

www.e-rara.ch

**Darstellung der Untersuchungen und Maassregeln, welche in den Jahren
1835 bis 1838, durch die Einheit des Preussischen Längenmaasses
veranlasst worden sind**

Bessel, Friedrich Wilhelm

Berlin, 1839

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 15045

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-46217>

Zweiter Abschnitt.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

Zweiter Abschnitt.

Vergleichung des Originals des Preussischen Längenmaafses von 1816 mit der Toise du Pérou.

§. 4.

Vergleichung verschiedener Copien der Toise du Pérou untereinander.

Indem man die Toise du Pérou im Auslande nur durch Copien kennen lernen kann, welche in Paris davon genommen worden sind, hat es ein Interesse, verschiedene derselben untereinander zu vergleichen, um aus ihrem gegenseitigen Verhalten das ihnen zu schenkende Zutrauen kennen zu lernen. Ich hatte den Vorthail, drei möglichst zuverlässige Copien derselben Maafseinheit vergleichen zu können. Die eine gehört der Königsberger Sternwarte und wird in der Folge durch *P* bezeichnet werden; sie ist dieselbe, welche den Bestimmungen der Pendellängen von Königsberg, Gölldenstein und Berlin, so wie auch der Gradmessung in Ostpreußen zum Grunde gelegt worden ist; sie ist 1823 von Hrn. *Fortin* verfertigt, von den Herren *Arago* und *Zahrtmann* mit dem Originale verglichen und 0,0008 kürzer als dieses gefunden; wie aus einem, von diesen Herren darüber ausgefertigten Certificate hervorgeht. Die beiden anderen gehören zu dem reichen Instrumentenvorrathe, welchen Herr Etatsrath *Schumacher* in Altona gesammelt hat und wurden mir von ihm, zur Benutzung, gütigst überlassen. Die eine derselben (*F*) ist 1821, wie die Königsberger Toise, von Hrn. *Fortin* verfertigt und von Hrn. *Arago* verglichen und für richtig erklärt. Die andere (*G*) hat Hr. *Gambey* 1831 gemacht, und die Herren *Arago*, *Mathieu* und *Nyegaard* haben sie, bei ihrer Vergleichung, 0,00021 zu lang gefunden.

Über die im J. 1835 von mir gemachten Vergleichen dieser drei Exemplare der Toise untereinander habe ich, nachdem das Verfahren, im Allgemeinen, im 1^{ten} §. erläutert worden ist, nur noch Einzelheiten anzuführen. Man kann die Wasserwagen der Fühlhebel der Mikrometer des Apparats, durch Drehung der Mikrometerschrauben, entweder zum völligen Einspielen bringen, oder sich mit der näherungsweisen Hervorbringung dieses Zustandes begnügen und das, was daran fehlt, durch die Ablesung der Scalen der Wasserwagen erkennen. Die stattfindende äußerste Beweglichkeit der Wasserwagen macht es aber zeitraubend, sie durch die Mikrometerschrauben zum Einspielen zu bringen, denn die Drehung der Schraube des ersten Mikrometers bewegt die Blase der Wasserwagen desselben um 8,6 Theile ihrer Scale; bei dem zweiten Mikrometer beträgt diese Bewegung 7,5 Theile; der Zeitverlust ist desto größer, da bei allen Mikrometerschrauben vermieden werden muß, sie rückwärts zu drehen. Durch das näherungsweise Einstellen der Mikrometer und durch die Ablesung ihrer Wasserwagen wird aber dieser Zeitverlust vermieden, auch an Genauigkeit gewonnen, indem man, durch ihre Einstellung auf einen Strich der Schraubentrommeln, oder auf die Mitte zwischen zwei Strichen, die Schätzung der kleineren Theile vermeidet. Diese Beobachtungsart habe ich daher ohne Ausnahme, bei allem Folgenden angewandt. Wenn zwei der Toisen eine Anzahl Mal miteinander verglichen waren, wandte ich beide um und wiederholte ihre Vergleichen eben so oft in dieser Lage; die in beiden Lagen gemachten Vergleichen sind, in den folgenden Verzeichnissen derselben, durch *o* und *u* unterschieden. Über ihre Berechnungsart bemerke ich noch, daß man die Angaben beider Mikrometer, *a* und *a'*, obgleich ihre Schraubengänge nicht gleiche Werthe besitzen, in eine verbesserte Summe *a* zusammenziehen kann; man hat nämlich, wenn *m* und *m'* Gänge der Schrauben einer Linie gleich sind, die, zwischen zwei miteinander zu verbindenden Vergleichen als *unveränderlich* anzunehmende Zahl

$$C = \text{Toise} + \frac{a}{m} + \frac{a'}{m'},$$

wofür man

$$C = \text{Toise} + \frac{m+m'}{2mm'} \left\{ a+a' - (a-a') \frac{m-m'}{m+m'} \right\},$$

und in dem gegenwärtigen Falle, in welchem von Pariser Linien die Rede ist (§. 3.),

$$C = \text{Toise} + \frac{1}{8,28312} \left\{ a + a' - \frac{a - a'}{317} \right\}$$

schreiben kann. Die in den Klammern enthaltene, von a und a' abhängige GröÙe ist in den folgenden Verzeichnissen durch α bezeichnet.

1. *Vergleichungen der Toisen P und F.*

1835		Wärme	α	α'	α	Untersch.	$F - P$ Paris. Linien
Juli 30	P o	17,92	17,8323	23,3444	41,194	+ 0,030	+ 0,0036
	F —	17,94	18,7977	22,3553	41,164		
	F —	17,89	18,7992	22,3561	41,166	+ 0,024	+ 0,0029
	P —	17,90	18,8514	22,3280	41,190		
	P —	17,90	18,8505	22,3275	41,189	+ 0,025	+ 0,0030
	F —	17,91	18,7854	22,3669	41,164		
	F —	17,89	18,7850	22,3653	41,162	+ 0,022	+ 0,0027
	P —	17,90	19,3243	21,8530	41,184		
	P —	17,89	19,3235	21,8522	41,184	+ 0,019	+ 0,0023
	F —	17,83	20,2830	20,8804	41,165		
	P u	17,87	18,6950	22,4985	41,205	+ 0,033	+ 0,0040
	F —	17,90	18,8678	22,2936	41,172		
	F —	17,85	18,8680	22,2927	41,172	+ 0,028	+ 0,0034
	P —	17,91	19,4307	21,7614	41,200		
	P —	17,89	19,4302	21,7617	41,199	+ 0,024	+ 0,0029
	F —	17,87	18,6904	22,4729	41,175		
	F —	17,85	18,6908	22,4720	41,175	+ 0,014	+ 0,0017
	P —	17,84	18,9173	22,2611	41,189		
	P —	17,85	18,9170	22,2617	41,189	+ 0,019	+ 0,0023
	F —	17,86	18,8274	22,3320	41,170		
Aug. 1	P o	17,85	18,7559	22,4814	41,249	+ 0,044	+ 0,0053
	F —	17,80	18,9707	22,2238	41,205		
	F —	17,74	18,9704	22,2242	41,206	+ 0,030	+ 0,0036
	P —	17,72	19,1820	22,0448	41,236		
	P —	17,67	19,1828	22,0464	41,238	+ 0,032	+ 0,0039
	F —	17,62	20,0374	21,1652	41,206		
	F —	17,60	20,0375	21,1672	41,208	+ 0,028	+ 0,0034
	P —	17,59	20,2651	20,9687	41,236		
	P —	17,56	20,2651	20,9695	41,237	+ 0,034	+ 0,0041
	F —	17,60	18,9364	22,2561	41,203		

1835		Wärme	α	α'	α	Untersch.	$F - P$ Paris. Linien
Aug. 1	$F u$	17,58	19,3855	21,8187	41,212	+ 0,024	+ 0,0029
	$P -$	17,60	18,6654	22,5582	41,236		
	$P -$	17,56	18,6672	22,5591	41,239	+ 0,025	+ 0,0030
	$P -$	17,55	19,6815	21,5265	41,214		
	$F -$	17,50	19,6824	21,5284	41,217	+ 0,020	+ 0,0024
	$P -$	17,52	19,7184	21,5133	41,237		
	$P -$	17,43	19,7202	21,5154	41,241	+ 0,036	+ 0,0043
	$F -$	17,48	19,8653	21,3351	41,205		
	$F -$	17,48	19,8657	21,3360	41,206	+ 0,034	+ 0,0041
	$P -$	17,48	18,9995	22,2308	41,240		
		17,74					
			Mittel aus 20 Vergleichen				+ 0,00329

2. Vergleichen der Toisen P und G.

1835		Wärme	α	α'	α	Untersch.	$G - P$ Paris. Linien
Juli 30	$G o$	16,14	20,0485	21,2250	41,277	- 0,033	- 0,0040
	$P -$	16,11	19,9249	21,3149	41,244		
	$P -$	16,10	19,9239	21,3150	41,243	- 0,043	- 0,0052
	$G -$	16,20	19,0136	22,2623	41,286		
	$G -$	16,16	19,0124	22,2627	41,285	- 0,017	- 0,0021
	$P -$	16,16	19,3480	21,9117	41,268		
	$P -$	16,19	20,2328	21,0143	41,250	- 0,028	- 0,0034
	$G -$	16,21	20,1638	21,1109	41,278		
	$G u$	16,29	19,1621	22,1142	41,286	- 0,031	- 0,0037
	$P -$	16,25	18,2524	22,9875	41,255		
	$P -$	16,32	19,9718	21,2620	41,238	- 0,048	- 0,0058
	$G -$	16,41	18,8368	22,4379	41,286		
	$G -$	16,42	18,8369	22,4401	41,288	- 0,060	- 0,0072
	$P -$	16,44	19,2036	22,0152	41,228		
31	$P o$	16,45	18,6828	22,5879	41,283	- 0,021	- 0,0025
	$G -$	16,35	19,7302	21,5680	41,304		
	$G -$	16,27	19,7298	21,5695	41,305	- 0,031	- 0,0037
	$P -$	16,20	20,3634	20,9093	41,274		
	$P -$	16,15	20,3671	20,9112	41,280	- 0,024	- 0,0029
	$G -$	16,11	20,2502	21,0512	41,304		
	$G -$	16,01	20,2503	21,0531	41,306	- 0,021	- 0,0025
	$P -$	15,96	19,7836	21,4963	41,285		

§. 4. *Vergleichung verschiedener Copien der Toise du Pérou.* 31

1835		Wärme	a	a'	α	Untersch.	$G - P$ Paris. Linien
Juli 31	$P o$	15,96	19,7840	21,4972	41,287	— 0,029	— 0,0035
	$G -$	15,91	19,7801	21,5307	41,316		
	$G -$	15,90	19,7828	21,5322	41,321	— 0,022	— 0,0026
	$P -$	15,89	19,5015	21,7898	41,299		
	$P u$	15,86	19,7488	21,5309	41,285	— 0,026	— 0,0031
	$G -$	15,86	19,4942	22,1081	41,311		
	$G -$	15,80	19,1897	22,1082	41,307	— 0,022	— 0,0027
	$P -$	15,80	19,7481	21,5316	41,285		
	$P -$	15,76	19,7486	21,5316	41,286	— 0,043	— 0,0052
	$G -$	15,77	19,6611	21,6619	41,329		
	$G -$	15,72	19,6614	21,6622	41,330	— 0,049	— 0,0059
	$P -$	15,74	19,5203	21,7535	41,281		
	$P -$	15,70	19,5216	21,7531	41,282	— 0,028	— 0,0034
	$G -$	15,71	19,9249	21,3804	41,310		
	$G -$	15,67	19,9271	21,3811	41,313	— 0,032	— 0,0039
	$P -$	15,67	19,6942	21,5804	41,281		
		16,04	Mittel aus 19 Vergleichen				— 0,00386

3. *Vergleichen der Toisen F und G.*

1835		Wärme	a	a'	a	Untersch.	$G - F$ Paris. Linien
Juli 31	$F o$	18,99	19,6363	21,5425	41,185	— 0,055	— 0,0066
	$G -$	18,96	18,8296	22,3992	41,240		
	$G -$	18,91	18,8320	22,4001	41,243	— 0,059	— 0,0071
	$F -$	18,93	18,8633	22,3094	41,184		
	$F -$	18,94	18,8645	22,3098	41,185	— 0,063	— 0,0076
	$G -$	18,94	18,8051	22,4315	41,248		
	$G -$	18,94	18,8055	22,4322	41,249	— 0,063	— 0,0076
	$F -$	18,94	19,3512	21,8274	41,186		
	$F -$	18,94	19,3511	21,8285	41,187	— 0,056	— 0,0068
	$G -$	18,97	18,8625	22,3691	41,243		
	$G u$	18,95	18,7806	22,4515	41,244	— 0,066	— 0,0080
	$F -$	19,01	18,2770	22,8862	41,178		
	$F -$	18,94	18,2774	22,8859	41,178	— 0,065	— 0,0078
	$G -$	19,00	19,3306	21,9040	41,243		
	$G -$	18,95	19,3309	21,9055	41,245	— 0,067	— 0,0081
	$F -$	18,97	19,1026	22,0657	41,178		

1835		Wärme	α	α'	α	Untersch.	$G - F$ Paris. Linien
Juli 31	$F u$	18 ⁰ ,92	19 ⁿ ,1042	22 ⁿ ,0679	41 ⁿ ,181	— 0 ⁿ ,060	— 0 ^L ,0072
	$G -$	18,92	19,3049	21,9283	41,241		
	$G -$	18,90	19,3053	21,9294	41,243	— 0,051	— 0,0062
	$F -$	18,92	19,7041	21,4822	41,192		
		18,93	Mittel aus 10 Vergleichen.....				— 0,00730

Das wahrscheinlichste Resultat der drei gefundenen arithmetischen Mittel, nämlich:

$$\begin{aligned}
 F - P &= + 0,00329 \cdot \text{Wärme} = 17,74 \dots\dots 20 \text{ Vergleichen} \\
 G - P &= - 0,00386 \cdot \text{---} = 16,04 \dots\dots 19 \text{ ---} \\
 G - F &= - 0,00730 \cdot \text{---} = 18,93 \dots\dots 10 \text{ ---}
 \end{aligned}$$

ist, unter der Voraussetzung, daß die Veränderungen der drei Toisen durch die Wärme, in den Grenzen der bei ihren Vergleichen stattfindenden Verschiedenheit derselben, nicht merklich ungleich seien:

$$\begin{aligned}
 F - P &= + 0,00333 \dots\dots \text{Gewicht} = 26,55 \\
 G - P &= - 0,00390 \dots\dots = 25,67.
 \end{aligned}$$

Der mittlere Fehler einer Vergleichung findet sich aus den vorkommenden Unterschieden $= \pm 0,00106$, und der mittlere Fehler der beiden, eben angeführten Resultate $= \pm 0,00021$.

Da, nach den Certificaten dieser drei Toisen, ihre Unterschiede

$$\begin{aligned}
 F - P &= + 0,0008 \\
 G - P &= + 0,0010
 \end{aligned}$$

sein sollten, und da das hiervon verschiedene, aus ihren gegenwärtigen Vergleichen gezogene Resultat nur innerhalb sehr enger Grenzen bezweifelt werden kann, so zeigt diese Untersuchung eine, mehrere Tausentel einer Linie betragende, Unsicherheit der verschiedenen Copien der Toise du Pérou. Die durch P bezeichnete ist,

1. nach ihrem eigenen Certificate..... $= 863,99920$
2. nach dem Certificate von $F = 864,00000 - 0,00333 = 863,99667$
3. — — — — $G = 864,00021 + 0,00390 = 864,00411;$

welche Bestimmungen, in den Tausenteln der Linie, zu große Verschiedenheiten darbieten, um irgend einer, aus ihnen abgeleiteten Annahme der Länge der Toise, bis auf solche Theile, versichern zu können. Bei dieser, nicht zu beseitigenden, Unsicherheit über die Einheit des französischen Maasses schien es nicht angemessen, an die auf der Annahme der Toise $P = 863',9992$ schon beruhenden Resultate eine zweifelhafte Änderung, etwa dem arithmetischen Mittel der drei vorhandenen entsprechend, anzubringen. Ich habe daher die Toise P ferner so angenommen, wie sie ihrem Certificate zufolge ist, nämlich $= 863',9992$ der Toise du Pérou.

§. 5.

Bestimmung der Länge der Anschiebe-Cylinder.

Aus der Darstellung (§. 1.) der Methode, welche ich zu der Vergleichung des Originals des Preussischen Längenmaasses mit der Toise angewandt habe, geht hervor, daß diese Vergleichung die Kenntniß der halben Summe der Längen der Anschiebe-Cylinder $= \frac{1}{2} \{A+B\}$ voraussetzt; zugleich zeigt diese Darstellung, daß dieselbe durch das dreißig Mal wiederholte Aneinanderschieben jener Cylinder, in ihrer Bahn, erlangt wird.

Die Versuche über die Größe von $\frac{1}{2} \{A+B\}$ habe ich so angeordnet, daß ich jeden derselben mit der Auflegung und Messung der Toise, wie immer in dem Bade von Weingeist, anfang und endigte. Zwischen diesen beiden Messungen der Toise machte ich zwei Messungen der funfzehnfachen Summe der Längen beider Anschiebe-Cylinder. Weitere Erklärungen werden, zum Verständniß des folgenden Verzeichnisses der Messungen selbst, nicht erforderlich sein.

		Wärme	a	a'	α	$15(A+B) - \text{Toise}$	Paris. Linien	Wärme
Aug. 1	Toise o	16,04	19,8058	21,4614	41,272	+ 2,9165	+ 0,3521	16,11
	15(A+B)		18,298	20,055	38,359			
			18,208	20,138	38,352			
	Toise u	16,18	19,4325	21,8319	41,272			
—	Toise u	16,14	19,4254	21,8310	41,264	+ 2,895	+ 0,3495	16,21
	15(A+B)		18,775	19,583	38,361			
			20,927	17,456	38,372			
	Toise o	16,28	19,8753	21,3785	41,259			

E

		Wärme	a	a'	a	$15(A+B) - \text{Toise}$	Paris. Linien	Wärme
Aug. 1	Toise o	16,28	19,8751	21,3766	41,256	+ 2,8995	+ 0,3500	16,38
	15(A+B)		18,303	20,050	38,359			
	Toise o	16,48	19,2919	21,9422	41,243			
5	Toise o	18,70	19,8034	21,4929	41,302	+ 2,8645	+ 0,3458	18,90
	15(A+B)		18,81	20,315	38,455			
	Toise u	19,12	18,9418	22,3665	41,319			
—	Toise u	19,15	18,9328	22,3651	41,309	+ 2,878	+ 0,3475	19,25
	15(A+B)		19,13	21,504	38,414			
	Toise o	19,41	19,1426	22,1417	41,294			
—	Toise o	19,41	19,1558	22,1413	41,307	+ 2,8575	+ 0,3450	19,53
	15(A+B)		19,48	20,457	38,461			
	Toise u	19,71	19,3690	21,9110	41,288			
6	Toise o	20,19	18,2019	23,0595	41,308	+ 2,873	+ 0,3468	20,10
	15(A+B)		20,17	21,686	38,425			
	Toise u	20,00	18,6219	22,6663	41,301			
—	Toise u	19,92	18,6220	22,6651	41,300	+ 2,878	+ 0,3475	19,88
	15(A+B)		19,91	20,014	38,456			
	Toise o	19,82	18,7336	22,5324	41,278			

Um diese, bei verschiedenen Temperaturen gemachten Messungen der funfzehnfachen Summe der Längen beider Anschiebe-Cylinder mit einander vergleichen zu können, muß man die Gröfse der Veränderung kennen, welche die Wärme, in ihrem Unterschiede von der Toise, hervorbringt. Ich habe, bei einer späteren Gelegenheit, directe Versuche hierüber gemacht, welche man in dem fünften Abschnitte kennen lernen wird, und woraus sich ergeben hat, daß dieser Unterschied sich, mit jedem Centesimalgrade des Thermometers, um $-0,0009805$ verändert. Bringt man die angeführten acht Messungen hierdurch auf die Normaltemperatur $= 16,25$ C., so ergeben sie:

30. $\frac{1}{2} \{A+B\} = \text{Toise } P + 0,3520$	Unterschied = $+ 0,00195$
$+ 0,3495$	 $- 0,00055$
$+ 0,3501$	 $+ 0,00005$
$+ 0,3484$	 $- 0,00165$
$+ 0,3505$	 $+ 0,00045$
$+ 0,3482$	 $- 0,00185$
$+ 0,3506$	 $+ 0,00055$
$+ 0,3511$	 $+ 0,00105$
Mittel..... = Toise $P + 0,35005$	

also, da die Länge der Toise $P = 863,9992$ angenommen wird,

30. $\frac{1}{2} \{A+B\} = 864,34925$
 und $\frac{1}{2} \{A+B\} = 28,81164$.

Durch die, zwischen den einzelnen der 8 Messungen vorkommen-
 den Unterschiede, wird man in den Stand gesetzt, ein Urtheil über die
 Genauigkeit zu fällen, mit welcher das Aneinanderschieben der Cylinder
 in ihrer Bahn sich bewirken läßt. Diese Unterschiede geben den mitt-
 leren Fehler eines der 8 Resultate, welches auf einer wiederholten Ver-
 gleichung der 30 Mal aneinander geschobenen Cylinder mit der Toise be-
 ruhet, $= \pm 0,00130$, also den m. F. einer nicht wiederholten Vergleichung
 dieser Art $= \pm 0,00184$. Da oben der m. F. einer Vergleichung zweier
 Toisen untereinander $= \pm 0,00106$ gefunden ist, so kann man den mittlere-
 ren Fehler, der aus dem 30maligen Aneinanderschieben entstanden ist, auf
 $\sqrt{\{(0,00184)^2 - (0,00106)^2\}} = \pm 0,0015$ schätzen. So klein dieser m. F. er-
 scheint, so würde er ohne Zweifel noch kleiner sein, wenn die fortwäh-
 renden Berührungen der Cylinder mit der Hand, nicht selbst in dem Wein-
 geistbade, in welchem sie sich befinden, Veränderungen ihrer Wärme her-
 vorgebracht haben müßten. Ich glaube hieraus schliessen zu müssen, daß
 das Aneinanderschieben von Stahl-Cylindern mit einer ebenen und einer
 kugelförmigen Endfläche, in einer ihre Bewegung völlig sichernden Bahn,
 mit sehr großer Sicherheit bewirkt, und auch bei anderen Veranlassungen
 der praktischen Mechanik nützlich angewandt werden kann.

§. 6.

Vergleichung des Originals des Preussischen Längenmaasses von 1816 mit der Toise.

Jede der gemachten Vergleichen besteht aus fünf Messungen, nämlich dreien der Toise, einer der Summe $2O+A$ und einer der Summe $2O+B$; eine der letzteren fällt, der Zeit nach, zwischen die beiden ersten Auflegungen der Toise, die andere zwischen die beiden letzten. Die Auflegung auf den Apparat und die Verdoppelung des Originals O wurde auf *beiden* Seiten des Lagers der Toise gemacht, indem nur dadurch die Voraussetzung der vollkommen geraden Richtung der Bahn, wie ich schon im 1^{ten} §. bemerkt habe, aus dem Resultate geschafft werden kann; da der Apparat in der Richtung des Meridians stand, so sind diese beiden Auflegungsarten durch *Ost* und *West* unterschieden. Die Vergleichen selbst sind folgende:

1835			Wärme	a	a'	a	$2O + \frac{1}{2}(A+B) - \text{Toise}$	Paris. Linien	Wärme
Aug. 2	West	Toise o	16,39	19,0613	22,1743	41,245	— 3,367	— 0,4065	16,55
		$2O+B$	16,49	20,8204	23,7574	44,587			
		Toise u	16,50	20,2160	21,0267	41,245			
		$2O+A$	16,48	20,7691	23,8671	44,646			
		Toise o	16,51	18,4678	22,7767	41,258			
	— West	Toise o	16,51	18,4715	22,7769	41,262	— 3,348	— 0,4042	16,49
		$2O+A$	16,50	20,5553	24,0786	44,645			
		Toise u	16,49	18,3009	22,9317	41,247			
		$2O+B$	16,46	20,2294	24,3058	44,548			
		Toise o	16,50	19,0175	22,2091	41,237			
3	West	Toise u	17,81	18,9202	22,2884	41,219	— 3,378	— 0,4078	17,86
		$2O+B$	17,79	21,4993	23,0779	44,582			
		Toise o	17,86	17,6329	23,5738	41,225			
		$2O+A$	17,91	22,2448	22,3760	44,621			
		Toise u	17,95	18,5068	22,7060	41,226			
	— Ost	Toise u	17,94	18,5116	22,7095	41,234	— 3,396	— 0,4100	18,07
		$2O+A$	18,00	22,0953	22,5381	44,635			
		Toise o	18,11	18,9627	22,2461	41,219			
		$2O+B$	18,14	20,9481	23,6449	44,602			
		Toise u	18,16	19,9515	21,2598	41,215			

§. 6. Vergleichung des Preuss. Längenmaasses mit der Toise. 37

1835			Wärme	α	α'	α	$2O + \frac{1}{2}(A+B) - \text{Toise}$	Paris. Liniën	Wärme
Aug. 3	Ost	Toise o	16,31	19,5237	21,7678	41,299	— 3,356	— 0,4052	16,28
		2O+A	16,29	22,3953	22,2771	44,672			
		Toise u	16,26	19,9804	21,2954	41,280			
		2O+B	16,25	19,9679	24,6336	44,616			
		Toise o	16,31	18,6166	22,6546	41,284			
4	West	Toise u	17,44	19,5159	22,0510	41,575	— 3,317	— 0,4005	17,37
		2O+A	17,37	20,9191	24,0007	44,930			
		Toise o	17,40	19,4035	22,1712	41,583			
		2O+B	17,31	18,3122	26,5245	44,863			
		Toise u	17,35	19,8948	21,6802	41,581			
—	Ost	Toise u	17,35	19,8945	21,6781	41,578	— 3,404	— 0,4110	17,40
		2O+A	17,33	21,4317	23,5636	45,002			
		Toise o	17,39	19,3873	22,1868	41,583			
		2O+B	17,41	21,4794	23,4665	44,952			
		Toise u	17,50	19,1372	22,4111	41,559			
—	Ost	Toise u	17,49	19,1384	22,4115	41,560	— 3,386	— 0,4088	17,59
		2O+A	17,49	21,5508	23,4144	44,971			
		Toise o	17,62	20,1008	21,4589	41,564			
		2O+B	17,63	21,4993	23,4175	44,923			
		Toise u	17,73	19,6829	21,8685	41,558			
—	West	Toise u	17,89	19,6779	21,8649	41,550	— 3,362	— 0,4059	18,04
		2O+A	17,95	20,9708	23,9649	44,945			
		Toise o	18,09	19,7628	21,7783	41,548			
		2O+B	18,13	20,9642	23,9050	44,879			
		Toise u	18,16	19,7051	21,8388	41,551			
5	West	Toise o	19,32	19,6968	21,8008	41,504	— 3,372	— 0,4071	19,52
		2O+A	19,35	21,2131	23,6752	44,896			
		Toise u	19,46	20,6129	20,9100	41,524			
		2O+B	19,65	21,0222	23,8402	44,871			
		Toise o	19,81	20,1898	21,3130	41,506			
—	Ost	Toise o	19,84	20,1901	21,3121	41,506	— 3,384	— 0,4085	20,00
		2O+A	19,87	21,7714	23,1391	44,915			
		Toise u	19,94	18,8510	22,6393	41,502			
		2O+B	20,03	21,5150	23,3483	44,869			
		Toise o	20,31	20,9877	20,9290	41,515			
6	West	Toise o	18,37	18,9637	22,3731	41,348	— 3,3335	— 0,4024	18,35
		2O+A	18,30	21,9318	22,7575	44,692			
		Toise u	18,37	19,2208	22,0825	41,312			
		2O+B	18,33	22,2479	22,3866	44,635			
		Toise o	18,40	18,1580	23,1565	41,330			

1835			Wärme	a	a'	a	$2O + \frac{1}{2}(A+B) - \text{Toise}$	Paris. Linien	Wärme
Aug. 6	Ost	Toise o	18,41	18,1565	23,1561	41,328	— 3,4005	— 0,4105	18,47
		$2O+A$	18,38	20,9770	23,7607	44,747			
		Toise u	18,42	18,8534	22,4533	41,318			
		$2O+B$	18,47	20,0546	23,6230	44,686			
		Toise o	18,68	19,8026	21,4936	41,302			

Diese Vergleichen des Originals des Preussischen Längenmaafses von 1816 mit der Toise bedürfen, selbst unter der Annahme, daß das Eisen, woraus beide gemacht sind, eine gleiche Einwirkung von der Wärme erfahre, einer kleinen Reduction auf die gemeinschaftliche Normaltemperatur beider Maafse. Da nämlich jenes, doppelt genommen, ein Dreißigstel kürzer ist als die Toise, und da dieser Unterschied durch die Stahl-Cylinder $\frac{1}{2}\{A+B\}$ gemessen ist, die der Toise gleiche Länge von Stahl aber, dem vorigen Paragraphen zufolge, sich, für jeden Grad des Thermometers, $0,0009805$ weniger ausdehnt als die Toise selbst, so ist die erforderliche Reduction:

$$= + 0,0003268 (t - 16,25).$$

Durch ihre Anwendung verwandeln die gemessenen Werthe von $2O + \frac{1}{2}(A+B) - \text{Toise}$ sich in:

West		Ost	
16,55	— 0,4065	18,07	— 0,4099
16,49	— 0,4042	16,28	— 0,4052
17,86	— 0,4077	17,40	— 0,4110
17,37	— 0,4005	17,59	— 0,4088
18,04	— 0,4058	20,00	— 0,4084
19,52	— 0,4070	18,47	— 0,4104
18,35	— 0,4023		
Mittel.....	17,74 — 0,40486		17,97 — 0,40895

Das Mittel aus beiden Reihen, unabhängig von der Voraussetzung der geraden Richtung der Bahn, ist:

$$2O + \frac{1}{2}\{A+B\} = \text{Toise} - 0,40690 = 863,59230$$

$$\text{und da } \frac{1}{2}\{A+B\} = 28,81164$$

ist, ergibt sich daraus

$$2O = 834^L,78066$$

oder die Länge des Originals des Preussischen Längenmaafses von 1816 mit derselben Toise gemessen, auf welche die Beobachtung der Pendellänge sich bezieht,

$$= 417^L,39033.$$

Bringt man den in beiden Lagen gemachten Messungen, die einer kleinen Abweichung der Bahn von der geraden Linie zuzuschreibende Verbesserung von $\mp 0^L,00205$ an, und ordnet man sie nach der Zeitfolge, so erhält man folgende, aus den 13 einzelnen Messungen hervorgehenden Werthe von O :

	Wärme $^{\circ}\text{C}$	O	Unterschied
Aug. 2	16,55	417 ^L ,3895	— 0 ^L ,0008.3
	16,49	3907	+ 0,0003.7
3	17,86	3889	— 0,0014.3
	18,07	3899	— 0,0004.3
	16,28	3922	+ 0,0018.7
4	17,37	3925	+ 0,0021.7
	17,40	3893	— 0,0010.3
	17,59	3904	+ 0,0000.7
	18,04	3898	— 0,0005.3
5	19,52	3893	— 0,0010.3
	20,00	3906	+ 0,0002.7
6	18,47	3896	— 0,0007.3
	18,35	3916	+ 0,0012.7

Der mittlere Fehler jeder dieser Messungen ist $= \pm 0^L,00120$ und der m. F. des daraus gezogenen Endresultats $= \pm 0^L,00033$. Er begreift die Unsicherheit nicht mit in sich, welche aus der Willkür in der Auflegungsart entsteht. Falls die Einwirkungen der Wärme auf das Eisen beider Maafse verschieden sein sollten, so würde dem Resultate noch eine kleine Änderung anzubringen sein, indem es die Länge des 17,85 C. warmen Preussischen Originalmaafses von 1816, auf der eben so warmen Toise gemessen, ist, während beide sich in der Wärme von 16,25 C. befunden haben sollten, um unmittelbar ihr wahres Verhältniß zu ergeben.