

www.e-rara.ch

Lehrbuch der Mathematik

Die Arithmetik, Algebra und allgemeine Grössenlehre - für Gymnasien und höhere Lehranstalten

Götz, Jacob Albrecht Rodrigo

Zerbst, 1842

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 21607: 1

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-59765>

Neuntes Kapitel.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

§. 134. Lehrsat.

Wenn man in 2 oder mehreren geometrischen Proportionen die ersten, zweiten, dritten und vierten Glieder mit einander multiplicirt, so erhält man wiederum eine richtige geometrische Proportion.

Ist nämlich: $\left\{ \begin{array}{l} a:b = c:d \\ e:f = g:h \end{array} \right\};$

so folgt 1) $(a.e):(b.f) = (c.g):(d.h);$

und ist: $\left\{ \begin{array}{l} m:n = o:p \\ q:r = s:u \\ x:y = v:w \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$

so erhält man 2) $(m.q.x\dots):(n.r.y\dots) = (o.s.v\dots):(p.u.w\dots).$

Beweis. Er ergibt sich aus §. 78. No. 2. und §. 88. No. 2.

Neuntes Kapitel.

Von den allgemeineren Ungleichungen.

§. 135. Erklärung.

Das Zeichen:

$$a > b$$

heißt eine allgemeinere Ungleichung, wenn a und b reelle Ausdrücke sind. Man versteht aber unter $a > b$, daß eine positive ganze oder gebrochene Zahl x existirt, welche, zu b addirt, den Ausdruck a erzeugt.

Anmerkung. Man wird leicht einsehen, daß die im §. 9. vorkommende Ungleichung nur als ein besonderer Fall der in diesem §. erklärten sich zeigt.

§. 136. Zusatz.

Aus vorigem §. ergibt sich:

- 1) Ist $a > b$, so folgt $a = b + x$, wenn a und b reelle Zahlen sind
- 2) Ist $a = b + x$, so folgt $a > b$ und x ein positiver Ausdruck ist.

§. 137. Lehrsat.

Jede positive Zahl $+a$ ist größer als 0.

Beweis. Es ist $+a = 0 + a$, nach §. 30;

und deshalb $+a > 0$, nach §. 136. No. 2.

§. 138. Lehrsat.

Jede negative Zahl $-a$ ist kleiner als 0.

Beweis. Es ist $0 = (-a) + (+a)$, nach §. 36;

und daher $0 > -a$,

oder $-a < 0$.

§. 139. Zusatz.

Aus §. 137. und 138. ergibt sich, daß jede positive Zahl größer als jede negative sein muß.

§. 140. Lehrsatz.

Jede negative Zahl ist desto größer, je kleiner ihr Glied sich zeigt.
Es ist demgemäß $-a > -b$, wenn $a < b$ ist.

Beweis. Es ist $-a = (-b) + (+x)$, nach §. 35. No. 2;

und daher $-a > -b$.

§. 141. Lehrsatz.

Ist eine reelle Zahl größer als eine von zwei gleichen reellen Zahlen, so ist sie auch größer als die andere.

Ist nämlich $a > b$ und $b = c$, so folgt $a > c$, wenn a , b , und c reelle Ausdrücke sind.

Beweis. Es ist $a = b + x$, nach §. 136. No. 1.,

$b + x = c + x$, nach §. 17. No. 7.;

und deshalb $a = c + x$, nach §. 17. No. 2.,

oder $a > c$, weil x ein positiver Ausdruck ist.

§. 142. Lehrsatz.

Ist eine von 2 gleichen reellen Zahlen größer als eine dritte, so ist die andere ebenfalls größer als die dritte.

Ist nämlich $a > c$ und $a = b$, so ergibt sich $b > c$, wenn a , c und b reelle Ausdrücke sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = c + x \\ a = b \end{cases}$;

und also auch $b = c + x$,

oder $b > c$.

§. 143. Lehrsatz.

Ist eine reelle Zahl größer als die größte von 2 ungleichen reellen Zahlen, so ist sie auch größer als die kleinste.

Ist nämlich $a > b$ und $b > c$, so erhält man $a > c$, wenn a , b und c reelle Zahlen sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ b = c + y \end{cases}$;

also $a = (c + y) + x$, nach §. 17. No. 7. u. No. 2.,

oder $a = c + (y + x)$, nach §. 17. No. 5.,

oder $a > c$, weil $y + x^*)$ eine positive Zahl darstellt.

*) Nach der Anmerkung des §. 33.

§. 144. Lehrsatz.

Gleiches zu Ungleichem addirt giebt ungleiche Summen und zwar da die größere, wo der größere ungleiche Summand sich befindet.

Ist nämlich $a > b$ und $c = d$, so ergiebt sich $a + c > b + d$, wenn a, b, c und d reelle Zahlen sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ c = d \end{cases}$;
also $a + c = (b + d) + x$, nach §. 17. No. 7. u. No. 5.,
oder $a + c > b + d$.

§. 145. Zusatz.

Aus vorigem §. geht hervor, daß auch Ungleiches zu Gleichem addirt, ungleiche Summen, und zwar da die größere giebt, wo der größere ungleiche Summand sich befindet.

Ist nämlich $a = b$ und $c > d$, so folgt $a + c > b + d$, wenn a, b, c und d reelle Ausdrücke sind.

§. 146. Lehrsatz.

Ungleiches zu Ungleichem addirt giebt ungleiche Summen, und zwar da die größere, wo die beiden größern ungleichen Summanden sich befinden.

Ist nämlich $a > b$ und $c > d$, so folgt $a + c > b + d$, wenn a, b, c und d reelle Ausdrücke sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ c = d + y \end{cases}$;
also $a + c = (b + d) + (x + y)$, nach §. 17. No. 8. u. No. 6.,
oder $a + c > b + d$, weil $x + y$ eine positive Zahl ist.

§. 147. Lehrsatz.

Ungleiches von Gleichem subtrahirt giebt ungleiche Differenzen und zwar da die größere, wo der kleinere ungleiche Subtrahend sich befindet.

Ist nämlich $a = b$ und $c > d$, so folgt $a - d > b - c$, wenn a, b, c und d reelle Zahlen sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b \\ d + x = c \end{cases}$;
und deshalb $(a - d) - x = b - c$, nach §. 17. No. 14. u. §. 20.,
oder $a - d = (b - c) + x$, nach §. 17. No. 7. u. No. 9.,
oder $a - d > b - c$.

§. 148. Lehrsatz.

Gleiches von Ungleichem subtrahirt giebt ungleiche Differenzen und zwar da die größere, wo der größere ungleiche Minuend sich befindet.

Ist nämlich $a > b$ und $c = d$, so folgt $a - c > b - d$, wenn a, b, c und d reelle Ausdrücke sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ c = d \end{cases}$;

und deshalb $a - c = (b - d) + x$, nach §. 17. No. 14. u. §. 18.,
 oder $a - c > b - d$.

§. 149. Behrſaß.

Ungleiches von Ungleichem subtrahirt giebt ungleiche Differenzen, und zwar da die größere, wo der größere Minuend und kleinere Subtrahend sich befindet.

Ist nämlich $a > b$ und $c > d$, so erhält man $a - d > b - c$, wenn a, b, c und d reelle Ausdrücke sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ d + y = c \end{cases}$;

und deshalb $(a - d) - y = (b - c) + x$, nach §. 17. No. 14., §. 20. u. §. 18.
 oder $a - d = (b - c) + (x + y)$, nach §. 17. No. 7., No. 9. u. No. 5.
 oder $a - d > b - c$, weil $x + y$ ein positiver Ausdruck ist.

§. 150. Behrſaß.

Ungleiches mit positiv Gleichem multiplicirt giebt ungleiche Produkte und zwar da das größere, wo der größere ungleiche Multiplikand sich befindet.

Ist nämlich $a > b$ und $c = d$, so ergiebt sich $a \cdot c > b \cdot d$, wenn a und b reelle und c und d positive Zahlen sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ c = d \end{cases}$;

also $a \cdot c = b \cdot d + x \cdot d$, nach §. 78. No. 2. u. No. 3.,
 oder $a \cdot c > b \cdot d$, weil $x \cdot d$ ein positiver Ausdruck ist.

§. 151. Zuſaß.

Aus vorigem §. geht hervor, daß positiv Gleiches mit Ungleichem multiplicirt ungleiche Produkte, und zwar da das größere giebt, wo der größere ungleiche Multiplikator sich befindet.

Ist nämlich $a = b$ und $c > d$, so folgt $a \cdot c > b \cdot d$, wenn a und b positive und c und d reelle Ausdrücke sind.

§. 152. Behrſaß.

Positiv Ungleiches mit positiv Ungleichem multiplicirt giebt ungleiche Produkte, und zwar da das größere, wo die beiden größern ungleichen Faktoren sich befinden.

Ist nämlich $a > b$ und $c > d$, so folgt $a \cdot c > b \cdot d$, wenn a, b, c und d positive Ausdrücke sind.

*) Nach §. 105. Anmerkung 2.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ c = d + y \end{cases}$;

und deshalb $a \cdot c = b \cdot d + x \cdot d + b \cdot y + xy$, nach §. 78. No. 2. u. No. 10.,
 oder $a \cdot c > b \cdot d$, weil *) die Summe $x \cdot d + b \cdot y + x \cdot y$ ein positiver Ausdruck ist.

§. 153. Lehrsatz.

Ungleiches durch positiv Gleiches dividirt giebt ungleiche Quotienten, und zwar da den größern, wo der größere ungleiche Dividend sich befindet.

Ist nämlich $a > b$ und $c = d$, so erhält man $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$, wenn a und b reelle und c und d positive Zahlen sind.

Beweis. Es ist $\begin{cases} a = b + x \\ c = d \end{cases}$;

also $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} + \frac{x}{d}$, nach §. 78. No. 25. u. §. 92. No. 1.,

oder $\frac{a}{c} > \frac{b}{d}$, weil **) $\frac{x}{d}$ ein positiver Ausdruck ist.

§. 154. Lehrsatz.

Positiv Gleiches durch positiv Ungleiches dividirt giebt ungleiche Quotienten, und zwar da den größern, wo der kleinere ungleiche Divisor sich befindet.

Ist nämlich $a = b$ und $c > d$, so folgt $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$, wenn a, b, c und d positive Ausdrücke sind.

Beweis***). Wäre 1) $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$,

so folgte $\frac{a}{d} \cdot d < \frac{b}{c} \cdot c$, nach §. 151.

oder $a < b$, was der Voraussetzung widerspricht.

Wäre 2) $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$,

so folgte $\frac{a}{d} \cdot d < \frac{b}{c} \cdot c$, nach §. 152.,

oder $a < b$, was ebenfalls der Voraussetzung widerstreitet.

Da aber nun nicht $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$, und auch nicht $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$ sein kann, so muß $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$ sein.

*) Nach §. 105. Anmerkung 2., und §. 38. Anmerkung.

**) Nach §. 105. Anmerkung 1.

***). Man lese die zu §. 15. gehörige Note (**).

§. 155. Lehrsat.

Positiv Ungleiches durch positiv Ungleiches dividirt giebt ungleiche Quotienten und zwar da den größern, wo der größere Divident und kleinere Divisor sich befindet.

Ist nämlich $a > b$ und $c > d$, so erhält man $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$, wenn a, b, c und d positive Ausdrücke sind.

Beweis. Wäre 1) $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$,

so folgte $\frac{a}{d} \cdot d < \frac{b}{c} \cdot c$, nach §. 151.,

oder $a < b$, was der Voraussetzung widerspricht.

Wäre 2) $\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$,

so folgte $\frac{a}{d} \cdot d < \frac{b}{c} \cdot c$, nach §. 152.,

oder $a < b$, was ebenfalls der Voraussetzung widerspricht.

Es ist aber daherhalb $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$.

§. 156. Anhang.

Die wichtigsten Gleichungen und Ungleichungen zwischen Summen, Differenzen, Produkten und Quotienten sind bis jetzt:

- 1) $a = a, b = b$, u. s. w.;
- 2) Ist $a = b$ und $b = c$, so folgt $a = c$;
- 3) Ist $a = b = c = d$, so ergibt sich $a = d$;
- 4) $a + b = b + a$;
- 5) $\left\{ \begin{array}{l} (a+b)+c=(a+c)+b=(b+a)+c=(b+c)+a= \\ \quad = (c+a)+b=(c+b)+a, \\ \text{oder } a+b+c=a+c+b=b+a+c=b+c+a= \\ \quad = c+a+b=c+b+a \end{array} \right\}$;
- 6) $\left\{ \begin{array}{l} a+b+c+d+e+\dots=a+b+d+c+e+\dots \\ (a+b+c+d)+(e+f+g)=a+b+c+d+e+f+g \end{array} \right\}$;
- 7) Ist $a = b$, so folgt $a + m = b + m$;
- 8) Ist $a = b$ und $c = d$, so erhält man $a + c = b + d$;
- 9) $(a - b) + b = a$;
- 10) $(a + b) - b = a$;
- 11) $\left\{ \begin{array}{l} (a+b+c) - c = a+b, \\ (a+b+c+d) - (b+d) = a+c \end{array} \right\}$;
- 12) Ist $a = b$, so folgt $a - m = b - m$;
- 13) Ist $a = b$, so ergibt sich $m - a = m - b$;

- 14) Ist $a = b$ und $c = d$, so erhält man $a - c = b - d$;
- 15) Ist $a + m = b + m$, so folgt $a = b$;
- 16) $(a + b) - c = (a - c) + b = a + (b - c)$;
- 17) $(a + b + c) - d = (a - d) + b + c = a + (b - d) + c = a + b + (c - d)$;
- 18) $a - (b + c) = (a - b) - c = (a - c) - b$;
- 19) $a - (b + c + d) = [(a - b) - c] - d$;
- 20) $a - (b - c) = (a + c) - b$;
- 21) $(a - b) + (c - d) = (a + c) - (b + d)$;
- 22) $(a - b) + (c - d) + (e - f) = (a + c + e) - (b + d + f)$;
- 23) $(a - b) - (c - d) = (a + d) - (b + c)$;
- 24) $(a + m) - (b + m) = a - b$;
- 25) $(a - m) - (b - m) = a - b$;
- 26) $a - a = b - b = x - x$;
- 27) Ist $a = b$, so folgt $a \cdot m = b \cdot m$;
- 28) Ist $a = b$ und $c = d$, so ergibt sich $a \cdot c = b \cdot d$;
- 29) $ab = a + a + a + \dots b$ mal, wenn b eine ganze Zahl und > 1 ist;
- 30) $(a + b) \cdot m = am + bm$;
- 31) $(a + b + c) \cdot m = am + bm + cm$;
- 32) $(a + b + c + d + \dots) \cdot m = am + bm + cm + dm + \dots$;
- 33) $a \cdot (m + 1) = am + a$;
- 34) $a \cdot (m + n) = am + an$;
- 35) $a \cdot (m + n + v) = am + an + av$;
- 36) $a \cdot (m + n + v + w + \dots) = am + an + av + aw + \dots$;
- 37) $(a + b) \cdot (c + d) = ac + bc + ad + bd$;
- 38) $(a + b + c) \cdot (d + e + f) = ad + bd + cd + ae + be + ce + af + bf + cf$;
- 39) $(a + b + c + d + \dots) \cdot (e + f + g + \dots) = ae + be + ce + de + \dots$
 $+ af + bf + cf + df + \dots$
 $+ ag + bg + cg + dg + \dots$;
- 40) $(a - b) \cdot m = am - bm$;
- 41) $a \cdot (m - n) = am - an$;
- 42) $(a - b) \cdot (c - d) = (ac - bc) - (ad - bd) = (ac + bd) - (bc + ad)$;
- 43) $ab = ba$;
- 44) $(ab) \cdot c = (ac) \cdot b = (ba) \cdot c = (bc) \cdot a = (ca) \cdot b = (ch) \cdot a$;
- 45) $abcde \dots = edcba \dots$;
- 46) $(abcd) \cdot (efghi) = aebgcdhif$;
- 47) $\frac{a}{b} \cdot b = a^*$;

*) Man bemerke ein für allemal, daß (nach §. 78.) keiner der Divisoren gleich Null sein darf.

$$48) \frac{ab}{b} = a;$$

$$49) \frac{abc}{c} = ab;$$

$$50) \frac{abcd}{bd} = ac;$$

$$51) \text{ Ist } a = b, \text{ so folgt: } \left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{m} = \frac{b}{m} \\ \frac{m}{a} = \frac{m}{b} \end{array} \right\};$$

$$52) \text{ Ist } a = b \text{ und } c = d, \text{ so ergibt sich } \frac{a}{c} = \frac{b}{d};$$

$$53) \text{ Ist } a.m = b.m, \text{ so folgt } a = b, \text{ wenn } m \text{ nicht } 0 \text{ ist};$$

$$54) \frac{a.b}{c} = \frac{a}{c}.b = a.\frac{b}{c};$$

$$55) \frac{abc}{d} = \frac{a}{d}.b.c = a.\frac{b}{d}.c = a.b.\frac{c}{d};$$

$$56) a:(b.c) = (a:b):c = (a:c):b;$$

$$57) a:(b.c.d) = [(a:b):c]:d;$$

$$58) a:\left(\frac{b}{c}\right) = \frac{ac}{b};$$

$$59) a + \frac{b}{c} = \frac{ac+b}{c};$$

$$60) \frac{a}{b} + c = \frac{a+bc}{b};$$

$$61) a - \frac{b}{c} = \frac{ac-b}{c};$$

$$62) \frac{a}{b} - c = \frac{a-bc}{b};$$

$$63) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d};$$

$$64) \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} = \frac{a.c.e}{b.d.f};$$

$$65) \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a.d}{b.c} = \frac{a:c}{b:d};$$

$$66) \frac{a.m}{b.m} = \frac{a}{b};$$

$$67) \frac{m.a}{m.b} = \frac{a}{b};$$

$$68) \frac{a:m}{b:m} = \frac{a}{b};$$

$$69) \frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m};$$

$$70) \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m} = \frac{a+b+c}{m};$$

$$71) \frac{a}{m} + \frac{b}{m} + \frac{c}{m} + \frac{d}{m} + \dots = \frac{a+b+c+d+\dots}{m};$$

$$72) \frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m};$$

$$73) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd};$$

$$74) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{a.d.f+c.b.f+e.b.d}{b.d.f};$$

$$75) \frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} + \frac{g}{h} + \dots = \frac{a.d.f.h+\dots+c.b.f.h+\dots+e.b.d.f+\dots}{b.d.f.h+\dots};$$

$$76) \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a.d-c.b}{b.d};$$

$$77) \frac{Z}{N} = x + \frac{Z-x.N}{N};$$

$$78) \frac{a+b+c}{d+e+f} = h + \frac{(a+b+c)-h.(d+e+f)}{d+e+f};$$

$$79) \frac{a+b+c+\dots}{d+e+f+\dots} = h + \frac{(a+b+c+\dots)-h.(d+e+f+\dots)}{d+e+f+\dots} \\ = h + \frac{(a-hd)+(b-he)+(c-hf)+\dots}{d+e+f+\dots};$$

$$80) a+0 = a;$$

$$81) 0+0 = 0;$$

$$82) 0+0+0 = 0;$$

$$83) a-0 = a;$$

$$84) 0-0 = 0;$$

$$85) +a = 0+a = a;$$

$$86) -a = 0-a;$$

$$87) (+a) + (+b) = +(a+b);$$

$$88) (+a) + (+b) + (+c) = +(a+b+c);$$

$$89) (-a) + (-b) = -(a+b);$$

$$90) (-a) + (-b) + (-c) = -(a+b+c);$$

$$91) (+a) + (-b) = +(a-b);$$

$$92) (+a) + (-b) = -(b-a);$$

$$93) (+a) + (-a) = 0;$$

$$94) -(-a) = +a;$$

$$95) (+a) - (+b) = (+a) + (-b);$$

$$96) (+a) - (-b) = (+a) + (+b);$$

$$97) (-a) - (+b) = (-a) + (-b);$$

$$98) (-a) - (-b) = (-a) + (+b);$$

$$99) a.1 = a;$$

$$100) 1.1 = 1.1.1 = 1;$$

$$101) a.0 = 0.a = 0;$$

$$102) 0 \cdot 0 = 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0;$$

$$103) \frac{a}{a} = 1;$$

$$104) \frac{1}{1} = 1;$$

$$105) \frac{a}{1} = a;$$

$$106) \frac{0}{a} = 0;$$

$$107) (+a) \cdot (+b) = +(ab);$$

$$108) (-a) \cdot (-b) = +(ab);$$

$$109) (+a) \cdot (-b) = -ab;$$

$$110) (-a) \cdot (+b) = -ab;$$

$$111) (+a) : (+b) = +\left(\frac{a}{b}\right);$$

$$112) (-a) : (-b) = +\left(\frac{a}{b}\right);$$

$$113) (+a) : (-b) = -\left(\frac{a}{b}\right);$$

$$114) (-a) : (+b) = -\left(\frac{a}{b}\right);$$

$$115) (a-b+c-d) + (e-f-g) = a-b+c-d+e-f-g;$$

$$116) (-a+b-c-d-e) + (-g+h-k+l) = -a-g+b+h-c-k-d+l-e;$$

$$117) (a+b-c-d) - (e+f-g-h) = a+b-c-d-e-f+g+h;$$

$$118) (a-b+c-d) \cdot (+e) = ae-be+ce-de;$$

$$119) (a-b+c-d) \cdot (-e) = -ae+be+ce-de;$$

$$120) (a-b+c-d) \cdot (e-f+g) = ae-be+ce-de-af+bf-cf+df+ag-bg+cg-dg;$$

$$121) (a-b+c-d) : (+e) = \frac{a}{e} - \frac{b}{e} + \frac{c}{e} - \frac{d}{e};$$

$$122) (-a-b+c-d) : (-e) = \frac{a}{e} + \frac{b}{e} - \frac{c}{e} + \frac{d}{e};$$

$$123) \text{ Ist } a-b=c-d, \text{ so folgt } a+d=b+c;$$

$$124) \text{ Ist } a-b=b-c, \text{ so } \begin{cases} 2b=a+c \\ \text{oder } b=\frac{a+c}{2} \end{cases};$$

$$125) \text{ Ist } a+d=b+c, \text{ so ergibt sich } a-b=c-d;$$

$$126) \text{ Ist } a-b=c-d, \text{ so folgt } a=(b+c)-d;$$

$$127) \text{ Ist } a-b=c-d, \text{ so } b=(a+d)-c;$$

$$128) \text{ Ist } a-b=c-d, \text{ so } c=(a+d)-b;$$

$$129) \text{ Ist } a-b=c-d, \text{ so } d=(b+c)-a;$$

- 130) Ist $a-b=c-d$, so folgt $d-b=c-a$;
 131) Ist $a-b=c-d$, $=$ $=$ $a-c=b-d$;
 132) Ist $a-b=c-d$, $=$ $=$ $b-a=d-c$;
 133) Ist $a:b=c:d$, so ergibt sich $a.d=b.c$;
 134) Ist $a:b=b:c$, $=$ $=$ $b.b=a.c$;
 135) Ist $a.d=b.c$, $=$ $=$ $a:b=c:d$;
 136) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $a=\frac{b.c}{d}$;
 137) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $b=\frac{a.d}{c}$;
 138) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $c=\frac{a.d}{b}$;
 139) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $d=\frac{b.c}{a}$;
 140) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $d:b=c:a$;
 141) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $a:c=b:d$;
 142) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $b:a=d:c$;
 143) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $(an):(bn)=c:d$;
 144) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $a:b=(cn):(dn)$;
 145) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $\frac{a}{n}:\frac{b}{n}=c:d$;
 146) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $a:b=\frac{c}{n}:\frac{d}{n}$;
 147) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $(a+nb):b=(c+nd):d$;
 148) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $(a+b):b=(c+d):d$;
 149) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $(a-nb):b=(c-nd):d$;
 150) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $(a-b):b=(c-d):d$;
 151) Ist $a:b=c:d$, so folgt $(a+c):(b+d)=a:b$;
 152) Ist $a:b=c:d$, $=$ $=$ $(a-c):(b-d)=a:b$;
 153) Ist $a:b=c:d=e:f$, so folgt $(a+c+e):(b+d+f)=a:b$;
 154) Ist $\left\{ \begin{array}{l} a:b=c:d \\ e:f=g:h \end{array} \right\}$, so folgt $(ae):(bf)=(cg):(dh)$;
 155) Ist $\left\{ \begin{array}{l} m:n=o:p \\ q:r=s:u \\ x:y=v:w \\ \dots\dots\dots \end{array} \right\}$, so erhält man $(mqx\dots\dots):(nry\dots\dots)=$
 $= (osv\dots\dots):(puw\dots\dots)$;
 156) Ist $a > b$, so folgt $a = b + x$, wenn x ein positiver Ausdruck ist *);
 157) Ist $a = b + x$, so folgt $a > b$, wenn $x = = = =$;

*) In dieser und in den folgenden Nummern bedeuten die Buchstaben im Allgemeinen reelle Zahlen. Sollen sie aber positive oder negative Zahlen ausdrücken, so wird dies jedesmal besonders bemerkt.

- 158) Es ist $+a > 0$, wenn $+a$ eine positive Zahl ist;
 159) Es ist $-a < 0$, wenn $-a$ eine negative Zahl ist;
 160) Ist $a > b$ u. $b = c$, so folgt $a > c$;
 161) Ist $a > c$ u. $a = b$, $= = b > c$;
 162) Ist $a > b$ u. $b > c$, $= = a > c$;
 163) Ist $a > b$ u. $c = d$, $= = a + c > b + d$;
 164) Ist $a = b$ u. $c > d$, $= = a + c > b + d$;
 165) Ist $a > b$ u. $c > d$, $= = a + c > b + d$;
 166) Ist $a = b$ u. $c > d$, $= = a - d > b - c$;
 167) Ist $a > b$ u. $c = d$, $= = a - c > b - d$;
 168) Ist $a > b$ u. $c > d$, $= = a - d > b - c$;
 169) Ist $a > b$ u. $c = d$, $= = a \cdot c > b \cdot d$, wenn c u. d positiv sind;
 170) Ist $a = b$ u. $c > d$, $= = a \cdot c > b \cdot d$, wenn a u. b positiv sind;
 171) Ist $a > b$ u. $c > d$, $= = a \cdot c > b \cdot d$, wenn a, b, c, d positiv sind;
 172) Ist $a > b$ u. $c = d$, $= = \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$, wenn c u. d positiv sind;
 173) Ist $a = b$ u. $c > d$, $= = \frac{a}{d} > \frac{b}{c}$, wenn a, b, c, d positiv sind;
 174) Ist $a > b$ u. $c > d$, $= = \frac{a}{d} > \frac{b}{c}$, wenn a, b, c, d positiv sind;

Dehntes Kapitel.

Von den Zahlssystemen im Allgemeinen, und von dem dekadischen im Besondern. Von dem Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren der nach dem dekadischen Systeme ausgedrückten Zahlen.

§. 157. Erklärung.

Die ersten Zahlen der Zahlenreihe bezeichnet man, nach §. 1. und 6., durch die Ziffern:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.