

www.e-rara.ch

Ebene Trigonometrie mit Anwendungen und Beyträgen zur Geschichte derselben

**Pfleiderer, Christoph Friedrich von
Bohnenberger, Johann G. F.**

Tübingen, 1802

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 21262

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-56711>

Inhaltsverzeichnis

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

I n h a l t s a n z e i g e.

	S.	S.
Ebene Trigonometrie.	1—107.	1—213.
Zweck der ebenen Trigonometrie.	1.	1. f.
Vorbereitung zur Erreichung dieses Zwecks.	2—17.	2—56.
Grundlage der trigonometrischen Calculs.	2. ff.	2. ff.
Chordentafeln und ihr Gebrauch	7. ff.	7. ff.
Ptolemäische Chordentafel	8. 16.	9. 20.
Sinus (schlechtweg, oder Sinus recti, im Gegensatz von versi,) und ihr Gebrauch	10. ff.	11. ff.
Einführung der Sinus in den trigonometrischen Calcul, statt der Chordentafeln; und Vortheile dieser Aenderung	14.	14. ff.
Sinus stumpfer Winkel, des rechten Winkels, Sinus totus	14. ff.	19. f.
Sinustafeln und ihre Vervollkommnung durch Peurbach, Regiomontan u. s. w.	16.	20. ff.
Logarithmen; verschiedne Arten derselben; ihr Gebrauch	17.	38. ff.
Tafeln der Logarithmen der natürlichen Zahlen	17.	45. ff.
Berechnung der ebenen Dreyecke aus den S. 1. angegebenen Bestimmungsstücken.	18—107.	56—213.
Erster Hauptfall:		
Wenn eine Seite und zwey Winkel des Dreyecks gegeben sind.	18—23.	56—64.

	S.	S.
Zweyter Hauptfall:		
Wenn zwey Seiten des Dreyecks gegeben sind, und ein Winkel, welcher einer der gegebenen Seiten gegenüber liegt.	24—28.	64—72.
Dritter Hauptfall:		
Wenn die drey Seiten des Dreyecks gegeben sind.	29—58.	72—124.
Besondere Fälle desselben:		
I. Wenn die drey Seiten gleich sind	29.	72. f.
II. Wenn zwey der gegebenen Seiten gleich sind	30. ff.	73. ff.
Hiebey Cosinus spizer Winkel	31.	73. f.
Anwendung auf den besondern Fall des zweyten Hauptfalls: wenn die zwey gegebene Seiten wenig von einander unterschieden sind, und der gegebene einer derselben gegenüberliegende Winkel ein rechter ist	33.	76. ff.
III. Wenn die drey Seiten ungleich sind.	34—58.	78—124.
1 ^{te} Auflösungsart mittelst der Sätze Cl. I. 47. II. 12. 13. und ihrer Conversen	34—37.	78—89.
2 ^{te} Berechnungsart, besonders der spizen Winkel des Dreyecks, bloß mittelst Cl. II. 13. oder eines aus Cl. III. 36. IV. 16. folgenden Satzes	38. f.	89—95.
3 ^o Allgemeiner Ausdruck der Cosinus der spizen Winkel eines ungleichseitigen Dreyecks durch seine drey Seiten	40.	95.
Beurtheilung nach dieser Regel: ob der Winkel, auf dessen Berechnung sie angewendet wird, spiz sey, oder nicht?	41.	95. f.

	S.	S.
Anzeige derselben, und Bedeutung von Cosinus, wenn dieser Winkel ein rechter ist	41.	95.
Negatives Resultat der Formel für einen stumpfen Winkel; Bedeutung und Bezeichnung der Cosinus stumpfer Winkel	42. ff.	96. ff.
Allgemeine gegenseitige Beziehung des Sinus und Cosinus eines Winkels	43.	101.
Ursprung der Benennung Cosinus	31. 43.	73. f. 101.
Anderer Benennung desselben	43.	101. ff.
Allgemeine Gültigkeit des Ausdrucks S. 40. für die Cosinus der Winkel eines ungleichseitigen Dreyecks, dessen drey Seiten gegeben sind	45.	104.
Zwey zur Berechnung in gewissen Fällen bequemere Umgestaltungen desselben	46. f.	104. ff.
4 ^o . Andere Berechnungsart der Fläche und der Sinus der Winkel eines ungleichseitigen Dreyecks aus seinen drey Seiten	48. f. 56.	108. ff. 118. f.
Allgemeine Ausdrücke der Fläche, Höhen, Sinus der Winkel eines solchen Dreyecks durch seine Seiten	50—54.	111—115.
5 ^o . Regeln für Berechnung der Sinus und Cosinus der Hälfte der Winkel eines ungleichseitigen Dreyecks aus seinen Seiten	55. f.	115—121.
Allgemeine Ausdrücke des Sinus und des Cosinus der Hälfte eines Winkels durch den Cosinus des ganzen Winkels	57.	121. ff.
Zurückführung der Regeln S. 55. auf die Formel S. 45.	58.	123. f.

	S.	S.
Vierter Hauptfall:		
Wenn zwey Seiten eines Dreyecks und der Winkel dazwischen gegeben sind	59—104.	124—208.
I, Wenn die gegebene Seiten gleich sind; und der gegebene Zwischenwinkel		
A. ein rechter;	59.	124.
B. ein schiefer Winkel ist.	60.	124. f.
II. Wenn die gegebene Seiten ungleich sind: der gegebene Zwischenwinkel aber wieder		
A. ein rechter ist.	61—74.	126—169.
1 ^{te} Auflösungsart mittelst I. 47. und der allgemeinen Regel S. 10. 13.	61.	126. f.
Unbequemlichkeit dieser Methode in Beziehung auf die Berechnung der Winkel; und dadurch veranlaßte Einführung der Tangenten in den trigonometrischen Calcul	62.	127. ff.
Tangenten spizer Winkel; Tafeln derselben	62. f.	128. ff.
2 ^{te} Darauf gegründete Auflösungsart eines ungleichseitigen rechtwinklichten Dreyecks, dessen zwey Seiten um den rechten Winkel gegeben sind	64. 68. 74.	137. 139. 166. ff.
Cotangenten spizer Winkel	64.	137. f.
Gegenseitige Verhältnisse der Tangenten, Cotangenten, Sinus, Cosinus spizer Winkel	65. ff.	138. f.
Unbequemlichkeit beyder vorhergehenden Berechnungsarten der Hypotenuse in gewissen Fällen; und dadurch veranlaßte Einführung der		

	S.	S.
Secanten und Cossecanten in den trigonometrischen Calcul	69.	139. ff.
Secanten u. Cossecanten spizer Winkel	69. f. 72.	139. ff. 159. ff.
Gegenseitige Verhältnisse der Secanten und Cosinus, Cossecanten und Sinus	72.	159. ff.
Secantentafeln	69.	141. ff.
3 ^{te} Art mittelst derselben des Dreyecks Hypotenuse zu berechnen	69. 74.	140. 167. ff.
Vollständige Tafeln der Sinus, Tangenten, Secanten, und ihrer Logarithmen	71.	147. ff.
Ursprung und Grund der Benennungen Sinus, Tangenten, Secanten	14. 71.	16. ff. 156. ff.
Zusammenstellung der trigonometrischen Verhältnisse der Hypotenuse eines rechtwinklichten Dreyecks zu den Seiten um den rechten Winkel, so wie dieser unter einander	73.	164. ff.
B. Wenn der gegebene Winkel zwischen den zwey gegebenen ungleichen Seiten schief ist.	75—104.	169—208.
1 ^{te} Art des Dreyecks Fläche, dritte Seite, und die Sinus der übrigen Winkel zu berechnen; nebst allgemeinen Ausdrücken derselben durch die gegebenen Stücke	75. ff. 79.	169. ff. 173. ff.
2 ^o Zurückführung der Berechnung der Winkel und der dritten Seite auf den vorigen Fall A.	78. f.	172. f.
3 ^o Reduction der Berechnung der übrigen zwey Winkel auf die ihres halben Unterschieds; oder auf die der Summe des kleineren und der Hälfte des gegebenen:		
a) wann die zwey Seiten selbst;	80. ff. 91.	177. ff. 190. ff.
b) wenn die Logarithmen derselben unmittelbar gegeben sind:	84. f.	184. f.
Und alsdenn Berechnung der dritten Seite nach der allgemeinen Regel	86. 91.	186. 191. f.
S. 10. 13.		
4 ^o Zweyte Art des Dreyecks dritte Seite unabhängig von seinen gesuchten Winkeln, mittelst eines Hülfswinkels, zu berechnen	87. 91.	186. ff. 191. ff.
5 ^o Noch zwey Arten diese dritte Seite		

	S.	S.
unabhängig von den gesuchten Winkeln zu berechnen; und zwey allgemeine Ausdrücke derselben durch die gegebenen Stücke	88. 91.	188. 191. ff.
6°. Allgemeine Ausdrücke der Tangente und Cotangente des gesuchten kleineren Winkels durch die gegebene Stücke. Tangenten und Secanten rechter und stumpfer Winkel	89. f. 91.	189. f. 191. ff.
Derselben Cotangenten und Cosecanten Ausdehnung der S. 65. 66. 67. 72. angegebenen Verhältnisse auf Tangenten, Cotangenten, Sinus, Cosinus, Secanten und Cosecanten stumpfer Winkel	92. f. 94.	194. ff. 197. ff.
Zusammenziehung der Ausdrücke der Cotangente des gesuchten kleineren Winkels S. 90. in einen auf beyde Fälle, (wenn nämlich der gegebene Winkel spiz od. stumpf ist) passenden Ausdehnung sowohl dieses Ausdrucks, als des für die Tangente desselben Winkels S. 89, auf den Fall A, wenn der gegebene Winkel ein rechter ist	95. f. 97. 98.	199. 199. f. 200.
Anwendung beyder Ausdrücke, nämlich des der Tangente S. 89. und des der Cotangente S. 97. auf den gesuchten größern Winkel; und Unterscheidung der Fälle, in welchen dieser Winkel spiz, stumpf, oder ein rechter wird	99—103.	200—207.
Abkürzung der Berechnung der dritten Seite in dem lezten Fall	104.	207. f.
Anwendung der Tangenten und Secanten bey den ersten drey Hauptfällen	105 — 107.	208—213.
1°. Anwendung auf die Berechnung eines rechtwinklichten Dreyecks, dessen eine Seite um den rechten Winkel und ein spizer Winkel gegeben sind	105.	208.
2°. Allgemeine Ausdrücke der Höhe, Fläche, und übrigen zwey Seiten eines Dreyecks, dessen eine Seite und die zwey anliegende Winkel, oder ein anliegender und der gegenüberstehende Winkel gegeben sind	105.	208. ff.

	S.	S.
3 ^o . Allgemeine Ausdrücke der dritten Seite eines Dreyecks, dessen zwey Seiten und der Gegenwinkel der einen gegeben sind; so wie der Cotangente des Gegenwinkels der andern, und des Sinus des Zwischenwinkels der gegebenen Seiten	106.	210. ff.
4 ^o . Bestimmung der Tangenten der halben Winkel eines ungleichseitigen Dreyecks, dessen drey Seiten gegeben sind	107.	212. f.
Anwendung der ebenen Trigonometrie auf zusammengesetzte trigonometrische Aufgaben.	108 — 124.	213 — 331.
1. Berechnung des Abstands der Spitzen zwey auf der nämlichen Grundlinie stehender Dreyecke; deren gemeinschaftliche Grundlinie, und die Winkel an derselben gegeben sind.		
Oder Berechnung eines Vierecks: dessen		
a) eine Seite gegeben ist, samt den Winkeln, welche die zwey daran liegende Seiten des Vierecks und seine Diagonalen mit der gegebenen Seite machen;		
β) eine Diagonale gegeben ist, samt den Winkeln, welche die Seiten des Vierecks mit derselben machen	108.	213 — 221.
2. Umgekehrt, aus der gegebenen Entfernung der Spitzen zwey auf der nämlichen Grundlinie stehender Dreyecke, und den gegebenen Winkeln, welche die Seiten der Dreyecke mit ihrer gemeinschaftlichen Grundlinie machen, diese berechnen.		
Oder ein Viereck berechnen: dessen		
a) eine Seite gegeben ist, samt den Winkeln an der gegenüberliegenden Seite, welche die andere zwey Seiten und seine Diagonalen mit dieser Gegenseite machen;		
β) eine Diagonale gegeben ist, samt den Winkeln, welche die Seiten des Vierecks mit der andern Diagonale desselben machen	109.	221 — 226.
3. Berechnung von Vierecken aus ihren		

	S.	S.
Seiten und den Winkeln derselben : wenn gegeben sind		
α) die vier Seiten und ein Winkel	110.	227—229.
β) drey Winkel und zwey aneinander liegende Seiten	111.	230—234.
γ) drey Winkel und zwey einander ge- genüber stehende Seiten	112. f.	234—241.
δ) drey Seiten und derselben Zwischen- winkel	114. f.	241—252.
α) drey Seiten und die zwey an der vierten Seite liegende Winkel	116.	252—262.
β) drey Seiten und zwey Winkel, ei- ner zwischen zwey gegebenen Sei- ten, der andere an der vierten Sei- te; und zwar		
a) beyde an einer gegebenen Seite liegend	117.	262—267.
b) einer dem andern gegenüberlie- gend	118.	267—273.
4. Konstruktion und Berechnung eines Vierecks, dessen zwey anliegende Sei- ten und ihr Zwischenwinkel, oder die ihre Endpunkten verbindende Diago- nale, gegeben sind, samt den Winkeln, welche die andere Diagonale mit den zwey andern Seiten des Vierecks macht.		
Der Auflösung der Aufgabe: die Lage eines Orts aus den in demselben beob- achteten scheinbaren Entfernungen drey der Lage nach gegebener Dertter bestimmen	119. f.	273—302.
5. Berechnung eines Fünfecks aus seinen Winkeln und drey an einander liegen- den Seiten; und Theilung des Fünf- ecks in zwey gleiche Theile durch eine aus der Spitze eines Winkels der Fi- gur gezogene gerade Linie	121.	302—311.
Anweisung zur Berechnung zwey an- einander liegender Seiten und des Inhalts eines jeden Vierecks, dessen übrige Seiten und die Winkel gege- ben sind	121.	309.
6. Berechnung eines Fünfecks aus vier aneinander liegenden Seiten und ih- rendrey Zwischenwinkeln; und Thei-		

	S.	E.
lung des Fünfecks in zwey den Abschnitten einer in einem auf ihr gegebenen Punkt getheilten Seite desselben proportionale Theile durch eine aus jenem Punkt gezogene gerade Linie	122.	312—317.
Bemerkung über die Berechnung eines jeden Vielecks, dessen Seiten, eine ausgenommen, gegeben sind, samt den Zwischenwinkeln der gegebenen Seiten	122.	313.
7. Berechnung eines Sechsecks aus einer Seite desselben und den Winkeln, welche die aus den Endpunkten der gegebenen Seite gezogene Diagonalen und die zwey anliegende Seiten der Figur mit der gegebenen machen; und Theilung des Sechsecks in drey ein gegebenes Verhältniß zu einander habende Theile durch gerade Linien, die aus einem innerhalb der Figur gegebenen Punkt gezogen werden	123.	317—324.
Bemerkungen über das Aufnehmen einer geradlinichten Figur aus einer Standlinie: diese mag entweder, wie in dem vorgelegten Fall des Sechsecks, eine Seite der Figur seyn; oder aufferhalb, oder innerhalb, oder theils innerhalb, theils aufferhalb der Figur liegen	123.	324. f.
Auflösung der vorhergehenden Aufgabe: wenn statt der Seite des Sechsecks, an deren Endpunkten die Spitzen der gegebenen Winkel liegen, eine der übrigen ihr nicht anliegenden Seiten der Figur gegeben wäre	123.	325.
8. In einer Reihe dergestalt an einander hängender Dreyeke, daß jedes mit dem darauf folgenden eine Seite gemein hat, sind in dem ersten eine Seite und die Winkel, in allen übrigen aber die Winkel gegeben; und durch eine Spitze eines dieser Dreyeke ist eine gerade Linie unter einem gegebenen Winkel mit einer Seite dieses Dreyecks gezogen; man soll die Seiten dieser Dreyeke, die von ihren Spitzen auf die gezogene ge-		

	S.	S.
rade Linie gefällte Perpendikel, und die Abschnitte dieser Linie berechnen, welche zwischen ihren Anfangspunkt und jedes der auf sie gefällten Perpendikel fallen	124.	325—331.
Beiträge zur Geschichte der Auflösung der ebenen Dreyecke		
Verfahren von	125—194.	332—
Ptolemäus	125.	332—335.
Albatenius	126.	335. ff.
Geber	127.	337—340.
Campanus	128.	340.
Regiomontanus	129—139.	340—349.
Copernicus	140—145.	349—352.
Erste ausdrückliche Aufstellung des Sazes S. 10. 13. und verschiedene Beweise desselben	138.	347. ff.
Auslösung ungleichseitiger rechtwinkliger Dreyecke, deren zwey Seiten um den rechten Winkel, oder eine derselben und ein spitzer Winkel gegeben sind, mittelst der Tangenten und Secanten Tafeln	146.	352.
Anwendung der Tangenten zur Berechnung der übrigen zwey Winkel ungleichschenkliger Dreyecke, deren Schenkel und schiefer Zwischenschenkel gegeben sind:	147—161.	353—373.
Namentlich Geschichte der Methode S. 80—83. 85.	{ 147—153.	{ 353—363.
Erste Aufstellung der Regel S. 90. 97. 99. ff.	{ 155—158.	{ 364—367.
Geschichte der Methode 84. f.	154.	363. f.
Berechnung der Winkel eines nicht gleichseitigen Dreyecks, dessen drey Seiten gegeben sind, unabhängig von dessen Höhe, wie in S. 30. f. 38.	159. ff.	367—373.
Ausdruck des Cosinus der Winkel eines ungleichseitigen Dreyecks durch die drey Seiten desselben	162.	373.
Geschichte der Methode S. 48. ff. den Inhalt eines Dreyecks aus seinen drey Seiten zu berechnen	163.	373. f.
Geschichte der Methoden S. 53—58. 107. die Winkel eines Dreyecks aus seinen drey Seiten zu berechnen	164—175.	374—394.
	176—184.	394 —

	S.	S.
Berechnung der übrigen Winkel in Dreyecken, deren zwey Seiten und ein schiefer Zwischenwinkel gegeben sind, nach S. 77. 89. f. 97. ff.	185.	403. f.
Für eben diesen Fall Berechnung der dritten Seite nach S. 76. 87. f.	186 — 190.	404 — 406.
Höhe und Fläche eines Dreyecks, dessen Grundlinie und die zwey Winkel an derselben gegeben sind	191.	406.
Geschichte der Methoden, in einem Dreyeck, dessen zwey Seiten und der Gegenwinkel der einen gegeben sind, die dritte Seite nach S. 106;	192.	406.
Den Zwischenwinkel überhaupt nach S. 106;	193.	407. f.
und besonders in einem rechtwinklichten Dreyeck, dessen gegebene Hypotenuse und Cathetus wenig von einander verschieden sind, nach S. 33. zu berechnen	194.	409. f.
Z u s ä t z e.		
Einige polygonometrische Sätze, als Zusätze zu S. 121. 122.	195 — 204.	410 — 418.
Zu S. 16. Note e. S. 23.	}	418 — 424.
Zu S. 16. Note h. S. 36. f.		
Zu S. 16. Note i. S. 37.		
Zu S. 69. Note e. S. 141. ff.		
Zu S. 71. Note a. S. 151.		
Zu S. 71. Note a. S. 156.		