

**www.e-rara.ch**

## **L. Euleri opuscula varii argumenti**

Coniectura physica circa propagationem soni ac luminis una cum aliis dissertationibus analyticis -  
De numeris amicabilibus ; De natura aequationum ; De rectificatione ellipsis

**Euler, Leonhard**

**Berolini, 1750**

**ETH-Bibliothek Zürich**

Shelf Mark: Rar 4976: 2

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-4467>

Coniectura physica de propagatione soni ac luminis.

---

### **www.e-rara.ch**

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien - von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material - from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes - des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

---

**Nutzungsbedingungen** Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelnformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

**Terms of Use** This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

**Conditions d'utilisation** Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

**Condizioni di utilizzo** Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]



## Conjectura Physica

de

### Propagatione Soni ac Luminis,

§. I.

**I**n motu corporum ac præcipue fluidorum plurima occurrunt phænomena, quæ per Theoriam nondum explicari possunt. Et si enim principia Mechanicæ, a quibus omnes motus determinationes pendent, satis cognita atque ad quosvis casus accommodata videntur, ut eorum ope motus immutationes formulis analyticis includi queant; tamen sæpenumero ipsa Analysis his formulis evolvendis imparprehenditur. His igitur casibus non tam Mechanica, ad quam scientiam motuum investigatio proprie pertinet, imperfectionis

est accusanda, quam Analysis, cujus munus in resolvendis æquationibus, ad quas reliquæ Matheseos partes perduxerint, præcipue versatur. Sic quanquam Geometræ post inventum calculum infinitorum nimium studii in Analyfi excolenda multis collocasse videntur; tamen frequenter a principiis mechanicis ad ejusmodi æquationes differentiales deducimur, quarum resolutio, antequam Analysis multo adhuc majora ceperit incrementa, frustra tentatur. Quamobrem eorum labor, qui omnem operam in promovendis Analyseos finibus impendunt, non solum non est reprehendendus, sed etiam quam maxime laudandus.

§. II. Hunc Analyseos defectum potissimum in Astronomia Theoretica deprehendimus. Cum enim huic scientiæ sit propositum ex viribus, quibus corpora coelestia se mutuo impellunt, eorum motus determinare, si hoc negotium minus successerit, a mechanica certe omnis suspicio culpæ removeri debet. Quæcunque enim concipiantur vires, quibus planeta quispiam sollicitetur, motus ejus semper per æquationes mere analyticas exprimi potest; ita ut accurata motus descriptio a resolutione harum æquationum, in quo Analyseos officium versatur, pendeat. At nisi virium illarum lex simplicissima statuatur, æquationes istæ tantopere fiunt implicatæ, ut omnia artificia, quæ in Analyfi adhuc sunt detecta, ad eas resolvendas minime sufficiant. Atque ita Analyseos maxime defectui est tribuendum, quod motus Lunæ, cunctæque ejus inæqualitates nondum ad certas leges revocari, ac tabulis Astronomicis comprehendi potuerint.

§. III. Interim tamen ejusmodi quoque se offerunt quæstiones ad quas expediendas non tam Analysis, quam ipsius Mechanicæ cognitio sufficiens desideratur. In solidis quidem corporibus hoc potissimum evenit, quando circa axes mobiles in gyrum aguntur: hoc enim casu ea Mechanicæ principia nobis adhuc sunt occulta, ex quibus variationem hujusmodi motuum definire liceat.

Maxime



Maxime autem iste Mechanicæ defectus in motu & agitatione fluidorum cernitur: in quo fere penitus ignoramus, qua ratione singulæ fluidi partes in se invicem agant, suosque inter se motus perturbent. Quamobrem etsi cursus fluminum, & fluxus aquarum per canales satis commode ad calculum revocari posset; tamen motum fluidorum, qui vocatur intestinus, quo singulæ fere particulæ inter se agitantur, nullo adhuc modo certis legibus circumscribere licuit.

§. IV. Cum igitur sonus in motu quodam vibratorio, quo minimæ aeris particulæ inter se commoventur, consistat; quomodo hic motus sit comparatus, & qualege ex aliis aeris particulis in alias transmittatur, accurate explicari adhuc nequit. Neque Newtonus, & qui post eum hoc negotium sunt aggressi, soni per aerem propagationem satis dilucide exposuisse sunt censendi. In dissertatione enim mea de Lumine & Coloribus, ubi Newtoni doctrinam illustravi, luculenter monstravi, Virum Acutissimum propagationem pulsuum per medium elasticum non ex solis mechanicæ principiis determinasse, sed hypothesein quampiam experimentis quidem confirmatam subtili admodum modo in subsidium vocasse; sicque primarium soni phænomenon, quo uniformiter per aerem proferri observatur, non tam explicasse, sed potius ei investigationem suam superstruxisse, quod tamen ex sola Theoria demum deduci debuisset.

§. V. Tantum abest, ut hoc Newtoni institutum, quo cum principiis mechanicis hypotheses conjunxit, reprehendendum existimem, ut potius hanc viam ob defectum idoneorum principiorum solam esse arbitrer, quæ nos ad aliquam saltem certam cognitionem perducere valeat. Cum enim determinationem celeritatis, qua sonus per aerem promovetur, suscipit, commode & quasi præter opinionem evenit, ut eæ quantitates, quæ s hypotheseis introduxerant, penitus ex calculo egrediantur, atque conclusio



ab istis hypothesebus ita immunis obtineatur, ut intelligi possit, etiamsi aliæ hypotheses fuissent assumptæ, eandem tamen conclusionem prodituram fuisse; quo ipso veritas conclusionis maxime confirmatur. Verum tamen etsi hoc modo celeritas, qua pulsus per aerem aliudve fluidum elasticum transit, recte definiri videtur, tamen hinc ipsa particularum agitatio, qua pulsus continetur, non elicitur: atque ea, quam calculus exhibet, ab hypothesebus maxime pendet, ideoque pro verâ agnosci nequit.

§. VI. Porro etiam ita in celeritate pulsum, quæ per methodum Newtoni invenitur, acquiescendum puto, ut etiamsi experientia adversari videatur, tamen inde Theoriæ nihil plane detrahatur. Invenit autem Newtonus pulsum quemque per aerem tanta celeritate propagari oportere, ut singulis minutis secundis spatium 979 pedum Londinensium conficiat, cum tamen experimentis constet sonum singulis minutis secundis 1140 pedes percurrere. Causam quidem hujus accelerationis Newtonus in eo ponit, quod aerem plurimis ejusmodi particulis imprægnatum esse arbitratur, per quas pulsus in instanti propagentur, ita ut si aer hujusmodi particulis omnino esset repletus, sonus quoque sine mora per intervalla quantumvis magna transferretur. Quare ut ipsam soni celeritatem observatam obtineat, septimam fere aeris partem ejus naturæ assumere cogitur, ut per eam pulsus puncto temporis, quasi per corpuscula perfecte dura Cartesii, transirent.

§. VII. Verum hæc explicatio pluribus præmitur difficultatibus iisque tam gravibus, ut nullam verisimilitudinis speciem retineat. Aer enim si tanta copia corpusculorum durorum redundaret, eas proprietates, qua ipsi inesse novimus, elasticitatem, & comprimendi facultatem penitus amitteret. Namque si septima pars, vel etiam decima, quam Newtonus assumit, hujusmodi particulis esset conflata, aer certe non in minus spatium quam subseptuplum vel subdecuplum comprimi posset, ac tum etiam omnem elateris



elateris vim amittere deberet. Cum autem tam per experimenta constet, quam ex vi pulveris pyrii colligere liceat, aerem non solum in multo minus spatium redigi posse, sed etiam tum maxima vi elasticitatis gaudere, nullus amplius locus sententiæ Newtonianæ relinquitur, Præterea quoque experimentis compertum est, sonum pari celeritate per aerem transmitti, sive is majore sive minore vaporum copia sit inquinatus; unde evidens est, partium heterogenearum, quæ aeri sunt permixtæ, copiam nihil omnino ad sonum accelerandum conferre.

§. VIII. Ego vero nequidem hujusmodi subterfugio opus esse arbitror ad veritatem Theoriæ salvandam; neque enim concedendum puto, Theoriam ab experientia dissentire. Namque casus, ad quem Theoria est accommodata, prorsus discrepat ab eo, qui per experimenta adversari videtur. Quod quo facilius perspiciatur, recordandum est in Theoria unicum tantum pulsum, qui nullos alios habeat insequentes, considerari, cum per experimenta celeritas soni, hoc est ingentis pulsum se mutuo insequentium frequentiæ declaretur. Nusquam autem in theoria probatum est, plures pulsus se mutuo quasi e vestigio insequentes eadem celeritate per medium elasticum propagari debere, qua unicus pulsus solitarius progreditur: quinpotius in loco supra allegato, ubi doctrinam Newtoni explicavi, celeritatem pulsum ab insequentibus affici debere animadverti.

§. IX. Cum igitur nullum experimentum proferri possit, quo celeritas unici pulsus exhibeatur, propterea quod promptissimus ictus, in quo nulla mora inesse videatur, satis magnam pulsum seriem creat; atque non solum demonstrari nequeat, pulsum frequentiam nihil in eorum celeritate mutare, sed etiam probabile videatur, celeritatem soni, tam ob agitationem aeri jam insitam, quam ab impulsu insequentium pulsum accelerari debere: nulla omnino pugna inter theoriam & experientiam adhuc concludi potest.



Quare potius e contrario concludere licebit, si Theoria vera sit, unicusque pulsus tantum spatium 979. pedum uno minuto secundo percurrat; majorem illam soni celeritatem, quam experientia ostendit, nulli alii causæ nisi frequentiæ pulsuum tribui debere. Atque hinc generatim affirmare non dubito, quo major sit pulsuum sonum quempiam constituentium frequentia, eo celerius hunc sonum per aerem propagari.

§. X. Neque tamen hanc sententiam tanquam veritatem propono, sed tantum pro ejusmodi conjectura haberi volo, quæ fortasse, postquam plura alia phænomena consuluerimus atque ad examen vocaverimus, ad summum certitudinis gradum evehi queat. Quoniam enim ne unius quidem pulsus promotionem per aerem quietum ex solis mechanicæ principiis definire licet; multo minus hæc principia sufficient ad propagationem plurium pulsuum se invicem insequentium determinandam. Interim tamen facile intelligitur, a pulsuum frequentia eorum celeritatem non mediocriter affici debere: primo enim cum aeris particulæ a pulsibus antecedentibus jam sint in quapiam agitatione constitutæ, pulsus sequentes aliam inde accelerationem adipisci necesse est. Deinde quia in quolibet pulsu particulæ aeris motu reciproco agitantur, et tam antrorsum quam retrorsum concitantur, necessario evenire debet, ut hæc agitatio in particulas antecedentis pulsus vim quandam exerat, quæ eo erit major, quo pulsus sibi fuerint propiores eorumque propterea frequentia major: hocque ergo casu pulsus præcedentes ab insequentibus magis propellentur, sicque soni celeritas augebitur.

§. XI. Quamvis autem hac consideratione conjectura mea jam satis probabilis videatur, tamen experimenta, quorum ingentem numerum Sollertissimus Derham omni adhibita cura instituit, contrarium nobis persuadere videntur. Compertum enim est omnis generis sonos, sive debiles, sive vehementes sive, etiam graves sive acutos

cutos pari celeritate per aërem propagari. Quod quidem ad soni vehementiam ac debilitatem attinet, ex theoria etiam colligitur, hinc in celeritate soni nullum discrimen oriri posse: verum quia soni acuti majori pulsuum frequentia constant, graves contra minori, secundum conjecturam meam soni acutiores celerius per idem spatium promoveri deberent, quam graviores; quod cum a Derhamo negetur, videndum est, an ejus experimentis vel potius conclusionibus, quas inde deduxit, tanta vis tribui queat, qua conjectura mea evertatur: neque enim sine plena evictione contrarii de sententia alias probabili decedere decet.

§. XII. Ac primo quidem si intervallum, quod ad experimenta instituenda deligitur, non fuerit valde magnum, nullum discrimen in velocitate sonorum acutissimorum et gravissimorum percipi poterit. Ponamus enim in spatio, quod a sonis uno minuto secundo percurritur, dari pro diversa soni indole differentiam 50 pedum, quæ autem reipsa fortasse adhuc multo minor existit. Iam si is, qui experimentum capit, a loco, ubi sonus editur, intervallo 10000 pedum sit remotus, atque sono gravissimo celeritas 1000 pedum pro minuto secundo tribuatur, acutissimo autem celeritas 1050 pedum, observator exaudiet sonum gravissimum post 10'', acutissimum autem semiminuto secundo tantum citius. Quod discrimen etiamsi sensibile videatur, tamen quia ipsum momentum, quo quisque sonus editur, tam accurate per signum indicari nequit, ut nullus plane error sit metuendus, merito mihi equidem dubitare videor, an experimenta Derhamiana tam sint exacta, ut ista quæstio per ea decidi possit.

§. XIII. Deinde vero non solum in observatione momenti, quo sonus editur, levis quidam error admitti potest, sed etiam in observatione ejus momenti, quo sonus primum exauditur, propterea quod satis parvas minuti secundi partes distinguere non licet, ita ut ob hanc duplicem causam error unius semiminuti



minuti secundi inevitabilis videatur. Tum vero etiam perpendendum est, nisi ambo soni, gravis et acutus, simul edantur, quod quidem institutio experimentorum vix permittit, a diversa commotione aeris quandam differentiam oriri posse; quoniam a ventis propagatio soni tam accelerari quam retardari deprehenditur. Imprimis autem animadverti oportet, in distantia 10000 pedum, quam assumsi, omnis generis sonos ratione gravis et acuti discrepantes, quales instrumentis musicis edi solent, exaudiri non posse. At si hujusmodi experimenta in minoribus distantis instituantur, differentia inter sonorum gravium et acutorum perceptionem adhuc multo minor evadet, omnemque observatoris diligentiam effugiet. Neque ergo conjectura, quam proposui, per experimenta ullam adhuc probabilitatis diminutionem est passa.

§. XIV. Verum objicietur, Derhamum in multo majoribus distantis etiam experimenta sua de soni velocitate instituisse, atque adeo tempus, quo tormentorum fragor per spatium 60000 pedum propagetur, esse dimensum. Sed in hujusmodi sonis, quæ a tormentis ac sclopetis eduntur, tanta non inest diversitas ratione gravis et acuti, ut inde quicquam sive ad confirmandam sive ad refellendam conjecturam meam concludi possit. Videntur autem hi soni vehementer graves; ex quo spatium 1140 pedum Anglicorum, per quod sonus singulis minutis secundis propelli ex his experimentis colligitur, sonis tantum gravissimis erit tribuendum: ita ut soni acutiores aliquanto majus spatium singulis minutis secundis percurrere sint existimandi. Quanto autem celerius soni acutiores per aerem propagentur quam graviore, nullis fere experimentis definiri posse videtur, quod cum a Theoria multo minus sit expectandum, omnino in dubio relinquitur, etsi alias ipsa conjectura jam satis probabilis videatur.

§. XV. Neque etiam haec experimenta eum in finem commemoravi, ut inde quicquam ad conjecturam corroborandam concludi

cludi posse crederem, sed tantum ut obiectionem, quæ gravissima videbatur, diluerem, atque ostenderem ex his experimentis, quæ Derhamus summa diligentia instituit, nullum argumentum contra conjecturam meam peti posse. Quod si ergo Newtono concedendum putamus, unicum pulsum in aere non ultra 979 pedes uno minuto secundo promoveri, necesse est ut majorem illam sonorum celeritatem frequentia pulsum se invicem prosequentium et quasi propellentium tribuamus. Ex quo et illud agnoscere cogimur, quo major fuerit pulsum frequentia eo majorem quoque illam velocitatis accelerationem esse oportere, etiamsi fortasse differentia in sonis gravissimis et acutissimis sit admodum exigua. Nulla enim ratio suadet, ut credamus accelerationem soni ultra spatium illud 979 pedum frequentia pulsum exacte esse proportionalem; sed fieri potest, ut cum frequentia multo sit major, tamen inde vix notabilis acceleratio oriatur.

§. XVI. Interim tamen non puto discrimen hoc in velocitate sonorum plane esse inobservabile; quantumvis enim id sit parvum, a Musicae peritis percipi posse videtur. Quodsi enim plurium diversorum sonorum concentus, in quo singuli soni tam exacte justis intervallis se invicem insequi debent, ut vel tenuissimus error aures offendat, e longinquo audiatur, discrimen facile animadvertetur, si soni acutiores unico quasi instante citius ad aures perferrentur, quam graviores. Admissa autem conjectura vox gravissima, quæ Bassus vocatur, respectu reliquarum vocum acutiorum aliquanto tardius e longinquo exaudiri deberet, quam ab adstantibus, hæcque retardatio ab auribus musicae adfuetis multo accuratius sentietur, quam si celeritatem cujusque soni per exactissimas temporis mensuras eo, quo Derhamus usus est modo, investigare vellemus. Quodsi ergo hujusmodi discrimen pro variis distantiiis, ex quibus concentus Musicus auditur, observaretur, hoc ipso conjectura nostra extra omnem dubitationem collocaretur.



§. XVII. Deinde si in quoque sono celeritas pulsuum antecedentium ab insequentibus intenditur, in pulsibus ultimis hæc acceleratio nullum amplius locum habebit, iique propterea celeritate naturali propagabuntur, et singulis minutis secundis spatium tantum 979 pedum conficiunt, dum pulsus primi eodem tempore spatium circiter 1140 pedum absolvunt. Ex quo sequitur eundem sonum, quo longius audiatur, eo diutius durare debere: ponamus enim sonum unico quasi ictu seu puncto temporis absolvi, ita ut ejus duratio adstantibus brevissima videatur; quod si jam idem sonus in distantia 10000 pedum audiatur, primus pulsus exaudietur post tempus  $\frac{10000}{1140}$  //, ultimus autem pulsus demum post tempus  $\frac{10000}{979}$  //, sicque totum tempus, quo hic sonus percipietur erit  $\frac{10000}{979} - \frac{161}{1140}$  // seu  $\frac{10000}{6932}$  //. Hinc ergo duratio soni in distantia 10000 pedum prope  $1\frac{1}{2}$  sec. in distantia autem 20000 pedum tribus minutis secundis protrahetur. Difficile autem erit hanc sonorum prolongationem discernere, quia objecta interposita ob tremorem conceptum jam per se sonos protrahere solent.

§. XVIII. Multo autem fortiora argumenta ad conjecturam meam confirmandam suppeditant phænomena lucis, quæ si probe perpendantur, nullum fere amplius dubium relinquent. Cum enim pulsuum propagatio in æthere perinde lumen efficiat, ac sonus per pulsus in aere propagatos excitatur; si ostendero in æthere celeritatem pulsuum ab eorundem frequentia pendere, nullo modo dubitare licebit, quin in aere etiam pulsuum propagatio ab eorum frequentia acceleretur. Præcipuum autem lucis phænomenon, quo conjectura mea confirmari videtur, in diversa refractionis ratione versatur, quam radii diversorum colorum, dum ex alio medio diaphano in aliud transeunt, sequi observantur. Quia enim probavi colorum varietatem in nulla alia re poni posse, nisi in varia pulsuum, quibus quisque color representatur, frequen-



tia, necesse est ut diversæ refractionis rationes a diversa pulsuum frequentia proficiscantur, radiique verbi gratia rubri ob eam tantum causam minorem refractionem pati sunt censendi, quam violacei, quod in illis major minorve pulsuum frequentia insit, quam in his.

§. XIX. In Theoria autem mea lucis et colorum luculenter ostendi, si radius lucis ex uno medio in aliud transit, semper esse debere sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis in eadem ratione, quam tenet celeritas pulsuum in medio priori ad celeritatem eorum in medio posteriori. Quanquam autem ibi sum suspicatus frequentiam pulsuum rationem refractionis immutare posse, radiosque rubros, dum ex medio rariori in densius, ubi tardius progrediuntur, transeunt, ideo minus refringi putavi, quod pulsus sequentes, quia in medio densiori propius ad se invicem accederent, refractionem diminuere videbantur; tamen hæc causa cessaret, si radii ex medio densiori in rarius ingrediantur: neque enim hoc casu ob istam causam refractionis diminui deberet, quod tamen in hoc casu æque ac in priori evenire experientia testatur. Atque hanc ob causam illam explicationem, cur radii rubri minorem semper patientur refractionem quam cœrulei, penitus rejiciendam esse agnosco; neque jam pulsuum frequentiam quicquam ad refractionem immutandam conferre posse arbitror.

§. XX. Statuo igitur, quæcunque sit pulsuum frequentia, si radius lucis ex uno medio diaphano in aliud transit, eum semper ita refringi exactissime, ut sit sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis, uti celeritas, qua pulsus in medio priori propagantur, ad eorum celeritatem in medio posteriori. Quare cum radii rubri aliam patientur refractionem ac violacei, necesse est, ut pulsuum, quibus radii rubri constituuntur, celeritas alia ratione in transitu per diversa media immutetur, atque celeritas pulsuum radiorum violaceorum. Per quodvis ergo medium alia erit celeritas radio-



rum rubrorum, alia radiorum cœruleorum, et cum hi radii tantum ratione frequentiæ pulsum inter se discrepent, perspicuum est, celeritatem pulsum simul ab eorum frequentia pendere, ita ut qui radii diversa constant pulsum frequentia, iidem per quodvis medium diversa celeritate progrediantur.

§. XXI. Si unicus pulsus consideretur, qui a nullis insequentibus acceleretur, ejus celeritatem per quodvis medium elasticum sequenti modo determinari comperi. Concipiatur hoc fluidum vasi inclusum, ex quo ob vim elasticam per foramen in spatium omni materia vacuum erumpat, et notetur celeritas, quæ cum effluet, quæ sit debita altitudini  $v$ ; qua inventa, erit celeritas, qua unicus pulsus in isto medio elastico progredietur, debita altitudini  $\frac{1}{2}v$ ; eritque ergo hæc celeritas ad illam, qua idem fluidum in vacuum esset erupturum, ut  $\sqrt{\frac{1}{2}}$  ad 1 seu ut 1 ad  $\sqrt{2}$ ; hoc est ut latus quadrati ad suam diagonalem. Quare cum illa altitudo  $v$  sit directe ut elasticitas et inverse ut densitas medii, sequitur celeritatem, qua unus pulsus per hoc medium propagabitur, esse in ratione subduplicata composita ex directa elasticitatis et inversa densitatis. Hæcque ratio locum habebit, etiamsi ipsa pulsum celeritas major esset minorve, quam per Theoriam Newtonianam reperitur. Quæcunque enim fere hypothesis fingatur ad pulsum promotionem determinandam, eadem semper proportio celeritatis pro ratione densitatis et elasticitatis medii resultat.

§. XXII. Inventâ autem celeritate, qua unicus pulsus per quodpiam medium propagari debet, ea celeritas, qua radius lucis per idem medium promovetur, ob pulsum complurium successione major est existimanda. Scilicet si celeritas unici pulsum exprimat per  $p$ , celeritas radii lucis eo major erit quam  $p$ , quo major fuerit pulsum hunc radium constituentium frequentia. Quo hæc frequentia facilius in calculum introduci queat, sit numerus pulsum, qui dato tempore veluti uno minuto secundo eduntur  $=n$ ,

fre-



frequentiam hoc ipso numero  $n$  indicare licebit: seu consideretur intervallum temporis, quod inter quemlibet pulsus et proxime insequentem est interjectum, quod erit  $\frac{1}{n}$ , atque frequentia pulsuum erit reciproce ut hoc intervallum  $1:n$ , ideoque directe ut numerus  $n$ . Exponamus autem frequentiam littera  $x$ , ita ut evanescente  $x$  frequentia cesset, casusque ad unicum pulsus reducatur.

§. XXIII. Proposito ergo radio lucis quocunque, cujus pulsuum frequentia sit  $= x$ , qua color, quem hic radius repræsentat, exponitur; si iste radius per medium quodpiam diaphanum progrediatur, in quo celeritas unicus pulsus sit  $= p$ , celeritas qua ipse radius per hoc medium propagabitur, major erit quam  $p$ , atque exprimetur certa quadam functione litterarum  $p$  et  $x$ . Cujusmodi autem hæc sit functio, a priori determinare non licet: inde enim plus non liquet, quam hanc functionem ita esse comparatam, ut ea fiat  $= p$ , si frequentia  $x$  plane evanescat, tum vero ut crescente frequentia  $x$ , ea quoque fiat major quam  $p$ . Hujusmodi autem functiones innumerabiles imaginari licet, quæ omnes his memoratis proprietatibus sint præditæ. Sit enim  $X$  functio quæcunque ipsius  $x$ , quæ evanescat posito  $x = 0$ , et quæ crescente  $x$  pariter crescat, atque celeritas radii lucis hu-

jusmodi formulis exprimi poterit:  $p + X$ ;  $p(1 + X)$ ;  $p^{1+X}$ ; &c.

tres autem has hypotheses potissimum examinabo.

§. XXIV. Quænam autem harum formularum in natura locum habere queant, ex phænomenis refractionis propius colligere licebit; transeat enim radius lucis, cujus frequentia  $= x$ , in aliud medium, per quod unicus pulsus propagetur celeritate  $= q$ ; atque in hoc medio celeritas radii erit vel  $q + X$  vel  $q(1 + X)$  vel

$q^{1+X}$ . Unde dum radius ex priori medio in hoc transit, erit sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis, vel ut  $p + X$



ad  $q + X$ ; vel ut  $p(1 + X)$  ad  $q(1 + X)$ ; vel ut  $p^{1+X}$  ad  $q^{1+X}$ .  
 In secunda ergo hypothese foret ratio refractionis ut  $p$  ad  $q$ ; ideoque a pulsuum frequentia non penderet: cum igitur experientia testeretur, radios qui ratione frequentiae pulsuum inter se discrepant, alia quoque lege refringi, hoc ipso secunda hypothesis evertitur.

§. XXV. Ex prima hypothese, quae rationem refractionis praebet  $\frac{p+X}{q+X}$  sequitur, quo major fuerit frequentia pulsuum  $x$ , eo magis rationem refractionis ad rationem aequalitatis accedere; si enim esset  $X = \infty$ , ipsa haberetur ratio aequalitatis. Cum igitur refractionis radiorum rubrorum minor sit quam radiorum violaceorum, si haec hypothesis locum haberet, ex ea sequeretur, radios rubros majori pulsuum frequentia constare, quam radios violaceos. At quia secundum tertiam hypothese ratio refractionis

$\frac{p^{1+X}}{q^{1+X}}$  eo continuo magis a ratione aequalitatis recedit, quo major fuerit pulsuum frequentia  $x$ ; si ea locum haberet, sequeretur, radios rubros minori pulsuum frequentia constare, quam radios violaceos. Si igitur ex aliis phaenomenis pateret, utrum in radiis rubris major pulsuum frequentia insit an minor, quam in radiis violaceis? simul intelligeremus, utra harum duarum hypotheseum veritati magis esset consentanea.

§. XXVI. Quo autem propius ad phaenomena hoc examen accommodemus, sit  $x$  frequentia radiorum rubrorum,  $y$  frequentia radiorum violaceorum, tum vero sit  $Y$  talis functio ipsius  $y$ , qualis  $X$  est ipsius  $x$ . Deinde sit  $p$  celeritas pulsus unicus in aere, et  $q$  in vitro, quoniam quidem refractionis radiorum diversi coloris ex aere in vitrum summa diligentia est explorata. Sit porro  $1:m$  ratio refractionis radiorum rubrorum, et  $1:n$  radiorum violaceorum ex aere in vitrum intrantium, ita ut secundum experimenta Newtoni sit  $m = \frac{50}{77}$  et  $n = \frac{40}{78}$ . Erit



Erit ergo per primam hypothefin  $\frac{p+X}{q+X} = \frac{1}{m} = \frac{77}{50}$  &  $\frac{p+Y}{q+Y} =$

$\frac{78}{50} = \frac{1}{n}$ : per tertiam vero hypothefin habebitur  $(\frac{p}{q})^1 + X =$

$\frac{1}{m}$  &  $(\frac{p}{q})^1 + Y = \frac{1}{n}$ . Inde elicitur  $X = \frac{mp - q}{1 - m} = \frac{50p - 77q}{27}$

&  $Y = \frac{np - q}{1 - n} = \frac{50p - 78q}{28}$ ; hinc vero  $1 + X = 1 \frac{1}{m}$ :  $1 \frac{p}{q}$  &

$1 + Y = 1 \frac{1}{n}$ :  $1 \frac{p}{q}$ .

§. XXVII. Consideretur jam aliud quodcunque medium diaphanum, per quod unicus pulsus propagetur celeritate =  $r$ . fitque  $1 : \mu$  ratio refractionis radiorum rubrorum, et  $1 : \nu$  radiorum violaceorum, qui ex aere in hoc medium ingrediuntur. Per primam ergo hypothefin erit:

$\frac{p+X}{r+X} = \frac{1}{\mu}$  &  $\frac{p+Y}{r+Y} = \frac{1}{\nu}$ : Ergo ob  $X = \frac{mp - q}{1 - m}$  &  $Y = \frac{np - q}{1 - n}$

habebimus  $\frac{q - p}{(1 - m)r + mp - q} = \frac{1}{\mu}$  &  $\frac{p - q}{(1 - n)r + np - q} = \frac{1}{\nu}$ : unde elicimus

$r = \frac{\mu p - \mu q - mp + q}{1 - m} = \frac{\nu p - \nu q - np + q}{1 - n}$ ; hincque porro æquationem

resultantem per  $p - q$  dividendo:  $m\nu - \mu n - m + n + \mu - \nu = 0$ .

Quod si ergo detur ratio refractionis radiorum rubrorum ex aere in quodvis medium diaphanum, per hanc æquationem assignabitur ratio refractionis radiorum violaceorum.

§. XXVIII.



§. XXVIII. Quoniam novimus discrimen inter refractiones radiorum rubrorum et violaceorum esse minimum fit I: a ratio refractionis radiorum mediæ naturæ ex aere in vitrum, existente  $a = \frac{25}{31}$ , ac ponamus  $m = a + d$  et  $n = a - d$ , erit  $d = \frac{25}{77.78}$ , ideoque quantitas valde parva. Deinde pro transitu radiorum ex aere in novum istud medium diaphanum fit I: a ratio refractionis radiorum mediæ naturæ, ponaturque pariter  $\mu = a + d$  et  $\nu = a - d$  ob  $d$  et  $\delta$  quantitates minimas hi valores pro  $m$ ,  $n$ ,  $\mu$  et  $\nu$  in æquatione ante inventa substituti dabunt:

$$ad - a\delta - d + \delta = 0, \text{ ideoque } \delta = \frac{1-a}{1-a} d$$

Si hoc medium diaphanum sit aqua, pro qua radiorum mediæ naturæ ratio refractionis statuitur 4: 3 seu  $a = \frac{3}{4}$ ; erit  $\delta = \frac{31}{4.11}$ .

$\frac{25}{77.78} = \frac{31}{44} d$ . Sicque diversitas refractionis pro radiorum diversa natura minor est in transitu ex aere in aquam, quam ex aere in vitrum, in ratione 31 ad 44.

§. XXIX. Sin autem tertiam hypothesein consulamus pro hac eadem refractione radiorum ex aere in novum hoc medium transeuntium, erit  $(\frac{p}{r})^{1+X} = \frac{1}{\mu}$  &  $(\frac{p}{r})^{1+Y} = \frac{1}{\nu}$  ideoque  $1+X =$

$$\frac{1}{\frac{1}{\mu}} = \frac{1}{\frac{1}{m}} \text{ \& } 1+Y = \frac{1}{\frac{1}{\nu}} = \frac{1}{\frac{1}{n}} \quad \text{Hinc ergo erit } 1\mu : 1\nu =$$

$$\frac{1}{\frac{p}{r}} : \frac{1}{\frac{p}{q}} = \frac{1}{\frac{p}{r}} : \frac{1}{\frac{p}{q}}$$

$1m : 1n$ . Quare si  $\mu$  detur atque ita exprimatur ut sit  $\mu = m^e$  erit quoque  $\nu = n^e$ , unde pro transitu radiorum ex aere in diversa media hæc elicitur regula, ut, quotuplicata est ratio refractionis radiorum rubrorum in unum medium respectu rationis refractionis eo-

run-



rundem radorum in medium alterum, totuplicata fit quoque ratio refractionis radorum violaceorum in medium prius respectu rationis in posterius. Seu hæc conclusio ita facilius concipi potest, ut, si ratio refractionis ex medio quovis in aliud quodcunque sit  $1: \mu$  pro radiis rubris et  $1: \nu$  pro radiis violaceis, semper sit  $1\mu$  ad  $1\nu$  in eadem ratione, quomocumque etiam illa media ratione refractionis discrepent.

§. XXX. Ponamus ut ante  $m = a + d$ ,  $n = a - d$ , et  $\mu = a + d$  et  $\nu = a - d$  eritque,  $1(a+d) : 1(a-d) = 1(a+d) : 1(a-d)$ . Vel si sit  $a+d = (a-d)^e$  erit quoque  $\mu + d = (a-d)^e$ . Quo autem hunc facilius valorem ipsius  $d$  elicere queamus, hoc logarithmos in series convertamus, eritque

$$\frac{1a+d}{a} - \frac{dd}{2aa} + \frac{d^3}{3a^3} \&c. = \frac{1a+\frac{d}{3}}{a} - \frac{\frac{d^2}{3}}{2aa} + \frac{\frac{d^3}{27}}{3a^3} \&c.$$

$$\frac{1a-d}{a} - \frac{dd}{2aa} - \frac{d^3}{3a^3} \&c. = \frac{1a-\frac{d}{3}}{a} - \frac{\frac{d^2}{3}}{2aa} - \frac{\frac{d^3}{27}}{3a^3} \&c.$$

Jam ob

$d$  et  $\delta$  quantitates minimas, erit proxime  $\frac{\delta}{a} 1a = \frac{d}{a} 1a$ , seu  $d = \frac{a^2}{a^2} d$ .

Si pro medio hoc aqua accipiatur, ut sit  $a = \frac{3}{4}$  reperietur  $d = \frac{937}{1228} d$ , at prima hypothesis dederat  $d = \frac{31}{44} d$ . In fractionibus decimalibus erit secundum primam hypoth.  $d = 0.7045 d$ , atque secundum tertiam hypoth.  $d = 0.7630 d$ ; discrimen quo hic valor illum excedit est  $= 0.0585 d$ .

§. XXXI. Perspicitur ergo, quantumvis hæc duæ hypotheses, quarum altera radiis rubris majorem pulsuum frequentiam, altera vero minorem tribuit, quam violaceis, inter se discrepent, tamen eandem fere differentiam inter refractionem radorum



rubrorum ac violaceorum ex utraque oriri. Discrepantia quidem satis est parva, et per experimenta difficulter decidi posse videtur, utra ad veritatem propius accedat. Quod si autem experimenta tanta cura instituantur, ut variatio refractionis pro diversa radiorum natura tam ex aere in vitrum, quam ex aere in aquam exactissime inde innotescat, non solum utra nostrarum hypothesium sit verior, intelligetur: sed si utraque a veritate nonnihil discrepare deprehendatur; facile foret novam excogitare hypothesin, quæ phænomenis refractionis perfecte satisfaciat. Quæ inventa facilior fortasse via reddetur ad theoriam, unde hæc diversa refractionis ratio explicetur, luculentius evolvendam.

§. XXXII. Quæ hætenus de diversa radiorum lucis refrangibilitate tradidi; multo latius patent, atque locum perinde habent, siue hypothesis diversæ celeritatis, quam radiis diversicoloribus in eodem medio tribui, vera sit siue falsa. Cum enim radiorum ex alio medio in aliud transeuntium refractionis non solum a diversitate mediorum pendeat, sed etiam a colore seu natura radii, litteræ  $p, q, r$  naturam mediorum, quatenus ab ea refractionis pendet, expriment, et litteræ  $x$  et  $y$  naturam radiorum rubrorum et violaceorum, quatenus ab ea refractionis afficitur. Ita si  $p$  exprimat facultatem refractivam aeris,  $q$  vitri, et  $r$  aquæ, tum vero  $x$  contineat naturam radiorum rubrorum et  $y$  violaceorum, quæcunque demum his litteris quantitates designentur, certum est si radius ruber ex aere in vitrum transeat, fore sinum anguli incidentiæ ad sinum anguli refractionis, uti est functio quæpiam litterarum  $p$  et  $x$  ad functionem similem litterarum  $q$  et  $x$ .

§. XXXIII. Denotet  $\phi. px$  hanc litterarum  $p$  et  $x$  functionem, qua refrangibilitas determinatur, sitque  $\phi. qx$  similis functio litterarum  $q$  et  $x$ ; atque  $\phi. rx$  litterarum  $r$  et  $x$ . Tum pari modo pro radiis violaceis sint  $\phi. py$ ,  $\phi. qy$  et  $\phi. ry$  similes functiones litterarum  $p$  et  $y$ ,  $q$  et  $y$ , atque  $r$  et  $y$ . Jam

pro

pro radiis rubris  
 ex aere in vitrum intransibus  
 ex aere in aquam intransibus  
 pro radiis violaceis  
 ex aere in vitrum intransibus  
 ex aere in aquam intransibus

Sin. incid. ad sin. refract.

ut 1 :  $m$

ut 1 :  $\mu$

ut 1 :  $n$

ut 1 :  $\nu$

eritque refractiones has per functiones exprimendo

$$1 : m = \phi \cdot px : \phi \cdot qx \quad | \quad 1 : \mu = \phi \cdot px : \phi \cdot rx \quad \text{unde habemus:}$$

$$1 : n = \phi \cdot qy : \phi \cdot qy \quad | \quad 1 : \nu = \phi \cdot qy : \phi \cdot ry$$

$$m = \frac{\phi \cdot qx}{\phi \cdot px}; \quad n = \frac{\phi \cdot qy}{\phi \cdot py}; \quad \mu = \frac{\phi \cdot rx}{\phi \cdot px}; \quad \nu = \frac{\phi \cdot ry}{\phi \cdot py}$$

§. XXXIV. Per experimenta autem, quibus diversa radiorum refrangibilitas ex aere in vitrum est investigata, compertum est esse  $m = \frac{50}{77}$ , et  $n = \frac{50}{78}$  ita ut sit  $m : n = 78 : 77$ . Quanta autem pro radiis ex aere in aquam aliudve medium ingredientibus sit differentia inter litteras  $\mu$  et  $\nu$ , ex indole functionis  $\phi$  definiri debet, quæ etiamsi sit ignota, tamen hinc ostendere licet, non esse  $\mu : \nu = m : n$ . Si enim esset  $\mu : \nu = m : n$  foret  $\phi \cdot rx : \phi \cdot ry = \phi \cdot qx : \phi \cdot qy$ , ideoque foret etiam  $\phi \cdot px : \phi \cdot py = \phi \cdot qx : \phi \cdot qy = \phi \cdot rx :$

$\phi \cdot ry$ : hinc autem sequeretur fore  $\frac{\phi \cdot qy}{\phi \cdot py} = \frac{\phi \cdot qx}{\phi \cdot px}$  ac per conse-

quens  $n = m$ . Quare cum non sit  $n = m$ , manifestum est fieri non posse ut, sit  $m : n = \mu : \nu$ ; sicque cum sit  $m : n = 78 : 77$ , pro radiis ex aere in aquam ingredientibus, non erit  $\mu : \nu = 78 : 77$ ; quæ ratio etiam in nullo alio transitu radiorum ex aere in aliud medium quodcunque locum habere potest.

§. XXXV. Ex data autem differentia litterarum  $m$  et  $n$ , quæ ad transitum radiorum ex aere in vitrum pertinet, definire posse videtur differentia inter litteras  $\mu$  et  $\nu$ , quæ transitum radiorum ex aere in aquam aliudve medium diaphanum spectant, si ratio



tio quædam physica in subsidium vocetur. Concipiatur nempe medium quoddam A, cujus densitas quam minime superet densitatem aeris, sitque ratio refractionis radiorum rubrorum ex aere in hoc medium intrantium  $\equiv 1 : M$ , radiorum violaceorum vero  $\equiv 1 : N$ . Tum concipiantur alia media diaphana  $A^2, A^3, A^4, A^5, \&c.$  quorum densitates ita ordine crescant, ut radiorum ex quolibet medio in proxime sequens eadem sit refractionis, quæ ex aere in medium primum A. Scilicet sit

Ratio refractionis	- -	radiorum rubrorum	radiorum violaceorum
ex aere in medium	A	1 : M	1 : N
ex medio A in medium	$A^2$	1 : M	1 : N
ex medio $A^2$ in medium	$A^3$	1 : M	1 : N
ex medio $A^3$ in medium	$A^4$	1 : M	1 : N
&c.			

§. XXXVI. His positis manifestum est, si radii ex aere immediate ingrediantur in medium  $A^2$ , fore rationem refractionis pro rubris  $\equiv 1 : M^2$ , et pro violaceis  $\equiv 1 : N^2$ : simili modo si radii ex aere immediate transeant in medium  $A^3$ , erit ratio refractionis radiorum rubrorum  $\equiv 1 : M^3$ , et violaceorum  $\equiv 1 : N^3$ . Generatim ergo si medium quoddam concipiatur signo  $A^z$  respondens, in quod radii ex aere penetrent, erit ratio refractionis radiorum rubrorum  $\equiv 1 : M^z$  et radiorum violaceorum  $\equiv 1 : N^z$ . Quoniam igitur exponens  $z$  omnes omnino numeros complectitur, medium  $A^z$  ad omnia plane diaphana media representanda erit aptum. Quare si  $A^z$  sumatur ad vitrum exhibendum, erit  $M^z \equiv m$  et  $N^z \equiv n$ , ideoque logarithmis sumendis  $z \log M \equiv \log m$  et  $z \log N \equiv \log n$ , ita ut sit  $zm : zn \equiv z \log M : z \log N$ .

§. XXXVII. Simili modo si aliud concipiatur medium  $A^y$ , quod ratione refractionis cum aqua conveniat, erit radiorum rubrorum ex aere in hoc medium ingredientium ratio refractionis  $\equiv 1 :$



$\equiv 1: M^v$  et radorum violaceorum  $\equiv 1: N^v$ , ita ut jam sit  $\mu \equiv M^v$  et  $v \equiv N^v$ , ideoque  $l\mu: lv \equiv 1M: 1N$ . Unde patet si in transitu ex aere in aquam aliudve medium diaphanum sit ratio refractionis radorum rubrorum  $\equiv 1: \mu$  et radorum violaceorum  $\equiv 1: v$ , fore semper  $l\mu: lv \equiv 1m: 1n$ , quæ est eadem proprietas, quam supra hypothesis tertia suppeditaverat; sicque hæc hypothesis præ reliquis omnibus veritati consentanea videtur. Ex quo sequitur, si  $v$  sit velocitas unci pulsus per medium quoddam diaphanum, atque  $\phi$  exprimat pulsuum, qui radium lucis constituunt, frequentiam, vel functionem ejus quampiam, fore celeritatem hujus radii per istud medium  $\equiv v^{1+\phi}$ : simul vero hinc est concludendum in radiis rubris minimam inesse pulsuum frequentiam, in violaceis vero maximam, propterea quod illi minime, hi vero maxime refringuntur.

§. XXXVIII. Si ratio refractionis ex aere in medium quoddam diaphanum C sit pro radiis rubris  $\equiv 1: \mu$  et pro radiis violaceis  $\equiv 1: v$ ; tum vero aliud medium diaphanum habeatur D, in quod radorum ex aere incidentium sit ratio refractionis pro rubris  $\equiv 1: m$  et pro violaceis  $\equiv 1: n$ , erit  $l\mu: lv \equiv 1m: 1n$ . Transeant jam radii ex medio C in medium D erit ratio refractionis radorum rubrorum  $\equiv \mu: m$  et radorum violaceorum  $\equiv v: n$ , atque logarithmus illius rationis erit ad logarithmum hujus rationis, ut  $l \frac{\mu}{m}$  ad  $l \frac{v}{n}$  hoc est ut  $l\mu - 1m$  ad  $lv - 1n$ , quæ ratio redit ad hanc  $1m: 1n$ , sicque in transitu radorum ex medio quocunque diaphano in aliud quodcunque, semper erit logarith. rationis refractionis radorum rubrorum ad logar. rationis refractionis violaceorum in ratione constante.

§. XXXIX. Haec autem ratio constans, cum sit  $m \equiv \frac{50}{77}$  et  $n \equiv \frac{50}{78}$ , erit  $\equiv l \frac{50}{77}$  ad  $l \frac{50}{78}$ , et quia eorundem numerorum



logarithmi eandem inter se tenent rationem, quicumque valor sub-  
tangenti logarithmicæ tribuatur, fumendis logarithmis vulgari-  
bus erit hæc ratio constans  $\equiv 1875207 : 1931246$  seu proxime  
ut 33 ad 34. Quodsi ergo radii ex medio quocunque in aliud  
medium quodcunque ingrediantur, erit semper log. rationis refra-  
ctionis radorum rubrorum, ad log. rationis refractionis radio-  
rum violaceorum ut 33 ad 34. Hinc si ratio refractionis radio-  
rum rubrorum per experimenta fuerit explorata, quæ sit ut 1 ad  
 $\mathcal{M}$ , ex ea facile ratio refractionis radorum violaceorum, quæ sit ut  
1 ad  $\mathcal{N}$ , definietur, cum enim sit  $1 \frac{1}{\mathcal{M}} : 1 \frac{1}{\mathcal{N}}$  seu  $1\mathcal{M} : 1\mathcal{N} = 33 :$   
 $34$  erit  $1\mathcal{N} = \frac{34}{33} 1\mathcal{M}$ , ideoque  $\mathcal{N} = \mathcal{M}^{34:33} = \mathcal{M}^{1 + \frac{1}{33}}$ .

§. XL. Sit ut supra (26)  $x$  frequentia pulsuum radorum  
rubrorum,  $y$  frequentia violaceorum, et  $X, Y$  functiones illæ harum  
quantitatum, quarum ratio in definienda celeritate radorum ha-  
beri debet. Sit præterea  $p$  celeritas unici pulsus in medio priori,  
et  $q$  celeritas unici pulsus in posteriori, eritque ratio refractionis  
radorum rubrorum  $\equiv p \frac{1+X}{1+Y} : q \frac{1+X}{1+Y}$ , et violaceorum  $\equiv$   
 $p \frac{1+Y}{1+Y} : q \frac{1+Y}{1+Y}$  : hinc logarithmi harum rationum inter se erunt ut  
33 ad 34, seu erit  $1+X : 1+Y = 33 : 34$ . Si igitur daretur  
numerus  $X$ , ex eo definiri posset numerus  $Y$ : vel etiam si ratio nu-  
merorum  $X$  &  $Y$  innotesceret, inde uterque assignari posset. Sed  
quia hic nos Theoria deserit, nihil amplius hinc concludere  
licet, etiamsi hæc hypothesis veritati maxime  
consentanea videatur.