}.\,\frac{\omega}{p}$ vbi inprimis notandum eſt, lentem ocula-

ocularem tantam ſumi debere, vt aperturam admittat, cuius ſemidiameter ſit $= \pi q = \omega$; ex quo neceſſe eſt, vt fiat $-q > 5\,\omega$ vel $4\,\omega$ hincque etiam $p > 4\,m.\,\omega$ vel $> 5.\,m\,\omega$. quae conditio iam in ſe complectitur primam ob $y < \omega$. Quod denique ad alteram confuſionem attinet, cum deſtructio marginis colorati poſtulet, vt ſit § 52.

$$0 = \frac{dn}{n-1}.\ \mathrm{B}\,\pi.\,p$$

quod cum fieri nequeat, niſi lens obiectiua fuerit perfecta, euidens eſt, marginem coloratum deſtrui non poſſe. Denique pro hac confuſione penitus tollenda eſſe debet

$$0 = \frac{dn}{n-1}.\ p + \frac{dn'}{n'-1}.\ q, \quad \text{ſiue}$$

$$\frac{dn}{n-1} = \frac{1}{m}.\ \frac{dn'}{n'-1}$$

cui caſu adeo, quo lens obiectiua eſt perfecta, ſatisfieri nequit, ob primum terminum euaneſcentem; quia autem $m$ eſt numerus ſatis magnus, alterum membrum per ſe fit ſatis paruum, vt haec confuſio non ſit metuenda.

## Coroll. 1.

112. Cum diſtantia focalis $p$ maior eſſe debeat, quam $5\,m\,\omega$, pro data multiplicatione $m$ longitudo huius teleſcopii ſemper maior erit, quam $5\,(m-1)\,\omega$ et cum ſit circiter $\omega = \frac{1}{20}$. dig. haec teleſcopii longitudo minor fieri non poterit quam $\frac{m-1}{4}$. dig. ſcili-

cet si velimus, vt sit $m = 50$, longitudo telescopii minor esse nequit, quam $12\frac{1}{4}$ dig. etiamsi formula $p = m k y \sqrt[3]{m \mu \lambda - \mu' \lambda'}$ multo minor reddi posset.

## Coroll. 2.

113. Pro campo apparente inuenimus eius semidiametrum $\Phi = \frac{m}{m-1}, \frac{\omega}{p}$ vnde, cum sit $p > 5\, m\, \omega$, valor ipsius $\Phi$ semper certe minor erit, quam $\frac{1}{5(n-1)}$ atque in minutis primis erit $\Phi < \frac{687}{m-1}$. minut. quo campo facile contenti esse possemus, nisi $p$ deberet esse multo maius, quam $5\, m\, \omega$.

## Coroll. 3.

114. Quoniam margo coloratus tolli non potest, nisi lens obiectiua sit perfecta; hinc statim intelligimus, quanti sit momenti vsus lentium perfectarum, quas supra descripsimus; ita, vt earum beneficio his telescopiis insignis gradus perfectionis conciliari possit.

## Scholion.

115. Solutio huius problematis ita est generalis, vt ad omnes vitri species ex quibus lentes parari possunt, pateat; quin etiam loco lentis obiectiuae non solum lentes simplices, sed etiam duplicatae vel triplicatae atque adeo perfectae substitui possunt: vnde plurimae species huius telescopii, quod tantum ex duabus

duabus lentibus compoſitum ſpectamus, exhiberi poſſunt; quarum praecipuas in ſubiunctis exemplis contemplemur:

## Exemplum I.

116. Si ambae lentes fuerint ſimplices atque ex eadem vitri ſpecie confectae, conſtructionem huius teleſcopii definire:

Pro hoc caſu potiſſimum aequatio venit conſideranda:

$$p = mky \sqrt[3]{\mu (m\lambda - \lambda')}$$

quae diſtantiam focalem primae lentis determinat, ſiquidem valor hinc prodiens maior fuerit, quam $5 . m . \omega$. Videbimus autem ſtatim atque multiplicatio $m$ fuerit notabilis, eius valorem multum eſſe ſuperaturum iſtum limitem $5 . m \omega$ ſeu $\frac{1}{4} m$. dig. ita, vt maximi ſit momenti hanc formulam tam paruam reddere, quam fieri poteſt; quare ſtatim faciamus $\lambda = 1$, vt lens obiectiua ſecundum §. 59. elaborari debeat; quod vero ad lentem ocularem attinet, non convenit $\lambda' = 1$ ponere, ſed potius e re erit, ipſi huic litterae maiorem valorem tribuere, inprimis autem vt haec lens maximae aperturae fiat capax, ea optime vtrinque aeque concava redditur, ex quo numerus $\lambda' = 1.6299$. (§. 61.) pro ea vitri ſpecie, qua $n = 1, 55$. et qua artifices plerumque vti ſolent. Pro aliis autem ſpeciebus tantum non differet, vt operae pretium ſit, differentiae

 ratio-

rationem habere; praecipue cum litteras $k$ et $y$ tam adcurate definire non liceat. Sumamus ergo $y = \frac{1}{4}$. dig. vt ſatis magnam claritatem obtineamus, quae in hoc genere neceſſaria videtur; et $k = 40$, vt confuſio ſatis reddatur exigua eritque ob $\lambda = 1$; $\lambda' = 1\frac{5}{8}$

$$p = m . \sqrt[3]{\mu} \, (m - 1\tfrac{5}{8})$$

vnde patet, hic eas vitri ſpecies praeferri debere, quibus maior refractio $n$ reſpondet, quia tum littera $\mu$ minores nanciscitur valores. Cum autem perpetuo $\mu$ non multum differat ab vnitate eiusque propterea radix cubica multo minus diſcrepet, quacunque vitri ſpecie vti velimus, tuto ſumere licebit $p = m \sqrt[3]{} \, (m - 1\frac{5}{8})$ hoc autem caſu circa marginem coloratum nihil efficere licet. Quare ſi hinc diſtantiam focalem lentis obiectiuae debite definiuerimus atque $n$ denotet refractionem vitri, ex quo ambae lentes ſint parandae, conſtructio teleſcopii ſequenti modo ſe habebit:

I°. Lens obiectiua paranda eſt ex formulis §. 59.

II°. Lens ocularis vtrinque aeque concaua conficiatur, ſumendo radium vtriusque faciei $= \frac{-2(n-1)p}{m}$ ob $q = \frac{-p}{m}$.

III°. Hae duae lentes ad diſtantiam $AB = \frac{m-1}{m} . p$ iungantur et tubo inſerantur, vt oculus lenti concauae immediate adplicari poſſit.

IV°. Hic tubus campum offeret cuius ſemidiameter erit $\Phi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{3437 \cdot m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{p}$ min.

V°. Hoc teleſcopium a vitio marginis colorati liberari nequit.

## Coroll. 1.

117. Quodſi multiplicatio tanta ſit, vt fiat $m = 1\frac{5}{8}$, formula $p$ definiens euaneſcit, nihilo vero minus ſumi debet $p = 5 . m\omega$ ſeu quaſi $\frac{1}{4}. m$. dig. hocque valore vti licet, etſi $m$ aliquanto ſit maius, dummodo illa formula non excedat $\frac{1}{4}. m$. dig. quod euenit, quamdiu $m$ non ſuperat limitem $1\frac{41}{64}$ qui vix ſuperat valorem $1\frac{5}{8}$; ex quo patet, ſtatim atque multiplicatio $m$ maior ſit, quam $1\frac{5}{8}$, diſtantiam focalem $p$ maiorem capi debere, quam $\frac{1}{4}. m$. dig.

## Coroll. 2.

118. Quare ſi verbi gratia debeat eſſe $m = 5$, capi oportet $p = 7\frac{1}{2}$ dig. et $q = -\frac{3}{2}$ vnde ſemidiameter campi apparentis prodit $\Phi = \frac{5}{4} . \frac{2\omega}{15} = \frac{\omega}{6} = \frac{1}{120}$ ob $\omega = \frac{1}{20}$; ſiue $\Phi = \frac{3437}{120}$ min. $= 29$. min. Longitudo autem teleſcopii erit 6 digit.

## Coroll. 3.

119. Si multiplicatio deſideretur $m = 10$, reperitur $p = 5 \sqrt[3]{6}\ 7 = 20\frac{5}{16}$ dig. hincque $q = -2 . \frac{1}{32}$ dig. ita, vt longitudo teleſcopii ſit $18\frac{9}{32}$ dig. tum vero ſe-

midia-

midiameter campi apparentis, qui eſt $\frac{\omega}{p+q}$ fit $\Phi = \frac{32\omega}{385}$ $= \frac{4}{2925}$ et in minutis $\Phi = 4' \, 42''$, qui campus iam tam eſt exiguus, vt nullo modo tolerari poſſit, quare haec ſpecies teleſcopiorum ne quidem ad multiplicationem $m = 10$ adplicari poteſt.

## Exempl. II.

120. Si ambae lentes ex eadem vitri ſpecie parentur, obiectiua vero ſtatuatur duplicata ſec. §. 65. conſtruenda, vt ſit $\lambda = \frac{1-\nu}{4}$ ac ſi vitro communi, pro quo eſt $n = 1.55$, vtamur, erit $\lambda = 0.1918$; ſumtaque iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$ et poſito, vt ante, $\lambda' = 1\frac{5}{8}$ vt lens ocularis fiat aequaliter concaua erit $p = m.\sqrt[3]{(0,1918.m - 1\frac{5}{8})}$ et vt ante, $q = \frac{-p}{m}$. hincque diſtantia lentium $= \frac{m-1}{m} p$ quare ſi inde pro data multiplicatione definiatur valor litterae $p$, conſtructio ita ſe habebit:

I°. Lens obiectiua paranda eſt ex formulis §. 59. pro $n = 1.55$.

II°. Lens ocularis vtrinque fiat aequaliter concaua, radio exiſtente $= -2(n-1).\frac{p}{m} = -\frac{11}{10}.\frac{p}{m}$.

III°. Semidiameter campi apparentis erit, vt ante, $\Phi = \frac{m}{m-1}.\frac{\omega}{p} = \frac{172.m}{m-1}.\frac{1}{p}$ min.

IV°. Aeque parum autem, ac ante, hoc caſu margini colorato remedium afferri poteſt.

Co-

## Coroll. 1.

121. Quando autem formula illa praebet $p < \frac{1}{4} m$. dig. nihilo minus statui debet $p = \frac{1}{4} m$. dig. quod inprimis euenit, si sit $m = 8\frac{1}{2}$ circiter; vnde oritur $p = 0$ quare nisi multiplicatio maior desideretur, sumi poterit $p = \frac{1}{4} m$. dig. vnde fit $q = -\frac{1}{4}$. dig. et longitudo telescopii $\frac{1}{4}(m-1)$ dig. campique apparentis semidiameter $\Phi = \frac{688}{m-1}$. minut.

## Coroll. 2.

122. Quodsi ergo multiplicatio proposita sit $m = 8\frac{1}{2}$, telescopium ita erit construendum. I°. ob $p = \frac{17}{8}$ dig. $= 2\frac{1}{8}$ dig. lens obiectiua paretur secundum praecepta data. II°. ob $q = -\frac{1}{4}$ dig. radius vtriusque faciei erit $= -\frac{1}{2}(n-1)$ dig. vnde longitudo telescopii fit $= 1\frac{7}{8}$ dig. campi vero apparentis semidiameter $= 1^\circ\, 31'$. quod telescopium omni attentione dignum videtur non obstante margine colorato.

## Coroll. 3.

123. Si desideretur multiplicatio $m = 15$. statim reperitur $p = 16,15$. dig. hinc $q = -1,07$. dig. vnde longit. telescopii $= 15,08$. dig. et semidiameter campi apparentis erit $= \frac{172}{15,08}$. minut. $= 11'\, 24''$ vnde patet hoc telescopium tam ob nimis exiguum campum quam ob nimis magnam longitudinem merito esse reiiciendum, dum contra casus praecedens maxime commendandus videtur.

## Exempl. III.

124. Si ambae lentes ex eadem vitri ſpecie conſtent, obiectiua vero ſtatuatur triplicata, ſec §. 66. conſtruenda, vt ſit $\lambda = \frac{3-3\nu}{3+9}$; conſtructionem huius teleſcopii definire.

Vtamur vitro communi, pro quo eſt $n = 1,55$ eritque $\lambda = 0,0422$ et maneat $\lambda' = 1,629$, ſumta iterum vnitate pro $\sqrt[3]{\mu}$ erit

$$p = m . \sqrt[3]{(0,0422\, m - 1,629)}$$

vnde reliqua, vt in caſibus praecedentibus determinantur.

Inprimis autem hic notari meretur caſus, quo fit $0,0422\, m = 1,629$ ſiue $m = 38\frac{3}{5}$ pro qua ſumi debet lentis obiectiuae diſtantia focalis $p = 9\frac{13}{20}$ dig. manente $q = -\frac{1}{4}$. dig. hincque longitudo tubi $= 9\frac{2}{5}$. dig. ex qua ſemidiameter campi erit $= 18' \, 17''$ qui quidem campus ſatis eſt paruus, ſed ob tam notabilem multiplicationem facile tolerari poteſt, niſi forte margo coloratus offendat.

## Exempl. IV.

125. Si pro lente obiectiua capiatur lens perfecta, ocularis autem maneat ſimplex atque adeo vtrinque aequaliter concaua, conſtructionem teleſcopii deſcribere.

Quo-

Quoniam ſupra huiusmodi lentes perfectas deſcripſimus partim ex vitro coronario, partim ex vitro chryſtallino conficiendas hic ante omnia attendendum eſt, quantae aperturae quaelibet ſit capax; cum enim pro multiplicatione $m$ hic eſſe debeat $x = \frac{m}{45}$ dig. ante omnia videndum eſt, an lens perfecta hic adhibenda tantam aperturam admittat, quae cautela ſedulo eſſet obſeruanda, ſi valor ipſius $p$ quopiam caſu prodiret $= 0$; quo vt ante capi deberet $p = \frac{1}{4}.m$; ita, vt fieret $x = \frac{1}{15}.p$, quod tantum in tertia lente triplicata locum habet. Verum non opus eſt, vt de hoc ſimus ſolliciti, quia ex formula radicali ſuperiori pro hoc caſu nunquam prodire poteſt $p = 0$, quoniam enim lens eſt perfecta, erit per hypotheſin $\lambda = 0$, ita vt fiat $p = m.\sqrt[3]{-1.629}$ vnde patet, ſemper adeo fore $p > m$, ſcilicet $p = 1,17.m$. quare ſtatim ſequitur hoc inſigne incommodum, vt mox ac multiplicationi $m$ modicus valor tribuatur, campus apparens tam paruus ſit proditurus, vt teleſcopium fere omni vſu careat; cuius cauſſa cum ſit valor $\lambda = 0$, optandum hic eſſet, vt lens perfecta etiam nunc confuſionem quandam exiguam pareret, vt illa formula pro quapiam multiplicatione praeberet $p = 0$. Secundum praecepta autem ſupra data tales lentes non difficulter inueniri poſſent, quae dum nullam gignerent diſperſionem, aliquam tamen confuſionem producerent; verum eiusmodi inueſtigatio commodius inſtituetur his teleſcopiis vel vnam vel duas lentes nouas adiungendo.

## Scholion.

126. Ratio huius infignis paradoxi, quod lentes perfectae hic minus vtilitatis praeftent, quam lentes duplicatae et triplicatae praecedentes in hoc manifefto eft pofita, quod hic non eiusmodi lente obiectiua egeamus, pro qua fit $\lambda = 0$, fed potius tali, vt $\lambda m - \lambda'$ redigi poffit ad nihilum. Supra autem facile fuiffet eiusmodi lentes compofitas inuenire, quae dum confufioni colorum mederentur, pro priori confufione datum valorem numeri $\lambda$ habuiffent; verum hic non opus eft, vt illum laborem repetamus; fed potius alio modo hanc inveftigationem ad praefens inftitutum accommodari conueniet; duas fcilicet pluresue lentes, quae vnitae lentem perfectam conftituebant, hic tanquam disiunctas confideremus quo pacto id commodi affequemur, vt non folum vtraque confufio lentem etiam ocularem in calculo comprehendendo penitus tolli, fed etiam fortaffe campus apparens vlterius extendi queat; quem in finem fequens problema praemitti oportet.

## Problema 2.

127. Inter lentem obiectiuam et ocularem aliam infuper lentem inferere, vt telefcopium eidem primo generi maneat accenfendum.

Solu-

## Solutio.

Ponamus ergo telefcopium conftare tribus lentibus PP, QQ, RR, ac primo quidem requiritur, vt hae fractiones $\frac{\alpha}{b}$, $\frac{\beta}{c}$ fint negatiuae; tum vero vt haec interualla $\alpha + b$; $\beta + c$ fint pofitiua; exiftente multiplicatione $m = \frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c}$ fiue $m = \frac{\alpha}{c} . B$. ob $B = \frac{\beta}{b}$, quae proinde quantitas erit pofitiua. Introducamus nunc altera elementa, quae fupra litteris B, C et indicibus aperturae $\pi$, $\pi'$ cum femidiametro campi $\Phi$ continebantur, ac pro priori conditione habebimus

$$\frac{\alpha}{b} = \frac{\mathfrak{B}\pi - \Phi}{\Phi} < 0.$$

$$\frac{\beta}{c} = \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$$

vnde cum $\Phi$ ex rei natura femper fit pofitiuum, debet effe $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ negatiuum, at vero $\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi$ pofitiuum; et quia $\gamma = \infty$; ideoque $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ vnde pofterior conditio dat $\pi' - \pi + \Phi > 0$. Pro campo autem apparente inuenimus $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$, vnde cum $\Phi$ et $m - 1$ fint quantitates pofitiuae, debet effe $-\pi + \pi'$ quantitas pofitiua, qua praecedens etiam conditio fponte continetur. Vt autem praeterea interualla lentium fiant pofitiua, has duas conditiones adipiscimur ex §. 16.

$$1^\circ. \ \frac{\mathfrak{B}\pi p}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} > 0.$$

vnde cum denominator fit negatiuus, etiam numerator debet effe negatiuus feu $\mathfrak{B}\pi p < 0$ prouti ergo

 quan-

quantitas $p$ fuerit vel positiua vel negatiua, debet esse $\mathfrak{B}\pi$ vel negatiuum vel positiuum.

$$2^\circ.\ \frac{B\Phi p(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{(\mathfrak{B}\pi - \Phi)(\pi' - \pi + \Phi)} > 0$$

vbi cum $\Phi$ sit positiuum, totus vero denominator negatiuus, etiam pro numeratore $Bp(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)$ debet esse $< 0$.

Ex his igitur conditionibus si loco $\Phi$ valorem inuentum substituamus, sequentes conclusiones consequemur

$1^\circ.\ \pi' - \pi > 0.$

$2^\circ.$ ob $\mathfrak{B}\pi - \Phi < 0$, debet esse $(m-1)\mathfrak{B}\pi - \pi' + \pi < 0$ seu $\pi' - \pi > (m-1)\mathfrak{B}\pi$ siue $\pi' > ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$

$3^\circ.\ \mathfrak{B}\pi p < 0$

$4^\circ.\ Bp(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi) < 0.$

quia hic igitur formulae 3 et 4 ambae sunt negatiuae, haec per illam diuisa

$$\frac{B(\pi' - (1 - \mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} > 0$$

vnde si denominator fuerit positiuus etiam numerator debet esse positiuus et contra. Consideremus nunc ambos casus extremos, alterum, quo media lens lenti obiectiuae vnitur, alterum, quo ea lenti oculari vnitur. Priori casu, quo scilicet $\alpha + b = 0$, fit $\pi = 0$, quemadmodum supra iam notauimus pro lentibus quotcunque

cunque cum obiectiua lente coalescentibus. Posteriore casu, quo $\beta + c = 0$, debet $\pi' - (1-\mathfrak{B})\pi = 0$ seu $\pi' = (1-\mathfrak{B})\pi$, qui valor in conditione superiore secunda positus dabit $m\mathfrak{B}\pi \lesssim 0$ seu $\mathfrak{B}\pi \lesssim 0$. Cum autem campus apparens potissimum a lente oculari pendeat, cui respondet littera $\pi'$, haec littera $\pi'$ necessario est positiua quare vt campus ob lentem mediam non minuatur, sed potius augeatur, numerum $\pi$ negatiuum esse oportet, ex quo superiores conditiones propius hoc modo definientur

$1^{ma}$. scilicet $\pi' - \pi$ iam sponte fit $\gtrsim 0$ ideoque omitti potest

$2^{da}$. est $\pi' \gtrsim ((m-1)\mathfrak{B} + 1)\pi$

ex $3^{tia}$. autem sequitur $\mathfrak{B}p \gtrsim 0$

et $4^{to}$. $\frac{B(\pi'-(\;-\mathfrak{B})\pi)}{\mathfrak{B}\pi} \gtrsim 0$.

Consideretur adhuc locus oculi, cuius distantia a lente oculari sit $O = \frac{\pi'}{m\Phi} \cdot r$ quae ob $\frac{\pi'}{m\Phi}$ positiuam fieret positiua, si modo $r$ esset positiuum at cum sit $r = c$ ob $C = \infty$ et $\mathfrak{C} = 1$ erit $r = \frac{Bp\Phi}{\pi' - \pi + \Phi}$ cuius denominator cum sit positiuus examinandum est, vtrum $Bp$ sit positiuum an negatiuum; at si $Bp$ esset positiuum; distantia $O$ quoque foret positiua, sin autem $Bp$ esset negatiuum, foret quoque distantia $O$ negatiua, oculusque lenti tertiae immediate applicari deberet, de quo casu praecepta supra data sunt obseruanda.

Co-

## Coroll. 1.

128. Quia ſtatim ac multiplicatio $m$ ſit modicae quantitatis, $\Phi$ multo minus eſt, quam $\pi$, cum $\mathfrak{B}\pi - \Phi$ ſit negatiuum, quantitas $\mathfrak{B}\pi$ fiet quoque negatiua et ob $\pi < 0$ erit $\mathfrak{B}$ poſitiuum. Hinc pro tertia conditione $\mathfrak{B}\pi p < 0$ debebit eſſe $p$ poſitiuum (excepto ſcilicet caſu, quo $\pi$ quam minimum habet valorem ideoque $p$ etiam negatiuum eſſe poſſet) et per tertiam et quartam conditionem coniunctim erit ob denominatorem negatiuum etiam numerator $B(\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi)$ negatiuus ſi ergo fuerit $\pi' - \pi + \mathfrak{B}\pi > 0$ erit $B < 0$; contra vero $B > 0$.

## Coroll. 2.

129. Hae igitur conditiones impleri poſſunt pluribus modis, dum plura elementa manent indeterminata, ſtatim enim patet, quantitatem $\alpha$ ſeu $p$ tam affirmatiuum, quam negatiuum valorem accipere poſſe; at quia $\mathfrak{B}p > 0$ ob $\pi < 0$, ſi $p$ ſtatuamus poſitiuum, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe poſitiuum; ſin autem $p$ ſumatur negatiue, etiam $\mathfrak{B}$ debet eſſe negatiuum; interim tamen cum ſit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}}$, etiamſi ſit $\mathfrak{B}$ poſitiuum, littera B etiam nunc eſſe poteſt tam poſitiua, quam negatiua; altero vero caſu, quo $\mathfrak{B}$ eſt negatiuum, ſemper etiam B ſit negatiuum.

Scho-

## Scholion.

130. Eodem modo, quo hoc problema reſoluimus, conditiones etiam inueniri poſſunt, quando duae pluresue lentes inter obiectiuam et ocularem inſeruntur ſeu quando huiusmodi teleſcopium ex quatuor pluribusue lentibus eſt compoſitum; ponamus enim quatuor id lentibus conſtare atque ſequentes ſex conditiones erunt adimplendae.

$$1^\circ.\ \frac{\alpha}{b} < 0;\quad 2^\circ.\ \frac{\beta}{c} < 0.\quad 3^\circ.\ \frac{\gamma}{d} < 0$$

$$4^\circ.\ \alpha + b > 0;\ 5^\circ.\ \beta + c > 0.\ 6^\circ.\ \gamma + d > 0$$

exiſtente $\delta = \infty$ ideoque $D = \infty$ et $\mathfrak{D} = 1$. vnde ſi loco harum litterarum valores ſupra dati introducantur, hae ſex conditiones praebebunt ſequentes formulas, in quibus $\Phi$ ſemper vt poſitiuum ponitur

$$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0.$$

$$2^\circ.\ \frac{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} < 0.$$

$$3^\circ.\ \frac{\pi'' - \pi' + \pi - \Phi}{\mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi} < 0.$$

quae tres conditiones commodius ita referuntur.

$$1^\circ.\ \mathfrak{B}\pi - \Phi < 0$$

$$2^\circ.\ \mathfrak{C}\pi' - \pi + \Phi > 0$$

$$3^\circ.\ \pi'' - \pi' + \pi - \Phi < 0.$$

Pro tribus reliquis conditionibus, quia in ſingulis denominatores ſunt negatiui, etiam numeratores oportet eſſe negatiuos vnde ſequentes conditiones erunt adimplendae.

$4^{\circ}.\ \mathfrak{B}\pi p < 0.$

$5^{\circ}.\ Bp(\mathfrak{C}\pi' - (1-\mathfrak{B})\pi) < 0$

$6^{\circ}.\ BCp(\pi'' - (1-\mathfrak{C})\pi') < 0.$

quae prout $p$ fuerit vel poſitiuum vel negatiuum duplici modo conſiderari poterunt; in hoc negotio autem inprimis conſideranda eſt expreſſio pro campo apparente, quae eſt $\Phi = \frac{-\pi+\pi'-\pi''}{m-1}$ quae quia tam magna deſiderari ſolet, quam fieri poteſt, curandum eſt, vt fractiones $\pi$ et $\pi''$ obtineant valores negatiuos eosque maximos, qui tamen $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{5}$ ſuperare nequeunt, ac ſi forte hoc fieri nequeat, et alteruter debeat eſſe poſitiuus, tum vt is fiat quam minimus, erit efficiendum.

## Scholion. 2.

131. His iam praemiſſis videamus, quo modo ſuperiori incommodo, quo lentes perfectae pro hoc teleſcopiorum genere ineptae ſunt deprehenſae, remedium afferri poſſit. Conſiderabimus igitur teleſcopium vt tribus lentibus compoſitum, ac duas priores prorſus vniamus vt interuallum $a+b$ euaneſcat ſicque lens obiectiua fiat duplicata, verum nunc ſingula elementa ita definiamus, vt non pro ſola obiectiua vtraque confuſio deſtruatur, ſed pro toto teleſcopio.

Quo-

Quoniam vero ad hoc duplici vitri ſpecie opus eſt, adhibere cogimur binas illas ſpecies anglicas, ſcilicet vitrum coronarium et chryſtallinum. Vnde duo potiſſimum problemata naſcuntur, prout vel prima lens ex coronario, ſecunda vero ex chryſtallino, vel contra prior ex chryſtallino, ſecunda vero ex coronario fuerit paranda; de tertia autem lente oculari perinde fere erit, ſiue eam ex vitro coronario ſiue ex chryſtallino conficere velimus, dummodo ea vtrinque aeque concaua reddatur, quandoquidem ea hoc modo maximam aperturam admittit, a qua campus apparens dependet.

## Problema 3.

132. Si teleſcopii lens obiectiua ſit duplicata ac prior quidem ex vitro coronario, poſterior vero ex chryſtallino parata, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; conſtructionem huius teleſcopii pro quauis multiplicatione $m$ deſcribere.

## Solutio.

Cum igitur hic ſit $\alpha + b = 0$; ſiue $\alpha = - b$; et $\frac{\alpha}{b} = - 1$ erit multiplicatio $m = - \frac{\beta}{c}$ ſeu $c = - \frac{\beta}{m}$ vbi littera $\beta$ exprimit diſtantiam focalem ipſius lentis obiectiuae duplicatae ideoque, vt ex probl. 1 patet, debet eſſe poſitiua; vnde lens ocularis erit concaua. Cum igitur ſit $b = \frac{\beta}{B}$; $q = \mathfrak{B} b = \frac{\mathfrak{B}\beta}{B} = \frac{\beta}{B+1}$ erit $\alpha = \frac{-\beta}{B}$

et litterae $\mu$ et $\nu$, vna cum $\mu''$, ex refractione $n = 1,53$; litterae vero $\mu'$ et $\nu'$ ex refractione $n = 1,58$ ſunt ſumendae; vnde pro confuſione ex apertura lentium deſtruenda habebimus hanc aequationem:

$$\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{mB^3} - \frac{\mu'\nu'}{\mathfrak{B}B} = 0$$

cum autem ſit $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ atque $n'' = n$ ob valorem diſtantiae O negatiuum pro margine colorato tollendo nanciſcimur hanc aequationem:

$$\pi'(3B + 10) = 10.\pi.$$

deinde vero pro hac confuſione penitus tollenda ſatisfieri oportet huic aequationi:

$$0 = -7 + \frac{10(B+1)}{B} - \frac{7}{mB}$$

$$\text{ſeu } 0 = -7B + 10.(B+1) - \frac{7}{m}$$

vnde reperitur $B = \frac{7 - 10.m}{3.m}$, $\mathfrak{B} = \frac{10m - 7}{7m - 7}$, ex qua littera B perfecte determinatur, ita, vt ex prima aequatione tantum litterae $\lambda$ et $\lambda'$ definiendae reſtent, quia ob lentem ocularem vtrinque aequalem, $\lambda''$ iam definitur. Inde igitur commodiſſime definitur numerus $\lambda'$:

$$\lambda' = \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda}{\mu'} + \frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu' B^3} - \frac{\nu\mathfrak{B}^2}{B}$$

in qua quidem aequatione $\lambda$ pro lubitu accipi poſſet, ſed ne $\lambda'$ vnitatem nimis ſuperet, conueniet ſumi $\lambda = 1$ ſicque omnia iam erunt determinata, ita, vt nihil amplius ſuperſit, quod ex aequatione media poſſet determinari,

minari, quia ratio litterarum $\pi$ et $\pi'$ ex praemiſſis iam datur. Cum enim ſit $b = \frac{\beta}{B} = \frac{p\Phi}{\mathfrak{B}\pi - \Phi} = \frac{-\beta\Phi}{B(\mathfrak{B}\pi - \Phi)}$ hincque $\pi = 0$, et cum pro campo apparente ſit $\Phi = \frac{-\pi + \pi'}{m-1}$ erit $\pi' = (m-1)\Phi$ vnde pro ſecunda aequatione prodit

$$0 = (m-1)\Phi(3B + 10)$$

quod cum fieri nequeat, praeter caſum $3B + 10 = 0$ ſeu $\frac{7 - 10.m}{m} + 10 = 0$ hincque $m = \infty$; margo coloratus tolli nequit, niſi multiplicatio ſit maxima ideoque pro maioribus multiplicationibus erit inſenſibilis, ad quem caſum cum haec teleſcopia accommodari conueniat, margo coloratus non erit metuendus, ſufficietque, ſi primae et tertiae aequationi ſatisfecerimus. Inuentis igitur quantitatibus B, $\lambda$ et $\lambda'$ pro data multiplicatione $m$ gradus claritatis $y$ aſſumatur, quo contenti eſſe voluerimus; indeque habebitur ſemidiameter aperturae primae lentis $x$. Si deinde diſtantiam focalem totius lentis obiectiuae, quae eſt aequalis $\beta$, vt indefinitam ſpectemus; habebimus inde 1° diſtantiam focalem prioris lentis; $a = \frac{-\beta}{B}$ et pro poſteriore diſtantias determinatrices $b = \frac{\beta}{B}$ et $\beta$; ex quibus cum numeris $\lambda$ et $\lambda'$ vtramque lentem poterimus conſtruere; in qua conſtructione notetur minimus radius ſiue conuexitatis ſiue concauitatis eiusque parti quintae vel etiam quartae aequetur $x = my$; vnde ipſa quantitas $\beta$ in digitis determinabitur. Hinc porro colligimus distantiam focalem lentis ocularis $= c = \frac{-\beta}{m}$; ex qua si huic lenti vtrinque figura aequalis tribuatur, vt scilicet maximae aperturae fiat capax radius istius curuaturae erit $= -\frac{2(n-1)\cdot\beta}{m}$ vti supra iam ostendimus §. 61, vbi etiam inuenimus pro hac lente fore $V(\lambda''-1) = \frac{\sigma-\varrho}{2\tau}$; vnde valor ipsius $\lambda''$ definitur.

## Coroll. 1.

133. Cum hic distantia oculi post vltimam lentem O fiat negatiua; ideoque oculus huic lenti immediate adplicari debeat, in formula campum apparentem declarante $\Phi = \frac{-\pi+\pi'}{m-1}$ fractio $\pi'$ sumi debet $= \frac{\omega}{c}$ vt scilicet campum inueniamus, quem vno obtutu conspicimus; expediet autem, aperturam istius lentis tantam fieri, quantam curuatura facierum admittit, sicque nihil obstat, quominus ipsi $\pi'$ valor $= \frac{1}{4}$ vel $= \frac{1}{3}$ tribuatur.

## Coroll. 2.

134. Quod hic de valore vltimae litterarum $\pi$, $\pi'$, $\pi''$ etc. notauimus, latissime patet, vt scilicet ei semper valor $\frac{1}{3}$ vel $\frac{1}{4}$ tribui possit, dummodo in computo campi apparentis eius valor ad $\frac{\omega}{c}$ imminuatur, si quidem hic fuerit minor; quippe quo modo campus vno obtutu conspectus definitur. Quando autem apertura lentis ocularis maior fuerit pupilla, tum pupilla eam quasi peragrando successiue totum campum con-

conſpiciet, quem verus valor ipſius $\pi'$ definit ſicque in poſterum hanc limitationem a pupilla petitam penitus omittere poterimus; dummodo notetur, caſu, quo $\pi'$ maius, quam $\frac{\omega}{c}$, hunc campum non vno obtutu apparere.

## Coroll. 3.

135. Hoc igitur pacto teleſcopium adipiſcimur primi generis, quod obiecta ſine vlla confuſione ſiue ab apertura lentium ſiue a diuerſa radiorum natura oriunda repraeſentabit, ita, vt in illo nihil amplius poſſit deſiderari, niſi quod campus apparens nimis ſit exiguus; quo tamen defectu omnia teleſcopia tam Newtoniana, quam Gregoriana aeque laborant.

## Scholion. 1.

136. Si haec ad praxin accommodare velimus, inchoandum erit a valore litterae B, quem tertia aequatio ſuppeditat, ſcilicet $B = \frac{7-10.m}{3m}$, qui ſtatim atque $m$ ſit numerus modice magnus, abit in $B = -\frac{10}{3}$ quia autem hic valor $-\frac{7}{3}$ deriuatus eſt ex Dollondi experimentis, vnde rationem $\frac{dn}{n-1} . \frac{dn'}{n'-1} = 7 : 10$ deduximus, nemo certe arbitrabitur, hanc rationem tam exacte veritati reſpondere, vt non ſatis notabiliter ab ea diſcrepare poſſit; quam ob cauſſam ridiculum plane foret, ſi circa valorem huius litterae B nimis ſcrupuloſi eſſe vellemus; neque etiam res ipſa tantam preciſionem exigere

gere videtur, cum iam plurimum praeſtitiſſe is ſit cenſendus, qui hanc confuſionis ſpeciem, quae hactenus nullo plane modo imminui poſſe eſt credita, plurimum imminuere potuerit, etiamſi ad nihilum non reduxerit, audacter igitur ſtatuere poterimus, $B = -\frac{10}{3}$ pro quacunque multiplicatione, indeque tantum ſupereſt, vt formula pro $\lambda'$ inuenta euoluatur; in quo nihil omnino negligere licebit; quoniam vt ſupra iam inuenimus ſolus terminus $\frac{\mu\mathfrak{B}^3\lambda''}{m\mu'.\mathfrak{B}^3}$ tanti erat momenti, vt a lente obiectiua perfecta optatus effectus exſpectari non potuerit.

## Scholion 2.

137. Quoniam in ſequentibus plurimum intererit, vt lentibus ocularibus eiusmodi figura tribuatur, quae maximae aperturae ſit capax, hocque manifeſto eueniat, ſi ambae huius lentis facies reddantur aequales: pro huiusmodi lente valor litterae $\lambda$ ita definietur, vt fiat $\sqrt{\lambda - 1} = \frac{\sigma - \varrho}{2\tau}$ quem igitur pro praecipuis vitri ſpeciebus hic exhibeamus.

| $n$. | $\sqrt{\lambda - 1}$. | $\lambda$. |
|---|---|---|
| 1. 53 | 0, 77464. | 1. 60006. |
| 1. 55 | 0, 79367. | 1. 62991. |
| 1. 58 | 0, 82125. | 1. 67445. |

Cum igitur nunc habeamus valorem $\lambda'' = 1,60006$, per ea, quae in problemate ſunt conſtituta, habebimus

$\mu = 0$.

$\mu = 0.9875$; $\mu' = 0.8724$; $\nu' = 0.2529$. ſumto $B = -\frac{10}{3}$ et $\mathfrak{B} = +\frac{10}{7}$; aequatio prima reſoluenda induet hanc formam:

$$\lambda' = 3,3001.\lambda - \frac{0.1426}{m} + 0.1548$$

ex qua ne valor ipſius $\lambda'$ praeter neceſſitatem nimis magnus prodeat, ſtatuamus $\lambda = 1$, fietque

$$\lambda' = 3,4549 - \frac{0.1426}{m}$$

cuius aequationis vſum in aliquot exemplis oſtendamus.

## Exempl. I.

138. Huiusmodi teleſcopium conſtruere, quod obiecta vicies quinquies aucta repraeſentet, ſeu ſit $m = 25$. Cum ſit $\lambda = 1$, erit $\lambda' = 3,4492$ et $\lambda' - 1 = 2,4492$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,5649$; atque hinc ſequens ſingularum lentium conſtructio colligetur:

I. Pro lente prima ex vitro coronario facta

ob eius diſtantiam focalem $p = \alpha = +\frac{3\beta}{10}$ et $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0$ fiet

$$\text{radius faciei} \begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\beta \\ \text{poſter.} = 1.3239.\beta \end{cases}$$

II. Pro ſecunda lente ex vitro chryſtallino

cum ſint diſtantiae determinatrices $b = \frac{\beta}{B} = -\frac{3}{1}\beta$, et litterae $\varrho = 0.1413$, $\sigma = 1,5827$, $\tau = 0,8775$



et

et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,5649$ ſi pro radiis anterioris et poſterioris faciei ponamus litteras F et G, habebimus

$$F = \frac{b\beta}{\varrho\beta + \sigma b \pm \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

$$G = \frac{b\beta}{\varrho b + \sigma\beta \mp \tau(b+\beta)\sqrt{(\lambda'-1)}}$$

atque hinc

$$\frac{1}{F} = \frac{3\sigma - 10.\varrho \mp 7.\tau\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{3\varrho - 10.\sigma \pm 7.\tau\sqrt{(\lambda'-1)}}{3\beta.}$$

quibus euolutis prodit

$$\frac{1}{F} = \frac{3.3351 \mp 5.6124}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-15.4031 \pm 5.6124}{3\beta}$$

vt igitur radii non nimis fiant parui, vti oportet ſignis ſuperioribus, vnde obtinebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-5.2773}{3\beta}; \quad F = -0.4779.\beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7907}{3\beta}; \quad G = -0.5180.\beta$$

### III. Pro tertia lente oculari

ex vitro coronario paranda conſtructio eſt facillima, dum vtriusque faciei radius eſſe debet $= 2(n-1)r = -1,06.r = -0,00424.\beta$.

Binae priores lentes ſibi inuicem immediate iunguntur, vt vnam quaſi lentem conſtituant, cuius aperturae ſemidiameter maior eſſe nequit, quam quarta circi-

circiter pars radii minimi quae eſt $= 0.0452\,\beta$, & habebimus $x = 0.0452\,\beta$. Debet autem eſſe $x = my$, denotante $y$ gradum claritatis atque iam notauimus ſtatui poſſe $y = \frac{1}{50}$. dig. ita, vt hoc caſu habeamus $x = \frac{1}{2}$ dig. quo circa valor ipſius $\beta$ ita determinabitur, vt ſit $\beta = 11, 1$ dig. ſaltim $\beta$ hoc limite non debet capi minus vnde ſuperiores menſurae abſolute innoteſcunt. Campi autem apparentis ſemidiameter ob $\pi = 0$ erit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{\pi'}{24}$; ſumtoque $\pi' = \frac{1}{4}$ erit in minutis primis $35\frac{3}{4}$ min. quem campum oculus vno obtutu cerneret, ſi ſemidiameter pupillae eſſet $\pi' r. = 0.1120$. Quanto autem eſt minor, tanto minorem quoque campum vno obtutu videbit. Longitudo autem huius teleſcopii erit $= 10\frac{3}{4}$ digit.

## Scholion.

139. Hoc ergo teleſcopium ad praxin ſatis accommodatum videtur, cum eius longitudo minor ſit vndecim digitis et tamen vicies quinquies obiecta augeat, campo apparente non adeo exiguo exiſtente; hincque etiam patet quantum lens perfecta hic immutari debuerit, vt etiam confuſionem a lente oculari oriundam tolleret. Verum hic notandum eſt, conſtructionem huius inſtrumenti ſummam artificis ſollertiam requirere minimumque errorem commiſſum totum opus irritum reddere quare non niſi poſt plura tentamina ſucceſſus ſperari poterit. Multo maiore autem ſollertia erit opus, ſi maiorem quoque multipli-

cationem desideremus, vti ex sequenti exemplo erit manifestum.

## Exemplum II.

140. Huiusmodi telescopium conficere, quod obiecta quinquagies multiplicet seu sit $m = 50$.

Erit pro hoc casu $\lambda' = 3.4521$ et $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1.5659$ qui valor praecedentem superat $\frac{1}{1535}$ hoc est, sui parte $\frac{1}{1534}$, ita, vt superior formula $\sqrt{(\lambda' - 1)}$ per $1 + \frac{1}{1534}$ multiplicata praebeat praesentem valorem. et cum reliqua elementa maneant, vt ante, erit

I. Pro prima lente

radius faciei $\begin{cases} \text{anter.} = 0.1807.\ \beta \\ \text{poster.} = 1.3239.\ \beta \end{cases}$

II. Pro secunda lente

habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{5.3351 \mp 0.6185}{3\beta}$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.4031 \mp 0.6185}{3\beta}$$

sumtisque signis superioribus habebimus

$$\frac{1}{F} = \frac{-6.2834}{3\beta};\ F = -0.4774\ \beta$$

$$\frac{1}{G} = \frac{-5.7846}{3\beta};\ G = -0.5186.\ \beta$$

quae duae lentes iunctae aperturam admittent, cuius semidiameter $= 0.0452.\ \beta$; quo scilicet maior non debet

debet esse valor $x = my = 1$. dig. quare capi debebit $\mathfrak{G}$ maius, quam 22, 1. dig.

III. Pro lente oculari,

cuius distantia focalis est $= \frac{-\beta}{m} = \frac{-\beta}{50}$ radius vtriusque faciei erit $= -\frac{2(n-1)\beta}{50} = -0{,}0212$. $\mathfrak{G}$ sumto autem $\pi' = \frac{1}{4}$ erit aperturae eius semidiameter $x = +\frac{\beta}{233}$ $= 0{,}110$. dig. vnde semidiameter campi apparentis fit $\Phi = \frac{\pi'}{m-1} = \frac{1}{196}$ siue angulus $\Phi = 17\frac{1}{2}$ min. prim. Longitudo denique huius telescopii erit $= \mathfrak{G} + r = 21{,}658$ siue $21\frac{2}{3}$ dig.

## Scholion.

141. In hoc exemplo constructio lentis secundae vix discrepat a praecedente; vnde patet, quam adcurate mensurae inuentae obseruari debeant vt effectus voto respondeat facillimeque euenire posse, vt quae lens obiectiua datae cuidam multiplicationi destinatur, ea longe alii multiplicationi inseruiat; quare quantamcunque etiam sollertiam artifex adhibuerit, multiplicatio cui conuenit, explorari debet, dum scilicet ei successiue aliae atque aliae lentes oculares adiunguntur; tum enim pro certa quadam multiplicatione fieri poterit, vt telescopium egregium effectum producat, hanc ob caussam supersedeamus altero casu supra memorato, quo pro lente obiectiua lens prior ex vitro chrystallino, posterior ex coronario parari debebat, quoniam

haec quae euoluimus, ſufficere videntur et multo magis expediet pro lente obiectiua lentem triplicatam exhibere eamque talem, cuius prima et tertia lens ex vitro chryſtallino, media ex coronario ſit confecta, quia iam ſupra hinc aptiſſima lens perfecta eſt nata.

## Problema 3.

142. Si lens obiectiua teleſcopii ſit triplicata, cuius prima et tertia lens ex vitro chryſtallino, media vero ex coronario ſit conficienda, lens autem ocularis etiam ex vitro coronario; huius teleſcopii conſtructionem deſcribere, vt omni confuſione careat.

## Solutio.

Hoc igitur teleſcopium ex quatuor omnino lentibus conſtabit, pro quibus erit $n = 1,58$; $n' = 1,53$; $n'' = n$ et $n''' = n'$. et quia tres priores lentes in vnam quaſi coaleſcere debent, erit $\alpha + b = 0$; et $\beta + c = 0$; ſiue $\frac{\alpha}{b} = -1$; et $\frac{\beta}{c} = -1$; quare cum ſit multiplicatio $m = -\frac{\alpha}{b} \cdot \frac{\beta}{c} \cdot \frac{\gamma}{d}$ erit $m = \frac{-\gamma}{d}$ ſeu $d = \frac{-\gamma}{m}$ reliquae vero litterae ſimili modo per $\gamma$ exprimi poterunt, ſcilicet $c = \frac{\gamma}{C}$; $\beta = \frac{-\gamma}{C}$; $b = \frac{-\gamma}{BC}$ et $\alpha = \frac{\gamma}{BC}$, ex quibus diſtantiae focales oriuntur

$$p = \frac{\gamma}{BC};\ q = \frac{-\mathfrak{B}\gamma}{BC};\ r = \frac{\mathfrak{C}\gamma}{C};\ s = \frac{-\gamma}{m}.$$

Quibus praemiſſis pro confuſione ex apertura lentium orta deſtruenda habebimus hanc aequationem:

μλ-

$$\mu\lambda - \frac{\mu'}{\mathfrak{B}}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\nu}{B}\right) + \frac{\mu''}{\mathfrak{C}.B^3}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^2} + \frac{\nu''}{C}\right) - \frac{\mu'''.\lambda'''}{B^3C^3.m} = 0$$

quae ob $\mu'' = \mu$; $\nu'' = \nu$ et $\mu''' = \mu'$ euoluta dabit:

$$0 = \begin{cases} \mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\mu\lambda''}{B^3\mathfrak{C}^3} - \frac{\mu'\lambda'''}{B^3C^3.m} \\ -\frac{\mu'\nu''}{B\mathfrak{B}} + \frac{\mu\nu}{B^3C\mathfrak{C}}. \end{cases}$$

Ne nimis rationi $7:10$, qua ante vſi ſumus, inhaereamus, ponamus in genere $\frac{dn}{n-1} = \zeta$, et $\frac{dn'}{n'-1} = \eta$, vt ſit circiter $\zeta:\eta = 10:7$; deinde quia noſtro caſu ſit $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ pro margine colorato abolendo habebimus

$$0 = \zeta - \frac{\eta(B+1)}{B} + \frac{\zeta(C+1)}{BC}$$

ſiue

$$\zeta(1 + C + BC) = \eta(B+1)C$$

ex qua quid concludere liceat deinceps videbimus: Tertiam aequationem nobis praebet deſtructio tota huius confuſionis, ſcilicet iſtam:

$$0 = BC + C + \frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m}$$

Ponatur breuitatis gratia $\frac{\zeta m - \eta}{(\zeta - \eta)m} = \vartheta$, eritque

$$0 = BC + C + \vartheta$$

vnde prodit $C = \frac{-\vartheta}{B+1}$.

vel $B = -1 \frac{-\vartheta}{C}$

Cum autem ſecunda aequatio abeat in hanc formam:

BC-

## Coroll. 2.

127. Quatenus ergo haec quantitas reddi poteſt minor non ſolum vnitate; ſed etiam fractione 0,191827 ita ſcilicet, vt praxis non enormi aberrationi ſit expoſita, eatenus lentibus triplicatis vſus erit concedendus.

## Coroll. 3.

128. Si ſit vel $f=0$, vel $g=0$, vel $h=0$, vna lentium habebit facies parallelas, et lens triplicata aequiualebit duplicatae ac ſi duae litterarum $f, g, h$ ſimul euaneſcant, tertia in vnitatem abeunte, caſus habebitur lentis ſimplicis.

## Coroll. 4.

129. Si ſit $f=1$, ideoque $h=-g$, valor numeri $\lambda$ pro lente triplicata erit $\lambda+(\lambda'-\lambda'')g^3$, ideoque ſi $\lambda''=\lambda'$ lens triplicata ſimplici aequiualebit, quod idem euenit ſi fuerit vel $g=1$ vel $h=1$.

## Coroll. 5.

130. Sumtis autem pro $f, g, h$ numeris idoneis ob $f+g+h=1$, conſtructio lentis triplicatae ex formulis §. 91 exhibitis eſt petenda ſumendo.

$$\frac{1}{\alpha}=\frac{-1+f}{a}+\frac{f}{\gamma};\quad \frac{1}{b}=\frac{1-f}{a}-\frac{f}{\gamma}$$

$$\frac{1}{\beta}=\frac{-h}{a}+\frac{1-h}{\gamma};\quad \frac{1}{c}=\frac{h}{a}-\frac{1+h}{\gamma}$$

Scholion

## Scholion 1.

131. Quemadmodum hinc expressio inventa prodeat, notandum est fore $\frac{f}{a\alpha}+\frac{g}{b\beta}+\frac{h}{c\gamma}=$

$$+\frac{1}{\alpha\alpha}(-f(1-f)-gh(1-f))$$
$$+\frac{1}{\alpha\gamma}(+ff+g(1-f)(1-h)+fgh+hh)$$
$$+\frac{1}{\gamma\gamma}(-fg(1-h)-h(1-h))$$

sed $-f(1-f)-gh(1-f)=-(1-f)(f+gh)=-(1-f)(1-g)(1-h)$ ob $f=1-g-h$ ideoque $f+gh=(1-g)(1-h)$. Simili modo pro $\frac{1}{\gamma\gamma}$ est $-fg(1-h)-h(1-h)=-(1-h)(h+fg)=-(1-f)(1-g)(1-h)$ ob $h=1-f-g$. Denique pro $\frac{1}{\alpha\gamma}$, quia est $ff+hh=(f+h)^2-2fh=(1-g)^2-2fh=1-2g+gg-2fh$, hoc valore substituto coefficiens ipsius $\frac{1}{\alpha\gamma}$ erit

$$1-2g-2fh+gg+fgh+g(1-f)(1-h)=$$
$$1+(g+fh)(g-2)-g(1-f)(1-h)=1-2(1-f)(1-g)(1-h)$$

ob $g+fh=(1-f)(1-h)$. Consequenter colligitur

$$\frac{f}{a\alpha}+\frac{g}{b\beta}+\frac{h}{c\gamma}=-(1-f)(1-g)(1-h)\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\gamma}\right)^2+\frac{1}{\alpha\gamma}.$$

## Scholion 2.

132. Hoc problema etiam ope praecedentium facilius sequenti modo resolui potest. Considerentur scilicet binae lentes PP et QQ iunctim sumtae tanquam lens duplicata ad distantias determinatrices $a$ et $\beta$ per numeros arbitrarios $\lambda$, $\lambda'$ et $f$ instructa, ac posito $\lambda f^3+\lambda'(1-f)^3-\nu f(1-f)=\lambda^{(2)}$, spatium diffusionis ex ea sola ortum erit

$$\mu\beta\beta xx\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\lambda^{(2)}\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)^2+\frac{\nu}{\alpha\beta}\right)$$

 quae

$\nu' = 0.2196$; vnde fit $l\mu\nu = 9.3436645$; $l\mu'\nu' = 9.3361694$.

Pro termino $\mathfrak{B}^2$.

$$\mathfrak{B}^2 \left(\tfrac{21}{10}\mu + \mu'\nu' - \tfrac{3}{10}\mu\nu\right)$$

$$\mathfrak{B}^2 (+ 1.83204 - 0.06618)$$

$$\begin{array}{r} + 0.21685 \\ \hline 2.04889 \\ 0.06618 \\ \hline 1.98271 \end{array}$$

$$+1.98271.\mathfrak{B}^2 - 1.38675\,\mathfrak{B} - 0.84271 + 0.\tfrac{04266}{m} = 0.$$

qua diuisa per 1.98271 fiet

$$\mathfrak{B}^2 = 0.69942.\,\mathfrak{B} + 0.42503 - \tfrac{0.02152}{m}$$

cuius resolutio suppeditat

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm \sqrt{}\left(0.54736 - 0.\tfrac{02152}{m}\right) \text{ vel}$$

$$\mathfrak{B} = 0.34971 \pm \left(0.73983 - 0.\tfrac{01454}{m}\right)$$

vnde bini ipsius $\mathfrak{B}$ valores erunt

$$\text{I. } \mathfrak{B} = 1.08954 - 0.\tfrac{01454}{m}$$

$$\text{II. } \mathfrak{B} = - 0.39012 + 0.\tfrac{01454}{m}$$

## Coroll. I.

143. Tribus igitur prioribus lentibus immediate coniunctis existit lens obiectiua triplicata, cuius distan-

tia

tia focalis erit aequalis $\gamma$, ex qua radios singularum facierum definire oportet, inter quos notetur minimus, qui sit $= i\gamma$, cuius pars quarta $= \frac{1}{4} i\gamma$ dabit semidiametrum aperturae, quam ista lens obiectiua admittit.

## Coroll. 2.

144. Porro vero ex multiplicatione $m$ data et gradu claritatis $y$ definitur semidiameter aperturae lentis obiectiuae $x = my$ idque in digitis, sumendo v. gr. $y = \frac{1}{50}$ dig. vnde habebitur ista aequatio $my = \frac{1}{4} i.\gamma$, ex qua per mensuram absolutam colligitur $\gamma = \frac{4 \cdot my}{i}$.

## Coroll. 3.

145. Cum autem lens ocularis debeat esse vtrinque aeque concaua, vt sit $\lambda''' = 1,60006$, erit eius distantia focalis $= d = \frac{-\gamma}{m}$; vnde radius vtriusque faciei statui debet $= -\frac{2(n'-1)}{m}.\gamma = \frac{-1{,}06}{m}\gamma$, cuius aperturae semidiameter sumi potest quater minor, vt sit $x = \frac{\gamma}{4m}$.

## Exempl. I.

146. Posita multiplicatione $m = 25$ construere huiusmodi telescopium ex valore priore pro littera $\mathfrak{B}$ inuento.

Cum igitur sit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = +1,08896$ ex quo sequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -12,24100$ et log. $B = 1.0878169$. Porro $C = -\vartheta(1-\mathfrak{B}) = 0,2965$ hincque ob $BC + C + \vartheta = 0$ colligimus $BC = -C - \vartheta = +\vartheta - \vartheta\mathfrak{B} - \vartheta = -\vartheta\mathfrak{B} = -3,6298$ et $\mathfrak{C} = \frac{C}{C+1} = 0.22869$.

Sint nunc radii facierum primae lentis F et G; secundae F′ et G′ ac tertiae F″ et G″ ob distantias determinatrices

$$a = \infty;\ b = \frac{-\gamma}{BC};\ c = \frac{\gamma}{C}$$

$$\alpha = \frac{\gamma}{BC};\ \beta = \frac{-\gamma}{C};\ \gamma = \gamma$$

et numeros $\lambda = 1;\ \lambda' = 1;\ \lambda'' = 1$ erit

$$F = \frac{\alpha}{\sigma} = \frac{\gamma}{BC.\sigma};\ G = \frac{\alpha}{\varrho} = \frac{\gamma}{BC.\varrho}$$

$$F' = \frac{b\beta}{\varrho'\beta + \sigma' b} = \frac{-\gamma}{BC\varrho' + C\sigma'}$$

$$G' = \frac{b\beta}{\varrho' b + \sigma'\beta} = \frac{-\gamma}{BC\sigma' + C\varrho'}$$

$$F'' = \frac{c\gamma}{\varrho\gamma + \sigma c} = \frac{\gamma}{C\varrho + \sigma}$$

$$G'' = \frac{c\gamma}{\sigma\gamma + \varrho} = \frac{\gamma}{C\sigma + \varrho}$$

Cum igitur sit $\varrho = 0.1413$, $\sigma = 1.5827$ et $\varrho' = 0.2266$; $\sigma' = 1.6602$ calculo instituto obtinebimus:

$$F = -0,1740\,\gamma;\ G = -1,9497\,\gamma$$

$$F' = +3,0276.\gamma;\ G' = +0,1678\,\gamma$$

$$F'' = 0,6155\,\gamma;\ G'' = +1,6378\,\gamma$$

At pro lente oculari radius vtriusque faciei erit $= -0,0424.\gamma$. Inter illos autem radios minimus est $0,1678.\gamma$, cuius parti quartae $0,0419.\gamma$ si aequetur $x = my = 25.y = \frac{1}{2}$ dig. prodibit $\gamma = 12$. dig. Longitudo telescopii $\gamma(1 - \frac{1}{m}) = 11,52$ dig. et semidiameter campi apparentis ob $\pi = 0$ et $\pi' = 0$ fiet $\Phi = -\frac{\pi''}{m-1}$ et sumto $\pi'' = -\frac{1}{4}$ erit $\Phi = \frac{1}{96}$ in part. rad.

rad. vel $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. prim. quem oculus vno obtutu conſpiceret, ſi ſemidiameter pupillae aequalis eſſet ſemidiametro aperturae lentis ocularis hoc eſt $= \frac{1}{4}\frac{\gamma}{m} = \frac{\gamma}{100} = \frac{3}{25}$ dig. alioquin ſi pupilla minor eſſet, in eadem ratione campus deberet imminui.

## Exempl. II.

147. Poſita multiplicatione $m = 50$ conſtruere huiusmodi teleſcopium ex valore priore ipſius $\mathfrak{B}$.

Cum ſit $m = 50$ erit $\mathfrak{B} = +1,08925$ ex quo ſequitur $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -12,2045$ et log. $B = 1.0865194$. Porro $C = 0.2975$ et $BC = -3,6308$. Cum igitur praecedentes formulae etiam nunc locum habeant, radii ſingularum facierum ita reperiuntur expreſſi:

$F = -0.1740.\gamma$; $G = -1.9493.\gamma$.
$F' = +3.0410.\gamma$; $G' = +0.1677.\gamma$.
$F'' = 0,6155.\gamma$; $G'' = +1.6337\ \gamma$.

Horum radiorum minimus eſt 0,1677, cuius parti quartae $0.0419.\gamma$ aequalis ſtatui debet ſemidiameter aperturae $x = my = 1$ dig. ex quo definitur $\gamma = \frac{1}{0,0419} = 23,86$. dig. ita, vt ſtatui poſſit $\gamma = 24$ dig. Tum autem erit diſtantia focalis lentis ocularis $= \frac{-\gamma}{m} = \frac{-12}{25}$ dig. radiusque vtriusque faciei $1,06.\frac{12}{25} = 0.508$ dig.

Longitudo ergo huius teleſcopii erit $= \gamma(1-\frac{1}{m}) = 23,04$. dig. et ſemidiameter campi apparentis $\Phi = \frac{-\pi''}{49} = \frac{1}{198}$ et in minutis primis $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

## Scholion.

148. Ad maiorem multiplicationem hunc calculum non profequor, quia differentia prodiret tam exigua, vt ab artificibus vix videatur exfequenda; quare eadem exempla etiam ab altero valore pro $\mathfrak{B}$ inuento euoluamus.

## Exempl. III.

149. Pofita multiplicatione $m = 25$, conftruere huiusmodi telefcopium ex valore pofteriore ipfius $\mathfrak{B}$.

Cum fit $m = 25$, erit $\mathfrak{B} = -0,38954$ et $1 - \mathfrak{B} = 1,38954$, vnde fit $B = \frac{\mathfrak{B}}{1-\mathfrak{B}} = -0.280369$ et log. $B = 9.4476810$; deinde fiet $C = -9(1-\mathfrak{B}) = -4.6318$ et $BC = +1,29850$.

Quia igitur formulae pro radiis facierum manent, vt fupra, inueniemus eos, vt fequitur:

$F = 0\ 486585\,\gamma$; $G = 5,45024\,\gamma$.

$F' = +0.13521.\gamma$; $G' = -0.90400.\gamma$

$F'' = +1.07723.\gamma$; $G'' = -0.13909.\gamma$.

Inter hos radios minimus eft $0,13521\,\gamma$ cuius parti quartae $0,03380.\gamma$ aequari debet femidiameter aperturae $x = my. = \frac{1}{2}$ dig. vnde $\gamma = \frac{1}{0,06760} = 15$ dig.; ita vt telefcopii longitudo $= \gamma(1 - \frac{1}{m}) = 14\frac{2}{5}$ dig. diftantia autem focalis lentis ocularis erit $= -\frac{3}{5}$ dig. ita, vt radius faciei vtriusque $= 0.6360$. dig. et femidiameter campi apparentis erit vt fupra, $\Phi = 35\frac{3}{4}$ min. qui ab oculo vno obtutu vel faltim fucceffiue confpici poterit.

Exem-

## Exempl. IV.

150. Poſita multiplicatione $m = 50$ conſtruere huiusmodi teleſcopium ex valore poſteriore ipſius $\mathfrak{B}$.

Cum ſit $m = 50$, erit $\mathfrak{B} = -0.38983$ et $1 - \mathfrak{B} = 1.38983$; vnde colligitur $C = -4,6328$ et $BC = +1,2995$.

Cum igitur formulae pro radiis facierum maneant eaedem, ex iis facto calculo nanciſcemur:

$$F = 0.48621.\gamma;\ G = 5,44604.\gamma$$
$$F' = 0.13519.\gamma;\ G' = -0,90285.\gamma$$
$$F'' = 1.07747.\gamma;\ G'' = -0.13906.\gamma.$$

Inter quos radios minimus eſt $0.13519.\gamma$ cuius parti quartae $0.03379.\gamma$ aequari debet ſemidiameter aperturae $x = my = 1.$ dig. vnde $\gamma = 29$ dig. et diſtantia focalis lentis ocularis $= -0,58.$ dig. et radius vtriusque faciei $= 0,6148$. Longitudo ergo teleſcopii erit $= 28,42$ dig. et ſemidiameter campi $\Phi = 17\frac{1}{2}$ minut.

## Scholion.

151. Etſi haec teleſcopia quatuor lentibus reuera conſtant, ea tamen quaſi tantum ex duabus lentibus compoſita ſpectare licet, propterea quod tres priores lentes in vnam coaluerunt, vt lens obiectiua fieret triplicata et meliore ſucceſſu loco lentium triplicatarum perfectarum ſupra traditarum vſurpanda; quandoquidem iam vidimus, lentibus illis perfectis ſolam ipſarum confuſionem vtriusque generis annihilari,

lari, ita, vt confuſio lentis ocularis etiam nunc tota ſubſiſteret, quamobrem lentes triplicatas hic in vſum vocatas data opera ita inſtruximus, vt non eſſent perfectae ſed vt iis etiam confuſio lentis ocularis ad nihilum redigeretur, quae ſi modo artifex exactiſſime perficere poſſet, nihil amplius deſiderari poſſe videretur. Verum duabus adhuc difficultatibus haec teleſcopia premuntur; altera eſt, quod tribus huiusmodi lentibus coniungendis craſſities ita fiat modica, vt non amplius tanquam euaneſcens ſpectari poſſit, quemadmodum calculus noſter poſtulat; vnde etiamſi artifex noſtras menſuras exactiſſime exſequi valeret, neutiquam tamen perfectus conſenſus inter theoriam et praxin ſperari poſſet; altera difficultas in anguſtia campi apparentis eſt poſita, maximeque eſt optandum, vt campo maior amplitudo concilietur; quo igitur huic duplici incommodo conſulamus, in ſequenti capite hanc inueſtigationem vlterius proſequamur, dum huius generis teleſcopiis reuera plures duabus lentes tribuemus, quae omnes a ſe inuicem certis interuallis ſint disiunctae, vbi inprimis in hoc erit inquirendum, num hoc modo etiam vtriusque generis confuſio aeque feliciter tolli poſſit; deinde vero num hoc modo campus apparens magis amplificari poſſit, ac ſi praeterea longitudo horum teleſcopiorum minor prodiret; tum certe iis ſummus perfectionis gradus conciliatus eſſet cenſendus.

---

CAPVT