

www.e-rara.ch

Traité d'astronomie théorique

Astronomie rationnelle

Schubert, Friedrich Theodor von

Hambourg, 1834

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 16113: 2

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-49160>

Livre VI.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

LIVRE VI.

DES PASSAGES DES PLANÈTES SUR LE DISQUE DU SOLEIL.

CHAPITRE. I.

Les Périodes des passages.

§. 279. Quoique les *Passages des planètes inférieures* soient des espèces d'éclipses de soleil, et par conséquent se calculent à peu près de la même manière, ils méritent, à cause de leur importance, une explication particulière. Ces phénomènes sont importans, tant par rapport aux élémens de ces planètes, qu'à l'égard de la théorie du système solaire entier. Ils sont, relativement aux planètes inférieures, ce que sont les oppositions des planètes supérieures, en fournissant le seul moyen, d'observer immédiatement la conjonction, et par conséquent une longitude héliocentrique. D'ailleurs, la planète étant nécessairement près de son noeud, les passages sont très-favorables, pour déterminer la position de son orbite relativement à l'écliptique. Kepler fut le premier qui s'aperçut de l'importance des passages. Il les calcula pour la première fois en 1629 sur ses propres tables, et il annonça pour 1631 des passages de *Vénus* et de *Mercuré*, dont le dernier fut observé à Paris par Gassendi le 7 Novembre, huit jours avant la mort de Kepler. Les erreurs des tables Roudolphines de Kepler firent que le calcul ne lui indiqua pas

le passage de Vénus, qui eut lieu en 1639, et qui heureusement avait été prédit par les tables de Landsberg, beaucoup moins parfaites que celles de Kepler. Venus ayant une latitude australe assés considérable pendant son passage, les tables de Kepler, en donnant la latitude trop grande de 8', firent passer la planète au dessous du soleil, tandis que les tables de Landsberg, dont l'erreur était de 16' dans le sens opposé, la faisaient remonter sur le soleil. Horrockes, ayant calculé sur ces tables la conjonction de Vénus, trouva qu'il y aurait un passage; et ce hasard heureux occasionna la première observation de ce phénomène intéressant, faite par Horrockes et Crabtree le 4 Décembre 1639.

§. 280. Dans ce tems, et longtems après, on ne se doutait pas, qu'on pourrait retirer d'autre utilité de ces phénomènes, que de corriger les élémens des planètes inférieures. Halley fut le premier qui aperçût qu'on pouvait en faire un usage, très-important pour tout le système solaire. Le demi-diamètre de l'orbite de la terre servait de mesure dans toutes les recherches sur les distances des planètes, et toutes les distances étaient exprimées en parties de ce demi-diamètre. La troisième loi de Kepler donnait le rapport des distances des planètes au soleil, mais aucune de ces distances n'était connue en nombres absolus. Il suffisait donc de connaître une seule distance, et il était naturel de s'en tenir au demi-diamètre de l'orbite de la terre, qui devait être donné par rapport à une ligne moins longue, dont la grandeur pouvait se mesurer immédiatement. Le rayon de la terre était la mesure la plus favorable qu'on pût choisir, et le grand problème de l'astronomie était réduit à trouver le rapport des demi-diamètres de la terre et de son orbite, ou la *parallaxe du soleil*. Tel était l'état de l'astronomie, il y a à peu près 60 ans. Le système solaire, autant qu'il était connu alors, peut être regardé comme la carte d'un pays, dressée avec la plus grande précision, mais dont l'échelle était perdue. Il suffit de connaître la distance de deux lieux sur une pareille carte, pour déterminer les distances de tous les autres: et ces deux lieux sur la carte du système solaires sont le soleil et la terre, dont la distance est donnée par la parallaxe du soleil. Halley développa cette idée en 1691, et il prouva, que les passages de Vénus

étaient plus favorables que ceux de Mercure, pour déterminer la parallaxe du soleil, mais qu'il n'y en aurait pas avant l'an 1761: il calcula dix-sept passages de Vénus depuis 918 jusqu'à l'an 2117. La découverte parut si importante à ce grand astronome, qu'il adressa à la postérité la prière, de ne pas oublier que c'était un anglais qui eût eu le premier cette idée. Le passage de Vénus fut observé en 1761 et 1769, et ce phénomène n'aura pas lieu avant le 9 Décembre 1874. Les passages de *Mercury* sont beaucoup plus fréquens.

§. 281. Il est visible, que le calcul des passages doit être fondé sur les mêmes principes, que celui des éclipses de soleil. Mais comme il s'agit de déterminer, par le moyen des passages, un angle de $8''$ à $9''$ à un dixième d'une seconde près, la longitude des lieux doit être bien connue, et il faut porter plus de soin, que dans les éclipses, pour choisir d'avance les lieux les plus favorables pour ces observations. Comme les passages de Vénus ne reviennent ordinairement qu'au bout d'un siècle, il serait très-inutile, de soumettre chaque conjonction inférieure à un calcul préalable, pour voir s'il y aura un passage. Il vaut mieux chercher les périodes de ces phénomènes; et pour cet effet il est nécessaire, de déterminer exactement les limites des passages, c'est-à-dire la plus grande distance de la planète au noeud, à laquelle les passages peuvent arriver.

Il suit de ce qui précède, que la plus grande distance géocentrique des centres du soleil et de la planète, qui puisse la faire paraître sur le disque du soleil, est (§. 246.) $P - p + R + r$, P, p , étant les parallaxes, et R, r , les demi-diamètres apparens de la planète et du soleil. Or le demi-diamètre de Vénus à la moyenne distance de la terre au soleil est $= 8'', 25$ (§. 153.), et la distance moyenne de Vénus au soleil (§. 120.) $= 0,723323$, celle de la terre étant prise pour unité; d'où il suit la distance moyenne de Vénus à la terre dans les conjonctions inférieures $= 0,2766677$. Ainsi, les diamètres apparens étant en raison inverse des distances, on trouvera le demi-diamètre géocentrique de Vénus dans les passages R , au moyen de la proportion

$$0,2766677 : 1 :: 8'', 25 : R, \text{ partant } R = 30''.$$

Il est vrai que les parallaxes P, p , ne sont connues que par les passages de Vénus: ainsi dans le premier calcul on doit négliger la petite quantité $P - p$. Maintenant on sait que p est à peu près $= 8'', 5$: donc, les parallaxes étant également en raison inverse des distances, la proportion précédente donnera

$$P = 30'', 5 \text{ et } P - p = 22''.$$

Au moyen des *maxima* et *minima* du demi-diamètre du soleil r , $16' 18''$ et $15' 45''$, on trouvera les limites géocentriques, $17' 10''$ ou $16' 37''$: le milieu $= 16' 54''$ est la plus grande *latitude géocentrique*, dans laquelle il peut y avoir un passage de Vénus.

Comme les tables donnent les lieux héliocentriques, il sera plus commode d'y adapter ce calcul; ce qui se réduit à chercher la latitude héliocentrique qui répond à la géocentrique de $16' 54''$. Soient (Fig. 79.) S, T, V, les centres du soleil, de la terre, et de la planète dans la conjonction inférieure; ayant abaissé sur l'écliptique la perpendiculaire VE, SET sera une ligne droite, et l'on aura $ST = 1$, $SE = 0,7233323$; $TE = 0,2766677$, et $VTE = 16' 54''$. Il en résulte $VE = TE \tan T = SE \tan S$, donc $\tan S = \frac{TE}{SE} \tan 16' 54''$, et la latitude héliocentrique $S = 6' 28''$. C'est en même tems la distance héliocentrique des centres de la terre et de Vénus, à laquelle le contact extérieur des bords du soleil et de Vénus peut être vu de la terre, ce qui est le commencement et la fin du passage général. Pour en déduire la distance héliocentrique de Vénus au noeud $= \alpha$, qui est la limite des passages, on a $\sin \alpha = \frac{\sin 6' 28''}{\sin \gamma}$, γ étant l'inclinaison de l'orbite de Vénus $= 3^\circ 23' 35''$ (§. 143.), d'où il résulte

la limite héliocentrique des passages de Vénus, $\alpha = 1^\circ 49' 17''$.

§. 282. Pour en conclure les *périodes* des passages, on peut se tenir aux mouvemens moyens de la terre et de Vénus. La durée d'une révolution synodique de Vénus est (§. 99.) 583 jours 22 h. 6 m. 55,9 s. ce qui fait une année tropique plus 218 j. 16 h. 18 m. 4 s. et durant ce tems la terre décrit un arc de $215^\circ 32' 27''$, dont le point de chaque conjonction inférieure est plus avancé que celui de la précédente. Les noeuds de Vénus ont un mouvement rétrograde relativement aux étoiles fixes de $19''$ par an (§. 143.), et par con-

séquent un mouvement direct par rapport aux points équinoxiaux de $31''$, ce qui fait $50''$ dans une révolution synodique: d'où il suit, que chaque conjonction inférieure est plus éloignée du noeud que la précédente, d'un arc de $215^{\circ} 31' 37''$. En partant d'une conjonction inférieure, dont la distance au noeud est connue, et en y ajoutant $215^{\circ} 31' 37''$, on aura la distance au noeud dans la conjonction suivante, et ainsi de suite: de cette manière on trouvera les conjonctions dont la distance au noeud est moindre que la limite $\alpha = 1^{\circ} 49' 17''$. Comme les passages peuvent arriver avant ou après le noeud ascendant ou descendant, les conjonctions où il peut y avoir passage, sont celles dont la distance au noeud ascendant est entre $258^{\circ} 11'$ et $1^{\circ} 49'$, ou entre $178^{\circ} 11'$ et $181^{\circ} 49'$.

Il y a en général quatre cas, où les passages peuvent avoir lieu: 1) avant le Ω , 2) après le Ω , 3) avant le $\mathcal{E}$, 4) après le $\mathcal{E}$: désignons-les par A, B, C, D. La distance de A et B sera $= 0$ ou $= 3^{\circ} 38'$, selon que A et B arrivent dans le noeud ou dans les limites. La plus petite distance de A et C est celle du Ω à la limite de C $= 178^{\circ} 11'$, et la plus grande est celle de la limite de A au $\mathcal{E} = 181^{\circ} 49'$. La plus petite distance de A et D, ou du Ω au $\mathcal{E}$, est $= 180^{\circ}$, la plus grande est la distance des limites de A et de D $= 183^{\circ} 38'$. La plus petite distance de A au passage prochain en A est celle du Ω à la limite $= 358^{\circ} 11'$, la plus grande est celle de la limite au $\Omega = 1^{\circ} 49'$. Si l'on part de B, au lieu de A, il en naîtra encore quelques autres distances. La plus petite distance de B à C est celle d'une limite à l'autre $= 176^{\circ} 22'$, et la plus grande, du Ω au $\mathcal{E} = 180^{\circ}$. La plus petite distance de B à A est celle d'une limite à l'autre $= 356^{\circ} 22'$, et la plus grande $= 360^{\circ}$. Les périodes des passages seront donc déterminées par ces distances de l'un à l'autre:

1. de $356^{\circ} 22'$ à $3^{\circ} 38'$; 2. de $176^{\circ} 22'$ à $183^{\circ} 38'$.

On peut partir de tel noeud qu'on veut, et il est aisé de juger, si le passage prochain aura lieu auprès du même noeud, ou du noeud opposé, la condition 1. se rapportant au même noeud, et 2. aux noeuds opposés.

En ajoutant $215^{\circ} 31' 37''$ pour chaque conjonction, et en retranchant de la somme les revolutions entières de 360° , on trouvera qu'aucune dis-

tance ne tombera entre les limites 1. qu'après 5, après 147, et après 152 conjonctions, etc. ni entre les limites 2. qu'après 71, après 76, et après 81 conjonctions. En effet, dans 5 révolutions synodiques ou 7 ans 362 j. 2 h. 54 m. la distance au noeud α augmente de cinq fois $215^{\circ} 31' 37''$ ou de $357^{\circ} 38' 5''$, ce qui donne une période de B à A, ou de D à C. On trouvera de la même manière les autres périodes que présente le tableau suivant

Nombre des révolut synod.	Tems écoulé	Accroissement de α	Périodes
	Ans, jours, heures		
5	7. 362. 22.	$357^{\circ} 38'$	de B à A, ou de D à C.
71	113. 185. 11.	182. 25.	de A à D, ou de C à B.
76	121. 183. 18.	180. 0.	de A ou B à C ou D.
81	129. 181. 10.	177. 41.	de B à C, ou de D à A.
147	235. 3. 11.	2. 26.	de A à B, ou de C à D.
152	243. 1. 2.	$\pm$ quelques minutes	de A à A ou B, ou de B à B ou A.

Il faut cependant observer: 1) que ces périodes ne déterminent que la possibilité d'un passage, et que pour qu'un passage ait lieu en effet, il est nécessaire que le passage précédent soit arrivé, tantôt près du noeud, tantôt près des limites; 2) qu'il est même impossible que les passages arrivent au bout de chaque période, parcequ'une période se rapporte au passage A, une autre à B; 3) que, comme dans tout ce calcul on a employé les mouvemens moyens, les passages pourront n'avoir pas lieu à cause du mouvement vrai, et réciproquement.

Il résulte de ce qui précède, les périodes suivantes des passages de Vénus en nombres ronds:

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| 1) 8 ans, moins 2 jours et demi; | 2) 113 ans et demi, plus 3 jours; |
| 3) 121 ans et demi, plus un jour; | 4) 129 ans et demi, moins un jour; |
| 5) 235 ans, plus 3 jours et demi; | 6) 243 ans, plus un jour. |

Il est aisé de voir, que les deux premières périodes suffisent, pour en composer, par addition, tout le reste et plusieurs autres périodes. En ajoutant

par ex. 1) à 6), on aura une période de 251 ans, c'est-à-dire de B à A, ou de D à C. Les périodes de 121 ans et demi, et de 243 ans, sont les plus sûres, parceque la distance au noeud est nulle.

Comme le noeud ascendant de Vénus est actuellement dans 2 signes et $14\frac{3}{4}$ degrés, et que le mouvement de ses noeuds est très-lent, la longitude géocentrique du soleil sera constamment à peu près $8^{\circ} 15'$ ou $2^{\circ} 15'$, selon que le passage a lieu dans le noeud ascendant ou descendant: les passages arriveront donc à peu près quinze jours avant le *solstice* d'hiver ou d'été.

§. 283. Les *limites* et *périodes* des passages de *Mercure* se calculent de la même manière. Comme son diamètre apparent est très-petit, et que sa parallaxe est à peu près égale à celle du soleil, on peut prendre pour limite géocentrique le demi-diamètre moyen du soleil $= 16'$. En supposant la distance moyenne de Mercure au soleil $= 0,3871$ (§. 120.), on trouvera la latitude héliocentrique $= 25' 20''$ (§. 281.), d'où l'on conclura, au moyen de l'inclinaison de 7° , la distance héliocentrique au noeud, $a = 3^{\circ} 28'$, ce qui est la *limite* des passages.

Dans une révolution synodique de Mercure de 115 jours 21 h. 3 m. $34,2$ s. (§. 99.) le soleil parcourt $114^{\circ} 12' 51''$ relativement aux points équinoxiaux, et $114^{\circ} 12' 37''$ par rapport aux noeuds de Mercure, qui avancent dans ce tems de $14''$ (§. 143.). Mais le mouvement de Mercure est trop inégal, pour qu'on puisse se contenter du mouvement moyen. En ajoutant ensemble les plus grandes équations du centre de Mercure et du soleil (§. 140.), on verra que dans l'instant de la conjonction moyenne, la vraie distance de Mercure au soleil peut être $25^{\circ} 35' 23''$. Mercure emploie, d'après le moyen mouvement synodique, 8 jours 5 h. 43 m. à parcourir cet arc: la vraie conjonction peut donc arriver 8 j. 5 h. 43 m. avant ou après la moyenne. Comme le soleil décrit dans ce tems un arc de $8^{\circ} 7' 12''$, et que dans l'instant de la conjonction moyenne, son lieu vrai est supposé plus avancé que le lieu moyen, de sa plus grande équation du centre $= 1^{\circ} 55' 36'',5$; il en résulte, que le lieu vrai de la conjonction peut différer de $10^{\circ} 3'$ du lieu moyen. Il faut donc ajouter cet arc aux limites, si l'on emploie les mouvemens moyens: ce qui donne $13^{\circ} 31'$ pour la plus grande distance du noeud. En y ajoutant

la limite de $3^{\circ}28'$, dont la conjonction précédente peut avoir été éloignée du noeud, la plus grande distance de deux passages peut être $= 17^{\circ}$: d'où résultent ces limites.

1) de A à B, 0 à 17° ; 2) de A à C, 163° à 180° ;

3) de A à D, 180° à 197° ; 4) de B à A, 343° à 360° ;

ou généralement

1) pour deux passages dans le même noeud, 343° à 17° ;

2) dans les noeuds opposés, 163° à 197° .

En ajoutant $114^{\circ}12'37''$, pour chaque révolution synodique de 115 jours 21 h. 3, 6 m. on trouvera que 8 révolutions, ou deux ans 196 j. 12 h. 49 m. donnent la distance $\alpha = 193^{\circ}41'$, ce qui est renfermé entre les limites 2): 19 révolutions, ou 6 ans 10 j. 5 h. 11 m. donneront $\alpha = 10^{\circ}$, ce qui entre dans les limites 1). Ainsi on trouvera pour la première limite, les périodes qui ramènent les passages de Mercure, en nombres ronds, 6, 7, et 13 ans, et pour la seconde période $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$ ans; dont on peut composer, par addition, d'autres périodes: par ex. $7+13=20$ ans, $6+7+13=26$, $26+7+13=46$, cinq fois $46+26+7=263$ ans; cette dernière est la plus exacte. Il suit de la longitude actuelle du noeud ascendant de Mercure, $1^{\circ}16'$, que les passages dans le Ω ne peuvent arriver qu'au commencement de *Novembre*, et ceux dans le ϑ au commencement de *Mai*. Dans la dernière saison la terre est près de l'aphélie de Mercure, qui est dans $8^{\circ}14'$: elle est moins éloignée de Mercure, et la latitude géocentrique de cette planète est plus grande, au mois de Mai qu'au Novembre, sa distance au noeud étant supposée la même. Mercure pourra donc paraître sur le disque solaire au mois de Novembre, et passer au-dessus ou au-dessous au mois de Mai, quoique la latitude héliocentrique soit la même: c'est pour cette raison, que les passages de Mercure sont presque trois fois plus fréquents au mois de Novembre qu'au mois de Mai.

CHAPITRE II.

Calcul des passages pour les différens lieux de la terre.

§. 284. Le calcul pour la terre en général, qui a été l'objet de la première partie des éclipses de soleil, est la partie la moins importante des passages; mais ce calcul est nécessaire, parcequ'il sert de base à celui des parallaxes. On peut employer dans cette première partie du calcul, qui ne diffère pas de celui des éclipses, les lieux et les mouvemens héliocentriques, qu'on a tirés des tables. Les longitudes et les latitudes héliocentriques de Vénus, qui répondent à deux époques peu éloignées de la conjonction, donnent le mouvement héliocentrique en longitude et en latitude, G et β ; or Vénus et la terre tournant autour du soleil dans le même sens, le mouvement relatif de Vénus en longitude sera la différence entre son mouvement et celui de la terre. En nommant donc h le vrai mouvement horaire du soleil, le mouvement relatif de Vénus sur l'écliptique sera (Fig. 67.) $\angle m = G - h$, et le mouvement horaire en latitude $\angle m = \beta$, $\odot$ et $\odot$ étant les centres de la terre et de Vénus dans la conjonction, et DF l'orbite relative de Vénus, vue du soleil. En nommant l'inclinaison de cette orbite sur l'écliptique, $\angle \odot m = \angle \odot \odot = \omega$, on aura

$$\text{tang } \omega = \frac{\beta}{G - h};$$

et le mouvement relatif sur l'orbite, $\angle l$ ou $\eta = \frac{\beta}{\sin \omega} = \frac{G - h}{\cos \omega}$.

Soit donc $\odot \odot = b$ la latitude héliocentrique de Vénus dans l'instant de la conjonction, et qu'on fasse les angles $\angle \odot \odot = 90^\circ$, et $\angle \odot \odot D = 90^\circ - \omega$: alors CE sera l'écliptique, DF l'orbite relative de Vénus, et D, F , seront les points de l'immersion et de l'émergence, si $\odot D$ et $\odot F$ sont les distances hé-

liocentriques des centres de Vénus et de la terre, au commencement et à la fin du passage. On a vu (§. 281.) que la distance géocentrique dans ces instans est (Fig. 79.) $VTE = R + r + P - p$; en nommant donc les rayons vecteurs de la terre et de Vénus, $ST = V$, $SV = v$, la distance accourcie SE ne différera pas sensiblement de v , parceque la planète est près de son noeud: on aura donc $VE = v$ tang $VSE = (V - v)$ tang VTE , et parceque ces angles ne sont pas plus grands que $16'$,

$$VSE = \varphi = \frac{V - v}{v} (R + r + P - p),$$

$R + P - p$ étant à peu près $52''$ (§. 281.). En faisant donc, sur la même échelle sur laquelle on a fait (Fig. 67.) $\odot C = b$, $\odot D = \odot F = \frac{V - v}{v} (r + 52'')$, D et F seront les points où le passage commence et finit. On trouvera les tems qui répondent à ces points, en divisant l'orbite relative de Vénus en heures et minutes, au moyen du mouvement horaire η , ou en se servant du calcul qui a été exposé dans le *Livre* précédent. On aura donc

$$AC = n = b \sin \omega, \quad A\odot = m = b \cos \omega, \quad AD = AF = \sqrt{(\varphi^2 - m^2)}.$$

La plus courte distance héliocentrique m sera convertie en distance géocentrique μ , par le moyen de l'équation $\mu = \frac{m v}{V - v}$. La latitude géocentrique dans la conjonction est $b' = \frac{b v}{V - v}$, donc $\frac{\mu}{b'} = \frac{m}{b} = \cos \omega$: d'où il suit que l'angle que fait l'orbite géocentrique avec l'écliptique, est le même que l'angle ω . En faisant donc $C\odot A = 90^\circ - \omega$, et $\odot A = \mu$, et tirant par A la perpendiculaire DAF à $\odot A$, DAF sera l'orbite relative de Vénus, vue de la terre. On prendra sur la même échelle, $\odot D = \odot F = R + r + 22''$, et l'on marquera en F , D , A , les tems du commencement, de la fin, et du milieu, qu'on a déjà calculés pour le passage en général; ce qui suffit, pour diviser l'orbite relative en heures et minutes. Il est aisé de donner à l'orbite la position qui lui convient, selon que la conjonction arrive avant ou après le noeud ascendant ou descendant. Au reste il est visible que, dans tous les cas, le mouvement géocentrique et relatif de Vénus est dirigé d'orient en occident, et que par conséquent, l'immersion se fait sur le bord oriental du soleil, et l'émersion sur le bord occidental, parceque les planètes sont rétrogrades dans les conjonctions inférieures.

§. 285. Pour déterminer la parallaxe du soleil, ce qui est le résultat le plus important des passages, il est absolument nécessaire de savoir, de quelle manière ces phénomènes seront vus de chaque lieu de la terre, pour en choisir ceux qui sont le plus favorablement situés. La méthode suivante, fondée sur la théorie des projections, est très-commode pour cet effet.

Soit (Fig. 80.) TAF la terre, E son centre, t un point de sa surface, A le lieu qui a le soleil S au zénit, TF son horizon, Vénus en V, VLf un plan perpendiculaire à SE et parallèle à TF: cela posé, VES sera la distance géocentrique des centres, $VS = \sigma$ la distance apparente ou parallactique pour le lieu t . Si la parallaxe du soleil était nulle, cet astre serait vu du lieu t suivant la ligne $t\lambda$ parallèle à ES, et Vénus suivant tV . Mais en attribuant à Vénus la parallaxe relative $P - p$ au lieu de P, il faut regarder la parallaxe du soleil comme nulle, et par conséquent supposer $Vt\lambda = \sigma$. Comme ces angles, durant le passage, ne sont pas plus grands que $16'$, leur rapport ne différera pas sensiblement de celui de leurs sinus, $\frac{V\lambda}{Vt}$, c'est-à-dire, les distances apparentes des centres σ seront comme les lignes $V\lambda$, parce que la distance de Vénus à la terre, Vt , peut être regardée comme constante. En projetant donc chaque lieu de la terre t en λ , $t\lambda$ étant perpendiculaire à VL et parallèle à ES, $V\lambda$ représentera la distance apparente des centres pour ce lieu, si $P - p$ est substitué à P; il faut maintenant déterminer l'unité de ces quantités. La projection du centre de la terre et du lieu A sera L, et en abaissant sur ES la perpendiculaire $t\tau$, on aura $L\lambda = t\tau = Et \sin tES$; et pour la projection f du lieu F on aura de même $Lf = Ef \sin FES = EF$. En supposant Vénus en v , la distance des centres, vue du lieu F, sera fv : il verra donc l'occultation centrale, si fv est nul; et comme il est le premier ou le dernier de tous les lieux de la terre, la distance géocentrique est dans le même instant du commencement ou de la fin du passage $= P - p$ (§. 281.). Or, Vénus étant en f , la distance géocentrique est représentée par Lf , d'où il suit que Lf ou le rayon de la projection de la terre $EF = P - p$. Cela posé, on aura la proportion, EF est à $L\lambda$ comme $P - p$ est à la distance des centres, vue du lieu t , et la projection λ de chaque lieu t sera éloignée du centre de la projection L, de la quan-

tité $t\tau = Et \sin tES = (P - p) \sin tES$, ce qui est conforme aux règles de la projection orthographique. En traçant donc l'orbite relative et géocentrique de Vénus (§. 284.) sur une échelle quelconque, et en faisant sur la même échelle, le rayon de la terre $= P - p$, la projection orthographique des lieux de la terre donnera exactement, sur cette échelle, la distance apparente des centres pour ces lieux, $V\lambda$. Il est visible, qu'il faut employer dans cette construction les angles géocentriques, en multipliant tous les angles héliocentriques, trouvés précédemment, par $\frac{v}{V-v}$ (§. 284.).

§. 286. Soit (*Fig. 81.*) SF perpendiculaire à l'écliptique EC , $FSG = \omega$ (§. 284.), qu'on prenne sur une échelle quelconque, $SF = \frac{v}{V-v} b$, $SG = \mu = \frac{v}{V-v} m$ (§. 284.), $SA = SB = P - p$, $SE = SC = SH = r$, et qu'on mène par F et G l'orbite relative VN d'orient en occident: cela posé, le mouvement horaire $\frac{v}{V-v} \eta$ servira à diviser l'orbite VN en heures et minutes, en marquant en F le tems de la conjonction. Au moment où Vénus est en H , la distance des centres, vue de S , c'est-à-dire du centre de la terre ou du lieu qui a le soleil au zénit, sera $SH = r$, donc le lieu S verra le centre de Vénus sur le bord du soleil. Ayant mené la droite $HDSd$, la distance apparente des centres sera pour le lieu D , $HD = r - (P - p)$, et pour le lieu d , $Hd = r + (P - p)$ (§. 285.). Si le rayon du cercle SH est $= r + R$ ou $r - R$, le lieu S verra, lorsque Vénus est en H , le contact extérieur ou intérieur: le lieu D verra Vénus avancée sur le disque solaire de $P - p$, et d la verra éloignée du bord du soleil de $P - p$: le lieu D aura donc déjà vu l'immersion, mais d ne la verra pas encore. Comme il en est de même de l'émergence, cela fait connaître les quatre points importants de la terre, savoir les lieux qui verront le premier et le dernier l'immersion, et ceux qui verront le premier et le dernier l'émergence. Supposons qu'on ait décrit du centre S et des rayons $SV = r + P - p$, $SI = r - (P - p)$, des cercles qui coupent l'orbite relative en V , N , et I , L , et que les rayons SV , SN , SI , SL , rencontrent la projection de la terre en Aa , Mm , Bb , Rr : alors A , b , r , M , seront ces quatre endroits. En effet, on a pour tous les quatre, les distances apparentes des centres,

$$\begin{aligned} AV &= SV - (P - p) = r, & bI &= SI + (P - p) = r, \\ rL &= SL + (P - p) = r, & MN &= SN - (P - p) = r. \end{aligned}$$

Mais si l'on prend au delà de V ou N un point v ou n sur l'orbite, la plus courte distance apparente des centres pour la terre entière sera vu ou nv , et l'un et l'autre est plus grand que $AV = MN = r$: Vénus, étant en v ou n , ne sera donc vu sur le disque solaire d'aucun lieu de la terre, et A, M, sont les lieux qui verront l'immersion du centre de Vénus avant tous les autres lieux, et l'émergence après tous les autres: ce sera le contact extérieur ou intérieur, si $SV = r + P - p \pm R$. En prenant sur l'orbite un point F entre I et L, SF sera plus petit que $SI = r - (P - p)$, donc la plus grande distance des centres sur toute la terre, $fF = SF + (P - p)$, sera moindre que r ; d'où il suit que tous les lieux de la terre verront Vénus sur le soleil; b sera donc le lieu qui verra le dernier l'entrée, et r celui qui verra le premier la sortie. L'entrée et la sortie seront donc vues sur la terre entière, durant tout le tems que Vénus emploie à parcourir les segments VI et LN.

Il est vrai que les points A, b , et M, r , ne sont pas diamétralement opposés; mais comme, dans ce calcul général, on ne demande pas une précision parfaite, il est permis de substituer à b et r les points a et m , qui sont diamétralement opposés à A et M. L'erreur qu'on commettra, sera l'angle aSb ou mSr : elle sera donc diminuée de la moitié, si l'on prend les points du milieu D et d au lieu de A et b , et pour la sortie Q et q au lieu de M et r . Cette substitution sera d'une grande utilité dans la suite, parcequ'il est nécessaire de connaître les points de la terre qui se trouvent sur la droite qui joint les centres de la terre et de Vénus, pendant l'entrée et la sortie pour la terre entière, ou ce qui revient au même, pendant que Vénus décrit les parties VI et LN de son orbite. Le calcul sera donc singulièrement simplifié, en substituant à tous ces points le lieu D pour l'entrée, et Q pour la sortie. Mais il faut avant tout voir, à combien peut monter cette erreur, c'est-à-dire l'angle $bSd = BSD = HSI$.

En faisant pour abrégér, $HSI = \psi$, $SI = r - (P - p) = s$, on aura

$$\cos HSG = \frac{SG}{SH} = \frac{\mu}{r}, \text{ et } \cos ISG = \frac{\mu}{s}, \text{ donc}$$

$$\sin \psi = \sin (\text{HSG} - \text{ISG}) = \frac{\mu}{rs} \{ V(r^2 - \mu^2) - V(s^2 - \mu^2) \}.$$

Cette valeur est nulle, si μ est nul, et elle croît avec μ , mais seulement jusqu'à une certaine limite, parceque ψ devient imaginaire, lorsque μ est plus grand que s . L'angle ψ sera donc un *maximum*, en même temps que son sinus, parceque ψ est toujours moindre que 90° . En différentiant l'équation précédente relativement à ψ et μ , on aura pour le *maximum* l'équation

$$(r^2 - 2\mu^2) V(s^2 - \mu^2) = (s^2 - 2\mu^2) V(r^2 - \mu^2),$$

dont le carré donnera

$$\mu^2 (r^4 - s^4) = r^2 s^2 (r^2 - s^2), \text{ ou } \mu^2 = \frac{r^2 s^2}{r^2 + s^2}.$$

En faisant $r^2 + s^2 = u^2$, on aura

$$\mu = \frac{rs}{u}, \quad V(r^2 - \mu^2) = \frac{r^2}{u}, \quad V(s^2 - \mu^2) = \frac{s^2}{u}, \quad \text{et } \sin \psi = \frac{r^2 - s^2}{r^2 + s^2}.$$

En supposant $r = 16'$, $P - p = 22''$, il viendra

$$s = 938'', \quad \mu = 11' 11'', \quad \text{et } \psi = 1^\circ 19' 40''.$$

La plus grande erreur qu'on puisse commettre, est donc $1^\circ 19' 40''$, mais le plus souvent elle sera beaucoup moins considérable.

§. 287. La position du premier lieu D d'où l'on verra l'entrée, et du dernier Q d'où l'on verra la sortie, est donnée par le point S qui, au moment de l'entrée ou de la sortie, a le soleil au zénith (§. 285.). Soit (Fig. 69.) QD *q d* l'hémisphère illuminé de la terre, P le pôle boréal ou austral, selon que le passage de Vénus arrive au moins de Juin ou de Décembre, S le lieu qui a le soleil au zénith, au moment de l'entrée, PS *a* son méridien, et nommons D, δ , les déclinaisons du soleil et de Vénus, qui sont nécessairement du même côté de l'équateur. Si δ est plus grand que D, sa latitude est de même nature que D, et l'orbite OH tombera du côté de P: si c'est au mois de Juin, la latitude boréale du lieu S sera = D. Or O étant le côté occidental, H le côté oriental; de manière que la terre tourne sur son axe dans le sens QSD, H sera le point d'entrée, et O celui de sortie (§. 284.). Pour tracer l'orbite relative, on calculera l'angle de position ASF = κ (§. 255.), le cercle de latitude SF s'inclinant vers l'occident, parcequ'au commencement de Juin le soleil est dans les signes ascendants; dans les passages du mois

de Décembre ce sera le contraire. Si la conjonction arrive *après* le passage par le noeud, la perpendiculaire sur l'orbite, SG, tombera du côté de SF d'où l'on voit arriver Vénus, c'est-à-dire vers l'*orient*; si elle arrive *avant* le noeud, SG tombera vers l'*occident* de SF, comme dans la *figure*, où la latitude est supposée boréale, et par conséquent la conjonction avant le noeud descendant, où arrivent les passages du mois de Juin (§. 282.). En faisant donc $FSG = \omega$, $SB = SQ = P - p$, $SG = \mu = \frac{v b \cos \omega}{v - v'}$ (§. 284.), et en tirant par G une perpendiculaire sur SG, elle représentera l'orbite relative, vue de la terre, HGO.

Soient t et t' les instans de l'entrée H et de la sortie O, calculés pour le méridien de Paris dont la longitude $= L$: la latitude du lieu S sera $= D$, et la longitude $= L - 15t$, pour l'entrée, et l'on a $ASG = \kappa + \omega$, $\cos GSH = \cos GSO = \frac{\mu}{SH}$, la distance géocentrique des centres SH étant $= r$, ou $r + P - p$, on $r + P - p \pm R$, selon qu'il s'agit de l'entrée et de la sortie du centre de Vénus, vue du centre de la terre ou de la terre en général, du contact extérieur ou intérieur. En nommant donc f et l la latitude et la longitude du lieu D qui verra le premier l'entrée, on aura (§. 255.)

$$ASH = GSH - ASG, \sin f = \cos PD = \cos D \cos ASH,$$

$$\text{tang SPD} = -\frac{\text{tg ASH}}{\sin D}, \text{ et } l = L - 15t + \text{SPD}.$$

La latitude f' et la longitude l' du lieu Q qui verra le dernier la sortie, se calculera de même au moyen des équations,

$$ASO = GSO + \kappa + \omega, \sin f' = \cos D' \cos ASO,$$

$$\text{tang SPQ} = -\frac{\text{tg ASO}}{\sin D'}, \text{ et } l' = L - 15t' - \text{SPQ},$$

D et D' étant les déclinaisons du soleil au moment de l'entrée et de la sortie.

Maintenant on connaît aussi les lieux d et q , diamétralement opposés à D et Q, d étant le dernier de tous les points de la terre d'où l'on verra l'entrée, et q le premier qui verra la sortie: leurs latitudes sont $-f$ et $-f'$, leurs longitudes $l + 180^\circ$ et $l' + 180^\circ$.

Le soleil répondant perpendiculairement sur le point S, les lieux D, Q, d , q , se trouveront dans la limite de l'hémisphère illuminé, ils auront donc le soleil à l'horizon. Or la terre tournant autour du pôle P de Q en

D, et de d en q , les lieux D, q , sortiront de l'hémisphère éclairé, et Q, d , y entreront: d'où il suit, que D verra le premier l'entrée au coucher du soleil, d verra le dernier l'entrée au lever du soleil, q verra le premier la sortie au coucher du soleil, et Q verra le dernier la sortie au lever du soleil.

§. 288. Il est visible, que tous les lieux, situés dans le demi-cercle $aqDB$, auront le soleil couchant dans cet instant, et que ceux dans $BQda$ verront le soleil lever; ces deux demi-cercles formant un grand cercle $DQdqD$ dont le pôle est S. Si donc on élève un globe terrestre de manière que S se trouve dans le zénit, $DQdq$ sera l'horizon du globe. Tous les lieux dans la moitié supérieure du globe verront l'entrée ou la sortie, selon que le lieu S a été calculé pour l'une ou pour l'autre, c'est-à-dire, selon que sa latitude et longitude est D et $L-15t$ ou D' et $L-15t'$. Exactement parlant, ces lieux ont le soleil levé au moment de l'entrée ou de la sortie, quoiqu'à cause des parallaxes, ils ne verront pas Vénus sur le soleil, s'ils n'approchent pas assez de HO, pour que la distance de leur projection devienne moindre que SH, ce qui est principalement le cas des lieux d , a , q , les plus éloignés de HO. En effet, au commencement de l'entrée il n'y a que le lieu D qui puisse la voir, et les lieux auprès de a et q auront le soleil couchant, avant qu'ils se soient assez rapprochés de HO, pour voir l'entrée. Mais comme le point H représente ici tout le segment d'entrée VI (*Fig. 81.*), et que la distance de I à tous les points de la terre est moindre que SH, à cause de $SI = r - (P - p) = SH - Sb$, donc $bI = SH$ (§. 286.), on peut dire que tous ces lieux verront l'entrée, en regardant VI comme un point; mais cela n'est exact, que tant qu'on tient compte seulement de la rotation de la terre, en faisant abstraction des parallaxes. Le lieu S étant donc déterminé pour l'entrée, les lieux dans la moitié orientale de l'horizon qDB , ayant le soleil couchant, ne verront rien du passage que l'entrée; tandis que ceux dans la partie occidentale $BQda$ verront le passage entier, parcequ'ils ont le soleil levant. Si S est le point qu'on a calculé pour la sortie, les lieux $BQda$ ne verront que la sortie, parce qu'un moment auparavant le soleil ne s'était pas levé; tandis que les lieux $aqDB$ ont vu le passage entier, parceque le soleil se couche au moment où tout est fini. Les lieux qui sont au dessus de l'horizon $DQdq$, verront le

passage entier ou en partie, à mesure qu'ils sont plus ou moins éloignés du cercle qui forme l'horizon oriental Dq au moment de l'entrée, ou l'horizon occidental Qd au moment de la sortie. Tout cela n'est vrai qu'à peu près, et sujet à quelques restrictions. Nous avons déjà observé, que le point S est supposé le même pour toute l'entrée ou la sortie, au lieu qu'effectivement, pendant l'entrée de V en I (Fig. 81.), ou la sortie de L en N , plusieurs lieux viennent occuper successivement le zénit et l'horizon du globe: on a donc fait abstraction de l'effet des parallaxes, VI, LN .

D'un autre côté on a supposé que SD tombe à l'orient de SB , ce qui est ordinairement le cas. Cependant le contraire arrivera, si GSH est plus petit que GSA : alors D verra le premier l'entrée au lever du soleil. Pour que cela arrive, il faut que GSH soit moindre que $\kappa + \omega$: or les plus grandes valeurs de ces angles sont $\kappa = 23^{\circ} 28'$, le soleil étant dans l'équateur, et $\omega = 9^{\circ}$; il faut donc que GSH soit plus petit que 32° , ou $\cos GSH > \cos 32^{\circ}$, donc $\frac{\mu}{r} > \cos 32^{\circ}$, et $\mu > 13' 22''$. Mais comme dans les passages de Vénus, le soleil n'est éloigné du solstice que de 15° , κ sera environ 7° , $\kappa + \omega$ tout au plus 16° : il faut donc que μ soit plus grand que $r \cos 16^{\circ}$, ou $\mu > 15' 9''$, de manière que Vénus décrira une très-petite corde sur le soleil.

Nous avons dit que les lieux $BDqa$ qui ont le soleil couchant au moment de l'entrée, ne verront que cela. Cependant, s'ils sont près de B ou de P , leur arc diurne peut être si grand, qu'ils s'élèvent entre B et Q au dessus de l'hémisphère illuminé durant le passage; de manière qu'ils verront aussi la sortie. Il en est de même des lieux BQd qui voient le soleil lever au moment de la sortie: ils peuvent avoir vu l'entrée avant le coucher du soleil, si leur arc diurne est assez grand. Quant au point B et tous les lieux entre B et P , le soleil ne s'y couche pas du tout.

§. 289. Ce qui précède, suffit pour déterminer toutes les circonstances d'un passage pour les différens pays de la terre. La fig. 82. représente les deux hémisphères de la terre, P étant le pôle boréal, p le pôle austral, et AQR l'équateur d'occident en orient. Après avoir déterminé les lieux E et I qui auront le soleil au zénit, dans les instans de l'entrée et de la sortie générale (§. 287.), l'on décrira les grands cercles $BCDDFB$ et $HCGGFH$ dont

les poles sont E et I, et qui se sont trouvés dans l'horizon du globe (§. 288.); enfin on marquera les points C et F (B et *a* dans la *Fig.* 69.) qui séparent les parties occidentale et orientale de ces cercles, de manière que CBBF sont les lieux qui verront l'entrée au lever du soleil (BQ*da* dans la *fig.* 69.), CDDF ceux qui verront l'entrée au coucher du soleil, CHHF verront la sortie au lever, et CGGF au coucher du soleil. Ces cercles partageront la terre entière en quatre portions, dont l'une verra le passage *entier*, l'autre ne verra que l'*entrée*, la troisième la *sortie*, et la quatrième n'en verra *rien*; ainsi que c'est indiqué dans la *figure*. Au commencement, le soleil étant en E, l'hémisphère illuminé sera l'espace BCDRB + BFDAB; il est nuit dans l'espace BCDHB + BFDHB. Les lieux BC et BF ont le soleil levant, parceque la rotation de la terre se fait de Q en R; les points C, F, qui séparent l'horizon oriental et occidental, sont la commune section des grands cercles PE*p*P et BCDFB, le premier étant le cercle horaire BPS*a* (*Fig.* 69.), et le second l'horizon BQ*dq*D. Les lieux BC et BF verront donc le passage entier, et CBBF est une des limites de la première portion. Les lieux entre BC et G, et entre BF et G, où le soleil s'est déjà levé au moment de l'entrée, verront pareillement le passage entier, à l'exception de ceux qui verront le coucher du soleil durant le passage. Les lieux CDDF verront l'entrée au coucher du soleil, et il y a des lieux entre CDDF et G, qui verront le coucher du soleil durant le passage. Tous les pays dans l'hémisphère illuminé BDG, où le soleil se couche après la sortie, verront donc le passage entier; et ceux qui ont le soleil couchant avant la sortie, ne verront que l'entrée. La limite entre ces deux portions sera donc formée par les lieux CGGF, où le soleil se couche au moment même de la sortie: le cercle CGGF est donc la seconde limite de la première partie qui voit toute la durée du passage; cette partie sera par conséquent l'espace renfermé par les cercles CBBF et CGGF, ainsi que c'est indiqué dans la *Fig.* 82. par le mot *Tout*. La seconde partie DCGGFD ne verra que le commencement du passage, ce qui est indiqué par le mot *Entrée*. Dans les lieux entre CBF et H le soleil ne se lève qu'après l'entrée, et peut-être même après la sortie: dans le premier cas ils ne verront que la fin du passage, dans le dernier

ils n'en verront rien du tout. Dans les pays entre CDF et H l'entrée arrive après le coucher du soleil: ils ne peuvent donc voir que la sortie, si le soleil se lève auparavant; ils ne verront rien du passage, si le soleil se lève après la sortie. La limite entre ces deux portions est donc la ligne CHHF, qui passe par les lieux qui auront le lever du soleil au moment où le passage finit: d'où il suit, que BCHHFB est la troisième partie qui ne voit que la fin du passage, et CDHHFD la quatrième partie qui ne voit rien du tout; ce qui est indiqué par les mots *Sortie* et *Rien*.

Les points d'intersection C, F, ne sont pas tout-à-fait les mêmes que ceux qui séparent les demi-cercles occidentaux CBF, CHF, d'avec les demi-cercles orientaux CDF, CGF, parceque E ne coïncide pas avec I. Mais la différence est si peu considérable, qu'on se permet ordinairement, de confondre les uns avec les autres. Cependant il faut avoir égard à cette différence, pour éclaircir une contradiction apparente. Le point F, appartenant également aux cercles FB et FD, verra l'entrée au lever et au coucher du soleil: en effet, étant situé dans le méridien EPF, il est identique avec le lieu B (*Fig. 69.*), dont le parallèle rase l'horizon du soleil en B, de manière que le soleil ne se couche pas. Le même point F, appartenant au cercle GFH (*Fig. 82.*), doit voir la sortie au lever et au coucher du soleil: c'est maintenant un point du méridien IPF (le point B de la *Fig. 69.*); mais S et B ou F, ne sont pas les mêmes points pour la sortie que pour l'entrée, à cause de la rotation de la terre. Les deux points F sont peu éloignés l'un de l'autre, et également distans du pôle P: entre ces deux points, mais un peu plus loin du pôle, il y a un troisième point F qui verra l'entrée au coucher, et la sortie le lendemain au lever du soleil, et qui par conséquent, ne verra que le commencement et la fin du passage, de sorte que sa nuit est précisément égale à la durée du passage. Il en est de même de C ou de a (*Fig. 69.*). Il faut distinguer deux points a, dont l'un verra l'entrée, et l'autre la sortie, au lever et au coucher du soleil: ces points ne verront donc que le commencement où la fin, parceque le soleil ne s'y lève pas, en rasant l'horizon. Entre ces deux points, mais un peu plus près du pôle, il y a un point C qui verra l'entrée au lever, et la sortie au coucher du

soleil, et par conséquent précisément toute la durée du passage, qui est égale à son arc diurne.

§. 290. Si les parallaxes du soleil et de Vénus étaient tout-à-fait insensibles, tous les lieux de la terre verraient l'entrée et la sortie dans le même instant que le centre de la terre; et la différence entre les tems, comptés dans chaque lieu, donnerait immédiatement celle des longitudes géographiques, ainsi que cela se fait dans les éclipses de lune. Mais l'effet des parallaxes est, que non-seulement l'entrée et la sortie n'est pas vue des différens lieux en même tems, mais que la *durée* du passage est très-différente: il est donc clair qu'en renversant la question, on pourra déterminer la parallaxe par l'entrée, la sortie, ou la durée, observées en différens lieux dont la position est connue; d'où résultent deux méthodes, fondées sur les *tems* de l'entrée et de la sortie, ou sur la différence de la *durée*. La dernière méthode, proposée par Halley, suppose qu'on a observé exactement la sortie aussi bien que l'entrée. Il est aisé de voir, que le résultat sera d'autant plus exact, que la différence des tems de l'entrée ou de la sortie, observés en deux lieux, est plus grande: les points A, b, r, M (*Fig. 81.*), qui ont été trouvés (§. 287.), ou les lieux qui en sont peu éloignés, seront donc les plus favorables pour ces sortes d'observations. Pour se servir de l'autre méthode, il sera nécessaire de faire des recherches générales sur les époques, où l'entrée et la sortie sera vue de différens lieux de la terre, pour en choisir ceux qui auront la plus longue, ou la plus courte durée du passage.

§. 291. Si l'on a calculé le tems que Vénus emploie à parcourir les portions VI et LN de son orbite relative (*Fig. 81.*), ou la durée de l'entrée et de la sortie, on peut diviser ces portions en minutes, et déterminer les lieux de la terre qui, de minute en minute, verront l'entrée ou la sortie. Supposons (*Fig. 83.*) que V et I soient les points du premier et du dernier instant de l'entrée, que VI soit divisé en minutes, et que $Vu = \lambda$ soit une de ces parties, qui est donnée par le mouvement géocentrique de Vénus. On aura donc

$$SV = r + (P - p), \quad SG = \mu, \quad GV = \sqrt{SV^2 - SG^2}, \quad Gu = GV - \lambda,$$

d'où il suit

$$Su = \sqrt{Gu^2 + \mu^2}, \quad \text{tang } GSu = \frac{Gu}{\mu}, \quad \text{et } ASu = GSu - (\kappa + \omega) \quad (\S. 287.).$$

Au moment où Vénus est en u , l'entrée sera vue de tous les lieux de la terre, dont la projection est éloignée de u du demi-diamètre du soleil r (§. 286.). En faisant donc $ua = u\beta = r$, tous ces lieux seront situés dans la périphérie d'un petit cercle $\alpha\beta$, dont l'axe est Sau , et le pôle en a : pour déterminer ce cercle, il faut connaître la position du pôle a , et l'arc $\alpha a = a\beta$ ou l'angle $aS\beta$. Or on a comme ci-dessus (§. 287.),

$$\cos Pa = \cos D \cos ASu \quad \text{et} \quad \text{tang } SPa = -\frac{\text{tg } ASu}{\sin D},$$

D étant la déclinaison du soleil pendant l'entrée VI. Cela donne

la latitude du point $a = 90^\circ - Pa$, et sa longitude $= L - 15\tau + SPa$, τ étant le tems compté à Paris, pour lequel on cherche le pôle a , qui est aussi le lieu de la terre qui, dans le même instant, verra la plus grande phase. On a de plus l'angle $aS\beta$ dans le triangle $Su\beta$, dont on connaît les trois côtés

$$Su = \sqrt{Gu^2 + \mu^2}, \quad u\beta = r, \quad \text{et} \quad S\beta = P - p.$$

Maintenant il est facile de trouver sur un globe terrestre les lieux $\alpha\beta$. Du pôle a , avec un compas dont l'ouverture est égale au nombre de degrés de $a\beta$, pris sur l'équateur ou le méridien du globe, on décrira un cercle $\alpha\beta$, passant par tous les lieux qui verront l'entrée au moment que Vénus est en u . Si l'on a une projection stéréographique de la terre, on n'a qu'à marquer trois points du cercle $\alpha\beta$ sur le globe, et l'on décrira un cercle par ces trois points sur la mappemonde.

Comme on n'a pas besoin d'une grande précision, on peut se servir d'un procédé plus simple. On a (*Fig. 81.*) $SV = r + (P - p)$, $SI = r - (P - p)$, de sorte que Vénus approche du centre S de $2(P - p) = Dd$, pendant qu'elle parcourt la portion VI de son orbite. En substituant aux différens points entre A et B (qui sont les pôles a des cercles $\alpha\beta$ dans la *fig. 83.*), le point intermédiaire D , et pour la sortie le point Q , D et Q étant connus par ce qui précède (§. 287.), et en supposant que Vénus, en parcourant VI, s'approche du soleil d'une manière uniforme, on pourra diviser VI et Dd en v parties égales qui répondront les unes aux autres, et les

tems où Vénus arrive dans chaque division de VI, s'y trouveront déjà marqués. Soit donc $D\delta$ l'une de ces parties de Dd , et T le tems que Vénus met à parcourir VI: cela posé, δ sera le point sur Dd qui verra l'entrée, lorsque le tems $\frac{T}{v}$ est écoulé après le premier instant de l'entrée en V. Maintenant, $SD = P - p$ étant à peu près la cinquantième partie de $SH = r$, on peut, sans erreur sensible, supposer que tous les points dans la périphérie d'un cercle, dont δ est le centre et $\delta\epsilon$ le rayon, sont aussi éloignés de H que δ , et que par conséquent, ils verront également l'entrée. On connaît donc le pôle D de ce cercle, et de tous les cercles qui verront l'entrée d'une minute à l'autre: on a de plus $D\delta = \frac{Dd}{v} = \frac{2(P-p)}{v}$, et $\cos D\epsilon = 1 - \frac{D\delta}{DS} = 1 - \frac{2}{v} = \frac{v-2}{v}$. Il est aisé de décrire, sur un globe ou une carte, le cercle entier, au moyen du pôle D et de l'arc $D\epsilon$; et l'on déterminera par le même procédé, les lieux qui verront la sortie, une, deux, etc. minutes après le premier instant en L , ainsi que les lieux qui, à une époque donnée, verront Vénus avancée sur le soleil d'un doigt, de deux doigts, etc. en faisant (Fig. 83.) $u\alpha = u\beta = r - \frac{1}{6}r$ ou $= r - \frac{2}{6}r$, etc.

§. 292. Quand on a tracé ces cercles sur un globe, pour chaque minute durant l'entrée et la sortie, on trouvera l'instant où chaque lieu de la terre verra l'entrée et la sortie, par le tems marqué au cercle dans lequel se trouvera ce lieu: ce qui donne aussi la durée du passage pour chaque lieu. On pourra ainsi choisir les lieux, où il y a la plus grande différence entre les tems de l'entrée ou de la sortie, et ceux dans lesquels la durée du passage sera la plus longue ou la plus courte: c'est-à-dire les lieux où les observations du passage donneront le résultat le plus exact pour la parallaxe. En général, la différence de la durée provient de deux causes, de la parallaxe et du mouvement diurne de la terre. Par l'effet de la parallaxe, chaque lieu de la terre verra Vénus décrire une autre corde sur le soleil: si, par exemple, la latitude de Vénus est boréale, les pays méridionaux la verront plus élevée que les pays septentrionaux; elle décrira donc une corde moins grande. La rotation de la terre prolonge ou raccourcit la durée du passage, selon que les lieux ont dans leurs parallèles, la même direction que celle de Vénus, ou la direction opposée. Un lieu qui, dans la partie de son parallèle qui est

ournée vers le soleil, ou dans son arc diurne, avance d'occident en orient, et par conséquent va à la rencontre de Vénus, la verra avancer plus rapidement vers l'orient: la durée du passage sera plus courte pour lui que pour le centre de la terre. Dans la partie opposée du parallèle, qui renferme le minuit, le lieu suivra la même direction que Vénus, d'orient en occident: son mouvement relatif lui paraîtra plus lent, et la durée plus longue, qu'au centre de la terre ou plutôt de son parallèle. Il s'en suit, que la durée sera la plus longue dans les lieux qui ont la conjonction de Vénus à minuit, et où le soleil ne se couche pas, ou se couche après l'entrée et se lève avant la sortie; et que la durée sera la plus courte, dans les lieux où la conjonction arrive à midi.

CHAPITRE III.

Calcul des passages pour un lieu déterminé de la terre.

§. 293. Les principes sur lesquels se fonde le calcul pour un lieu déterminé de la terre, ont été exposés en détail dans le *Chap. VI. du Liv. V.* et l'on peut se servir ici des mêmes formules, en substituant les élémens géocentriques de Vénus à ceux de la lune. On se rappellera que tout se réduit à ce problème, *trouver pour un tems et un lieu donné, la distance apparente des centres du soleil et de Vénus, par le calcul des parallaxes.* Comme la méthode précédente (§. 291.) donne, pour un lieu quelconque, le moment de l'entrée et de la sortie à peu près, on calculera pour cet instant la distance apparente des centres, et l'on changera le tems, jusqu'à ce que la distance se trouve égale à $r \pm R$, ce qui donne le *contact extérieur ou intérieur.* Le milieu entre les deux époques donnera à très-peu près l'instant de la plus courte distance, ou de la plus grande phase (§. 267.).

Soit T le tems vrai de la conjonction, pour le méridien de Paris, $T + t$ le tems pour lequel on cherche la distance apparente, de sorte que $15(T + t)$ est l'angle horaire du soleil à l'occident du méridien de Paris, et $15(T + t + n) = 15\tau$ par rapport au méridien du lieu donné, qui est de n heures $= 15n$ degrés plus oriental que Paris. Pour cet instant, on calculera avec les longitudes et latitudes géocentriques qui sont données par ce qui précède,

l'ascension droite géocentrique du soleil $= A$, de Vénus $= \alpha$,

la déclinaison du soleil $= D$, de Vénus $= \delta$.

Cela posé, les formules (§. 266.) donneront les angles M, Φ, K, N ; et il

faut mettre $P - p = 22''$ à $23''$ au lieu de H , d'où il viendra, en négligeant les puissances de $P - p$,

$$\text{la parallaxe de longitude, } \Delta l = \frac{(P-p) \sin K \sin (l-N)}{\cos b},$$

$$\text{tang } \xi = \text{tang } K \cos (l-N), \text{ et}$$

$$\text{la parallaxe de latitude, } \Delta b = - \frac{(P-p) \cos K \cos (\xi + b)}{\cos \xi},$$

l et b étant la longitude et la latitude géocentriques de Vénus pour cet instant. En nommant donc L la longitude du soleil, on aura

$$\text{la longitude apparente de Vénus, } l' = l + \Delta l,$$

$$\text{la latitude apparente, } b' = b + \Delta b, \text{ ce qui donnera (§. 267.)}$$

$$\cos s' = \cos (L - l') \cos b',$$

s' étant la distance apparente ou parallactique des centres.

§. 294. Les formules précédentes supposent, que les angles M , K , etc. sont les mêmes pour le soleil et pour Vénus, ce qui n'est pas rigoureusement vrai. Il faudrait donc calculer les parallaxes pour les deux astres; mais on peut s'en dispenser, en calculant la parallaxe du soleil, et en déduisant celle de Vénus, où l'on peut négliger le carré de P , p , et le produit de s^2 par P ou p , parceque s est tout au plus $16'$.

Soit (Fig. 79.) TES l'écliptique suivant l'ordre des signes, S, V, les lieux géocentriques du soleil et de Vénus, calculés sur les tables, pour le tems $T + t$ de Paris, ou le tems t après la conjonction: Vénus étant rétrograde, sa longitude sera moindre que celle du soleil. En nommant L la longitude géocentrique du soleil et de Vénus, λ la latitude géocentrique de Vénus, son mouvement horaire en longitude $= \gamma$, en latitude $= \beta$, le mouvement horaire du soleil $= h$, tous ces élémens étant calculés sur les tables pour l'instant de la conjonction; on aura pour le tems $T + t$,

$$\text{la longitude géocentrique du soleil, } \odot = L + ht, \text{ de Vénus, } \varphi = L - \gamma t,$$

$$\text{et sa latitude géocentrique, } b = \lambda + \beta t.$$

En nommant s la distance géocentrique, donnée par les tables, et l'angle VSE $= \sigma$, on aura

$$\text{tang } \sigma = \frac{\lambda + \beta t}{\odot - \varphi} = \frac{\lambda + \beta t}{(b + \gamma)t}, \text{ et } s = \frac{\lambda + \beta t}{\sin \sigma} = \frac{(b + \gamma)t}{\cos \sigma}, \text{ ou}$$

$$b = s \sin \sigma, \odot - \varphi = s \cos \sigma.$$

§. 295. L'obliquité de l'écliptique ε donne l'angle de position du soleil κ , par le moyen de l'équation $\tan \kappa = \tan \varepsilon \cos \odot$ (I. §. 76. I. 3.), et en nommant la latitude du lieu f , l'angle horaire du soleil $q = 15^\circ$ (§. 293.), sa distance au zénit k , et l'angle parallactique ζ , les formules (I. §. 34. I. 1. 3.) donneront

$$\cos k = \sin f \sin D + \cos f \cos D \cos q, \quad \tan \zeta = \frac{\sin q}{\tan f \cos D - \sin D \cos q}.$$

La partie boréale du cercle de déclinaison tombera à l'orient du cercle de latitude, et à l'occident du cercle vertical, si κ et ζ sont positifs: par conséquent, le cercle de latitude s'inclinera du cercle vertical vers l'occident d'un angle

$$v = \kappa + \zeta.$$

Soit (Fig. 75.) ∇DC l'écliptique, E son pôle, Z le zénit, L le lieu géocentrique de Vénus, l son lieu apparent, et qu'on nomme $ZL = k'$, $ZLE = \lambda$, $L\lambda = v'$, les parallaxes horizontales du soleil et de Vénus, p , P , leurs parallaxes de hauteur, ξ , ξ' . Cela posé, on aura

$Ll = \xi' = P \sin k'$, la parallaxe de latitude, $L\lambda$ ou $\partial b = -P \sin k' \cos v'$, $\lambda\lambda = P \sin k' \sin v'$, et la parallaxe de longitude, CD ou $\partial \varphi = -\frac{P \sin k' \sin v'}{\cos \delta}$, et à cause de $\cos b = 1 - \frac{b^2}{2} = 1 - \frac{s^2}{2} \sin^2 \sigma = 1$ (§. 294.),

$$\partial \varphi = -P \sin k' \sin v'.$$

On trouvera pareillement pour le soleil,

$$\partial \odot = -p \sin k \sin v, \quad \partial B = -p \sin k \cos v,$$

B étant la latitude du soleil qui est abaissée sous l'écliptique par l'effet de la parallaxe. On aura donc $s^2 = (\odot - \varphi)^2 + (b - B)^2$, dont la différentielle est

$$s \partial s = (\odot - \varphi) (\partial \odot - \partial \varphi) + b (\partial b - \partial B),$$

à cause de $B = 0$. En substituant $\odot - \varphi = s \cos \sigma$ et $b = s \sin \sigma$ (§. 294.), il viendra

$$\partial s = (\partial \odot - \partial \varphi) \cos \sigma + (\partial b - \partial B) \sin \sigma;$$

et en introduisant les valeurs précédentes de $\partial \varphi$, $\partial \odot$, ∂b , ∂B ,

$$(A) \dots \partial s = P \sin k' (\sin v' \cos \sigma - \cos v' \sin \sigma) + p \sin k \sin (\sigma - v).$$

Si la Fig. 84. représente le ciel occidental pour le lieu donné, Z son zénit, E le pôle de l'écliptique $\nabla V \odot$, P le pôle de l'équateur, $\odot$, φ , les lieux géocentriques du soleil et de Vénus; on aura

$Z\odot=k$, $Z\oslash=k'$, $Z\odot E=v$, $Z\oslash E=v'$, $\odot\oslash=s$, $\oslash V=b$, $E\oslash=90^\circ-b$,
 $\odot V=\odot-\oslash$, $V\odot\oslash=\sigma$, $E\odot\oslash=90^\circ-\sigma$, $Z\odot\oslash=90^\circ-\sigma+v$, $E\odot=90^\circ$:
 d'où l'on tirera dans le triangle $EZ\odot$,

$$\cos ZE = \cos E\odot \cos Z\odot + \sin E\odot \sin Z\odot \cos Z\odot E = \sin k \cos v,$$

et dans le triangle $EZ\oslash$,

$$\cos Z\oslash E = \frac{\cos ZE - \cos Z\oslash \cos E\oslash}{\sin Z\oslash \sin E\oslash},$$

ou en substituant $\cos ZE = \sin k \cos v$,

$$\cos v' = \frac{\sin k \cos v - \cos k' \sin b}{\sin k' \cos b},$$

et à cause de $\sin b = s \sin \sigma$, et $\cos b = 1$, à très-peu près,

$$(a) \dots \sin k' \cos v' = \sin k \cos v - s \cos k \sin \sigma.$$

On a de plus dans le triangle $E\oslash\odot$,

$$\text{tang } E\oslash\odot = \frac{\sin E\oslash\odot}{\cot E\odot \sin s - \cos s \cos E\oslash\odot} = -\text{tang } E\odot\oslash = -\cot \sigma,$$

et dans le triangle $Z\oslash\odot$,

$$\text{tang } Z\oslash\odot = \frac{\sin Z\odot\oslash}{\cot Z\odot \sin s - \cos s \cos Z\odot\oslash} = \frac{\cos(\sigma-v)}{s \cot k - \sin(\sigma-v)}.$$

Mais $Z\oslash E = v' = E\oslash\odot - Z\oslash\odot$: les deux équations précédentes donneront donc

$$\text{tang } v' = -\frac{\cot \sigma (s \cot k - \sin(\sigma-v)) + \cos(\sigma-v)}{s \cot k - \sin(\sigma-v) - \cot \sigma \cos(\sigma-v)} =$$

$$\frac{\sin \sigma \cos(\sigma-v) - \cos \sigma \sin(\sigma-v) + s \cos \sigma \cot k}{\cos \sigma \cos(\sigma-v) + \sin \sigma \sin(\sigma-v) - s \sin \sigma \cot k} = \frac{\sin v + s \cos \sigma \cot k}{\cos v - s \sin \sigma \cot k} =$$

$$\left(\text{tg } v + \frac{s \cos \sigma \cot k}{\cos v} \right) \left(1 + \frac{s \sin \sigma \cot k}{\cos v} \right) = \text{tg } v + \frac{s \cot k}{\cos^2 v} (\cos \sigma \cos v + \sin \sigma \sin v), \text{ ou}$$

$$(b) \dots \text{tang } v' = \text{tang } v + \frac{s \cot k \cos(\sigma-v)}{\cos^2 v}.$$

En substituant les valeurs (a) (b) dans le premier terme de (A) qui est $P \sin k' \cos v' (\cos \sigma \text{ tang } v' - \sin \sigma)$, il deviendra

$$P (\sin k \cos v - s \cos k \sin \sigma) \left(\cos \sigma \text{ tang } v - \sin \sigma + \frac{s \cot k \cos \sigma \cos(\sigma-v)}{\cos^2 v} \right) =$$

$$P (\sin k \cos \sigma \sin v - \sin k \sin \sigma \cos v) + \frac{P s \cos k}{\cos v} (\cos \sigma \cos(\sigma-v) - \sin \sigma \cos \sigma \sin v + \sin^2 \sigma \cos v)$$

$$= -P \sin k \sin(\sigma-v) + P s \cos k;$$

ce qui étant substitué en (A), donnera

$$(B) \dots \partial s = -(P-p) \sin k \sin(\sigma-v) + P s \cos k =$$

$$-(P-p) \sin k \left\{ \sin(\sigma-v) - \frac{P s}{P-p} \cot k \right\},$$

ou en calculant un angle

$$\psi = \frac{P s \cot k}{(P-p) \cos(\sigma-v)}, \text{ et en faisant } \sin \psi = \psi, \cos \psi = 1, \\ \partial s = -(P-p) \sin k \sin(\sigma-v-\psi).$$

En nommant donc φ la distance apparente ou parallactique des centres, on aura

$$(C) \dots \varphi = s - (P-p) \sin k \sin(\sigma-v-\psi).$$

Cette formule très-simple suffit pour résoudre tous les problèmes qui peuvent se présenter dans cette matière.

Il sera bon de remarquer ce qui suit. 1) Si l'angle parallactique $v = \alpha + \zeta$ est négatif, c'est-à-dire, si le cercle de latitude est à l'orient du cercle vertical, il viendra $\psi = \frac{P s \cot k}{(P-p) \cos(\sigma+v)}$ et $\partial s = -(P-p) \sin k \sin(\sigma+v-\psi)$. 2) Au moment de l'entrée, et en général avant la conjonction, φ est plus grand que 0, et $0 - \varphi$ a une valeur négative: tang σ (§. 294.) a donc passé par l'infini à l'état négatif, d'où il suit que σ est obtus, ce qui est d'ailleurs évident, parceque $\sin \sigma = \frac{b}{s}$ est positif, tandis que $\cos \sigma = \frac{0 - \varphi}{s}$ est négatif. L'angle VSE (Fig. 79.) est donc $180^\circ - \sigma$, et il faut mettre $180^\circ - \sigma$ au lieu de σ , ou $\sin \sigma$ sera positif et $\cos \sigma$ négatif: d'où il viendra avant la conjonction,

$$\psi = -\frac{P s \cot k}{(P-p) \cos(\sigma+v)}, \text{ et } \partial s = -(P-p) \sin k \sin(\sigma+v - \frac{P s \cot k}{(P-p) \cos(\sigma+v)}).$$

3) Si l'entrée arrive avant midi, et la sortie après midi, v sera le plus souvent négatif avant midi, s'il est positif après midi: dans un pareil cas les formules n'éprouveront aucun changement. 4) Dans la conjonction même on a $P:p::V:V-v$ (§. 284.), d'où il suit $P:P-p::V:v$, et $\psi = \frac{V s \cot k}{v \cos(\sigma-v)}$. 5) Si le soleil est près du zénit, $\cot k$ et ψ seront d'une grandeur considérable: en ce cas il faut se tenir à la formule (B).

CHAPITRE IV.

Détermination des parallaxes et correction des élémens de Vénus.

§. 296. L'équation (B) ou (C) (§. 295.) donnera la valeur exacte de la distance apparente φ , si les tables, sur lesquelles on a calculé s , n'ont besoin d'aucune correction. On peut supposer exactes les tables du soleil; mais celles de Vénus, et principalement celles de Mercure, doivent être corrigées par les observations des passages (§. 279.). Le vrai tems de l'observation peut être supposé parfaitement connu; mais pour en conclure le tems vrai à Paris $= T + t$, il faut connaître la longitude du lieu T où l'observation a été faite: si elle n'est pas bien sure, le tems t aura aussi besoin d'une correction. En nommant donc $x, y, \partial t$, les corrections de la longitude de Vénus, de sa latitude, et du tems ou de la longitude géographique, et en conservant les dénominations précédentes (§. 294.), on aura

la longitude géocentrique de Vénus en conjonction $= L + x$,

sa latitude $= \lambda + y$,

le tems vrai de l'observation pour Paris $= T + t + \partial t$.

On aura donc pour l'instant de l'observation,

la longitude du soleil $= L + ht + h\partial t$,

la longitude de Vénus $= L + x - \gamma t - \gamma\partial t$,

sa latitude $= \lambda + y + \beta t + \beta\partial t$.

En différentiant l'équation $s^2 = (\odot - \varphi)^2 + b^2$ par rapport à ces corrections, on trouvera

$$s\partial s = (\odot - \varphi)(\partial \odot - \partial \varphi) + b\partial b, \quad \partial \odot = h\partial t, \quad \partial \varphi = x - \gamma\partial t, \quad \partial b = y + \beta\partial t,$$

et en substituant (§. 294.) $\odot - \varphi = s \cos \sigma$, $b = s \sin \sigma$, il viendra

$$\partial s = -x \cos \sigma + y \sin \sigma + ((h + \gamma) \cos \sigma + \beta \sin \sigma) \partial t.$$

§. 297. En mettant $s + \partial s$ à la place de s dans l'équation (C) (§. 295.), et en faisant le rapport des distances du soleil et de Vénus à la terre, qui est exactement connu par les tables, $= 1 : n$, de sorte que $P = \frac{p}{n}$, et n à peu près $\frac{2}{7}$; on aura

$\varepsilon = (s) - x \cos \sigma + y \sin \sigma + ((h + \gamma) \cos \sigma + \beta \sin \sigma) \partial t - (P - p) \sin k \sin (\sigma - v - \psi)$, (s) étant la distance géocentrique, tirée des tables. Les inconnues de cette équation sont $x, y, p, \partial t$; tout le reste est connu par les tables, ou par les formules précédentes: on peut donc donner à l'équation cette forme,

$$\varepsilon = (s) - Ax + By + C \partial t - Dp.$$

Chaque observation donne ε : ayant donc calculé pour le tems de l'observation, les quantités $(s), A, B, C, D$, on aura autant d'équations de la forme précédente, qu'il y a d'observations. Quatre observations suffiraient donc, pour déterminer les quatre inconnues. Les trois premières x, y, p , ont toujours la même valeur, en quelque lieu que les observations soient faites, tandis que ∂t aura une valeur différente pour chaque lieu. Si donc, dans un lieu dont la longitude n'est pas bien connue, une seule observation a été faite, elle ne peut pas servir à déterminer x, y, p , parcequ'il est impossible d'éliminer ∂t par la comparaison avec d'autres équations, où ∂t a une valeur différente. Mais si x, y, p , sont déjà déterminés par d'autres observations, celle-là donnera une équation de ε qui ne renferme qu'une seule variable ∂t , et qui, par conséquent, servira à corriger la longitude du lieu. S'il y a deux observations, faites dans un lieu inconnu, elles serviront non-seulement à corriger sa longitude, mais aussi la parallaxe, les corrections des tables, x, y , étant trouvées par d'autres observations. Quatre observations, faites dans un même lieu, suffiront pour déterminer la parallaxe, la longitude du lieu, et les corrections des tables; et une observation isolée, faite dans un lieu dont la longitude est connue, pourra être combinée avec d'autres observations, pour déterminer x, y, p , parceque ∂t est nul. Le but principal de ces observations étant la détermination de p , et de x, y , il faut corriger la longitude du lieu par le moyen d'une éclipse solaire, ou par des occultations, de manière que ∂t est nul: alors l'équation précédente deviendra

$$\varphi = (s) - Ax + By - Dp.$$

Les observations les plus sûres sont celles du contact extérieur et intérieur, qui donnent $\varphi = r \pm R$: dans chaque lieu, où tout le passage a été visible, on aura donc quatre observations pareilles. Mais comme les demi-diamètres, r , R , peuvent aussi avoir besoin de corrections ∂r , ∂R , les contacts extérieur et intérieur donneront quatre observations de cette forme,

$$(r) \pm (R) + \partial r \pm \partial R = (s) - Ax + By - Dp,$$

où il y a cinq inconnues. On peut se passer de ces corrections, en combinant les deux observations du même contact, qui donnent toujours la même valeur de $\varphi = r \pm R$, quelle que soit l'erreur de r ou de R . La combinaison des deux contacts donnera une équation de la forme,

$$(s) - Ax + By - Dp = (s') - A'x + B'y - D'p.$$

§. 298. Au reste, il est facile de déterminer exactement le diamètre de Vénus par l'observation de l'immersion, et principalement de l'émersion. Soit (Fig. 67.) FLG l'orbite relative pour le lieu T de l'observateur, $\odot$ le centre du soleil, λG l'arc que Vénus paraît décrire relativement au soleil dans le tems t , λv un arc de cercle décrit du centre $\odot$, de sorte que Gv est la quantité dont la distance φ a augmenté dans le tems t . Un arc quelconque de l'orbite, $G\lambda = a$, répond donc à un changement de la distance apparente, $Gv = \partial\varphi = a \cos \lambda Gv = a \cos A\lambda\odot = a \cos \Phi$. Le mouvement horaire η' dans l'orbite relative pour le lieu T , donne l'arc parcouru dans un tems quelconque t ,

$$a = \frac{\eta' t}{3600''}, \text{ et } \partial\varphi = \frac{\eta' t \cos \Phi}{3600''}.$$

Si t est le tems que, par observation, Vénus a employé à entrer sur le soleil ou à sortir, ce qui est la durée de l'immersion ou de l'émersion pour le lieu T , on a $\partial\varphi = 2R$, donc

$$R = \frac{\eta' t \cos \Phi}{7200''};$$

Φ étant l'angle $A\lambda\odot$ qui répond à l'entrée ou à la sortie; on le trouvera par le procédé suivant. Soient $ln = b'$, $\lambda\mu = b''$, les latitudes apparentes, $\odot n = B'$, $\odot\mu = B''$, les différences des longitudes apparentes, qu'on a trouvées par le calcul parallactique pour les tems t' et t'' de l'entrée et de la sortie: cela posé on aura

$$l\lambda^2 = (B' + B'')^2 + (b' - b'')^2, \eta' = \frac{3600''}{t'' - t'}, l\lambda, \operatorname{tg} A \odot C = \operatorname{tg} l \odot m = \operatorname{tg} \omega = \frac{b' - b''}{B' + B''},$$

$$\text{le tems de la conjonction apparente en } C = t' + \frac{3600'' \cdot B'}{\eta' \cos \omega} = T',$$

$$\text{la latitude apparente dans la conjonction, } \odot C = b' - \frac{T' - t'}{t'' - t'} (b' - b'') = b,$$

$$\text{la plus courte distance, } \odot A = m' = b \cos \omega.$$

Pour une distance apparente quelconque $\odot \lambda = s'$, on a $\sin \phi = \frac{m'}{s'}$; donc pour l'entrée et la sortie, t étant la durée de l'immersion ou de l'émergence,

$$s' = r, \sin \phi = \frac{m'}{r}, R = \frac{\eta' t \cos \phi}{7200''}.$$

On peut, sans erreur sensible, substituer l'orbite géocentrique à l'orbite apparente, en mettant à la place de η' le mouvement relatif η vu du centre de la terre: alors on aura pour tous les lieux de la terre, $\sin \phi = \frac{m}{r}$ et $R = \frac{\eta t \cos \phi}{7200''}$.

Quand R a été déterminé de cette manière, on peut faire dans l'équation précédente $\partial R = 0$ et $\partial r = 0$.

§. 299. En supposant même la longitude du lieu T parfaitement connue, il peut y avoir erreur dans le tems de l'observation, par deux raisons. Comme la planète n'est visible que lorsqu'elle a déjà entamé le soleil, il arrive ordinairement que l'entrée est observée un peu trop tard, et la sortie trop tôt: les observations du contact intérieur sont plus sûres. Il en résulte, que la correction ∂t peut avoir différentes valeurs dans les observations, faites dans un même lieu. Une autre erreur est celle de la pendule: c'est la plus nuisible, et la plus difficile à découvrir. Les observations du dernier passage de Vénus ont fait voir, que des astronomes très-habiles peuvent se tromper de quinze secondes sur le contact extérieur.

§. 300. Le passage de Vénus en 1761 avait été employé avec succès, pour déterminer la parallaxe du soleil, et plusieurs astronomes étaient allés aux pays les plus éloignés, pour y observer ce phénomène aussi rare qu'important. Les observations donnèrent la parallaxe du soleil entre $8''$, 6 et $10''$. Cette différence considérable provenait peut-être de ce que, dans le calcul, on n'avait pas eu égard aux erreurs des tables, x , y , ou de ce que les observateurs ne s'étaient pas servis de lunettes de la même espèce, ce qui paraît nécessaire, pour pouvoir être sûr, qu'ils ont estimé le contact à la même distan-

ce des centres. Quoiqu'il en soit, le problème de la parallaxe du soleil ne pouvait être regardé comme parfaitement résolu, et les astronomes espéraient que le passage de 1769 donnerait cette solution, d'autant qu'il était encore plus favorable que celui de 1761. Ce passage fut observé dans presque tous les pays de l'Europe, et plusieurs Souverains dépensèrent des sommes considérables, pour envoyer des astronomes aux autres parties du monde, et pour y faire des conquêtes pour les sciences. La France et l'Angleterre envoyèrent des observateurs aux deux Indes, et aux isles de la mer pacifique. Mais les observations les plus importantes devaient se faire en Russie, et principalement dans la partie asiatique de cet empire, à cause de sa vaste étendue et de sa situation particulière; et il faut convenir, que les observations, faites par sept astronomes dans les différentes provinces de cet empire, ont le plus contribué à la détermination de la parallaxe du soleil. C'est à ces nobles entreprises, qu'on doit la grande précision avec laquelle on connaît aujourd'hui la parallaxe du soleil, et l'étendue du système solaire. La comparaison et le calcul d'un grand nombre d'observations, fait avec le plus grand soin, ont donné le résultat, que la *parallaxe moyenne du soleil* est $= 8'',6$. Le calcul par lequel on parvient à ce résultat, est exposé en détail dans l'*Astron. théor. et prat.* par M. Delambre, Tom. II. Chap. 27. Ce qu'on trouvera dans les §§. suivans, suffira pour éclaircir tout ce qui pourra être obscur dans ce calcul.

§. 301. Les observations les plus importantes sont celles de l'entrée et de la sortie, et surtout du contact intérieur, faites en des lieux où ces tems diffèrent le plus les uns des autres: on peut en déduire la parallaxe du soleil par deux méthodes, par la différence des époques de l'entrée et de la sortie, ou de la durée du passage (§. 290.): cette dernière méthode paraît être la plus exacte. Dans l'exposé de ces méthodes je distinguerai par un trait et par deux traits, les quantités qui se rapportent à l'entrée et à la sortie, et je supposerai que tous les tems sont réduits au méridien de Paris. En nommant donc t, T' , les tems de l'entrée observée, et de celle qu'on aurait vue du centre de la terre, $t - T'$ et $t'' - T''$ seront les effets des parallaxes suivant la première méthode, et $(t'' - t') - (T'' - T')$ suivant la seconde. Comme T', T'' ont une valeur constante pour tous les pays de la terre, on peut éliminer ces

quantités, en comparant plusieurs observations, d'où résulteront des équations qui ne renferment que t' , t'' , et les parallaxes, t' et t'' étant donnés par les observations. Comme les effets de la parallaxe ω doivent nécessairement avoir la forme $P\omega$, P étant une fonction de ω , qui deviendra une quantité constante, si l'on néglige les puissances de ω , on peut faire $t' - T' = A'\omega$, etc. d'où il résultera autant d'équations de la forme suivante, qu'il y a d'observations:

$$t' - T' = A'\omega, \quad t'' - T'' = A''\omega, \quad \tau' - T' = B'\omega, \quad \tau'' - T'' = B''\omega.$$

En éliminant T' et T'' , on aura

$$T' = t' - A'\omega = \tau' - B'\omega, \quad \text{et} \quad T'' = t'' - A''\omega = \tau'' - B''\omega, \quad \text{d'où l'on tirera}$$

$$(a) \dots \omega = \frac{t' - \tau'}{A' - B'}, \quad \text{et} \quad \omega = \frac{t'' - \tau''}{A'' - B''},$$

les lettres t , A , se rapportant à un lieu A , et τ , B , à un autre lieu B . En nommant donc les durées observées en A et B , $\theta = t'' - t'$, et $\theta' = \tau'' - \tau'$, les dernières équations donneront

$$(b) \dots \omega = \frac{\theta - \theta'}{(A'' - A') + (B' - B'')},$$

les équations (a) se rapportant à la première méthode, et (b) à la seconde. Il est vrai que les coefficients A' , etc. sont composés d'éléments dont une partie est tirée des tables: mais comme ce sont des angles dont les sinus sont multipliés par la parallaxe, ainsi qu'on va le voir, les erreurs des tables y auront une influence insensible, qui sera encore compensée par les différences $A' - B'$, $A'' - A'$, etc.

Supposons donc qu'on ait calculé sur les tables, pour le tems t' ,

l'obliquité de l'écliptique $= \epsilon$,

la déclinaison du soleil $= D'$,

sa longitude $= \odot'$,

la longitude géocentrique de Vénus $= \varphi'$,

la latitude géocentrique de Vénus $= \nu'$,

le demi-diamètre du soleil $= r$, de Vénus $= R$,

la parallaxe horizontale du soleil $= p'$, celle de Vénus $= P'$,

la parallaxe horizontale du soleil à sa moyenne distance $= \omega$,

la distance apparente ou parallactique des centres $= \xi'$,

la distance géocentrique $= s'$.

On a par ce qui précède (§. 295. 294.)

$$\begin{aligned}\text{tang } \kappa' &= \text{tang } \varepsilon \cos \odot', \\ \cos k' &= \sin f' \sin D' + \cos f' \cos D' \cos q', \\ \text{tang } \zeta' &= \frac{\sin q'}{\text{tg } f' \cos D' - \sin D' \cos q'}, \quad v' = \kappa' + \zeta', \\ \text{tang } \sigma' &= \frac{b'}{\odot' - \oslash'}, \quad s' = \frac{b'}{\sin \sigma'};\end{aligned}$$

f' étant la latitude du lieu, et q' l'angle horaire du soleil à l'occident du méridien du lieu, qui est donné par le tems observé de l'entrée ou de la sortie.

On a de plus, pour l'entrée (§. 295.),

$$\psi' = \frac{f' s' \cot k'}{(p' - p') \cos (\sigma' + v')}, \quad \varepsilon' = s' - (P' - p') \sin k' \sin (\sigma' + v' - \psi'),$$

et pour la sortie,

$$\psi'' = \frac{f'' s'' \cot k''}{(p'' - p'') \cos (\sigma'' - v'')}, \quad \varepsilon'' = s'' - (P'' - p'') \sin k'' \sin (\sigma'' - v'' - \psi'').$$

En nommant

le rayon vecteur de la terre = V , celui de Vénus = v ,

la distance de Vénus à la terre = u ,

son élongation du soleil = e , on aura

$$p = \frac{\omega}{V}, \quad \text{et } P = \frac{V p}{u} = \frac{\omega}{u}.$$

Le soleil, la terre, et Vénus étant en S, T, V (Fig. 79.), on a $STV = e$,

$$\sin SVT = \frac{v}{V} \sin e, \quad \cos SVT = -\frac{v(v^2 - V^2 \sin^2 e)}{V^2}, \quad u = \frac{V \sin (SVT + e)}{\sin SVT}, \quad \text{donc}$$

$$u = V \cos e - V(v^2 - V^2 \sin^2 e).$$

Au moment de l'entrée et de la sortie, e est = r , d'où il viendra

$$u = V \cos r - v + \frac{V^2}{2v} \sin^2 r = V - v + \frac{V}{2v} (V - v) r^2 = (V - v) \left(1 + \frac{V r^2}{2v}\right), \quad \text{donc}$$

$$P = \frac{\omega}{V - v} \left(1 - \frac{V r^2}{2v}\right), \quad \text{et } P - p = \frac{\omega}{V(V - v)} \left(v - \frac{V^2 r^2}{2v}\right) = \frac{\omega v}{V(V - v)} \left(1 - \frac{V^2 r^2}{2v^2}\right).$$

Maintenant on peut, sans erreur sensible, faire $P = P' = P''$ et $p = p' = p''$,

ce qui donnera

$$\psi' = \frac{V s' \cot k'}{v \cos (\sigma' + v')}, \quad \varepsilon' = s' - \frac{\omega v}{V(V - v)} \left(1 - \frac{V^2 r^2}{2v^2}\right) \sin k' \sin (\sigma' + v' - \psi'),$$

$$\psi'' = \frac{V s'' \cot k''}{v \cos (\sigma'' - v'')}, \quad \varepsilon'' = s'' - \frac{\omega v}{V(V - v)} \left(1 - \frac{V^2 r^2}{2v^2}\right) \sin k'' \sin (\sigma'' - v'' - \psi'').$$

Si l'on veut tenir compte de l'aplatissement de la terre = δ , il faut mettre

$f - \delta \sin 2f$ au lieu de f , et $\omega (1 - \delta \sin^2 f)$ au lieu de ω (I. §. 201. 203.).

En supposant l'aplatissement $\delta = \frac{1}{300}$, et en faisant pour abrégér,

$$\frac{v}{V(V-v)} \left(1 - \frac{V^2 r^2}{2v^2}\right) = v, \quad \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) \sin k' \sin (\sigma' + v' - \psi') = g',$$

$$\left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) \sin k'' \sin (\sigma'' - v'' - \psi'') = g'',$$

on aura les équations

$$\xi' = s' - v g' \omega, \quad \xi'' = s'' - v g'' \omega.$$

Il faut se rappeler (§. 295. n. 4.) que, si k est très-petit, la formule (B) donnera

$$g' = \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) \left(\sin k' \sin (\sigma' + v') - \frac{v}{V} s' \cos k'\right),$$

$$g'' = \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) \left(\sin k'' \sin (\sigma'' - v'') - \frac{v}{V} s'' \cos k''\right).$$

La distance géocentrique des centres est donc plus grande que la distance apparente, de $s' - \xi' = v g' \omega$ et de $s'' - \xi'' = v g'' \omega$. En nommant donc x' , x'' , les tems que Vénus emploie à s'approcher du centre du soleil de $v g' \omega$ et de $v g'' \omega$, l'entrée géocentrique arrivera au tems $t' + x' = T'$, et la sortie géocentrique au tems $t'' - x'' = T''$. En faisant

le mouvement horaire héliocentrique de Vénus $= H$, du soleil $= h$,

le mouvement horaire relatif en longitude $= H - h$,

le même, vu de la terre $= \frac{v(H-h)}{V-v} = \eta$,

le mouv. hor. géocentrique sur l'orbite relative $= \frac{v(H-h)}{(V-v) \cos \omega} = \eta;$

on aura (§. 298.)

$$x' = \frac{v g' \omega}{\eta \cos \phi} 3600'', \quad x'' = \frac{v g'' \omega}{\eta \cos \phi} 3600'',$$

l'angle ϕ étant donné par l'équation $\sin \phi = \frac{m}{r}$. Or si l'on nomme

la latitude géocentrique de Vénus en conjonction $= b$,

son mouvement horaire héliocentrique en latitude $= \beta'$,

son mouvement hor. géocentrique en latitude $= \beta$, on aura

$$\beta = \frac{v \beta'}{V-v}, \quad \sin \omega = \frac{\beta}{\eta}, \quad m = b \cos \omega, \quad \text{et} \quad \sin \phi = \frac{m}{r}.$$

En désignant par τ' , τ'' , g'' , g'' , les valeurs de t' , t'' , et g' , g'' , relatives à un autre lieu, et en faisant pour abrégér,

$$\frac{3600'' \cdot v}{\eta \cos \phi} = n,$$

on aura pour ce lieu,

$$T' = \tau' + n g'' \omega, \quad T'' = \tau'' - n g^{iv} \omega.$$

En comparant ces valeurs avec les précédentes, $T' = t' + n g' \omega$, $T'' = t'' - n g'' \omega$, il viendra

$$(1) \dots \omega = \frac{t' - \tau'}{n(g''' - g')} = \frac{t'' - \tau''}{n(g'' - g^{iv})}; \quad (2) \dots \omega = \frac{(t'' - t') - (\tau'' - \tau')}{n(g' + g'' - g''' - g^{iv})}$$

l'équation (1) donnant la solution par la première méthode, et (2) par la seconde.

§. 302. Le procédé ordinaire est, d'attribuer à Vénus seule le mouvement relatif et la parallaxe relative $P - p$, en supposant le soleil immobile et sans parallaxe. Cette méthode est parfaitement exacte à l'égard des éclipses solaires, parceque la parallaxe du soleil est presque insensible par rapport à celle de la lune; mais quoiqu'elle soit moins exacte pour les passages, il ne sera pas inutile de l'exposer ici, en l'appliquant au contact intérieur, qui est le plus sûr. En conservant donc toutes les dénominations précédentes, on aura pour l'instant t' , où le contact intérieur a été observé dans un lieu A,

$$\text{la différence apparente des longitudes} = \odot' - \varphi' + \Delta l',$$

$$\text{la latitude apparente} = b' + \Delta b',$$

$\Delta l'$, $\Delta b'$, étant les parallaxes relatives de longitude et de latitude, calculées pour l'instant t' . La distance apparente des centres étant $r - R$, on aura l'équation

$$(A) \dots (r - R)^2 = (\odot' - \varphi' + \Delta l')^2 + (b' + \Delta b')^2.$$

Pour l'instant t'' de la sortie on aura pareillement

$$\text{la différence apparente des longitudes} = \odot'' - \varphi'' - \Delta l'',$$

$$\text{la latitude apparente} = b'' + \Delta b'',$$

d'où l'on tirera l'équation

$$(B) \dots (r - R)^2 = (\odot'' - \varphi'' - \Delta l'')^2 + (b'' + \Delta b'')^2.$$

En faisant pour abréger,

$$\frac{(t' - T') \eta'}{3600''} = M', \quad \frac{(t' - T') \beta}{3600''} = N', \quad \frac{(t'' - T'') \eta'}{3600''} = M'', \quad \frac{(t'' - T'') \beta}{3600''} = N'',$$

on trouvera pour l'instant T' , Vénus étant rétrograde,

$$\text{la différence géocentrique des longitudes} = \odot' - \varphi' + M',$$

$$\text{la latitude géocentrique} = b' - N',$$

et pour le tems T'' ,

différence géocentrique des longitudes $= \odot'' - \varphi'' - M''$,

latitude géocentrique $= b'' - N''$;

d'où l'on tirera ces deux équations

$$(C) \dots (r-R)^2 = (\varphi' - \odot' + M')^2 + (b' - N')^2,$$

$$(D) \dots (r-R)^2 = (\odot'' - \varphi'' - M'')^2 + (b'' - N'')^2.$$

En comparant l'équation (C) avec (A), (D) avec (B), et en négligeant les carrés des parallaxes, il viendra

$$(E) \dots 2M'(\varphi' - \odot') + M'^2 - 2b'N' + N'^2 = 2(\varphi' - \odot') \Delta l' + 2b' \Delta b',$$

$$(F) \dots -2M''(\odot'' - \varphi'') + M''^2 - 2b''N'' + N''^2 = -2(\odot'' - \varphi'') \Delta l'' + 2b'' \Delta b''.$$

Mais $N' = \frac{\beta}{\eta'} M' = M' \tan \omega$, et $N'' = M'' \tan \omega$: en faisant donc, pour abréger,

$$(\varphi' - \odot') \cos \omega - b' \sin \omega = A', \quad (\odot'' - \varphi'') \cos \omega + b'' \sin \omega = A'',$$

$$2(\varphi' - \odot') \Delta l' + 2b' \Delta b' = \lambda', \quad 2(\odot'' - \varphi'') \Delta l'' - 2b'' \Delta b'' = \lambda'',$$

les équations (E) (F) se transformeront en

$$0 = M'^2 \sec^2 \omega + 2A' M' \sec \omega - \lambda', \quad 0 = M''^2 \sec^2 \omega - 2A'' M'' \sec \omega + \lambda'',$$

dont les racines sont

$$M' \sec \omega = -A' \pm \sqrt{A'^2 + \lambda'}, \quad M'' \sec \omega = A'' \mp \sqrt{A''^2 - \lambda''}.$$

Quant au double signe du radical, on verra aisément, qu'on aurait pu également comparer (C) avec (B) et (D) avec (A), c'est-à-dire, l'entrée géocentrique avec la sortie observée, et réciproquement: alors on aurait eu $l' - T'$ au lieu de $l' - T''$, et $l'' - T''$ au lieu de $l' - T'$, ce qui aurait augmenté M'' et M' : d'où il est aisé de voir, que le signe inférieur se rapporte à cette combinaison. Il faut donc prendre le signe supérieur dans le cas actuel, où il s'agit de comparer l'entrée avec l'entrée, et la sortie avec la sortie: ce qui est d'ailleurs évident, parceque l' et l'' peuvent arriver avant ou après T' et T'' , et que par conséquent M' et M'' peuvent devenir positifs ou négatifs, ce qui suppose le signe supérieur. En négligeant donc les carrés des parallaxes λ' , λ'' , on aura

$$M' \sec \omega = -A' + A' \left(1 + \frac{\lambda'}{2A'^2}\right), \quad M'' \sec \omega = A'' - A'' \left(1 - \frac{\lambda''}{2A''^2}\right), \text{ donc}$$

$$(G) \dots M' = \frac{\lambda' \cos \omega}{2A'}, \quad M'' = \frac{\lambda'' \cos \omega}{2A''}.$$

$$\text{Mais } M' = \frac{(l' - T') \eta'}{3600''} = \frac{(l' - T') \eta \cos \omega}{3600''}, \quad \text{et } M'' = \frac{(l'' - T'') \eta \cos \omega}{3600''}; \text{ ce qui}$$

étant substitué dans les équations (G), donnera, en faisant $\frac{3600''}{\eta} = C$,

$$(H) \dots t' - T' = \frac{C \lambda'}{2 A'}, \quad \text{et} \quad t'' - T'' = \frac{C \lambda''}{2 A''}.$$

Faisons $\Delta t' = \alpha' \omega$, $\Delta t'' = \alpha'' \omega$, $\Delta t''' = \alpha''' \omega$, $\Delta t^{iv} = \alpha^{iv} \omega$: cela posé on aura

$$(a) \dots \lambda' = 2 \alpha' (\varphi' - \odot') \omega + 2 \alpha' b' \omega, \quad \lambda'' = 2 \alpha'' (\odot'' - \varphi'') \omega - 2 \alpha'' b'' \omega.$$

Soient maintenant pour un autre lieu B,

τ' , τ'' , les instans des observations de l'entrée et de la sortie,

φ''' , $\odot'''$, b''' , φ^{iv} , $\odot^{iv}$, b^{iv} , les lieux géocentriques, calculés pour ces instans,

$$\Delta t''' = \gamma' \omega, \quad \Delta t^{iv} = \gamma'' \omega, \quad \Delta t^{iv} = \gamma'' \omega, \quad \Delta t^{iv} = \gamma'' \omega,$$

$$(b) \dots \lambda''' = 2 \gamma' (\varphi''' - \odot''') \omega + 2 \gamma' b''' \omega, \quad \lambda^{iv} = 2 \gamma'' (\odot^{iv} - \varphi^{iv}) \omega - 2 \gamma'' b^{iv} \omega,$$

$$B' = (\varphi''' - \odot''') \cos \omega - b''' \sin \omega, \quad B'' = (\odot^{iv} - \varphi^{iv}) \cos \omega + b^{iv} \sin \omega.$$

Cela posé, les observations du lieu B donneront les équations

$$(I) \dots \tau' - T' = \frac{C \lambda'''}{2 B'}, \quad \text{et} \quad \tau'' - T'' = \frac{C \lambda^{iv}}{2 B''}.$$

En comparant les équations (H) et (I), on aura

$$(c) \dots T' = t' - \frac{C \lambda'}{2 A'} = \tau' - \frac{C \lambda'''}{2 B'}, \quad \text{et} \quad T'' = t'' - \frac{C \lambda''}{2 A''} = \tau'' - \frac{C \lambda^{iv}}{2 B''},$$

$$(d) \dots T'' - T' = t'' - t' - \frac{C \lambda''}{2 A''} + \frac{C \lambda'}{2 A'} = \tau'' - \tau' - \frac{C \lambda^{iv}}{2 B''} + \frac{C \lambda'''}{2 B'},$$

d'où l'on tirera ces équations

$$t' - \tau' = \frac{C \lambda'}{2 A'} - \frac{C \lambda'''}{2 B'}, \quad t'' - \tau'' = \frac{C \lambda''}{2 A''} - \frac{C \lambda^{iv}}{2 B''},$$

$$(t'' - t') - (\tau'' - \tau') = \frac{C \lambda''}{2 A''} - \frac{C \lambda'}{2 A'} - \frac{C \lambda^{iv}}{2 B''} + \frac{C \lambda'''}{2 B'}.$$

En substituant dans ces équations les valeurs de λ' , λ'' , λ''' , λ^{iv} , il viendra

$$(3) \dots \omega = \frac{t' - \tau'}{\frac{C}{A'} (\alpha' (\varphi' - \odot') + \alpha' b') - \frac{C}{B'} (\alpha'' (\varphi''' - \odot''') + \alpha'' b''')} =$$

$$\frac{t'' - \tau''}{\frac{C}{A''} (\alpha'' (\odot'' - \varphi'') - \alpha'' b'') - \frac{C}{B''} (\alpha^{iv} (\odot^{iv} - \varphi^{iv}) - \alpha^{iv} b^{iv})},$$

$$(4) \dots \omega = \frac{(t'' - t') - (\tau'' - \tau')}{\left\{ \begin{array}{l} \frac{C}{A''} (\alpha'' (\odot'' - \varphi'') - \alpha'' b'') - \frac{C}{A'} (\alpha' (\varphi' - \odot') + \alpha' b') \\ - \frac{C}{B''} (\alpha^{iv} (\odot^{iv} - \varphi^{iv}) - \alpha^{iv} b^{iv}) + \frac{C}{B'} (\alpha''' (\varphi''' - \odot''') + \alpha''' b''') \end{array} \right\}}.$$

Les quantités a, c, α, γ , sont données par les équations (L) (M) (S) (T) (L. §. 210.), où il faut mettre $v \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right)$ au lieu de H , $f - \frac{\sin 2f}{300} = f'$ au lieu de β' , et φ au lieu de l . On a donc

$$M = 15 t + \text{Asc. dr. } \odot, \quad \tan \phi = \frac{\sin M}{\tan f'}, \quad \cos K = \frac{\sin f' \cos (\varepsilon + \Phi)}{\cos \phi},$$

$$\tan N = \frac{\tan M \sin (\varepsilon + \Phi)}{\sin \phi}, \quad \tan \xi = \tan K \cos (\varphi - N),$$

$$\Delta l = H \sin K \sin (\varphi - N), \quad \Delta b = - \frac{H \cos K \cos (b + \xi)}{\cos \xi}, \quad \text{donc}$$

$$\text{ou } c = v \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) \sin K \sin (\varphi - N), \quad \alpha \text{ ou } \gamma = -v \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) \frac{\cos K \cos (b + \xi)}{\cos \xi}.$$

Il est aisé de voir, que les tems, t, t', τ, τ' , dans les formules (1) et (3), doivent être réduits au même méridien: cette première méthode qui donne la parallaxe par les différens instans de l'entrée ou de la sortie, suppose donc, que la longitude des deux lieux A et B est exactement connue, ce qui n'est pas nécessaire dans la seconde méthode qui donne la parallaxe par la durée du passage; c'est pourquoi cette méthode est préférable. Cependant on ne peut se passer de la première méthode, si l'on veut comparer une seule observation de l'entrée ou de la sortie.

§. 303. Pour faire comprendre parfaitement les deux méthodes précédentes, je vais les appliquer aux observations du contact intérieur, faites à Wardhuus et en Californie le 3 Juin 1769. On trouve le calcul de ces observations et de plusieurs autres en détail, dans l'*Astron. théor. et prat.* de M. Delambre, T. II. p. 486. suiv. d'où je tirerai les élémens que fournissent les tables. Ils donnent pour le centre de la terre, et pour l'instant de la conjonction vraie,

$$\text{Temps vrai à Paris, } T = 10^h 15^m 2'',$$

$$\odot = \varphi = 73^\circ 27' 21''; \quad b = +623'', 5042; \quad H = 3' 58'', 14; \quad h = 2' 23'', 5;$$

$$H - h = 94'', 64; \quad \beta' = -14'', 2; \quad \beta = -35'', 6863; \quad \eta' = -237'', 8414; \quad \omega = 8^\circ 31' 59'';$$

$$\eta = -240'', 5; \quad m = 616'', 6; \quad r = 943'', 7; \quad R = 27'', 6; \quad \Phi = 42^\circ 18' 17'';$$

$$\varepsilon = 23^\circ 28' 1''; \quad \log C = 1,1751808; \quad \log \frac{C}{\cos \phi} = 1,3061981; \quad IV = 0,0065302;$$

$$lv = 9,8610503; \quad \frac{v^2 r^2}{2 v^2} = 0,000019274; \quad \log v = 0,3936740.$$

Les observations de Wardhuus donnent

Hauteur du pôle, $f = 70^{\circ}22'36''$, longitude à l'orient de Paris $= 1^h55'37''$;
 $\frac{\sin 2f}{300} = 7'15''$; $\frac{\sin^2 f}{300} = 0,002958$; hauteur du pôle corrigée, $f = 70^{\circ}15'21''$,
 $\log \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) = 9,9987135$; $t' = 9^h34'5''$ (à Paris $= 7^h38'28'' = T - 2^h,609444$);
 $t'' = 15^h27'36''$ (à Paris $= 13^h31'59'' = T + 3^h,2825$).

Avec les coefficients du tems, $-2^h,609444$ et $+3^h,2825$, et les mouvemens horaires, h , η' , β , on trouvera

$$\odot' = 73^{\circ}21'6'',55; \odot'' = 73^{\circ}35'12'',04; \odot' - \odot'' = 620'',63; \odot'' - \odot = 780'',71;$$

$$b' = 716'',62; b'' = 506'',36;$$

d'où l'on calculera, à l'aide des formules précédentes,

$$\text{Asc. dr. } \odot' = 71^{\circ}56'40'',09; D' = 22^{\circ}25'41'',94; \kappa' = +7^{\circ}5'23'',06;$$

$$\text{Asc. dr. } \odot'' = 72^{\circ}11'47'',97; D'' = 22^{\circ}27'25'',62; \kappa'' = +6^{\circ}59'36'',47;$$

$$\sigma' = 49^{\circ}6'20'',7; \sigma'' = 32^{\circ}58'1'',2; q' = 15^{\circ}1' = 143^{\circ}31'15'';$$

$$q'' = 15^{\circ}1' = 180^{\circ} + 51^{\circ}54'0''; k' = 83^{\circ}47'57'',4; \zeta' = +11^{\circ}39'19'',8;$$

$$k'' = 80^{\circ}23'33'',5; \zeta'' = -15^{\circ}38'31''; v' = +18^{\circ}44'42'',9;$$

$$v'' = -8^{\circ}38'54'',5; s' = \frac{b'}{\sin \sigma'} = 948'',01; s'' = 930'',54;$$

$$\sigma' + v' = +67^{\circ}51'3'',6; \sigma'' - v'' = +41^{\circ}36'55'',7; \psi' = 6^{\circ}21'',9; \psi'' = 4^{\circ}54'',5;$$

$$\sigma' + v' - \psi' = +67^{\circ}44'4'',7; \sigma'' - v'' - \psi'' = +41^{\circ}32'1'',2;$$

$$\log g' = 9,9625448; \log g'' = 9,8141321; \log v g' = 0,3562188;$$

$$\log v g'' = 0,2078061; \log n g' = 1,6624169;$$

$$\log n g'' = 1,5140042; n g' = 45,9639; n g'' = 32,6591.$$

Les observations de Californie donnent

$$f = 23^{\circ}3'42'', \text{ longitude à l'occident de Paris } = 7^h28'10'';$$

$$\frac{\sin 2f}{300} = 8'15'',6; \frac{\sin^2 f}{300} = 0,000507; \text{ hauteur du pôle corr. } f' = 22^{\circ}55'26'',4;$$

$$\log \left(1 - \frac{\sin^2 f}{300}\right) = 9,9997798; \tau' = 0^h17'27'' (7^h45'37'' = T - 2^h,49028);$$

$$\tau'' = 5^h54'50'' (13^h23'0'' = T + 3^h,13278); \odot'' = 73^{\circ}21'23'',64;$$

$$\odot^{IV} = 73^{\circ}34'50'',55; \odot''' - \odot'' = 592'',29; \odot^{IV} - \odot^{IV} = 745'',1; b'' = 712'',38;$$

$$b^{IV} = 511'',71; \text{ Asc. dr. } \odot''' = 71^{\circ}56'58'',45; \text{ Asc. dr. } \odot^{IV} = 72^{\circ}11'24'',9;$$

$$D''' = 22^{\circ}25'44'',0; D^{IV} = 22^{\circ}27'23'',0; \kappa''' = +7^{\circ}5'16'',0; \kappa^{IV} = +6^{\circ}59'45'',3;$$

$$\sigma''' = 50^{\circ}15'32'',5; \sigma^{IV} = 34^{\circ}28'48'',0; q''' = 4^{\circ}21'45''; q^{IV} = 88^{\circ}42'30'';$$

$$k''' = 4^{\circ}3'18'',7; k^{IV} = 80^{\circ}19'48'',2; \zeta''' = +82^{\circ}8'59'',7; \zeta^{IV} = +69^{\circ}4'36'',3;$$

$$v''' = +89^{\circ}14'15''7; \quad v^{IV} = +76^{\circ}4'21''6; \quad \sigma''' + v''' = 139^{\circ}29'48''2;$$

$$\sigma^{IV} - v^{IV} = -41^{\circ}35'33''6; \quad s''' = 926'',44; \quad s^{IV} = 903'',89.$$

Comme l'angle k''' est très-petit, il faut calculer g''' par la formule, donnée pour ce cas (§. 301.). Ainsi l'on trouvera

$$n g''' = +1,986484; \quad n g^{IV} = -32,822875.$$

Pour comparer les observations, faites en ces deux lieux, d'après les formules (1) (2) (§. 301.), on a

$$n(g''' - g') = -43,97742; \quad n(g'' - g^{IV}) = +65,48197; \quad t' - \tau' = -429'';$$

$$t'' - \tau'' = +539''; \quad (t'' - t') - (\tau'' - \tau') = +968''; \quad \text{ce qui donne}$$

$$(1) \dots \omega = 9'',7550; \quad \omega = 8'',2313; \quad (2) \dots \omega = 8'',8435;$$

d'où l'on voit que la parallaxe, conclue de la durée du passage, approche le plus de la valeur moyenne $8'',6$; et que le résultat de l'immersion est le moins exact.

Suivant la seconde méthode (§. 302.), on a, outre les valeurs précédentes, pour l'observation de l'entrée à Wardhuus,

$$\varphi' = (\varphi' - \odot) + \odot = 73^{\circ}31'27'',2; \quad M = 215^{\circ}27'55''; \quad b' = +11'56'',6;$$

$$A' = +507,427; \quad \phi = -11^{\circ}45'49''; \quad K = 19^{\circ}42'33''; \quad N = 144^{\circ}40'18'';$$

$$\xi = 6^{\circ}36'11''; \quad \varphi' - N = -71^{\circ}8'50'',8; \quad \xi + b' = 6^{\circ}48'7'',6; \quad d' = -0,787752;$$

$$\alpha' = -2,322693;$$

et pour la sortie à Wardhuus,

$$\varphi'' = \odot'' - (\odot'' - \varphi'') = 73^{\circ}22'11'',3; \quad M = 304^{\circ}5'48''; \quad b'' = +8'26'',4;$$

$$A'' = +847,202; \quad \phi = -16^{\circ}33'11''; \quad K = 12^{\circ}53'57'',5; \quad N = 31^{\circ}58'11'',6;$$

$$\xi = 9^{\circ}44'51'',5; \quad \varphi'' - N = 41^{\circ}23'59'',7; \quad \xi + b'' = 9^{\circ}53'17'',9; \quad d'' = +0,364386;$$

$$\alpha'' = -2,40493.$$

Pour l'entrée observée en Californie,

$$\varphi''' = 73^{\circ}31'15'',9; \quad M = 76^{\circ}18'43'',5; \quad b''' = +11'52'',4; \quad B = +480,030;$$

$$\phi = +66^{\circ}28'40''; \quad K = 89^{\circ}56'45'',8; \quad N = 77^{\circ}24'42''; \quad \xi = 89^{\circ}56'45'',3;$$

$$\varphi''' - N = -3^{\circ}53'26''; \quad \xi + b''' = 90^{\circ}8'37'',7; \quad c' = -0,167884; \quad \gamma' = +0,006195;$$

et pour la sortie,

$$\varphi^{IV} = 73^{\circ}22'25'',5; \quad M = 160^{\circ}53'54'',9; \quad b^{IV} = +8'31'',7; \quad B'' = +812,78;$$

$$\phi = +37^{\circ}43'56''; \quad K = 76^{\circ}16'28''; \quad N = 153^{\circ}37'25''; \quad \xi = 34^{\circ}44'8'',06;$$

$$\varphi^{IV} - N = -80^{\circ}15'0''; \quad \xi + b^{IV} = 34^{\circ}52'40'',3; \quad c'' = -2,368927; \quad \gamma'' = -0,586064.$$

On en tirera :

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \begin{array}{l} \frac{C}{A'} a' (\varphi' - \odot) = -14,42213 = d'; \quad \frac{C}{A'} a' b' = -49,10073 = d'; \\ \frac{C}{A''} a'' (\odot'' - \varphi'') = +5,02626 = d'; \quad \frac{C}{A''} a'' b'' = -21,51570 = d''; \\ \frac{C}{B'} c' (\varphi''' - \odot''') = -3,10067 = e'; \quad \frac{C}{B'} \gamma' b''' = +0,13761 = e'; \\ (e) \dots \left\{ \begin{array}{l} \frac{C}{B''} c'' (\odot^{IV} - \varphi^{IV}) = -32,50678 = e''; \quad \frac{C}{B''} \gamma' b^{IV} = -5,52302 = e''; \\ \frac{C}{A'} (a' (\varphi' - \odot) + a' b') - \frac{C}{B'} (c' (\varphi''' - \odot''') + \gamma' b''') = -60,5598 = E'; \\ \frac{C}{A''} (a'' (\odot'' - \varphi'') + a'' b'') - \frac{C}{B''} (c'' (\odot^{IV} - \varphi^{IV}) + \gamma' b^{IV}) = +53,52572 = E''; \\ E'' - E' = +114,08552. \end{array} \right. \end{array} \right.
 \end{aligned}$$

On a déjà trouvé

$$t - \tau = -429''; \quad t'' - \tau'' = +539''; \quad (t'' - t') - (\tau'' - \tau') = +968,$$

d'où l'on tirera ces valeurs de ω :

$$(3) \dots \omega = \frac{t' - \tau'}{E'} = 7'',0839; \quad \omega = \frac{t'' - \tau''}{E''} = 10'',0699;$$

$$(4) \dots \omega = \frac{(t'' - t') - (\tau'' - \tau')}{E'' - E'} = 8'',5044.$$

On voit que la durée donne ici également un résultat plus approchant de la vérité. Le milieu entre les deux valeurs de ω qu'on a trouvées par la durée seule, $8'',8435$ et $8'',5044$ est

$$\omega = 8'',674.$$

Le milieu entre les quatre valeurs (1) et (3) est $\omega = 8'',785$; le milieu entre les deux valeurs (3) est $8'',577$; à très-peu près $8'',6$.

M. Delambre trouve $8'',616$ au lieu de $8'',674$. La différence provient probablement de ce que cet astronome a négligé les termes multipliés par b , et qu'il a calculé les élémens, $\odot$, φ , b , M , etc. non pour les instans de l'entrée et de la sortie observées, mais pour le centre de la terre.

§. 304. Quand la parallaxe du soleil aura été déterminée par le procédé précédent, elle servira à corriger les élémens de Vénus, et principalement la latitude et la position du noeud. Il est aisé de voir qu'en changeant la latitude de Vénus, la corde qu'elle parcourt sur le disque solaire, sera éloignée ou approchée du centre du soleil, et par conséquent diminuée ou augmentée: il en sera de même de la durée. Mais un changement de longitude

n'affecte point la corde, dans laquelle il fait avancer ou retarder la planète, de sorte que cela n'influe pas sur la durée, mais seulement sur le tems absolu de l'entrée et de la sortie. Il est donc clair que les premières formules (1) (3) serviront à corriger la longitude, et les formules (2) (4) à corriger la latitude. Comme la durée donne un résultat plus sûr, on fera bien de procéder de cette manière. Après avoir corrigé la latitude par la durée, on calculera avec cette latitude corrigée, et l'inclinaison parfaitement connue, l'argument de latitude et le noeud, ce qui servira à corriger la longitude.

Suivant la seconde méthode (§. 202.) on a (c) $T' = t - \frac{C \lambda'}{2 A'}$, etc. ou en substituant les valeurs (a) (b), et en se servant des abréviations (e) (§. 303.), on aura

$$T' = t - (d' + \delta') \omega = \tau' - (e' + \epsilon') \omega; \quad T'' = t'' - (d'' - \delta'') \omega = \tau'' - (e'' - \epsilon'') \omega.$$

Or on a (§. 303.), en réduisant les tems au méridien de Paris,

$$t' = 7 \text{ h. } 38' 28'', \quad t'' = 13 \text{ h. } 31' 59''; \quad \tau' = 7 \text{ h. } 45' 37'', \quad \tau'' = 13 \text{ h. } 23' 0'';$$

$$d' = -14, 422; \quad \delta' = +49, 101; \quad d'' = +5, 026; \quad \delta'' = -21, 516;$$

$$e' = -3, 101; \quad \epsilon' = +0, 138; \quad e'' = -32, 507; \quad \epsilon'' = -5, 523.$$

En faisant donc $\omega = 8'', 6$; on aura

$$T' = 7 \text{ h. } 38' 28'' + 9' 6'', 3 = 7 \text{ h. } 47' 34'', 3 \text{ ou } T' = 7 \text{ h. } 45' 37'' + 25'', 5 = 7 \text{ h. } 46' 2'', 5;$$

$$T'' = 13 \text{ h. } 31' 59'' - 3' 48'', 3 = 13 \text{ h. } 28' 10'', 7 \text{ ou } T'' = 13 \text{ h. } 23' + 3' 52'', 1 = 13 \text{ h. } 26' 52'', 1.$$

$$T'' - T' = 5 \text{ h. } 40' 36'', 4 \text{ ou } T'' - T' = 5 \text{ h. } 40' 49'', 6.$$

Le milieu serait $T'' - T' = 5 \text{ h. } 40' 43''$. M. Delambre trouve par un grand nombre d'observations, la durée géocentrique observée, $\theta = 5 \text{ h. } 41' 50''$. La durée, donnée par les tables, se trouve à l'aide du triangle A $\odot$ G (Fig. 67.), dans lequel on a $\odot A = m = 616'', 6$; $\odot G = r - R = 916'', 1$; $AG = \delta = \sqrt{1532,7.299,5}$, et la durée $= 2C\delta$: elle est suivant M. Delambre, qui suppose $r - R = 915'', 1$; $\theta = 5 \text{ h. } 37' 22''$. Avec la valeur corrigée $r - R = 916'', 1$ on trouvera $\delta = 677'', 53$, et $\theta = 5 \text{ h. } 38' 3''$. Les tables donnent donc la durée trop petite de $4' 28'' = 268'' = \partial\theta$, ou de $3' 47''$, et par conséquent la latitude trop grande de ∂b , et la vraie latitude géocentrique dans la conjonction sera $= b - \partial b$, b étant celle calculée sur les tables $= +10' 23'', 5$. La correction ∂b se trouvera par le procédé suivant.

Les équations $\delta^2 = (r-R)^2 - m^2$ et $m = b \cos \omega$, donnent $\partial \delta = -\frac{m \partial m}{\delta}$ et $\partial m = \partial b \cos \omega$, donc $\partial \delta = -\frac{m}{\delta} \partial b \cos \omega$. Or $\theta = 2C\delta$, donc $\partial \theta = -\frac{2Cm}{\delta} \partial b \cos \omega = -\frac{2Cm^2}{b\delta} \partial b$. Mais on a trouvé par observation, $\partial \theta = -268''$ ou $227''$: la dernière valeur donne l'équation $\partial b = \frac{b\delta}{Cm^2} \cdot 113'',5$ ou à cause de $b = 623'',5$, $\partial b = 8'',42$; la première valeur aurait donné $\partial b = 9'',93$. M. Delambre trouve $\partial b = 4''$. Qu'il me soit permis d'observer, que ce grand astronome a calculé sur une formule qui n'est pas juste (*Astr. théor. et prat. T. II. p. 507.*), en faisant $\sin u = \frac{m}{r-R}$ et $\theta = 2Cb \tan u$. L'angle u est donc $AG\odot$, d'où il suit $AG = \delta = m \cot u$, et $\theta = 2Cm \cot u = \frac{2Cb \cos \omega}{\tan u}$ au lieu de $2Cb \tan u$, qui donnerait $\theta = 4 \text{ h. } 44'$ au lieu de $5 \text{ h. } 37'$. Dans un autre endroit (*pag. 488. 489.*) M. Delambre calcule θ à l'aide des formules: $u' = 90^\circ - (90^\circ - u - \omega)$, $u'' = 90^\circ - (90^\circ - u + \omega)$, qui donnent les différences des longitudes, à l'entrée $= s \cos u'$, à la sortie $= s \cos u''$, d'où il vient la corde, réduite à l'écliptique $= s(\cos u' + \cos u'')$, et $\theta = \frac{5600''}{\eta'} s(\cos u' + \cos u'') = \frac{Cs}{\cos \omega} (\cos u' + \cos u'') = 2 \text{ h. } 25' 36'' + 3 \text{ h. } 11' 46'' = 5 \text{ h. } 37' 22''$. Introduisons l'angle u dans cette équation: l'on aura $\theta = \frac{2Cs}{\cos \omega} \cos \frac{u' + u''}{2} \cos \frac{u' - u''}{2}$; mais $\frac{u' + u''}{2} = u$, $\frac{u' - u''}{2} = \omega$, donc $\theta = 2Cs \cos u$, et en substituant $s = \frac{m}{\sin u} = \frac{b \cos \omega}{\sin u}$, $\theta = \frac{2Cb \cos \omega}{\tan u}$, comme ci-dessus. J'ai pris la liberté de relever cette petite erreur qui pourrait embarrasser quelques lecteurs, pour faire voir, avec quelle attention j'ai lu cet excellent ouvrage.

L'erreur géocentrique $8'',42$ sera réduite au soleil, en la multipliant par $\frac{V-v}{v}$: la correction de la latitude héliocentrique deviendra ainsi $-3'',35$; et la latitude héliocentrique corrigée dans la conjonction $= 4' 8'',1 - 3'',35 = 4' 4'',7$. L'inclinaison de l'orbite de Vénus étant $3^\circ 23' 35''$, la latitude $4' 4'',7$ donnera la distance de Vénus au noeud, réduite à l'écliptique, $1^\circ 8' 47''$. La conjonction arriva avant le noeud descendant, d'où il résulte la longitude héliocentrique du $\mathcal{S} = \mathcal{S} + 1^\circ 8' 47'' = \odot + 181^\circ 8' 47''$, $\odot$ étant la longitude du soleil au moment de la conjonction. Quoique les tables du soleil n'aient pas besoin d'être corrigées, le tems de la conjonction, et par conséquent $\odot$, dépendra de la longitude de Vénus. Soit T' , T'' , le milieu entre tous les tems de l'entrée et de la sortie géocentriques, calculés par les opérations

exposées au commencement de ce §: $\frac{T' + T''}{2} = M$ sera le tems du milieu du passage géocentrique. Le tems dont la conjonction arrive avant le milieu, est $C.n = Cb \sin \omega$, b étant la latitude corrigée 4 4', 7. On aura donc le tems corrigé de la conjonction, $T = M - Cb \sin \omega$. En calculant sur les tables, la longitude de la terre $= L$ qui répond au tems T , L sera en même tems la longitude héliocentrique de Vénus; la comparaison avec la longitude tirée des tables, donnera donc l'erreur des tables en longitude. On a aussi la longitude du noeud descendant $= L + 1^{\circ} 8' 47''$.
