

www.e-rara.ch

Methodisches Lehrbuch des Denkrechnens

Das angewandte Rechnen, methodisch dargestellt für Volksschulen

Heer, Jakob

Zürich, 1841

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 22968: 2

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-61599>

Drittes Kapitel.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

Drittes Kapitel.

Das Theilen.

Zu §. 28—31.

Vor aller Anwendung lasse der Lehrer die Uebungen der reinen Zahlenlehre §. 28—31. vorausgehen. Dann lasse er die angewandten Theilungsbeispiele in folgender Ordnung folgen. 1) Einfache Theilung von Münzen, Maßen, Gewichten mit unbenanntem Divisor. Für das Kopfrechnen gebe er gewöhnlich nur Beispiele mit einziffrigen Divisoren. Beim Rechnen mit Ziffern mag der Divisor jede beliebige mehrziffrige Zahl sein. 2) Eigentliche sogenannte einfache Divisions- oder Theilungsbeispiele, wo der Divisor zunächst eine benannte Zahl ist. Auch hier gilt hinsichtlich der Kopf- und Zifferrechnungsbeispiele die oben angeführte Regel. 3) Nun lasse man zusammengesetzte Beispiele folgen, wo der Dividend oder Divisor erst durch Addition, Subtraktion oder Multiplikation zu bestimmen ist. 4) Gebe man Beispiele, in denen sich verschiedene Vortheile zur Abkürzung der Rechnung anbringen lassen. 5) Dann lasse man nach §. 32. die Bestimmung des aliquoten Theils und die dahin gehörigen Dreifacherempel folgen. Von §. 33. ist keine besondere Anwendung nöthig. Eben so auch nicht von §. 34., da die Theilungsbeispiele mit Ziffern sich unmittelbar an die in obigen Rubriken vorkommenden Kopfrechnungsbeispiele anschließen.

1. Einfache Theilung von Münzen, Maßen und Gewichten, mit unbenanntem Divisor.

- 1) Theilt 4 Bk. 2 Rappen in 6 gleiche Theile! Antw. 7 Rappen.
 Aufl. 4 Bk. 2 Rp. = 42 Rp. 42 Rp. in 6 gleiche Theile getheilt
 = 7 Rappen.
- 2) Was ist der 8te Theil von 5 Grk. 2 Bk.? Antw. 6 Bk. 5 Rp.
 Aufl. 5 Grk. 2 Bk. = 52 Bk. Der 8te Theil von 52 Bk. = 6 Bk.,
 und bleibt übrig 4 Bk. 4 Bk. = 40 Rp. Der 8te Th. von 40 Rp. =
 5 Rp.; zusammen 6 Bk. 5 Rp.

Angewandtes Rechnen.

3) Was ist der 7te Theil von fl. 16 : 4 fl. ZV. ? Antw. fl. 2 = 12 fl.
 Aufl. Der 7te Th. von 16 fl. = 2 fl. Rest 2 fl. 2 fl. = 80 fl.
 Dazu kommen 4 fl. = 84 fl. Der 7te Th. von 84 fl. = 12 fl.; also zusammen fl. 2 = 12 fl.

4) Was ist der 10te Theil von fl. 7 : 37 fr. 4 Hlr. ? Antw. 45 fr. 6 Hlr.

Aufl. Der 10te Th. von 7 fl. kann nicht genommen werden. 7 fl. = 420 fr. Dazu kommen 37 fr., macht 457 fr. Der 10te Th. von 457 fr. = 45 fr. Rest 7 fr. 7 fr. = 56 Hlr. Dazu kommen 4 Hlr., macht 60 Hlr. Der 10te Th. von 60 Hlr. = 6 Hlr.; zusammen 45 fr. 6 Hlr.

Auf ähnliche Art fahre man fort zu fragen:

5) Was ist $\frac{1}{7}$ von 12 fr. 3 Hlr. ?
 $\frac{1}{2}$ von 19 Bk. 2 fr. ?
 $\frac{1}{5}$ von fl. 8 = 35 fr. ? } RV.

6) $\frac{1}{3}$ von fl. 1 = 14 fl.
 $\frac{1}{4}$ von fl. 3 = 16 fl.
 $\frac{1}{6}$ von fl. 2 = 10 Bk. } ZV.

7) $\frac{1}{7}$ von 4 Bk. 2 Rp.
 $\frac{1}{9}$ von 13 Bk. 5 Rp.
 $\frac{1}{3}$ von 8 Grkn. 4 Bk. } Schw. B.

8) $\frac{1}{2}$ von 17 fl. 1 Rp.
 $\frac{1}{5}$ von fl. 3 = 15 fl.
 $\frac{1}{8}$ von fl. 2 = 33 fl. 1 Rp. } GIV.

9) $\frac{1}{3}$ von 1 Pfund zu 36 Loth.
 $\frac{1}{5}$ von 2 Pfund 13 Loth (a 36 L.)
 $\frac{1}{10}$ von 7 Maß und 2 Schoppen u. s. w.

Allmählig vergrößert man die Beispiele und gibt mehrziffrige Divisoren, so daß sie für die Berechnung im Kopfe zu schwer werden. Dieß macht den Uebergang zum Zifferrechnen, welches keiner besondern Entwicklung bedarf, indem die Kinder aus der reinen Zahlenlehre die Berechnung solcher Beispiele schon kennen. Ein Paar Beispiele mögen genügen.

1) Suchet den 8ten Theil von fl. 7003 : 14 fl. ZV. ! Antw. (fl. 875 = 16 fl. und 9 Hlr.)

8) $\frac{64}{\text{fl. } 7003 = 14 \text{ fl.}}$ Aufl. Zuerst sucht man durch Division den 8ten Theil von 7003 fl., ist = 875 fl. Den Rest 3 fl. verwandelt man in fl. = 120 fl. Dazu kommen 14 fl., macht zusammen 134 fl. Der 8te Th. von 134 fl. = 16 fl. Rest 6 fl. 6 fl. = 72 Hlr. $\frac{1}{8}$ davon = 9 Hlr. Folglich bekommen wir zum Quotienten fl. 875 = 16 fl. 9 Hlr.

Anmerk. Bei der Theilung mit einziffrigen Divisoren bediene man sich, wie oben, der abgekürzten Methode nach §. 27.

- 2) Suchet den 13ten Theil von fl. 226 = 12 fr.!

$$\begin{array}{r}
 \text{fl. 226} = 12 \text{ fr.} \\
 \underline{13} \\
 = 96 \\
 \underline{91} \\
 \text{Rest fl.} = 5 \\
 \underline{60} \\
 312 \text{ fr.} \\
 \underline{26} \\
 = 52 \\
 \underline{52} \\
 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 13 \\
 \text{fl. 17} = 24 \text{ fr.}
 \end{array}$$

Aufl. Der 13te Theil von fl. 226 = ist 17 fl. Rest 5 fl. Diese 5 fl. in fr. aufgelöst, machen 300 fr. Dazu kommen 12 fr., zusammen = 312 fr. Der 13te Th. v. 312 fr. ist 24 fr.

- 3) Was ist der 360ste Theil von 89 Centner 47 Pfund 23 Loth 1 Q.?

$$\begin{array}{r}
 89 \text{ Ctr. 47 Pfd. 23 Loth. 1 Q.} \\
 \underline{100} \\
 8947 \text{ Pf.} \\
 \underline{72} \\
 174 \\
 \underline{144} \\
 = 307 \text{ Pf. Rest.} \\
 \underline{36} \\
 1865 \\
 \underline{921} \\
 11075 \text{ L.} \\
 \underline{108} \\
 = 275 \text{ L. R.} \\
 \underline{4} \\
 1101 \\
 \underline{108} \\
 = 21 \text{ Q. Rest.}
 \end{array}$$

36/0

24 Pfd. 30 L. 3 Q. u. 21 Q. Rest.

Aufl. Der 360ste Theil von 89 Ctr. gibt keine Ctr. Man löst also die Ctr. in Pf. auf, macht mit den 47 Pf. 8947 Pf. Bei der Division mit 360 kann man im Divisor und Dividend nach §. 26 die letzte Stelle abschneiden. Der Quotient ist 24 Pf. Ganzer Rest 307 Pf. Diese 307 Pf. verwandelt man mit 36 in Lothe, und addirt die 23 L. = 11075 L. Hier schneidet man wieder die letzte Stelle ab, und dividirt nur mit 36 in 1107. Quotient 30 L. Ganzer Rest 275 L. Diese verwandelt man mit 4 in Quinckli und addirt 1 Qu = 1101 Qu. Auf gleiche Art wie oben dividirt, gibt zum Quotienten 3 Qu. Rest 21 Q., welche keine weitere Theilung zulassen.

Allgemeine Regel für die Division benannter Zahlen: Man dividirt zuerst in die größte Sorte, wenn ihre Menge größer ist, als der Divisor. Ist sie kleiner, als der Divisor, so verwandelt man sie in die nächstfolgende kleinere Sorte. Eben das geschieht mit dem Rest, der bei der Division in die größere Sorte bleibt. So setzt man die Division, von den höhern immer zu den nächstfolgenden niedrigeren Sorten fortschreitend, fort, bis man zur niedrigsten kommt.

Anmerk. Ist der Divisor in einer, in der Mitte liegenden, Sorte nicht enthalten, so geht man zu der nächstfolgenden kleineren über. Z. B. Es sei 1526 fl. 45 fr. 3 Hllr. in 761 Theile zu theilen:

fl. 1526 = 45 fr. 3 Hlr.

fl. 2 = — = 3 Hlr.

1522

Aufl. Hier ist 761 in 285 fr. nicht enthalten.

== 4

Man setzt also einen Querschieb in die Stelle der fr. und verwandelt die fr. in Hlr. u. s. w.

60

285 fr.

8

2283 Hlr.

2283

:: ::

2. Eigentliche Divisions- oder Theilungsbeispiele, wo der Divisor aus einer benannten Größe abzuleiten ist.

Beispiele zum Kopfrechnen.

1) 7 Knaben theilen unter sich fl. 1 = 24 fr. Was bekommt jeder, wenn sie dieses Geld unter sich gleich vertheilen? Antw. 12 fr.

Aufl. Wenn alle gleich viel bekommen sollen, so müssen sie die fl. 1 = 24 fr. in 7 gleiche Theile theilen. fl. 1 = 24 fr. = 84 fr. Der 7te Th. von 84 fr. = 12 fr.

2) Es sollen fl. 4 = 20 fl. ZV. unter 6 Arme vertheilt werden; was bekommt jeder? Antw. 30 fl.

Aufl. Jeder bekommt den 6ten Theil von fl. 4 = 20 fl. fl. 4 = 20 fl. = 180 fl. $\frac{1}{6}$ von 180 fl. = 30 fl.

3) Man vertheilt unter 8 arme Familien 28 Bz. und 48 Pfd. Mehl; was trifft's jeder? Antw. 3 Bz. 5 Rp. und 6 Pfd. Mehl.

Aufl. Jede bekommt $\frac{1}{8}$ von 28 Bz. und $\frac{1}{8}$ von 48 Pfd. Mehl u. s. w.

Anmerk. Zur Abwechslung und Prüfung der Aufmerksamkeit kehre man bisweilen die Beispiele um und frage: Man hat Geld unter 6 Arme vertheilt; jeder bekam 8 Bz. 5 Rp. Wie groß war die vertheilte Summe? Oder: Man hat fl. 3 ZV. unter einige Arme vertheilt; jeder bekam 15 fl. Wie viele Arme waren es? (Antw. 8 Personen).

4) Man kauft 4 Pfund Fleisch und bezahlt dafür 36 fr. Wie hoch kommt 1 Pfund? Antw. 9 fr.

Aufl. 1 Pfund ist nur der 4te Theil von 4 Pfund; folglich wird auch der Preis eines Pfundes nur der 4te vom Preise der 4 Pfunde sein. Der 4te Theil von 36 fr. = 9 fr.

5) 8 Ellen Zeug kosten 10 Grf. 4 Bz. Was 1 Elle? Antw. 13 Bz.

Aufl. 1 Elle ist der 8te Theil von 8 Ellen; folglich wird der Preis einer Elle nur der 8te Theil vom Preise der 8 Ellen, also $\frac{1}{8}$ von 10 Grf. 4 Bz. sein. 10 Grf. 4 Bz. = 104 Bz. $\frac{1}{8}$ von 104 Bz. = 13 Bz.

Kürzer aufgelöst:

Wenn 8 Ellen 10 Grf. 4 Bz. kosten, so kostet 1 Elle nur den 8ten Thl. von 10 Grf. 4 Bz. u. s. w.

Anmerk. Zu bemerken ist, daß der Divisor in allen diesen Beispielen eine unbenannte Zahl ist, durch einen Schluß aus einer benannten abgeleitet. Hingegen der Quotient ist eine unmittelbar benannte Zahl, und gleichnamig mit dem Dividenden. Man sehe die Einleitung in die reine Zahlenlehre S. X. und oben im angewandten Rechnen zu S. 18. 19. 20.

6) 9 Bienenstöcke liefern 51 Pfd. 3 Blg. Honig; wie viel jeder einzelne Stock, im Durchschnitt berechnet? Antw. 5 Pfd. 3 Blg.

Ausl. Wenn auf 9 Stöcke 51 Pfd. 3 Blg. kommen, so kommt auf 1 Stock der 9te Theil von 51 Pfd. 3 Blg. Der 9te Theil von 51 Pfd. ist 5 Pfd., und bleibt noch 6 Pfd. 6 Blg. und 3 Blg. = 27 Blg. Der 9te Th. von 27 Blg. = 3 Blg., zusammen also 5 Pfd. 3 Blg. Folglich liefert 1 Stock 5 Pfd. 3 Blg., wenn 9 Stöcke 51 Pfd. 3 Blg. liefern.

Anmerk. Man thut wohl, bei etwas zusammengesetzten Beispielen den Schluß wiederholen zu lassen.

7) 7 Vtl. Aersel werden mit fl. 4 : 1 fl. ZV. bezahlt; wie hoch kommt 1 Vtl.? Antw. 23 fl.

Ausl. Wenn 7 Vtl. fl. 4 : 1 fl. kosten, so kostet 1 Vtl. nur $\frac{1}{7}$ von fl. 4 : 1 fl. fl. 4 : 1 fl. = 161 fl. = 140 + 21 fl. $\frac{1}{7}$ von 140 fl. = 20 fl. $\frac{1}{7}$ von 21 fl. = 3 fl., zusammen 23 fl.; folglich ist der Preis eines Vtls. 23 fl., wenn 1c.

8) Man kauft 12 Pfd. Kerzen; wie viele Stücke gehen auf ein Pfund, wenn man im Ganzen 108 Stücke hat? Antw. 9 Stücke.

Ausl. Da 12 Pfund 108 Stücke enthalten, so kommt auf 1 Pfd. der 12te Theil von 108 Stücken u. s. w.

Anmerk. Man lehre solche Beispiele bisweilen um und frage:

- 1 Pfund Kerzen hat 9 Stücke; wie viele Stücke geben 12 Pfund?
- 1 Pfund Kerzen hat 9 Stücke; wie viele Pfund sind es, wenn man im Ganzen 108 Stücke hat?

9) Jemand braucht wöchentlich fl. 3 : 23 fr. zu seinem Unterhalte; wie viel täglich? Antw. 29 fr.

10) Ein Schüler schreibt in 6 Tagen 102 Seiten; wie viel täglich? Antw. 17 Seiten.

11) Wie viele Maß Wein erhält man für 1 fl., wenn man für 1 Saum 68 Maß (neuschweiz.) fl. 7 zu bezahlen hat? Antw. 24 Maß.

12) In einem Faß Wein, das fl. 39 : 12 fr. kostete, befinden sich 6 Eimer Wein. Wie hoch kommt 1 Eimer? Antw. fl. 6 : 32 fr.

13) Ein Stück Tuch von 30 Ellen wird mit 13 fl. 8 Bg. bezahlt; wie hoch kommt 1 Elle? Antw. 4 Bg. 6 Rp.

14) 9 Hundert Federn werden mit 7 fl. 5 Bg. 6 Rp. bezahlt; wie hoch kommt a) 1 Hundert? b) 1 Büschel? Antw. 1 Hundert 8 Bg. 4 Rp. 1 Büschel 2 Bg. 1 Rp.

15) Jemand braucht jährlich fl. 38 : 8 fl. Gl. V. für Wein; was trifft's monatlich? Antw. fl. 3 : 9 fl.

16) 6 Knaben in Glarus theilen 2 Vtrhle. unter sich; was trifft's einen jeden? Antw. 43 fl.

17) Ein Knabe kauft 3 Buch Papier, und macht 9 Schreibhefte daraus; wie viele Bogen enthält jedes? Antw. 8 Bogen.

Beispiele zum Zifferrechnen.

1) Man kauft ein Stück Tuch, 32 Ellen haltend, für fl. 190 = 16 fr. Wie hoch kommt 1 Elle? Antw. fl. 5 = 56 fr. 6 Hllr.

Ansatz und Berechnung:

$$\begin{array}{r|l}
 32 \text{ E. : fl. } 190 = 16 \text{ fr.} & = 1 \text{ Elle?} \\
 \hline
 160 & \text{fl. } 5 = 56 \text{ fr. } 6 \text{ Hllr.} \\
 \hline
 30 & \\
 \hline
 60 & \\
 \hline
 1816 \text{ fr.} & \\
 \hline
 160 & \\
 \hline
 = 216 & \\
 \hline
 192 & \\
 \hline
 = 24 & \\
 \hline
 8 & \\
 \hline
 192 \text{ Hllr.} & \\
 \hline
 192 & \\
 \hline
 = &
 \end{array}$$

Aufl. 1 Elle ist der 32ste Theil von 32 Ellen, folglich wird 1 Elle $\frac{1}{32}$ von fl. 190 = 16 fr. kosten; es muß also fl. 190 = 16 fr. durch 32 dividirt werden; der Quotient ist fl. 5 = 56 fr. 6 Hllr.

2) Wie hoch kommt 1 Maß Wein, wenn 2 Eimer 13 Maß 63 fl. 28 p. ZV. kosten? Antw. 19 p. 1 Hllr. (Rest $\frac{119}{133}$.)

Ansatz und Berechnung:

$$\begin{array}{r|l}
 2 \text{ Eim. } 13 \text{ Mß. : fl. } 63 = 28 \text{ p.} & = 1 \text{ Mß.} \\
 \hline
 60 & 40 \quad 133 \\
 \hline
 133 \text{ Mß.} & : \quad 2548 \text{ p.} \quad | \quad 19 \text{ p. } 1 \text{ Hllr. } (+ \frac{119}{133} \text{ Hllr.}) \\
 \hline
 & 133 \\
 \hline
 & 1218 \\
 \hline
 & 1197 \\
 \hline
 & = 21 \\
 \hline
 & 12 \\
 \hline
 & 42 \\
 \hline
 & 21 \\
 \hline
 & 252 \text{ Hllr.} \\
 \hline
 & 133 \\
 \hline
 & 119 \text{ Rest.}
 \end{array}$$

Aufl. Hier müssen die 2 Eim. 13 Mß. zuerst in Mß. aufgelöst werden; sind = 133 Mß. 1 Mß. kostet den 133sten Theil von fl. 63 = 28 p. 63 fl. können nicht in 133 Th. getheilt werden, man löst also diese fl. in p. auf, und addirt 28 p. = 2548 p. Diese in 133 Th. getheilt, kommt auf 1 Th.

19 fl. 1 Hlr. Rest 119 Hlr. , welche nicht weiter getheilt werden können. (Dieß kann man auch so andeuten: $\frac{119}{133}$ Hlr. Dieß bedeutet, es wären noch 119 Hlr. in 133 Theile zu theilen.)

3) 3 Pfl. 15 Loth Gewürz kosten 38 Gr. 2 Bh. , was 1 Loth , das Pfl. à 36 Loth ? Antw. 3 Bh. 1 Rp. (+ $\frac{77}{123}$ Rp.)

Ansatz und Berechnung:

3 Pfl. 15 Loth : Gr. 38 = 9 Bh. = 1 Loth ?	
36	10
123 Loth.	123
	389 Bh.
	369
	= 20
	10
	200 Rp.
	123
	= 77 Rest.

Aufl. Auch hier müssen die Pfl. und Lothe in Lothe , und die Gr. und Bh. in Bagen verwandelt werden u. s. w.

4) Jemand hat eine jährliche Einnahme von fl. 516 = 34 fl. ZV. Wie viel darf er täglich verzehren, wenn er 50 fl. ersparen will? Antw. fl. 1 = 11 fl. 1 Hlr. (+ $\frac{343}{365}$ Hlr.)

Jährliche Einnahme fl. 516 = 34 fl.

Jährliches Ersparniß 50 = —

Jährlich hat er zu verzehren fl. 466 = 34 fl.

Ansatz und Berechnung:

365 L. : fl. 466 = 34 fl.	1 L.
365	fl. 1 = 11 fl. 1 Hlr. (+ $\frac{343}{365}$ Hlr.)
101	

40
4074 fl.
365
= 42.4
365
= 59
12
118
59
708 Hlr.
365
343

Aufl. Zuerst ist das Ersparniß von der ganzen Einnahme abzugiehen. Jährlich hat er also noch den Rest, nämlich fl. 466 = 34 fl. , zu verzehren. Auf 1 Tag kommt der 365ste Theil desselben u. s. w.

5) Jemand braucht jährlich fl. 325 = 36 fr. zu seinem Unterhalte. Wie viel trifft das a) monatlich? b) wöchentlich? c) täglich? Antw. a) fl. 27 = 8 fr. b) fl. 6 = 15 fr. 5 Hlr. (+ Rest $\frac{28}{52}$ Hlr.) c) 53 fr. 4 Hlr. (+ $\frac{68}{365}$ Hlr.) Mehrere Beispiele gibt das Exempelbuch.

3. Zusammengesetztere Theilungs-Beispiele, wo der Dividend oder Divisor erst durch Addition, Subtraktion oder Multiplikation zu bestimmen ist.

Kopfrechnen.

1) 7 Personen sollen 68 Bz. unter sich theilen. Die erste nimmt allein 14 Bz. für sich, die übrigen sollen den Rest unter sich gleich vertheilen; wie viel bekommt jede Person?

Aufl. Die erste nimmt für sich 14 Bz.; es bleiben also für die übrigen 6 noch zu vertheilen 68 weniger 14 = 54 Bz. Jede derselben erhält also noch $\frac{1}{6}$ von 54 Bz. = 9 Bz.

2) 6 Tagelöhner bekommen mit einander $\frac{1}{2}$ Bthflr. (fl. 1 = 21 fr.) Trinkgeld. Sie gehen damit ins Wirthshaus, und verzehren daselbst mit einander fl. 2 = 9 fr. Was hat jeder nachzuzahlen? Antw. 8 fr.

3) 4 arme Geschwister sammeln Erdbeeren, und verabreden sich, das erlöste Geld unter sich gleich zu theilen. Anna löst aus ihren Erdbeeren 3 Bz., Balthasar 2 Bz. 6 Rp., Kaspar 2 Bz., und Dorothea 16 Rp. Wie viel trifft es jedem? Antw. 2 Bz. 3 Rp.

4) Herr G. kauft 15 Saum Wein für 360 Grf. Davon verkauft er 9 Saum für 252 Grf. Den übrigen behält er für sich. Nun ist die Frage: a) Wie theuer hat er den Saum eingekauft? b) Wie theuer hat er den Saum verkauft? c) Wie hoch kommt ihn der Saum von dem Weine, den er behält, zu stehen? a) Grf. 24. b) Grf. 28. c) Grf. 18.

Beispiele zum Zifferrechnen.

1) Ein Vater hinterläßt bei seinem Absterben seinen 7 Kindern a) an Liegenschaften fl. 6973 = 18 fl. ZV., b) an Kapitalbriefen fl. 9508 = 31 fl., c) an laufenden Schulden fl. 1358 = 16 fl., d) an baarem Gelde fl. 249 = 14 fl. Dagegen hat er an fromme Stiftungen vermacht fl. 658 = 25 fl. Es fragt sich nun, was es noch jedem der 7 Kinder treffe? Antw. fl. 2490 = 7 fl. 8 Hlr. (4 Hlr. Rest.)

Aufl. Hier müssen zuerst die verschiedenen Bestandtheile dieses Vermögens addirt, das Vermächtniß subtrahirt, und der Rest in 7 gleiche Theile getheilt werden.

2) Jemand erhält 4 Fässer Wein; im ersten befinden sich 2 Eimer 15 Maß; im 2ten 3 Eimer 28 Maß; im 3ten 2 Eimer 36 Maß; im 4ten 1 Eimer 53 Maß (den Eimer zu 60 Maß.) Er bezahlt dafür: Ankauf 57 Bthflr., und Fracht 3 Fünffesthlr. Wie hoch kommt nun eine Maß von diesem Weine a) in Schweizer Währung, den Bthfl. zu 40 Bz., und den Fünffesthl. zu 35 Bz. gerechnet? b) in Zürcher Valuta? c) in Glarnergeld? Antw. a) 3 Bz. $8^{59\frac{1}{12}}_{612}$ Rp. b) 9 fl. $6^{24\frac{1}{612}}_{612}$ Hlr. c) 12 fl. $5^{36\frac{1}{612}}_{612}$ Hlr.

3) Jemand läßt 3 Fäßen Del kommen; das erste wiegt 125 Pf., das 2te 96 Pf., das 3te 88 Pf. Die leeren Fäßen wiegen zusammen 47 Pf. Der Ankauf des Dels betrug Grf. 112 = 5 Bz. Dazu kommt 27 Bz. 8 Rp. Fracht. Wie hoch kommt 1 Pf. von diesem Del? Antw. 4 Bz. 4 Rp.

4) Ein Bauer hat von einem Krämer empfangen a) 6 Ellen Tuch, die Elle à fl. 4 = 36 fr. b) 58 Ellen Baumwollenzug, die Elle à 17 fr. 6 Hlr.

c) 8 Pf. Kaffee, das Pf. à 34 fr. 4 Hlr. d) 5 Pf. Zucker, das Pf. à 23 fr. Nun bringt er dem Krämer an Zahlungsstatt 56 Btl. Hafer. Als sie mit einander rechnen, hat der Krämer dem Bauer noch 27 fr. 4 Hlr. zu vergüten, um ihre Rechnung gegen einander auszugleichen. Es fragt sich nun, wie hoch das Btl. Hafer gerechnet wurde? Antw. 55 fr. $32\frac{1}{56}$ Hlr.

Aufl. Der Werth der 56 Btl. Hafer ist gleich dem Werthe obiger 4 Posten zusammen + 27 fr. 4 Hlr., welche der Krämer zur Ausgleichung der Rechnung zuzulegen hat, und der Werth eines Viertels ist = $\frac{1}{56}$ dieser Summe. Man berechnet also den Betrag jener Posten, und dividirt ihre Summe durch 56.

5) Jemand läßt 268 Bouteillen fremden Wein kommen, und bezahlt dafür 315 Livr. 16 Sous Schw.W. — Ferner für Fracht 27 Livr. 8 S. 9 D. Davon behält er 25 Bouteillen für sich; die übrigen möchte er um den gleichen Betrag verkaufen, den er für alle zusammen auszulegen hatte. Wie theuer muß er eine Bouteille geben?

Aufl. Hier müssen die 25 Bouteillen von den 268 subtrahirt, und die Fracht zum Ankauf addirt werden:

268 Bout.	:	£. 315 = 16 S.	
subtr. 25 „	+	„ 27 = 8 „ 9 D.	addirt.
243 „		„ 343 = 4 „ 9 „	1 £. 8 S. 3 D.
		243	
		100	
		20	
		2004 Sous.	
		1944	
		= 60	
		12	
		129	
		60	
		729 Den.	
		729	
		===	

Anm. Beispiele dieser Art sind sowohl zur Uebung der Aufmerksamkeit und des Nachdenkens, und zur Wiederholung des früher Gelernten, als auch für den praktischen Zweck von sehr großem Nutzen, besonders wenn sie dem alltäglichen Leben möglichst angepaßt sind. Im Exempelbuche sind daher vorzugsweise Exempel dieser Art in die verschiedenen Rubriken aufgenommen worden.

4) Noch einige Vortheile, die sich bei der Berechnung von benannten Theilungsbeispielen anbringen lassen.

a) Für d e r g e l d.

Wenn der Dividend aus Gulden besteht, und der Divisor in 40 oder 160 enthalten ist.

1) 8 Personen haben 7 fl. mit einander zu theilen, wie viele fl. bekommt jede? Antw. 35 fl.

Aufl. 1 Person bekommt $\frac{1}{8}$ von 7 fl. $\frac{1}{8}$ von 1 fl. oder 40 f. ist = 5 f. $\frac{1}{8}$ von 7 fl. = 7×5 f. = 35 f.

2) 20 Pf. Kaffee kosten 13 fl., was 1 Pf.? Antw. 26 f.

Aufl. Wenn 20 Pf. 13 fl. kosten, so kostet 1 Pf. $\frac{1}{20}$ von 13 fl. $\frac{1}{20}$ von 1 fl. oder 40 f. = 2 f. $\frac{1}{20}$ von 13 fl. = 13×2 f. = 26 f.

3) 1 Pf. zu 32 Loth kostet 25 fl., was 1 Loth?

1te Aufl. Wenn 1 Pf. oder 32 Loth 25 fl. kosten, so kostet 1 Loth $\frac{1}{32}$ von 25 fl. 1 fl. = 160 Rp. $\frac{1}{32}$ von 1 fl. oder 160 Rp. = 5 Rp. und $\frac{1}{32}$ von 25 fl. = 25×5 Rp. = 125 Rp. = 31 f. 1 Rp.

2te Aufl. 1 fl. = 16 Bk. = 32 Halbbk. $\frac{1}{32}$ von 1 fl. ist also = 1 Halbbk., und $\frac{1}{32}$ von 25 fl. = 25 Halbbk. = 12 Bk. 5 Rp.

Anm. Man kann also als allgemeine Regel aufstellen: ist der Preis eines Pfundes zu 32 Loth in fl. gegeben, so kostet 1 Loth so viele Halbbk. als das Pf. fl. B. B. Kostet das Pf. 6 fl., so kostet das Loth 6 Halbbk. = 3 Bk.

So kann man auch noch fragen:

Was kostet 1 Pf., wenn 40 Pf. 18 fl. kosten?

„ „ „ 16 „ 7 fl. „

„ „ „ 80 „ 26 fl. „

„ „ „ 160 „ 92 fl. „ u. s. w.

b) Schweizerwährung.

1) Was ist $\frac{1}{10}$ von 7 Grf.? Antw. 7 Bk.

Aufl. $\frac{1}{10}$ von 1 Grf. oder 10 Bk. ist 1 Bk. $\frac{1}{10}$ von 7 Grf. ist also 7 Baken.

2) Was ist $\frac{1}{20}$ von 9 Grf.? Antw. 4 Bk. 5 Rp.

Aufl. 1 Grf. = 100 Rp. $\frac{1}{20}$ von 1 Grf. oder 100 Rp. = 5 Rp. $\frac{1}{20}$ von 9 Grf. = 9×5 Rp. = 45 Rp. = 4 Bk. 5 Rp.

3) Wenn 1 Ctr. Waare 56 Grf. kostet, wie hoch kommt 1 Pf.? Antw. 56 Rp., oder 5 Bk. 6 Rp.

Aufl. 1 Ctr. = 100 Pf. 1 Pf. kostet also $\frac{1}{100}$ von 56 Grf. 1 Grf. = 100 Rp. $\frac{1}{100}$ von 1 Grf. oder 100 Rp. = 1 Rp. $\frac{1}{100}$ von 56 Grf. = 56 Rp. = 5 Bk. 6 Rp.

Allgemeine Regel: Wenn der Preis eines Centners oder eines Saumes (neuschweiz.) in Grf. gegeben ist, so kostet 1 Pfund oder 1 Maß so viele Rp., als der Centner oder Saum Grf.

So frage man weiter:

Was ist $\frac{1}{50}$ von 24 Grf.? Was ist $\frac{1}{25}$ von 18 Grf.?

Was ist $\frac{1}{40}$ von 9 Livr. in Sous? Was ist $\frac{1}{60}$ von 32 Livr.?

c) Reichsgeld.

1) 1 Duzend Halstücher werden bezahlt mit 9 fl., wie hoch kommt 1 Stück? Antw. 45 fr.

Aufl. 1 Stück kostet $\frac{1}{12}$ von 9 fl. 1 fl. = 60 fr. $\frac{1}{12}$ von 1 fl. oder 60 fr. = 5 fr. $\frac{1}{12}$ von 9 fl. oder 9×60 fr. = 9×5 fr. = 45 fr.

- 2) Was ist $\frac{1}{15}$ von 11 fl.? $\frac{1}{20}$ von 13 fl.? $\frac{1}{30}$ von 9 fl.? $\frac{1}{10}$ von 7 fl.?
 3) Was ist $\frac{1}{120}$ von 52 fl.? Antw. 26 fr.
 Aufl. 1 fl. = 60 fr. = 120 Halbf. $\frac{1}{120}$ von 1 fl. oder 120 Halbf. ist 1 Halbf. und $\frac{1}{120}$ von 52 fl. = 52 Halbf. = 26 fr.
 4) Wenn 1 Eimer Wein (zu 60 Maß) 25 fl. kostet, wie hoch kommt 1 Maß? Antw. 25 fr.

Aufl. 1 Maß kostet $\frac{1}{60}$ von 25 fl. $\frac{1}{60}$ von 1 fl. = 1 fr., und $\frac{1}{60}$ von 25 fl. = 25 fr.

Allgemeine Regel: Wenn (im Kanton Zürich oder Glarus) der Preis eines alten Eimers in Gulden gegeben ist, so kostet die Maß so viele Kreuzer, als der Eimer Gulden.

d) Glarner geld.

- 1) 10 Personen haben 7 fl. zu theilen; wie viele β . bekommt 1 Person? Antw. 35 β .

Aufl. 1 Person bekommt $\frac{1}{10}$ von 7 fl. 1 fl. = 50 β . $\frac{1}{10}$ von 1 fl. oder 50 β . = 5 β . $\frac{1}{10}$ von 7 fl. oder $7 \times 50 \beta$. = $7 \times 5 \beta$. = 35. Folglich u.

- 2) Was ist $\frac{1}{25}$ von 16 fl.? Antw. 32 β .

- 3) Was ist $\frac{1}{50}$ von 28 fl.? Antw. 28 β .

- 4) Was ist $\frac{1}{100}$ von 42 fl.? Antw. 21 β .

Aufl. 1 fl. = 100 Halbf. $\frac{1}{100}$ von 1 fl. oder 100 Halbf. = 1 Hlb β . $\frac{1}{100}$ von 42 fl. oder 42×100 Halbf. = 42 Halbf.

- 5) Was ist $\frac{1}{150}$ von 39 fl.? Antw. 13 β .

Aufl. 1 fl. = 150 Rp. $\frac{1}{150}$ von 1 fl. oder 150 Rp. = 1 Rp. $\frac{1}{150}$ von 39 fl. oder 39×150 Rp. = 39 Rp. = 13 β .

- 6) Wenn 1 Etr. Waare 28 fl. kostet, was 1 Pf.? Antw. 14 β .

Aufl. Wenn 1 Etr. 28 fl. kostet, so kostet 1 Pf. $\frac{1}{100}$ von 28 fl. $\frac{1}{100}$ von 1 fl. = 1 Halbf. $\frac{1}{100}$ von 28 fl. = 28 Halbf. = 14 β .

Allgemeine Regel: Wenn der Werth eines Centners oder neuen Saumes in Glarner Gulden gegeben ist, so kostet 1 Pf. oder 1 Maß so viele Halbschillinge, als der Etr. oder Saum Gulden.

Anm. Dergleichen Vortheile lassen sich bei jeder Art von Münzen, Maßen und Gewichten anbringen. In weit größerer Ausdehnung werden diese Vortheile in der Anwendung der Bruchlehre vorkommen; man sehe unten die angewandten Beispiele zu §. 57.

5. Bestimmung des aliquoten Theils und darauf sich gründende Auflösung von Dreisäherempeln nach §. 32.

Von Rechtswegen gehört diese Uebung in das folgende Kapitel; da sie aber in der reinen Zahlenlehre hier schon mitgenommen worden, so kann auch ihre Anwendung hier schon Statt finden. Vermittelt derselben können schon auf dieser Stufe alle diejenigen Dreisäherempel aufgelöst werden, in welchen das dritte Glied ein aliquoter Theil des ersten ist, z. B. 12 Ellen Zeug kosten 52 Bz., was

4 Ellen? Diese Beispiele sind das Umgekehrte der in §. 22. 23. E. S. 88. und §. 24—27. S. 139. vorgekommenen Aufgaben, in welchen das dritte Glied ein Vielfaches des ersten ist. Die Aufgaben bestehen A. in Vorübungen, in welchen eine benannte Zahl als aliquoter Theil einer andern benannten bestimmt wird. B. in Dreisaxerempeln von oben bezeichneter Beschaffenheit.

A. Vorübung.

1) Der wievielte Theil ist 8 Pfund von 40 Pfund? Antw. Der 5te Theil.

Aufl. 40 Pfund sind 5×8 Pfd. 1×8 Pfd. sind der 5te Theil oder $\frac{1}{5}$ von 5×8 Pfund.

2) Der wievielte Theil sind 2, 4, 8, 16 Loth von einem Pfund zu 32 Lothen?

Antw. und Aufl. 2 Loth sind $\frac{1}{16}$ von 1 Pfund oder 32 Lothen. Denn 1 Pfd. oder 32 L. = 16×2 L. 1×2 L. = $\frac{1}{16}$ von 16×2 L.

4 Loth sind $\frac{1}{8}$ von 32 Loth oder 1 Pfund. Aufl., wie oben.

8 Loth = $\frac{1}{4}$ „ „ „ „ 1 „ „ „ „

16 Loth = $\frac{1}{2}$ „ „ „ „ 1 „ „ „ „

3) Bestimmt, der wievielte Theil sind 3, 7, 14, 21 Ellen von 42 Ellen?

4) Bestimmt, der wievielte Theil eines Thalers zu 40 Bk. sind 4, 5, 8, 10, 20 Bk.? u.

B. Dreisaxerempel,

in welchen das dritte Glied ein aliquoter Theil des 1sten ist.

1) 1 Duzend Federmesser werden mit 6 Grk. 4 Bk. bezahlt; wie hoch kommen 3 Stücke? Antw. 16 Bk.

Aufl. 3 Stücke sind der 4te Theil von 12 Stücken oder von 1 Duzend; der Preis der 3 Stücke wird also gleich sein dem 4ten Theil des Preises der 12 Stücke, also $\frac{1}{4}$ von 6 Grk. 4 Bk. oder 64 Bk. $\frac{1}{4}$ von 64 Bk. = 16 Bk.

2) Ein Stück Zeug von 45 Ellen wird mit fl. 16 = 20 f. ZV. bezahlt. Wie hoch kommen 9 Ellen? Antw. fl. 3 = 12 f.

Aufl. 9 Ellen sind $\frac{1}{5}$ von 45 Ellen, folglich wird der Preis von 9 Ellen auch $\frac{1}{5}$ vom Preise der 45 Ellen sein; also $\frac{1}{5}$ von fl. 16 = 20 f. u.

3) Man bezahlt in St. Gallen für 3 Eimer Wein (zu 32 alten Maß) fl. 25 20 kr. Wie hoch kommen 12 Mß.? Antw. fl. 3 = 10 kr.

4) Man bezahlt für einen Centner 43 fl. 16 kr. Wie hoch kommen 25 Pfund? Antw. fl. 10 = 49 kr.

5) Michael schlachtet eine Kuh, die ohne Haut und Unschlitt 420 Pfd. wiegt. Er hatte dafür 80 fl. bezahlt. Für die Haut und das Unschlitt bekommt er 17 fl. 12 kr. Nun überläßt er seinem Nachbar 70 Pfd. von dem Fleische zum Ankaufspreise. Wie viel hat ihm Letzterer zu vergüten? Antw. fl. 10 = 28 kr.

Aufl. Der Ankaufspreis ist 80 fl. Davon gehen ab fl. 17 = 12 kr.; bleibt fl. 62 = 48 kr. So hoch kommen nun die 420 Pfd. zu stehen. Nun

sind 70 Pfd. = $\frac{1}{6}$ von 420 Pfd.; also ist der Preis der 70 Pfd. = dem $\frac{1}{6}$ von fl. 62 = 48 = fl. 10 = 28 fr.

Schriftlich.

Was kosten 36 Pfd. Waare, wenn 9 Str. mit 496 Grk. 7 Bk. 5 Rp. bezahlt werden? Antw. 19 Grkn. 8 Bk. 7 Rp.

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{rcl}
 9 \text{ Str.} & : & \text{Grk. 496} = 7 \text{ Bk. 5 Rp.} = 36 \text{ Pfd.} \\
 36 & : & 900 \text{ Pf.} \\
 \hline
 & & 25 \\
 5 \times 5 & & \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 5) & & \\
 \hline
 & 99 = 3 & \text{,, } 5 \text{ ,, } \frac{1}{25} \\
 & \hline
 & 5) & \\
 \hline
 & & \text{Gr. 19} = 8 \text{ ,, } 7 \text{ ,,}
 \end{array}$$

Aufl. 36 Pfd. sind $\frac{1}{25}$ von 9 Str. oder 900 Pfd., welches man durch Division erfährt. Der Preis der 36 Pfd. muß also auch = $\frac{1}{25}$ von Grkn. 496 = 7 Bk. 5 Rp. sein. Die Division, in abgekürzter Weise S. 27. 35. vollzogen, gibt zum Quotienten Grk. 19 = 8 Bk. 7 Rp.

Ich kaufe 8 Tausend Federn für fl. 67 = 20 fr. Wie hoch kommen 5 Hunderte derselben? Antw. fl. 4 = 12 fr. 4 Hlr.

Ein Weinberg von 910 Klastern liefert einen Ertrag von 53 Eimern und 38 Maßen Wein. Wie viel könnte diesem zufolge ein Stück Weinberg von 70 Rst. liefern? Antw. 4 Eimer 7 Maß 2 Schoppen + (Rest 2 Schoppen).

Anmerk. In allen diesen Beispielen muß das dritte Glied ein aliquoter Theil des 1sten sein, d. h. rein in demselben aufgehen.

Zu §. 35.

Theilstheilung, angewandt auf benannte Theilungsbeispiele.

Wo sich die Divisoren in einziffrige Faktoren zerlegen lassen, wird dadurch die Berechnung der Aufgaben im Kopfe und mit Ziffern sehr erleichtert. Wir wollen unmittelbar zu den Beispielen übergehen.

a) Kopfrechnungsbeispiele.

- 1) Was ist der 16te Theil von fl. 26 = 12 fl. ZV. ? Antw. fl. 1 = 25 fl. 3 Rp.
 Aufl. Der 16te Theil einer Zahl ist a) = $\frac{1}{4}$ des Viertels;
 oder b) = $\frac{1}{8}$ des Halben.

Man nimmt also entweder a) zuerst den 4ten und dann noch vom Viertel den 4ten Theil.

Der 4te Theil von fl. 26 = 6 fl. Rest 2 fl. = 80 fl. 80 + 12 fl. = 92 fl. Der 4te Th. von 92 fl. = 23 fl., also ist der 4te Th. von fl. 26 = 12 fl. = fl. 6 = 23 fl. Nun muß noch der 4te Th. von fl. 6 = 23 fl. genommen werden. $\frac{1}{4}$ von 6 fl. = 1 fl. Rest 2 fl. = 80 fl.; dazu kommen

23 fl. = 103 fl. $\frac{1}{4}$ von 103 fl. = 25 fl.; Rest 3 fl. 3 fl. = 12 Rp. $\frac{1}{4}$ von 12 Rp. = 3 Rp. Zusammen fl. 1 = 25 fl. 3 Rp.; folglich ist der 16te Theil etc.

b) Oder man nimmt zuerst die Hälfte, und dann von der Hälfte den sten Th. Die Hälfte von fl. 26 = 12 fl. = fl. 13 = 6 fl. $\frac{1}{8}$ von fl. 13 = 6 fl. u. s. w.

2) Was ist der 45ste Theil von fl. 143 = 20 fr. Antw. fl. 3 = 11 fr. Rest 1 fr.

Aufl. Der Divisor 45 läßt sich in die Partialdivisoren 5 und 9 zerlegen. Man nimmt also zuerst $\frac{1}{5}$, und dann vom Restel $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{5}$ von fl. 143 = 28 fl. Rest 3 fl. 3 fl. = 180 fr. + 20 fr. = 200 fr. $\frac{1}{5}$ von 200 fr. = 40 fr.; also $\frac{1}{5}$ von fl. 143 = 20 fr. = fl. 28 = 40 fr. $\frac{1}{9}$ von 28 fl. = 3 fl. Rest 1 fl. = 60 fr. + 40 fr. = 100 fr. $\frac{1}{9}$ von 100 fr. = 11 fr. Rest 1 fr. Zusammen fl. 3 = 11 fr. Rest 1 fr. Folglich ist $\frac{1}{45}$ von etc. . .

3) 1 Pfund zu 32 Loth wird mit 43 Grf. 2 Bg. bezahlt. Wie hoch kommt 1 Loth? Antw. 1 Grf. 3 Bg. 5 Rp.

Aufl. 1 Loth kostet $\frac{1}{32}$ von dem Preise des Pfundes, also von Grf. 43 = 2 Bg. 32 läßt sich zerlegen in 4 und 8.

$\frac{1}{4}$ von Grf. 43 = 2 Bg. = 10 Grf. 8 Bg.

$\frac{1}{8}$ von 10 Grf. 8 Bg. = 1 Grf. 3 Bg. 5 Rp. Folglich etc.

4) 1 Pfd. 12 Loth (das Pfund à 36 Loth) kosten 112 Grf. 8 Bg. Wie hoch kommt 1 Loth? Antw. Grf. 2 = 35 Rp.

Aufl. 1 Pfd. 12 Loth = 48 Loth. 1 Loth kostet $\frac{1}{48}$ vom Preise der 48 Lothe. 48 zerlege man in 8 und 6 u. s. w.

5) 56 Ellen kosten fl. 37 = 24 fl. GlV. Was 1 Elle? Antw. 33 fl. 1 Rp. (Rest 22).

Beispiele zum schriftlichen Rechnen.

1) 54 Centner Waare kosten fl. 793 = 36 fr. Wie hoch kommt 1 Ctr.?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{rcl} 54 \text{ Ctr.} & : & \text{fl. } 793 = 36 \text{ fr.} = 1 \text{ Ctr.} \\ 6 \times 9 & \text{6)} & \text{fl. } 132 = 16 \text{ fr.} \\ & \text{9)} & 14 = 41 \text{ fr. } 6 \text{ Hlr. Rest } 2 \text{ Hlr.} \end{array}$$

Aufl. 1 Ctr. kostet $\frac{1}{54}$ vom ganzen Werthe. Nun läßt sich 54 zerlegen in 6×9 . Man nimmt also zuerst $\frac{1}{6}$ und dann $\frac{1}{9}$ des Grels u. s. w.

2) 80 Ellen Waare kosten 1711 Grf. 2 Bg.; was 1 Elle?

Ansatz und Berechnung.

$$\begin{array}{rcl} 80 \text{ E.} & : & \text{Grf. } 1711 = 2 \text{ Bg.} = 1 \text{ G.} \\ 10 \times 8 & \text{10)} & 171 = 1 \text{ Bg. } 2 \text{ Rp.} \\ & \text{8)} & 21 = 3 \text{ „ } 9 \text{ Rp.} \end{array}$$

Aufl. 1 Elle kostet $\frac{1}{80}$ vom Preise der 80 Ellen. 80 läßt sich zerlegen in 10×8 u. s. w.

3) 96 Pfund Waare kosten fl. 77 = 16 fl. ZV. Was 1 Pfund?

$$\begin{array}{rcl} 96 \text{ Pf. :} & 3) \text{ fl. } 77 = 16 \text{ fl.} & = 1 \text{ Pf.} \\ 3 \times 4 \times 8 & 4) \text{ „ } 25 = 32 \text{ „} & \\ & 8) \text{ „ } 6 = 18 \text{ „} & \\ & \text{„ } - = 32 \text{ „ } 3 \text{ Hlr.} & \end{array}$$

Aufl. 1 Pf. kostet $\frac{1}{96}$ fl. . . . 96 läßt sich zerlegen in $3 \times 4 \times 8$. Man dividirt also zuerst den ganzen Werth durch 3, das Herauskommende durch 4, und dann endlich durch 8. Dadurch bekommt man zum letzten Quotienten 32 fl. 3 Hlr.

4) Was kostet 1 Pf., wenn 128 Pf. fl. 612 = 24 fr. kosten?

5) Was kostet 1 Pf., wenn 144 Pf. fl. 790 = 48 fr. kosten? u. s. w.

Auch die Beispiele §. 32. B. lassen sich auf diese Weise berechnen, z. B.

6) 864 Maß Brantwein kosten fl. 530 = 6 fr. Wie hoch kommt ein Fäßchen mit 24 Maß?

$$\begin{array}{rcl} 4) \frac{864 \text{ Maß. :}}{216} & 6) \text{ fl. } 530 = 6 \text{ fr.} & = 24 \text{ Maß.} \\ & \text{„ } 88 = 21 \text{ „} & 4 \times 6 \\ 6) \frac{216}{36} & 6) \text{ „ } 14 = 43 \text{ „ } 4 \text{ Hlr.} & 24 \text{ Maß.} = \frac{1}{36} \text{ von } 864 \text{ Maß.} \\ & & \frac{1}{36} = \frac{1}{6} \text{ des Sechstels.} \end{array}$$

Aufl. Es handelt sich hier zuerst um die Frage: der wievielte Theil von 864 Maß. sind die 24 Maß., deren Werth gesucht werden soll? Dieß erfahre ich durch Division von 24 in 864. Um diese zu erleichtern, zerlege ich 24 in die Partialdivisoren 4 und 6, und bekomme durch Division mit denselben den Quotienten 36. 24 ist also $\frac{1}{36}$ von 864, folglich der Preis der 24 Maß auch $\frac{1}{36}$ vom Preise der 864 Maß. $\frac{1}{36}$ ist $= \frac{1}{6}$ des $\frac{1}{6}$. Die Theiltheilung vollzogen, gibt zum Quotienten fl. 14 . 43 fr. 4 Hlr.

Zu §. 36. 37.

Das mehrmalige Nehmen der Theile.

Der Lehrer lasse zuerst die Uebungen und Fragen dieser zwei §§. der reinen Zahlenlehre vorausgehen. Dann gebe er zuerst Beispiele, die sich einfach nach §. 36. auflösen lassen, — knüpfe daran nach und nach auch die Auflösung nach §. 37. und lasse die Kinder selbst beurtheilen, welche Auflösungsart in jeder vorkommenden Aufgabe den Vorzug verdiene. §. 37. gibt eine Auflösungsart, welche mit dem ganz gewöhnlichen, althergebrachten Verfahren in Berechnung der Regeldetri-Exempel vollkommen übereinstimmt, verdient also besondere Beachtung.

a) Kopfrechnungsbeispiele.

1) Was ist 3 Mal der 5te Theil von 40 Bz.? Antw. 24 Bz.

Aufl. nach §. 36. Ein Mal der 5te Theil von 40 Bz. = 8 Bz.

3 Mal der 5te Theil von 40 Bz. = $3 \times 8 \text{ Bz.} = 24 \text{ Bz.}$

Aufl. nach §. 37. 3 Mal der 5te Theil einer Zahl ist auch $\frac{1}{5}$ vom drei-

fachen derselben. Die einfache, zu theilende Zahl ist 40 Bz., die dreifache $= 3 \times 40 = 120$ Bz. $\frac{1}{5}$ von 120 Bz. $= 24$ Bz.

2) Was ist $\frac{9}{7}$ von fl. 1 = 16 β. ZV. ? Antw. fl. 1 = 32 β.

1ste Aufl. nach §. 36. 1 fl. 16 = 56 β. $\frac{1}{7}$ von 56 β. = 8 β. $\frac{9}{7}$ von 56 β. $= 9 \times 8 \beta. = 72 \beta. = \text{fl. } 1 = 32 \beta.$

2te Aufl. nach §. 37. $\frac{9}{7}$ einer Größe ist auch $\frac{1}{7}$ vom 9fachen derselben. Die einfache Größe = fl. 1 = 16 β. Die 9fache $= 9 \times 1 \text{ fl.} + 9 \times 16 \beta. = \text{fl. } 12 = 24 \beta.$ $\frac{1}{7}$ von fl. 12 = 24 β. = fl. 1 = 32 β.

3) Wenn 3 Pf. Fleisch 27 fr. kosten, wie hoch kommen 10 Pf. ?

1ste Aufl. Wenn 3 Pf. Fleisch 27 fr. kosten, so kostet 1 Pf. den dritten Theil oder $\frac{1}{3}$, und 10 Pf. $10 \times$ den dritten Theil oder $\frac{10}{3}$ von 27 fr. $\frac{1}{3}$ von 27 fr. = 9 fr., und $\frac{10}{3} = 10 \times 9 \text{ fr.} = 90 \text{ fr.} = \text{fl. } 1 = 30 \text{ fr.}$

2te Aufl. Wenn 3 Pf. 27 fr. kosten, so kostet 1 Pf. $\frac{1}{3}$, und 10 Pf. $\frac{10}{3}$ von 27 fr. $\frac{10}{3}$ einer Zahl ist auch $\frac{1}{3}$ vom 10fachen derselben. Die einfache Zahl ist 27 fr. Die 10fache $10 \times 27 \text{ fr.} = 270 \text{ fr.}$ $\frac{1}{3}$ von 270 fr. = 90 fr. = fl. 1 = 30 fr.

4) Was kosten 5 Pf. Kerzen, wenn 8 Pf. mit fl. 3 = 8 β. ZV. bezahlt werden? Antw. fl. 2.

1ste Aufl. 1 Pf. kostet $\frac{1}{8}$, und 5 Pf. $\frac{5}{8}$ von fl. 3 = 8 β. fl. 3 = 8 β. = 128 β. $\frac{1}{8}$ von 128 β. = 16 β., und $\frac{5}{8} = 5 \times 16 \beta. = 80 \beta. = \text{fl. } 2 = -$

2te Aufl. (Anfang wie oben). $\frac{5}{8}$ einer Zahl ist auch $\frac{1}{8}$ vom 5fachen derselben. Das Einfache ist fl. 3 = 8 β. Das 5fache $= 5 \times 3 \text{ fl.} + 5 \times 8 \beta. = 15 \text{ fl.} + 1 \text{ fl.} = 16 \text{ fl.}$ $\frac{1}{8}$ von 16 fl. = 2 fl.

5) Wie hoch kommt 1 Etr. Fleisch, wenn 9 Pf. fl. 1 = 12 fr. kosten?

1ste Aufl. Wenn 9 Pf. fl. 1 = 12 fr. kosten, so kostet 1 Pf. $\frac{1}{9}$, und 1 Etr. oder 100 Pf. $\frac{100}{9}$ von fl. 1 = 12 fr. fl. 1 = 12 fr. = 72 fr. $\frac{1}{9}$ von 72 fr. = 8 fr., und $\frac{100}{9} = 100 \times 8 \text{ fr.} = 800 \text{ fr.} = \text{fl. } 13 = 20 \text{ fr.}$

(Letzteres auch aufgelöst: $100 \times 8 \text{ fr.} = 100$ Bzl. + 100 Halb-Bz. = 10 fl. + 50 Bz. = fl. 13 = 5 Bz. Oder auch $100 \times 8 \text{ fr.} = 100 \times 2 \text{ Bz.} = 2 \times 100 \text{ Bz.} = 2 \times 6 \text{ fl.} + 2 \times 10 \text{ Bz. u. f. w.}$)

2te Aufl. (Wie oben). $\frac{100}{9}$ irgend einer Zahl ist auch $\frac{1}{9}$ vom 100fachen. Das Einfache ist fl. 1 = 12 fr.; das 100fache $= 100 \times 1 \text{ fl.} = 100 \text{ fl.} + 100 \times 12 \text{ fr.} = 100 \times 2 \text{ Bzl.} = 200 \text{ Bzl.} = 20 \text{ fl.}$, zusammen 120 fl. $\frac{1}{9}$ von 120 fl. = fl. 13 = 20 fr. (Der letzte Divisor auch zerlegt in die Theiltheiler 3 u d 3. $\frac{1}{3}$ von 120 fl. = 40 fl. $\frac{1}{3}$ von 40 fl. = 13 fl. 20 fr.)

3te Aufl. 100 Pf. sind 99 Pf. + 1 Pf. 99 Pf. = 11×9 Pf. Wenn 1×9 Pf. fl. 1 = 12 fr. kosten, so kosten 11×9 Pf. $11 \times 1 \text{ fl.} + 11 \times 12 \text{ fr.} = 11 \times 2 \text{ Bzl.} = 22 \text{ Bzl.} = \text{fl. } 2 + 2 \text{ Bzl. oder } 12 \text{ fr.}$ 11 fl. + 2 fl. + 12 fr. = fl. 13 = 12 fr. Nun ist noch der Preis von 1 Pf. zu berechnen = $\frac{1}{9}$ von fl. 1 = 12 fr. oder 72 fr. = 8 fr. Diese 8 fr. zu dem Obigen gezählt, macht fl. 13 = 20 fr.

6) Wenn 5 Loth Pfeffer mit 12 fr. bezahlt werden, wie hoch kommt 1 Pfund?

1ste Aufl. Wenn 5 Loth 12 fr. kosten, so kostet 1 Loth $\frac{1}{5}$ von 12 fr.

und 1 Pf. oder 32 Loth $\frac{32}{5}$ von 12 fr. $\frac{1}{5}$ von 12 fr. = 2 fr., und ich behalte noch als Rest 2 fr. $\frac{32}{5}$ von 12 fr. = 32×2 fr. = 64 fr., und ich behalte noch als Rest 32×2 fr. = 64 fr. Diesen Rest kann ich noch in 5 Theile theilen; es kommt auf 1 Thl. 12 fr. Rest 4 fr. Der ganze Betrag ist also $64 + 12$ fr. = 76 fr. = fl. 1 = 16 fr. Rest 4 fr.

2te Aufl. . . . $\frac{32}{5}$ einer Zahl ist auch $\frac{1}{5}$ vom 32fachen derselben. Das Einfache ist = 12 fr. Das 32fache 32×12 fr. = 32×2 Bfl. = 64 Bfl. = fl. 6 = 24 fr. $\frac{1}{5}$ von fl. 6 = 24 fr. = fl. 1 = 16 fr. Rest 4 fr.

Anmerk. Aus den vorliegenden Beispielen ergibt sich, daß die erste Auflösungsart meistens die leichtere ist, da, wo die Division keinen Rest läßt; wo aber letzteres Statt findet, ist allemal die zweite Auflösung vorzuziehen, welche sich überdies noch durch ihre Allgemeinheit, als in jedem Falle anwendbar, — empfiehlt. Da wo, wie in Nr. 4, sich durch die Multiplikation ein einfacher Dividend ergibt, ist sie in jedem Falle die leichtere. Noch einige Beispiele mögen die Sache klar machen.

7) Wie viel Maß Kirschenwasser erhält man für 25 fl., wenn 9 Maß 7 fl. kosten? Antw. 32 Mß. Rest 1 Mß. (oder $\frac{1}{7}$ Mß.).

Aufl. Hier thut man offenbar am besten, nach §. 37. zu verfahren. Wenn man für 7 fl. 9 Maß bekommt, so bekommt man für 1 fl. $\frac{1}{7}$ von 9 Mß., und für 25 fl. $\frac{25}{7}$ von 9 Mß.; das ist auch $\frac{1}{7}$ von 25×9 Mß. 25×9 Mß. = 225 Mß. $\frac{1}{7}$ von 225 = 32 Mß. Rest 1 Maß.

Anmerk. 1. $\frac{1}{7}$ von 25×9 kann auch so aufgelöst werden: $\frac{1}{7}$ von $25 \times 9 = \frac{1}{7}$ von $21 \times 9 + \frac{1}{7}$ von 4×9 . $\frac{1}{7}$ von $21 \times 9 = 3 \times 9 = 27$. $\frac{1}{7}$ von 4×9 oder $36 = 5$. Rest 1. Zusammen = 32. Rest 1.

Anmerk. 2. Hier kann noch bemerkt werden, daß die restirende Maß auch noch in 7 Theile getheilt werden sollte, was aber nicht mehr angeht. Der 7te Theil irgend eines Ganzen heißt aber auch ein Siebentel; man bekäme also noch ein Siebentel (= $\frac{1}{7}$) einer Maß.

8) Wenn das Ries Papier 6 Grk. kostet, wie hoch kommen 3 Buch? Antw. 9 Bk.

1ste Aufl. Wenn 1 Ries oder 20 Buch 6 Grk. kostet, so kostet 1 Buch $\frac{1}{20}$, und 3 Buch $\frac{3}{20}$ von 6 Grk. 6 Grk. = 60 Bk. $\frac{1}{20}$ von 60 Bk. = 3 Bk., und $\frac{3}{20} = 3 \times 3$ Bk. = 9 Bk.

2te Aufl. . . . $\frac{3}{20}$ ist auch $\frac{1}{20}$ vom 3fachen, also $\frac{1}{20}$ von 3×6 Grk. oder 18 Grk. $\frac{1}{20}$ von 1 Grk. = 1 Halb-Bk. $\frac{1}{20}$ von 18 Grk. = 18 Halb-Bk. = 9 Bk.

Ein Fuhrmann fordert für 8 Etr. 5 Grk. Fuhrlohn. Wie viel trifft's ihm für 34 Etr.? Antw. Grk. 21 = 25 Rp.

Aufl. Für 1 Etr. bekommt er $\frac{1}{8}$, und für 34 Etr. $\frac{34}{8}$ von 5 Grk. — das ist auch $\frac{1}{8}$ von 34×5 Grk. 34×5 Grk. = 170 Grk. $\frac{1}{8}$ von 170 Grk. = 21 Grk. 25 Rp.

Letzteres auch so aufgelöst: 34×5 Grk. = 32×5 Grk. + 2×5 Grk. $\frac{1}{8}$ von $32 \times 5 = 4 \times 5 = 20$ Gr. $\frac{1}{8}$ von 2×5 oder 10 Gr. = 1 Gr. 25 Rp.; zusammen 21 Gr. 25 Rp.

Angewandtes Rechnen.

10) Jemand braucht in 12 Wochen 7 Louisd'ors für seinen Unterhalt; wie lange kann er für 32 Louisd'ors leben? Antw. 54 Wochen 6 Tage.

Aufl. Wenn 7 Louisd'ors für 12 Wochen ausreichen, so reicht 1 Louisd'or nur für den 7ten Th. von 12 W. aus, und 32 Louisd'ors für $32 \times$ den 7ten Th. von 12 Wochen, das ist auch $\frac{1}{7}$ von 32×12 Wochen. 32×12 Wochen = 28×12 W. + 4×12 W. $\frac{1}{7}$ von $28 \times 12 = 4 \times 12$ W. = 48 W. $\frac{1}{7}$ von 4×12 W. oder 48 W. = 6 Wochen, Rest 6 Wochen. $48 + 6$ W. = 54 W. Rest 6 Wochen. $\frac{1}{7}$ von 1 Woche = 1 Tag; $\frac{1}{7}$ von 6 Wochen = 6 Tage. Also im Ganzen 54 Wochen und 6 Tage.

11) Man bezahlt jährlich 400 Grf. Kostgeld; wie viel trifft's für 7 Monate? Antw. 233 Gr. 3 Bk. 3 Rp. + $\frac{1}{12}$ Rp.

Aufl. Auf 1 Monat kommt $\frac{1}{12}$, und auf 7 Mon. $\frac{7}{12}$ von 400 Grf.; das ist auch $\frac{1}{12}$ von 7×400 Grf. = 2800 Grf. 2800 Gr. = 2400 + 400 Grf. $\frac{1}{12}$ von 2400 = 200. $\frac{1}{12}$ von 400 Grf. = 33 Grf. Rest 4 Grf. 4 Grf. = 40 Bk. $\frac{1}{12}$ von 40 Bk. = 3 Bk. Rest 4 Bk. 4 Bk. = 40 Rp. $\frac{1}{12}$ von 40 Rp. = 3 Rp. Rest 4 Rp.; zusammen 233 Gr. 3 Bk. 3 Rp. Rest 4 Rp. (= $\frac{1}{12}$ Rp.)

Der letztere Theil der Aufgabe auch so aufgelöst: $\frac{1}{12}$ ist $\frac{1}{3}$ des $\frac{1}{4}$ tels. $\frac{1}{4}$ von 2800 Grf. = 700 Grf. 700 Grf. = 600 + 100 Gr. $\frac{1}{3}$ von 600 Grf. = 200 Grf. $\frac{1}{3}$ von 100 Grf. = 33 Grf. 3 Bk. 3 Rp. Rest 1 Rp.; zusammen Grf. 233 = 3 Bk. 3 Rp. + $\frac{1}{3}$ Rp.

Auch einfache Beispiele aus der Zinsrechnung mögen hier gegeben werden; 3. B.:

Was ist der jährliche Zins von 64 Grf., zu 5 vom Hundert? Antw. 3 Gr. 2 Baken.

Aufl. Auf jedes 100 Grf. wird alljährlich an Zins bezahlt 5 Gr., also auf 1 Grf. $\frac{1}{100}$, und auf 64 Grf. $\frac{64}{100}$ von 5 Grf. Das ist auch $\frac{1}{100}$ von 64×5 Gr. = 320 Grf. $\frac{1}{100}$ von 320 Grf. ist 3 Grf. + 20 Rp. oder 2 Baken.

Man hätte auch sagen können: $\frac{1}{100}$ von 5 Grf. ist 5 Rp., und $\frac{64}{100}$ = 64×5 Rp. = 320 Rp. = 3 Grf. 2 Bk.

Was ist der jährliche Zins von 78 fl. zu 4 vom Hundert? Antw. fl. 3 = 7 fr. 1 Hlr. + $\frac{1}{100}$ von 60 Hlr.

Aufl. Auf 100 fl. kommt jährlich 4 fl. Zins, also auf 1 fl. $\frac{1}{100}$, auf 78 fl. $\frac{78}{100}$ von 4 fl. Das ist auch $\frac{1}{100}$ von 78×4 fl. = 312 fl. $\frac{1}{100}$ von 312 fl. = fl. 3. Rest 12 fl. 12 fl. in fr. aufgelöst, sind 720 fr. $\frac{1}{100}$ von 720 fr. ist 7 fr. Rest 20 fr. 20 fr. in Hlr. aufgelöst, sind = 160 Hlr. $\frac{1}{100}$ von 160 Hlr. = 1 Hlr., Rest 60 Hlr.

Schriftliche Beispiele.

Allmählig gibt man immer größere Aufgaben, wo das Behalten der Zahlen schwer wird. Dann nimmt man zu den Ziffern seine Zuflucht — und macht die Auflösung gerade wie oben. 3. B.

12) 16 St. Waare werden mit 531 Gr. 8 Bk. 4 Rp. bezahlt, wie hoch kommen 45 St. derselben?

$\frac{1}{43}$, und auf 100 Pf. $\frac{100}{43}$ von fl. 1 = 15 fl. $\frac{100}{43}$ ist auch $\frac{1}{43}$ vom 100fachen — also hier $\frac{1}{43}$ von $100 \times (1 \text{ fl.} + 15 \text{ fl.})$. Ich multiplicire also fl. 1 = 15 fl. mit 100, und dividire das Product mit 43 u. s. w.

Hier sind nun die Kinder auf demjenigen Punkte angelangt, wo sie das gewöhnliche Verfahren bei der Regel Detri (ohne von der Regel etwas zu wissen) nicht bloß anwenden, sondern auch aus Einem Grunde *) begreifen gelernt haben. Hier ist also der rechte Ort, sie auf die bei solchen Exempeln gebräuchliche Benennung und Stellung der Sätze aufmerksam zu machen. Man hüte sich aber wohl, ihnen die gewöhnliche Regel vorzusagen. Man lasse sie Anfangs immer jedes Exempel gerade wie die Kopfrechnungsexempel auflösen; dann werden sie allmählig von selbst auf die Bemerkung fallen, daß in allen diesen Beispielen (nach der 2ten Auflösungsart) der zweite Satz mit dem dritten multiplicirt, und das Product durch den ersten dividirt werde. Nachdem der Lehrer mehrere Beispiele dieser Art mit den Kindern durchgerechnet, und sie Stellung und Verfahren praktisch kennen gelehrt hat, mache er sie auf folgende Regeln aufmerksam:

1) In jedem Exempel dieser Art kommen drei Zahlen vor, welche man gewöhnlich Sätze (bisweilen auch Glieder) nennt. Eine vierte Zahl, die noch unbekannt ist, soll erst gesucht und durch die Rechnung bestimmt werden. Z. B. Was kosten 4 Ellen, wenn 11 Ellen mit 7 fl. bezahlt werden? Hier sind 4 Ellen, 11 Ellen, 7 fl. die Sätze oder Glieder dieses Beispiels. Unbekannt ist noch der Werth der 4 Ellen. Dieser Werth soll eben durch die Rechnung ausgemittelt werden.

2) Derjenige Satz, dessen Werth gesucht wird, heißt der Fragesatz (das Frageglied), und wird gewöhnlich in die dritte Stelle gesetzt. In obigem Beispiele sind 4 Ellen der Fragesatz, weil man nach dem Werthe der 4 Ellen fragt.

3) Die beiden andern Zahlen enthalten die Bedingung, durch welche der Werth des Fragesatzes bestimmt werden soll, und heißen darum Bedingungsätze (Bedingungslieder). Der eine ist allemal mit dem Fragesatz gleichartig, und kommt in die erste Stelle;

*) Ich sage absichtlich: „aus Einem Grunde,“ da sich für dieses Verfahren mehrere Gründe angeben lassen. Ein anderer folgt unten in der Lehre von den Proportionen.

der andere ist gleichartig mit der zu suchenden vierten Größe, und kommt in die zweite Stelle. In obigem Beispiele sind 11 Ellen der erste, und 7 fl. der zweite Satz *). Der Aufsatz dieses Beispiels ist also folgender:

$$11 \text{ Ell.} : 7 \text{ fl.} = 4 \text{ Ell.}$$

4) Der erste und dritte Satz müssen nicht bloß gleichartig, sondern auch gleichnamig sein. Sind sie also nicht schon gleichnamig, so müssen sie gleichnamig gemacht werden. Stehen z. B. im ersten Satze Pfunde, und im dritten Lothe oder Quintli, oder eine aus Pfund, Loth und Quintli gemischte Zahl, so muß auch der erste Satz in Loth oder Quintli aufgelöst werden.

5) Die unbekannte, erst zu suchende Zahl ist allemal gleichnamig mit dem zweiten Satze. Stehen im zweiten Satze Gulden, so ist auch das Herauskommende Gulden. Sind es Pfunde oder Lothe, so ist auch das Herauskommende eine Anzahl von Pfunden oder Lothen.

6) Bei der Berechnung dieser Beispiele findet sowohl eine Division, als eine Multiplikation Statt. Beide Zahlen, der Divisor und der Multiplikator, — sind unbenannt, und werden erst durch einen Schluß aus benannten Zahlen abgeleitet; nur der Dividend oder das zweite Glied, nebst dem herauskommenden vierten Gliede, sind benannt, und zwar, wie schon erinnert, gleichbenannt. In dem obigen Beispiele werden Divisor und Multiplikator durch folgenden Schluß abgeleitet: Eine Elle ist der 11te Theil von 11 Ellen, kostet also auch nur $\frac{1}{11}$ von dem, was 11 Ellen kosten, also $\frac{1}{11}$ von 7 fl. 4 Ellen sind 4 Mal so groß, als 1 Elle, werden also auch 4 Mal so viel kosten, als 1 Elle, also $\frac{4}{11}$ von 7 fl. Ich habe also $4 \times$ den 11ten Theil von 7 fl. zu suchen.

7) Bei der Berechnung solcher Beispiele ist es einerlei, ob ich das zweite Glied zuerst dividire, und dann den Quotienten multiplicire, oder umgekehrt, das zweite Glied zuerst multiplicire, und

*) Es versteht sich wohl von selbst, daß diese Stellung der Sätze ganz willkürlich ist. Wirklich ist diese Stellung in den Lehrbüchern des Rechnens sehr verschieden. Verfähet man bei der Auflösung nach der hier angegebenen Methode, so ist die oben beschriebene, althergebrachte, noch immer gebräuchlichste Stellung, auch die natürlichste und bequemste. Verfähet man nach der Proportionenlehre, so ist die Zusammenstellung der gleichartigen Glieder allerdings natürlicher. Man sehe unten Anwendung des §. 46.

dann das Produkt dividire. Das Erstere geschieht, wie schon oben erinnert worden, am besten da, wo sich das zweite Glied ohne Rest theilen läßt. Das Letztere hingegen da, wo beim Theilen ein Rest bleibt.

8) Die Berechnung solcher Aufgaben, wo aus drei bekannten Größen eine vierte durch Multiplikation und Division gesucht wird, heißt die Dreisatzrechnung, oder Regel Detri.

Anmerk. 1. Auch diese Sätze sollen nicht etwa den Kindern vorgesagt, sondern als Resultate der vorausgegangenen Uebung abgefragt werden.

Anmerk. 2. Eigentlich gehören alle angewandten Multiplikations- und Divisionsbeispiele in die Dreisatzrechnung, indem in jedem drei Sätze vorkommen, zu denen ein vierter, noch unbekannter, gesucht werden soll. In den einfachen, schon früher behandelten Beispielen dieser Art, ist aber immer einer der drei Sätze = 1, so daß dieselben nur einfach, entweder durch die Multiplikation oder Division, zu berechnen sind. Es finden dabei folgende drei Fälle Statt:

a) Das 1te Glied = 1. Z. B. 1 Pfund Waare kostet 12 fr., was 7 Pf. ? In diesem Falle findet eine einfache Multiplikation Statt.

b) Das 2te Glied = 1. Z. B. für 12 fr. bekommt man 1 Pf., wie viele Pfunde bekommt man für 84 fr. ? Hier findet eine einfache Division Statt, und zwar in der Form des Enthaltenseins.

c) Das 3te Glied = 1. Z. B. 7 Pf. Waare kosten 84 fr., wie viel 1 Pf. ? Auch hier findet eine einfache Division Statt, und zwar in der Form des Theilens.

Anmerk. 3. Vermitteltst des Verfahrens nach §. 37. kann auch die Auflösung der in b. angedeuteten Beispiele auf die Form des Theilens gebracht werden. Obiges Grempl: für 12 fr. bekommt man 1 Pf., wie viele Pfunde erhält man für 84 fr. ? würde dann so berechnet: Wenn man für 12 fr. 1 Pf. erhält, so erhält man für 1 fr. den 12ten Theil von 1 Pf., und für 84 fr. 84 Mal den 12ten Theil von 1 Pf. $84 \times$ der 12te Theil des Einfachen ist auch 1 Mal der 12te Theil vom 84fachen, also $\frac{1}{12}$ von 84×1 Pf. = 84 Pf. $\frac{1}{12}$ von 84 Pf. = 7 Pf.

Nun noch einige Beispiele zur Erläuterung des Obigen.

14) Jemand kauft 25 Pf. Zucker für Frk. 20 = 5 Bg. Wie hoch kommt ein Stock von demselben, wiegend 7 Pf. ?

$$25 \text{ Pf. : } 20 \text{ Fr. } 5 \text{ Bg.} = 7 \text{ Pf.}$$

7	25	
Fr. 143 = 5	5 Fr. 7 Bg. 4 Rp.	
125		
- 18		
10		
185 Bg.		
175		
10		
10		
100 Rp.		
100		

Auß. Hier wird nach dem Preise der 7 Pfund gefragt. 7 Pf. ist also der Fragesatz, und kommt in die dritte Stelle. Mit demselben gleichnamig sind 25 Pf., welche also in die erste Stelle gesetzt werden. Ihr Werth 20 Gr. 5 Bg. kommt in die Mitte. Kosten 25 Pf. 20 Gr. 5 Bg., so kostet 1 Pf. $\frac{1}{25}$, und 7 Pf. $\frac{7}{25}$ von obigem Preise. $\frac{7}{25}$ ist auch $\frac{1}{25}$ vom 7fachen u. s. w. Die Division hätte hier auch durch Zerlegung des Divisors in 5×5 verkürzt werden können.

15) Man kauft 15 Ellen Zeug für 22 fl. Wie viele Ellen bekäme man von diesem Zeuge für 8 fl.?

$$22 \text{ fl.} : 15 \text{ Ell.} = 8 \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 22 \\ \hline 120 \quad | \quad 5 \text{ Ell. u. } \frac{10}{22} \text{ Ell.} \\ 110 \end{array}$$

10 Rest.

Auß. Hier wird gefragt, welche Anzahl Ellen dem Werthe von 8 fl. gleichkomme? 8 fl. ist also der Fragesatz, 22 fl. der erste, und 15 Ellen der zweite Satz. Für 1 fl. bekommt man $\frac{1}{22}$, und für 8 fl. $\frac{8}{22}$ von 15 Ell. u.

16) In einer Apotheke wird ein Pack Arzneiwaare, wiegend 1 Pf. 13 Loth, um fl. 4 = 26 fr. verkauft. Wie hoch kämen 6 Pf. von diesem Stoffe? (das Pf. zu 32 Loth.)

Erste Berechnung.

$$1 \text{ Pf. 13 L.} : \text{fl. 4} = 26 \text{ fr.} = 6 \text{ Pf.}$$

$$\begin{array}{r} 45 \text{ L.} \quad \quad \quad 60 \quad \quad \quad 32 \\ \hline 266 \text{ fr.} \quad \quad 192 \text{ Loth.} \\ 192 \end{array}$$

532

2394

266

45

51072 fr.

45

$$\begin{array}{l} 60) \quad 1134 \text{ fr. 7 Hlr.} \\ \hline \text{fl. 18} = 54 \text{ fr. 7 Hlr.} \end{array}$$

60

45

157

135

222

180

42 fr. Rest.

8

336 Hlr.

315

21 Hlr. Rest.

Zweite abgekürzte Berechnung:

$$1 \text{ Pf. 13 L.} : \text{fl. 4} = 26 \text{ fr.} = 6 \text{ Pf.}$$

$$\begin{array}{r} 45 \text{ L.} \quad \quad \quad 6 \quad \quad \quad 6 \times 8 \times 4 \text{ Loth.} \\ \hline 5 \times 9 \quad \quad \text{fl. 26} = 36 \text{ fr.} \end{array}$$

212 = 48 (8)

851 = 12 (4)

9) 94 = 34 = 5 H. R. 3.

$$\begin{array}{l} 5) \quad 18 = 54 : 7 \text{ H. R. } 2 \times 9 + 3 = 21 \text{ Hlr.} \end{array}$$

Aufl. Fragesatz ist hier 6 Pf., weil nach dem Werthe der 6 Pf. gefragt wird. Erster Satz ist also das Gleichartige 1 Pf. 13 Loth, und zweiter Satz der Werth desselben, fl. 4 = 26 fr. Der erste Satz muß hier in Loth aufgelöst werden, — das Gleiche muß also auch mit dem dritten Satze geschehen. So bekommt das Exempel folgende Gestalt:

45 Loth kosten fl. 4 = 26 fr., was 192 Loth? 1 Loth kostet $\frac{1}{45}$ und 192 Lothe $\frac{192}{45}$ von fl. 4 = 26 fr., das ist auch $\frac{1}{45}$ vom 192fachen dieser Größe. In der ersten Berechnung wurde nun fl. 4 = 26 fr. in fr. aufgelöst, mit 192 multiplicirt, und das Produkt durch 45 dividirt. Die herauskommenden fr. in fl. verwandelt, machen fl. 18 = 54 fr. 7 Hlr. Rest 21 Hlr.

In der zweiten abgekürzten Berechnung wird Division und Multiplication durch die Zerlegung in Faktoren vereinfacht. 6 Pf. = 6×32 Loth = $6 \times 8 \times 4$ Loth. Mit diesen Faktoren wird nach einander der mittlere Satz multiplicirt. Der erste Satz 45 ist = 5×9 . Die Division wird also vermittelst der Partialdivisoren 9 und 5 vollzogen.

Anmerk. Hier hätte zwar die Rechnung durch Division des ersten und dritten Gliedes mit 3 vereinfacht werden können. Solche Abkürzungen können aber erst im folgenden Kapitel, in der Lehre von den Verhältnissen, ganz klar dargestellt werden.

17) Ein Päckli Waare, enthaltend 5 Pf., wird für 34 fr. 5 Hlr. verkauft. Wie viele Pfund Waare müßte man demzufolge für 76 fl. verabfolgen lassen?

Berechnung:

$$34 \text{ fr. } 5 \text{ Hlr.} : 5 \text{ Pf.} = 76 \text{ fl.}$$

8	60	
277 Hlr.	4560 fr.	
	8	
	36480	
	5	277
	182400 Pf.	658 Pf. 17 Z.
	1662	
	= 1620	
	1385	
	= 2350	
	2216	
	= 134 Pf. Rest.	
	36	
	804	
	402	
	4824	
	277	
	2054	
	1939	
	115 Loth Rest.	

Aufl. Hier ist der Fragesatz 76 fl. Also der erste Satz das Gleichartige, 34 fr. 5 Hllr., und der zweite Satz 5 Pfund. Hier müssen der erste und dritte Satz in Hllr. aufgelöst werden; dann lautet das Exempel: für 277 Hllr. bekommt man 5 Pf., was für 36480 Hllr.? Für 1 Hllr. gibts $\frac{1}{277}$, und für 36480 Hllr. $\frac{36480}{277}$ von 5 Pf., das ist auch $\frac{1}{277}$ vom 36480fachen. Man nimmt also $36480 \times 5 \text{ Pf.} = 182400 \text{ Pf.}$, daraus den 277ten Theil u. s. w.

18) Eine Haushaltung braucht in 5 Wochen 24 Pf. Butter; wie viel Butter müßte sie diessnach kaufen, um ein ganzes Jahr damit auszureichen? Antw. 249 Pf. ($+ \frac{3}{5} \text{ Pf.}$). Hier ist der Fragesatz 1 Jahr = 52 Wochen, das erste Glied 5 Wochen, das zweite = 24 Pf. Auflösung und Berechnung, wie oben.

19) Eine andere Haushaltung braucht in 9 Wochen 50 Pfund Butter. Nun kauft sie auf Ein Mal 160 Pf. Für wie viel Wochen wird dieser Vorrath ausreichen, vorausgesetzt, daß der Verbrauch sich immer gleich bleibt? Antw. 28 Wochen ($+ \frac{4}{5} \text{ Wochen}$).

Aufl. Hier ist der Fragesatz 160 Pf., weil für den Verbrauch dieser Waarenmenge eine Zeit gesucht wird. Der erste Satz ist also 50 Pfund, der zweite 9 Wochen. Berechnung, wie oben.

Zusammengesetzte Beispiele.

Auch hier können mancherlei Bestimmungen in die Aufgaben gelegt werden, welche erst durch eine besondere Berechnung auszumitteln sind.

20) Jemand kaufte im Jahr 1816 ein Fäßchen Wein, haltend 42 Maße. Den 1. Dez. 1816 fängt er an, daraus zu trinken; den 15. März 1817 wurde er damit fertig. Es fragt sich nun, wie viel Wein braucht er in einem Jahre, vorausgesetzt, daß er immer gleich viel trinkt? Antw. 146 Maß.

Aufl. Hier wird nach dem Verbräuche eines Jahres gefragt, folglich ist 1 Jahr der Fragesatz. Der erste Satz ist die Zeit vom 1. Dez. 1816 bis 15. März 1817, welche erst durch Rechnung ausgemittelt werden muß. Der mittlere Satz sind 42 Maß.

Da er den 1. Dez. das erste Mal und den 15. März das letzte Mal Wein aus dem Fäßchen nimmt, so müssen beide Tage gezählt werden (man sehe oben in der Zeitrechnung S. 78 u. ff.), macht also Dez. 31 T. + Jan. 31 + Febr. 28 + März 15 = 105 Tage. Wir bekommen also den Ansatz: In 105 Tagen braucht er 42 Maße, wie viel in 365 Tagen? Auflösung und Berechnung, wie oben.

21) Heinrich kauft zwei neben einander liegende Aecker von gleicher Güte, zusammen für 1359 fr. 6 Bz. Der eine mißt 589 Klasten, der andere 375 Afst. Wie hoch kommt ihn jeder einzelne zu stehen? a) 830 frk. 7 Bz. + ($\frac{96}{964}$ Bazen). b) 528 frk. 8 Bz. + ($\frac{868}{964}$ Bazen).

Aufl. Offenbar ist hier der Fragesatz doppelt, und es sind hier zwei Bei-

Berechnung:

$$100 \text{ fl.} : 4 \text{ fl. } 20 \text{ fl.} = 248 \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 992 \\ 124 \\ \hline \text{fl. } 11 \mid 16 \text{ fl.} \\ 40 \\ \hline \text{fl. } 6 \mid 40 \text{ fl.} \\ 12 \end{array}$$

Hlr. 4/80 Hlr. Rest 80.

Aufl. Auf 100 fl. kommt fl. 4 = 20 fl. Zins; auf 1 fl. $\frac{1}{100}$, und auf 248 fl. $\frac{248}{100}$ von fl. 4 = 20 fl. Das ist auch $\frac{1}{100}$ vom 248fachen. Man multiplicirt also fl. 4 = 20 fl. mit 248 und dividirt das Produkt mit 100.

25) Man bezieht von einem Kapital, das zu $4\frac{1}{2}$ vom Hundert ausgeliehen worden, alljährlich fl. 127 = 32 fl. ZV. Wie groß ist das Kapital? Antw. fl. 2840.

Berechnung:

$$\text{fl. } 4 = 20 \text{ fl.} : 100 \text{ fl.} = \text{fl. } 127 = 32 \text{ fl.}$$

$$\begin{array}{r} 180 \text{ fl.} \\ \hline 10 \times 2 \times 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \hline 5112 \\ 100 \\ \hline 51120 \mid 0 \text{ fl.} \\ 2) \hline 25560 \\ 9) \hline 2840 \text{ fl.} \end{array}$$

Aufl. Auf fl. 4 = 20 fl. = 180 fl. Zins kommen 100 fl. Kapital; wie viel auf 127 fl. 32 fl., aufgelöst = 5112 fl.?

Auf 1 fl. kommt $\frac{1}{180}$, und auf 5112 fl. kommen $\frac{5112}{180}$ von 100 fl. Das ist auch $\frac{1}{180}$ von 5112×100 fl. u. s. w. Der Divisor 180 wurde in die Faktoren $10 \times 2 \times 9$ zerlegt.

26) Was ist der Zins von 964 Grf. zu $3\frac{1}{4}$ vom Hundert? Antw. 31 Grf. 33 Rp.

$$\text{Grf. } 100 : \text{Gr. } 3 = 25 \text{ Rp.} = 964 \text{ Gr.}$$

$$\begin{array}{r} 325 \text{ R.} \\ \hline 325 \\ 4820 \\ 1928 \\ 2892 \\ \hline 3133 \mid 00 \text{ Rp.} \end{array}$$

$$31 \mid 33 \text{ Rp.} = 31 \text{ Gr. } 33 \text{ Rp.}$$

Aufl. $\frac{1}{4}$ Grf. wurde in Rp. aufgelöst = 25 Rp.

Der Ansatz ist also: 100 Grf. geben 325 Rp. Zins, wie viel 964 Grf.? Das Uebrige, wie oben.

27) Wie groß ist ein Kapital, das zu $4\frac{1}{2}$ vom Hundert 210 Grf. 24 Rp. Zins abwirft? Antw. 4672 Grf.

Ansatz: Auf 450 Rp. Zins kommen 100 Grf. Kapital. Wie viel auf 21024 Rp.?

Auch Beispiele aus der Gesellschaftsrechnung mögen hier schon gegeben werden. Ein Beispiel dieser Art war oben Nr. 20.

28) Eine Frau trägt 500 Eier nach der Stadt, und verkauft sie daselbst zusammen für 13 Grk. 5 Bk. Davon gehörten 150 Stücke ihrer Nachbarin Katharine, 230 Stücke ihrer Nachbarin Dorothea, die übrigen ihr selbst. Wie viel trifft jeder von dem erlösten Gelde, wenn sie 10 Bk. für ihre Bemühung voraus nimmt? — Antw. a) Katharine bekommt 3 Gr. 75 Rp. b) Dorothea 5 Grk. 75 Rp. u. c) sie selbst sammt ihrer B-mühung 4 Gr.

Offenbar besteht dieses Exempel aus 3 Aufgaben. Nach Abzug der 10 Baken kommen auf 500 Eier 125 Bk., wie viel trifft nun von diesem Gelde a) auf 150 Eier, b) auf 230 Eier, c) auf 120 Eier.

Ähnliche Beispiele kann man aus folgenden Angaben bilden: Ein Bauer führt für sich und mehrere Theilnehmer Holz, Obst, Wein, Getreide, Gemüse u. nach der Stadt, und verkauft diese Waaren daselbst sammethaft für einen gewissen Preis, wobei man allerlei Abzüge für Fuhrlohn, Einfuhrzoll, Bemühung u. s. w. in Rechnung bringen kann.

29) Hans, Isaak und Kaspar pachten mit einander eine Weide für ihre Pferde für fl. 86. = 12 kr. Hans hat 8, Isaak 11 und Kaspar 5 Pferde. Was trifft jedem zu zahlen? Antw. Hans fl. 28 = 44 kr., Isaak fl. 39 = 30 kr. 4 Hkr., Kaspar fl. 17 = 57 kr. 4 Hkr.

30) Drei Haushaltungen in Bartau übernehmen die Arbeit in einem Weinberge um die Hälfte des Ertrages. Der ganze Ertrag belief sich auf 253 Btl. Wein, welcher zu 17 Bk. per Btl. verkauft wird. Nun arbeiteten in diesem Weinberg aus der Haushaltung A. 2 Personen, jede 24 Tage lang; aus der Haush. B. 3 Personen, jede 20 Tage, und aus der Haush. C. 4 Personen, jede 18 Tage lang. Was trifft nun jeder Haushaltung vom Ertrage?

Hier müssen die Arbeitstage der 3 Haushaltungen berechnet, und der halbe Erlös aus dem verkauften Weine nach diesem Verhältnisse vertheilt werden. Die Haush. A. hat $2 \times 24 = 48$ Arbeitstage. B. $3 \times 20 = 60$ Tage. C. $4 \times 18 = 72$ Tage, zusammen 180 Tage. Der halbe Erlös trägt fl. 160 = 14 kr. Auf 180 Tage kommen also fl. 160 = 14 kr., wie viel auf 48 Tage? u. s. w.

Verkehrte Regel Detri.

Allmählig und unvermerkt stecke der Lehrer auch Beispiele aus der sogenannten verkehrten Regel Detri unter diese Aufgaben, und zwar schon unter die Kopfrechnungsbeispiele. Verständig geleitete Kinder werden die richtige Auflösung bald von selbst finden.

1) Eine Wiese kann von 8 Arbeitern in 5 Tagen abgemäht werden; wie bald werden 10 Arbeiter damit fertig werden? Antw. In 4 Tagen.

Der Lehrer überlasse hier die Kinder zuerst ihrem eigenen Nachdenken. Vielleicht kommen sie selbst auf die richtige Auflösung. Wäre dieß nicht der Fall, so frage er: Wenn 2 Arbeiter 5 Tage Zeit zu einer Arbeit nöthig haben, wie viel Zeit braucht 1 Arbeiter? Offenbar nicht die Hälfte, sondern zwei mal so viel Zeit. Und wenn 8 Arbeiter 5 Tage brauchen, so braucht 1 Arbeiter 8 Mal so viel Zeit, also $8 \times 5 \text{ Tage} = 40 \text{ Tage}$. Hingegen 10 Arbeiter brauchen nur $\frac{1}{10}$ von der Zeit, welche 1 Arbeiter nöthig hat, also $\frac{1}{10}$ von 40 Tagen = 4 Tage.

Neben diesem Beispiele gebe er ein ganz ähnliches aus der gegebenen Regel Petri, um den Unterschied fühlbar zu machen:

8 Arbeiter bekommen mit einander 5 Thaler Tagelohn; wie viel würden diesem zufolge 10 Arbeiter erhalten?

Wenn 8 Arbeiter 5 Thlr. verdienen, so verdient 1 Arbeiter offenbar nicht 8 Mal so viel, sondern nur den 8ten Theil dessen, was die 8 Arbeiter verdienen, also den 8ten Theil von 5 Thlr., und 10 Arbeiter 10 Mal den 8ten Thl. von 5 Thlr., das ist auch $\frac{1}{8}$ von $10 \times 5 \text{ Thlr.} = 50 \text{ Thlr.}$ $\frac{1}{8}$ von 50 Thlr. = 6 Thlr. Rest 2 Thlr. = 80 Sh. $\frac{1}{8}$ von 80 Sh. = 10 Sh. Also der Verdienst der 10 Arbeiter = 6 Thlr. 10 Sh.

Um den Unterschied dieser Aufgaben recht klar zu machen, gebe er nun noch mehrere Beispiele.

2) Ein Stück Land kann von 7 Arbeitern in 12 Tagen abgeerntet werden. Allein man möchte schon in 4 Tagen damit fertig werden. Wie viele Arbeiter muß man anstellen?

Aufl. Wollte man schon in 1 Tage fertig werden, so würde man 12 Mal so viel Arbeiter brauchen, als in 12 Tagen, und in 4 Tagen nur den 4ten Theil von den Arbeitern, die man auf 1 Tag nöthig hätte. Braucht man also in 12 Tagen 7 Arbeiter, so braucht man in 1 Tage $12 \times 7 = 84$ Arbeiter, und in 4 Tagen $\frac{1}{4}$ von 84 Arbeitern = 21 Arbeiter.

3) Ein Bauer ist für 8 Kühe auf 20 Wochen hinlänglich mit Futter versehen. Nun kauft er aber noch 2 Kühe dazu; wie lange wird nun sein Heuvorrath ausreichen?

Aufl. Anfänglich hatte er nur 8, nachher aber 10 Kühe. — Für 8 Kühe reicht sein Futter auf 20 Wochen aus; für eine Kuh würde es 8 Mal so lang, also $8 \times 20 \text{ Wochen} = 160 \text{ Wochen}$ ausreichen; hingegen für 10 Kühe würde es nur $\frac{1}{10}$ von 160 Wochen = 16 Wochen ausreichen.

4) Ein anderer ist auf 12 Wochen für 15 Kühe hinlänglich mit Futter versehen. Wie viele Kühe könnte er mit dem gleichen Heuvorrathe 20 Wochen lang ernähren? Antw. 9 Kühe.

Aufl. Mit dem gleichen Futter, welches 12 Wochen lang für 15 Kühe ausreicht, könnte er in einer Woche $12 \times 15 \text{ Kühe} = 180 \text{ Kühe}$ ernähren; in 20 Wochen aber nur den 20sten Theil von 180 Kühen = 9 Kühe.

Schriftliche Beispiele.

5) Die Ausstechung eines Grabens bei einer Flusskorrektur kann von 25 Arbeitern in 48 Tagen zu Stande gebracht werden; wie bald würden 35 Arbeiter damit fertig werden?

Ansatz und Berechnung:

$$28 \text{ Arb.} : 48 \text{ Tage} = 35 \text{ Arb.}$$

$$\begin{array}{r} 28 \\ \hline 384 \\ 96 \quad 35 \\ \hline 1344 \quad | \quad 38 \text{ Tage} + \frac{14}{35} \text{ Tage.} \\ 105 \\ \hline = 294 \\ 280 \\ \hline 14 \text{ Rest.} \end{array}$$

Aufl. Der Fragefall ist hier offenbar 35 Arbeiter, weil nach dem Zeitbedarf der 35 Arbeiter gefragt wird. Der erste Fall ist 28 Arbeiter. Der zweite 48 Tage. Nun kann man hier nicht sagen: 1 Arbeiter braucht den 28sten Theil der Zeit, die 28 Arbeiter nöthig haben, vielmehr braucht 1 Arbeiter 28 Mal so viel Zeit, als 28 Arbeiter, um das gleiche Stück Arbeit fertig zu machen, also im vorliegenden Falle $28 \times 48 \text{ Tage} = 1344 \text{ Tage}$, und 35 Arbeiter brauchen nur $\frac{1}{35}$ der Zeit, die Einer nöthig hätte, also $\frac{1}{35}$ von 1344 Tagen u. s. w.

Nun gebe man ein ganz ähnliches Beispiel aus der geraden Regel Detri.

28 Arbeiter machen in einer gewissen Zeit einen Graben fertig, der 48 Kubikflaster misst. Wie viel Kubikflaster würden 35 Arbeiter in der gleichen Zeit auszugraben im Stande sein?

Ansatz und Berechnung:

$$28 \text{ Arb.} : 48 \text{ Kfst.} = 35 \text{ Arb.}$$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \hline 240 \\ 144 \quad 28 \\ \hline 1680 \quad | \quad 60 \text{ Kubikflaster.} \\ 168 \\ \hline = 0 \end{array}$$

Aufl. Der Fragefall ist hier wieder 35 Arbeiter. Der erste Fall 28 Arbeiter und der mittlere 48 Klasten. Hier wird 1 Arbeiter in der gleichen Zeit nicht etwa 28 Mal so viel, sondern vielmehr nur den 28sten Theil von der Arbeit zu Stande bringen, welche von 28 Arbeitern fertig gemacht wird, also $\frac{1}{28}$ von 48 Klasten; 35 Arbeiter machen $\frac{35}{28}$ von 48 Klasten fertig; $\frac{35}{28}$ ist auch $\frac{1}{28}$ vom 35fachen u. s. w.

6) In einer Fabrik arbeiten 215 Menschen täglich 9 Stunden lang. Nun treten aber 23 Arbeiter aus. Wie lange müßten die übrigen täglich arbeiten, wenn in der gleichen Zeit gleich viel Arbeit zu Stande kommen soll?

Ansatz und Berechnung:

$$\begin{array}{rcl}
 215 \text{ Arb.} & : & 9 \text{ Std.} = 192 \\
 \hline
 215 & & 192 \\
 1935 & | & 10 \text{ Std. 4 Min.} \\
 192 & & \\
 \hline
 15 \text{ Rest} & & \\
 60 & & \\
 \hline
 900 \text{ Min.} & & \\
 768 & & \\
 \hline
 132 \text{ Min.} & &
 \end{array}$$

Aufl. Nach dem Austritt der 23 sind noch 192 Menschen da; daraus ergibt sich der Ansatz: 215 Arb. brauchen täglich 9 Std.; wie viele Stdn. brauchen 192 Arb. für die gleiche Arb.? — 1 Arb. würde $215 \times 9 \text{ Std.} = 1935 \text{ Std.}$ für die gleiche Arb. brauchen, die von 215 Arbeitern in 9 Std. fertig wird: 192 Arb. bedürfen aber den 192sten Theil dieser Zeit, also 10 Std. 4 Min. + $\frac{132}{215} \text{ Min.}$

7) In einer andern Fabrik arbeiten 336 Menschen täglich 12 Stunden lang. Nun vermindert sich aber die Zahl dieser Arbeiter bis auf 152. Wie viele Stunden müßten nun diese täglich arbeiten, wenn sie in der gleichen Zeit gleich viel Arbeit zu Stande bringen sollten?

Ansatz und Berechnung.

$$336 \text{ M.} : 12 \text{ Std.} = 152 \text{ M.}$$

$$\begin{array}{rcl}
 336 & & \\
 \hline
 72 & & \\
 36 & & \\
 36 & & 152 \\
 \hline
 4032 \text{ Std.} & | & 26 \text{ Std. 31 Min.} + \frac{88}{152} \\
 304 & & \\
 \hline
 = 992 & & \\
 912 & & \\
 \hline
 : 80 \text{ Rest.} & & \\
 60 & & \\
 \hline
 4800 & & \\
 456 & & \\
 \hline
 = 240 & & \\
 152 & & \\
 \hline
 = 88 \text{ M. Rest.} & &
 \end{array}$$

Aufl. 1 Mensch braucht für die gleiche Arbeit 336 Mal so viel Std., als 336 Menschen, also $336 \times 12 \text{ Std.} = 4032 \text{ Std.}$ 152 Menschen dagegen brauchen $\frac{1}{152}$ dieser Zeit, also 26 Std. 31 Min. und noch den 152sten Theil von 88 Minuten.

Anmerk. Der Lehrer überlasse hier die Kinder zunächst ihrem eigenen Nachdenken. Hoffentlich wird das Eine oder Andere selbst darauf verfallen, daß das Resultat etwas Unmögliches verlangt. Demselben zufolge müßten diese Leute täglich 26 Std. 31 Min. arbeiten. Nun haben aber Tag und Nacht zusammen genommen nicht mehr als 24 Stunden. Wenn also die

Leute, ohne zu essen und zu schlafen, ununterbrochen fortarbeiten wollten, so könnten sie der Forderung doch nicht ein Genüge leisten.

8) Ein Schiff, das den 1. Jun. von Havre absegelt, ist für die 3 Monate Jun., Jul. und August so mit Lebensmitteln versehen, daß jedem Mitfahrenden täglich 2 Pfund Brot und 30 Loth Fleisch verabreicht werden können. Den 1. Jul. berechnet der Schiffskapitän nach einer anfänglich sehr langsamen Fahrt, daß er erst den 28. Sept. den Seehafen, wohin das Schiff steuert, erreichen könne. Es fragt sich also, wie groß dürfen die täglichen Brot- und Fleischportionen von der Zeit an noch sein, wenn der Vorrath ausreichen soll?

Berechnung.

$$a) \quad 62 \text{ T.} : 2 \text{ Pfd.} = 90 \text{ T.}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ 90 \\ \hline 124 \\ 90 \\ \hline 34 \\ 36 \\ \hline 204 \\ 102 \\ \hline 1224 \text{ Loth.} \\ 90 \\ \hline 324 \\ 270 \\ \hline = 54 \end{array}$$

$$b) \quad 62 \text{ T.} : 30 \text{ L.} = 90 \text{ T.}$$

$$\begin{array}{r} 62 \\ 90 \\ \hline 1860 \text{ L.} \\ 180 \\ \hline = 60 \end{array} \quad 20 \text{ L.} + \frac{60}{90}$$

Aufl. Die 3 Monate Jun., Jul. und Aug. haben zusammen 92 Tage. Für so lange ist also das Schiff mit Lebensmitteln versehen. Den 1. Jul. sind bereits 30 Tage der Reise vorüber, es wären also noch 62 Tage übrig, und für so lange wäre das Schiff noch versorgt. Nun zeigt sich aber, daß die Reise bis zum 28. Sept., also noch $62 + 28 = 90$ Tage dauern werde. Ich bekomme also den Ansat: Dauert die Reise nur noch 62 Tage, so darf a) die tägl. Portion Brot 2 Pfund und b) die tägliche Portion Fleisch 30 Loth sein. Wie stark muß aber die tägliche Portion gemacht werden, wenn die Reise noch 90 Tage dauern soll? — Weitere Aufl. und Berechnung, wie oben.

Anmerk. Die Auflösung hätte auch so gefaßt werden können. Anfänglich waren für jeden Mitschiffenden 92 Portionen zu 2 Pfd. Brot und 30 Loth Fleisch vorhanden. Nach Verfluß eines Monats waren aber nur noch 62 solche Portionen, also 62×2 Pfd. Brot und 62×30 Loth Fleisch für jede Person vorhanden; dieß auf 90 Tage vertheilt, gibt für eine Portion Brot 1 Pfund 13 Loth + den 90sten Th. von 54 Loth, und, für eine Portion Fleisch 20 Loth + den 90sten Th. von 60 Loth.

So gebe der Lehrer noch mehrere solcher Beispiele, und zwar aus der geraden und verkehrten Dreisatzrechnung durch einander. Dann mache er den Unterschied dieser verschiedenen Beispiele bemerklich. In fragender Manier entwickle er folgende Sätze:

1) Es gibt zwei verschiedene Arten von Dreisatzrechnung. Bei der ersten Art ist der erste Satz allemal Divisor und der dritte Multiplikator. Bei der 2ten ist der erste Satz Multiplikator und der dritte Divisor. Z. B. a) 4 Weber machen täglich 28 Ellen Zeug fertig, wie viel würden 10 Weber zu Stande bringen? Hier ist der erste Satz Divisor und der dritte Multiplikator; dieses Beispiel gehört also zur ersten Art von Dreisatzrechnung. b) 4 Weber brauchen 28 Tage, um eine gewisse Menge Waare fertig zu machen. Wie viel Zeit würden 10 Weber für die gleiche Arbeit brauchen? Hier ist der erste Satz Multiplikator, der dritte hingegen Divisor. Dieses Beispiel gehört also in die zweite Art von Dreisatzrechnung. Die erste Art nennt man die gerade, die zweite die verkehrte Dreisatzrechnung.

2) Bei der geraden Dreisatzrechnung vermehrt und vermindert sich das 2te Glied um das Ebensovielfache, als das erste Glied sich vermehrt oder vermindert. Doppelt so viel Waare kostet auch doppelt so viel Geld. Halb so viel Waare kostet auch nur halb so viel Geld. Eine dreifache Anzahl von Arbeitern wird auch drei Mal so viel Arbeit zu Stande bringen. Nur ein Drittel von der gegebenen Anzahl Arbeiter wird auch nur ein Drittel der Arbeit zuwege bringen. Vier Mal so viel Land wird auch einen vierfachen Ertrag liefern können, und $\frac{1}{4}$ dieses Landes läßt auch nur $\frac{1}{4}$ des Ertrages hoffen u. s. w.

3) Bei der verkehrten Dreisatzrechnung vermehrt sich der 2te Satz um das Ebensovielfache, als der erste sich vermindert und umgekehrt. Halb so viel Arbeiter brauchen zwei Mal so viel Zeit; zwei Mal so viel Arbeiter brauchen nur halb so viel Zeit für Vollendung der gleichen Arbeit. Für den dritten Theil einer gegebenen Zeit braucht es drei Mal so viel Arbeiter, wenn in dieser Zeit das gleiche Stück Arbeit fertig werden soll; für das Dreifache einer gegebenen Zeit braucht es nur einen Drittel der Arbeiter. Den vierten Theil einer gegebenen Anzahl von Menschen oder Thieren kann man mit dem gleichen Vorrathe von Lebensmitteln vier Mal so lang ernähren; umgekehrt die vierfache

Anzahl Menschen reicht mit den gleichen Vorräthen nur einen Viertel der Zeit aus u. s. w.

Anmerk. 1. In der Folge werden wir noch mehrere Fälle kennen lernen, wo die sogenannte verkehrte Dreisatzrechnung in Anwendung kommt. Zum Verständniß der Sache wird es an den angeführten Beispielen auf dieser Stufe genug sein.

Anmerk. 2. Im Exempelbuch werden die Beispiele für die verkehrte Dreisatzrechnung zugleich mit und unter denjenigen der geraden gegeben, um die Aufmerksamkeit der Schüler zu üben.

Zusammengesetzte Beispiele aus der sogenannten Fünf- und Vielsatzrechnung.

Auch aus dieser zusammengesetzten Rechnungsart mag der Lehrer hier einige Beispiele folgen lassen. Nur hüte er sich auf dieser Stufe vor allen künstlichen Ansätzen. Eine andere Lösungsmethode folgt S. 62. aus der Lehre von den zusammengesetzten Verhältnissen. Er lasse hier die Beispiele in einfache Dreisatzexempel zerlegen. Um aber die Rechnung zu vereinfachen, und insbesondere das Rechnen mit Brüchen zu vermeiden, so lasse er die Ausrechnung im ersten und zweiten Beispiele bloß andeuten und erst im letzten vollziehen.

1) 8 Maurer beendigen ein Stück Arbeit, das 105 Klafter mißt, in 31 Tagen. Wie viel Klafter Mauer könnten diesem zufolge 15 Maurer in 48 Tagen zu Stande bringen?

$$a) 8 \text{ M.} : 105 \text{ Kl.} = 15 \text{ M.}$$

$$\frac{105 \times 15}{8} \text{ Klft.}$$

$$b) 31 \text{ T.} : 105 \times 15 \text{ Klft.} = 48 \text{ T.}$$

$$\frac{105 \times 15 \times 48}{8 \times 31} \text{ Klft.}$$

$$105 \times 15$$

$$\underline{525}$$

$$1575$$

$$\underline{48}$$

$$12600$$

$$\underline{6300}$$

$$75600$$

$$\underline{744}$$

$$-1200$$

$$\underline{992}$$

$$208$$

$$248$$

$$304 \text{ Klft.} + 208 \frac{208}{248} \text{ Kl.}$$

Aufl. Offenbar ist dieses Beispiel aus 2 Dreisatzexemplen zusammengesetzt:

a) Wenn 8 Maurer 105 Kfst. Mauer fertig machen, wie viele Kfst. bringen 15 Maurer in der gleichen Arbeitszeit zu Stande? 1 Maurer bringt $\frac{1}{8}$ 15 M. $\frac{15}{8}$ von den 105 Kf. zu Stande — das ist $\frac{1}{8}$ von 15×105 Kfst., oder 105×15 Kf., dividirt durch 8, welches ich noch nicht ausrechne, sondern bloß durch die Formel $\frac{105 \cdot 15}{8}$ Kf. andeute.

b) Nun arbeiten die 15 Maurer nicht bloß 31, sondern 48 Tage. Also lautet das 2te Exempel: In 31 Tagen kommen $\frac{105 \cdot 15}{8}$ Kfst. Mauer zu Stande; wie viel in 48 Tagen? In 1 Tage $\frac{1}{31}$, in 48 T. $\frac{48}{31}$, oder $\frac{1}{31}$ vom 48fachen, also $105 \cdot 15 \cdot 48$ Kfst., dividirt durch $8 \cdot 31$, dieß andeutet durch die Formel: $\frac{105 \cdot 15 \cdot 48}{31 \cdot 8}$ Kfst. Ich bekomme also zum Dividenden $105 \cdot 15 \cdot 48 = 75600$ Kf. und zum Divisor $31 \cdot 8 = 248$. Die Division wirklich vollzogen, gibt zum Quotienten 304 Kfst. + dem 248 Th. von 208 Kfst.

Anmerk. Nach §. 35 könnte schon mit dem einen Faktor des Divisors, nämlich 8, der Faktor 48 des Dividenden getheilt werden. Dadurch bekämen wir $\frac{105 \cdot 15 \cdot 6}{31}$ Kfst.

2) 12 Maurer beendigen ein Stück Mauer, das 258 Klafter mißt, in 37 Tagen. Wie bald würden 21 Maurer mit einer Mauer von 480 Klaftern fertig werden? Antw. 39 T. + $\frac{1818}{5118}$ T.

$$a) 12 \text{ M.} : \frac{37 \text{ T.} = 21 \text{ M.}}{37 \cdot 12 \text{ Tage}} \\ 21$$

$$b) 258 \text{ Kfst.} : \frac{37 \cdot 12 \text{ T.} = 480 \text{ Kf.}}{21} \\ 21$$

$\begin{array}{r} 37 \times 12 \\ 74 \\ \hline 444 \\ 480 \\ \hline 35520 \\ 1.7.7.6 \\ \hline 2.13.1.20 \text{ Tage} \\ 16254 \\ \hline = 50.58.0 \\ 48762 \\ \hline = 1818 \end{array}$	$\begin{array}{r} 37 \cdot 12 \cdot 480 \text{ T.} \\ \hline 21 \cdot 258 \\ \hline 258 \times 21 \\ 516 \\ \hline 5118 \\ \hline 5418 \\ \hline 39 \text{ T.} (+ \frac{1818}{5118} \text{ T.}) \end{array}$
---	--

Aufl. Auch diese Aufgabe enthält 2 Fragesätze, 21 Maurer und 480 Kfst., ist also aus 2 Dreisacherempeln zusammengesetzt. a) 12 Maurer brauchen 37 Tage zu einer Mauer von 258 Kf.; wie viel Zeit würden 21 Maurer zu einer Mauer von gleicher Größe brauchen? — 1 Maurer würde 12 < so viel

Zeit und 21 Maurer nur $\frac{1}{21}$ der 12fachen Zeit brauchen. Dieses Beispiel gehört also zur verkehrten Dreif-Rechnung. Ich bekomme 12×37 Tage, dividirt durch 21, welches ich so andeute $\frac{37 \cdot 12}{21}$.

b) Nun haben aber die letztern Maurer nicht bloß 258, sondern 480 Kfst. Mauer zu machen. Ich bekomme also noch folgenden Aufsatz: Zu 258 Kf. braucht man $\frac{37 \cdot 12}{21}$ Tage, wie viel zu 480 Kfst.? — Zu 1 Klasten braucht es nur $\frac{1}{258}$ von obiger Zeit und zu 480 Kfst. $\frac{480}{258}$, d. i. auch $\frac{1}{258}$ vom 480fachen, also $37 \cdot 12 \cdot 480$, dividirt durch 258. 21 u. s. w.

3) 14 Maurer machen eine Mauer von 318 Kfst. in 45 Tagen. Wie viele Maurer müßte man anstellen, um eine Mauer von 540 Kfst. in 32 Tagen fertig zu haben?

a) 318 Kfst. : 14 Maur. = 540 Kfst.

$$\frac{540 \times 14 \text{ Maurer}}{318}$$

318

b) 45 Tage : $\frac{540 \times 14 \text{ Maur.}}{318} = 32 \text{ Tage.}$

318

$$\frac{45 \times 540 \times 14 \text{ Maur.}}{32 \times 318}$$

32 × 318

14	
540	318
560	32
70	636
7560	954
45	11176
37800	
30240	10176
340200	33 Maur.
30528	
= 3492.0	
3052 8	

4392 Rest.

Aufl. Hier sind wieder 2 Exempel. Es fragt sich: a) Für 318 Kfst. Mauer braucht 14 Maurer; wie viel Maurer braucht bei gleicher Arbeitszeit für 540 Kfst. Für 1 Kfst. braucht man nur $\frac{1}{318}$ der Kraft, die für 318 Kfst. erforderlich ist, und für 540 Kfst. $\frac{540}{318}$ — gibt also 540×14 Maurer, dividirt durch 318.

b) Nun sind aber die Arbeitszeiten ungleich; die zweite Mauer soll nicht in 45 Tagen, sondern schon in 32 Tagen fertig werden. Daher der Aufsatz: für 45 T. braucht $\frac{540 \times 14}{318}$ Maurer, wie viele für 32 Tage? Sollte die Mauer schon in 1 Tage fertig werden, so würde man $45 \times$ so viele Kräfte brauchen, auf 32 Tage vertheilt nur $\frac{1}{32}$ vom 45 fachen, also $\frac{45 \times 540 \times 14}{32 \times 318}$ Maurer. Die Rechnung ausgeführt, gibt zum Resultate 33 Maurer, Rest 4392.

Anmerk. 1. Allein wie verhält es sich mit diesem Reste? Offenbar würde noch etwas mehr als 33 Maurer erfordert; es gehörte dazu noch der 10176ste Theil der Kraft von 4392 Maurern, was aber lange nicht mehr die Kraft eines Maurers ausmacht — ja nicht einmal völlig die Hälfte dieser Kraft. Man könnte also sich denken, daß noch ein 34ster Arbeiter angestellt werde, der so ungefähr die Hälfte dessen, was ein anderer, zu Stande bringt.

Anmerk. 2. Alle diese Berechnungen in obigen 3 Beispielen setzen voraus, daß die Arbeiter im 2ten Falle eben so stark, eben so fleißig und geschickt, und von der Witterung eben so wohl begünstigt seien, als im ersten — Voraussetzungen, die in der Wirklichkeit nie zutreffen. Fragen dieser Art können also durch die Berechnung bloß annähernd beantwortet werden. Auf solche Dinge mache der Lehrer seine Kinder aufmerksam. Die verständigern verfallen vielleicht selbst auf Zweifel an der Genauigkeit solcher Rechnungen.

4) In einem Schieferbergwerke liefern 84 Arbeiter bei einer täglich 8ständigen Arbeit in 26 Tagen 32000 Stücke Dachplatten. Wie viele Zeit werden 150 Arbeiter bei täglich 5ständiger Arbeit für 500000 Stücke nöthig haben?

a) 84 Arb. : 26 Tage = 150 Arb.

$$\frac{84 \times 26 \text{ Tage}}{150}$$

b) 5 Std. : 84 × 26 Tage = 8 Std.

$$\frac{150}{5 \times 84 \times 26 \text{ Tage}} = \frac{8 \times 150}{8 \times 150}$$

c) 32000 St. : 5 × 84 × 26 Tage = 500000 St.

$$\frac{500000 \times 5 \times 84 \times 26 \text{ Tage}}{32000 \times 5 \times 150}$$

26	
84	32000
104	8
208	256000
2184	150
5	12 800000
10920	256000
500000	35400000
546000000	142 Tage.
384	
1620	
1536	
r = 84.0	
768	
= 72 Rest.	

Aufl. Hier ist das Exempel offenbar dreifach, indem die Länge der Zeit, nach der hier gefragt wird, theils von der Menge der Arbeiter, theils von der Menge der Stunden, die sie auf die Arbeit verwenden, theils von der Menge der Arbeitsstücke, die sie zu liefern haben, abhängt. In a) wird gefragt: 84 Arb. brauchen 26 Tage Zeit, wie viel Zeit würden 150 Arbeiter für die gleiche Arbeit und bei gleich viel Arbeitsstunden brauchen? — 1 Arbeiter würde $84 \times$ so viel Zeit und 150 Arb. nur $\frac{1}{150}$ vom 84fachen dieser Zeit brauchen, also 84×26 Tage, divid. durch 150.

b) Bei 5stündiger Arbeit sind $\frac{84 \times 26}{150}$ Tage erforderlich; wie viel bei 8stündiger Arbeit? Bei 1stündiger Arbeit wäre $5 \times$ so viel Zeit und bei 8stündiger nur $\frac{1}{8}$ derselben erforderlich, also $5 \times 84 \times 26$ Tage, dividirt durch 8×150 .

c) Für 32000 Stücke braucht man $\frac{5 \times 84 \times 26}{8 \times 150}$ Tage, wie viel Zeit für 500000 Stücke? Für Verfertigung von 1 Stück wird nur $\frac{1}{32000}$ der Zeit gebraucht, welche zu 32000 Stücken erforderlich ist, und für 500000 Stücke $\frac{500000}{32000}$, also $500000 \times 5 \times 84 \times 26$ Tage, dividirt durch $32000 \times 8 \times 150$. Die Rechnung vollführt, gibt 142 Tage, Rest 72.

Anmerk. 1. Das Verkleinern, wodurch die Rechnung bedeutend verkürzt wird, folgt erst auf einer spätern Stufe.

Anmerk. 2. Wollte der Lehrer diese Beispiele zusammenstellen, so kann dieß auf folgende Weise geschehen:

$$\left. \begin{array}{l} 84 \text{ Arb.} \\ 5 \text{ Std.} \\ 32 \text{ Tausd. v. Stck} \end{array} \right\} : 26 \text{ Tage} = \left\{ \begin{array}{l} 150 \text{ Arb.} \\ 8 \text{ Std.} \\ 500 \text{ Tsd. v. Stck.} \end{array} \right.$$

Die Auflösung könnte in folgender Weise an einander gereiht werden:

84 Arbeiter brauchen bei 5stündiger Arbeit für 32 Tsd. Stck. 26 Tage.

1 Arbeiter braucht bei 5stündiger Arbeit für 32 Tsd. Stck. 84×26 T.

150 Arb. brauchen bei 5stündiger Arb. bei 32 Tsd. Stck. 84×26 T., dividirt durch 150.

150 Arb. brauchen bei 1stündiger Arb. für 32 Tsd. Stck. $5 \times 84 \times 26$ T., dividirt durch 150.

150 Arb. brauchen bei 8stündiger Arb. für 32 Tsd. Stck. $5 \times 84 \times 26$ T., dividirt durch 8×150 .

150 Arb. brauchen bei 8stündiger Arbeit für 1 Tsd. Stck. $5 \times 84 \times 26$ T., dividirt durch $32 \times 8 \times 150$.

150 Arb. brauchen bei 8stündiger Arb. für 500 Tsd. Stck. $500 \times 5 \times 84 \times 26$ T., dividirt durch $32 \times 8 \times 150$.

Man könnte hier auch in absteigender Reihenfolge zuerst bestimmen: wie viele Tage braucht 1 Arbeiter bei 1stündiger Arbeit für 1 Tausend von Stücken? und dann in aufsteigender Reihenfolge: wie viele Tage brauchen 150 Arbeiter bei 8stündiger Arbeit für 500 Tsd. von Stücken? Dieses Verfahren nennt man das Zurückführen auf die Einheit — eine in vielen Fällen sehr brauchbare Methode, wenn sie nur nicht als die alleinseligmachende betrachtet und auf alle möglichen Fälle angewendet wird; sonst artet sie, wie alles Einseitige, in einen bloßen Mechanismus aus.

Anmerk. 3. Die Auflösung dieses und ähnlicher Exempel könnte auch so gefaßt werden: 84 Personen arbeiten täglich 5 Stunden, 26 Tage nach einander, das gibt $84 \times 5 \times 26$ Arbeitsstunden = 10920 Arbeitsstunden. Für 32 Tsd. von Platten braucht's also 10920 Arbeitsstunden, für 1 Tsd. $\frac{1}{32}$ dieser Zeit, und für 500 Tsd. $\frac{500}{32}$ ist = $500 \times 10920 = 5460000$ Arbeitsstunden, dividirt durch 32. Nun vertheilen sich aber diese Arbeitsstunden auf 150 Arbeiter, folglich erfordert es nur $\frac{1}{150}$ obiger Zeit, also 5460000 Arbeitsstunden, dividirt durch 150×32 oder 4800. Auf jeden Tag kommen aber 8 solcher Stunden, folglich gibt es so viele Tage, als 8 in gedachter Stundenzahl enthalten ist, also 5460000, dividirt durch 8×4800 oder 38400.

Es ist für solche zusammengesetzte Aufgaben wichtig, daß man sie von verschiedener Seite betrachten und auflösen lerne. Dadurch wird die Einsicht in die Natur dieser Aufgaben gar merklich gefördert.

Anmerk. 4. Die hier gegebenen Proben sollen eigentlich nur zeigen, wie solche Exempel auf dieser Stufe behandelt werden können. Auf einer spätern Stufe, S. 62., folgen noch andere vereinfachte Lösungsmethoden. In gewöhnlichen Landschulen und in Klassen mit jüngern Kindern ist es rarhsam, alle solche zusammengesetzten Beispiele, die dem Erfahrungskreise der Kinder noch zu fern sehn, wegzulassen, und auf eine spätere Stufe zu versparen.

Anmerk. 5. Auch hier gelten die schon oben vorkommenden Anmerkungen. Der Lehrer mache die Kinder bei den herauskommenden Antworten aufmerksam, ob sie nicht etwas Ungereimtes enthalten. So z. B. lautet die Antwort in einem sonst sehr geschägten arithmetischen Werke *), bei der Berechnung der Zeit, die für eine Raalarbeit erforderlich wäre, es seien dafür nöthig gerade 365 Tage oder genau 1 Jahr. Offenbar ist letztere Angabe falsch. 365 Arbeitstage sind weit mehr als ein Jahr, zum Mindesten 14 Monate, indem wenigstens 60 Sonn- und Festtage sich mit dabei befinden. Ueberdies wird vorausgesetzt, daß die Arbeit auch in den stürmischen Wintertagen ihren gleichmäßigen Fortgang habe, was auch nicht möglich ist. Die 365 vollständigen Arbeitstage dürften also auf diese Weise wohl zu 15 Monaten anwachsen.

Noch einige Beispiele von ungereimten Fragen, zur Uebung der Aufmerksamkeit.

1) Um eine Partie Waare 2 Meilen weit zu bringen, brauche ich 6 Pferde. Wie viele Pferde müßte ich verwenden, um diese Waare in der gleichen Zeit 10 Meilen weit zu bringen?

Auß. Soll ich hier schließen: 10 Meilen sind $5 \times$ so lang als 2 M., folglich brauche ich $5 \times 6 = 30$ Pf. ? — ? Ungereimt! Denn 30 Pferde können in der gleichen Zeit unmöglich einen 5 Mal so großen Raum durchlaufen als 6 Pferde. Ueberhaupt: die zu durchlaufenden Räume stehen mit der zu verwendenden Pferdezahl in gar keinem Verhältnisse.

2) 2 Pferde bringen eine Partie Waare 8 Meilen weit. Wie viele Meilen weit würden 10 Pferde die gleiche Waare in der gleichen Zeit bringen?

Auß. Wie oben.

3) Ein Bote trägt mir einen Centner Waare für 1 fl. 3 Meilen weit. Wie weit müßte mir derselbe 1 Pfund für den gleichen Lohn tragen?

*) Dieserwegs methodisches Handbuch für den Gesamtunterricht im Rechnen. 2ter Theil S. 80 (erste Aufl. von 1830).

Aufl. 1 Pfund ist 100 Mal leichter als 1 Centner, folglich wird er 1 Pfund um den gleichen Lohn $100 \times$ so weit, also $100 \times 3 = 300$ Meilen weit, tragen müssen — ? — ? — Ist das richtig?

4) Ein Kutscher verspricht mir, mich für 10 fl. in Zeit von 12 Stunden von Zürich nach Basel zu führen. Wenn ich ihm aber 40 fl. verspräche, in wie viel Zeit müßte er mich nach Basel bringen?

Aufl. Soll ich hier schließen: 40 fl. sind das Vierfache von 10 fl., folglich muß er für diesen Lohn 4 Mal schneller fahren, also die Fahrt in $\frac{1}{4}$ der Zeit, also in 3 Stunden, vollenden — ? — ? Warum geht das nicht an?

5) Jemand arbeitet täglich 8 Stunden und verdient dabei einen Tagelohn von 12 Bz. Wie viele Stunden müßte er aber täglich arbeiten, um einen Tagelohn von 40 Bz. zu verdienen? — ?

6) Ein Hausbau kann in 16 Wochen fertig werden, wenn täglich 25 Menschen an diesem Bau arbeiten. Wie viele Arbeiter müßten aber angestellt werden, wenn der Hausbau schon in 4 Tagen fertig werden sollte? — — Wo liegt hier das Ungereimte?

7) Ich habe 3 Apfelbäume in meinem Garten, welche mir zusammen 25 Btl. Obst liefern. Mein Nachbar hat 30 Apfelbäume in seiner Wiese. Wie viel Obst wird wohl dieser von seinen Bäumen erhalten haben? — ?

Aufl. Darf ich hier schließen: mein Nachbar hat 10 Mal so viel Bäume als ich, folglich ic. . . . ? Unter welcher Voraussetzung nur wäre dieser Schluß richtig? — Ist diese Voraussetzung aber alle Mal, oder doch in den meisten Fällen gegründet?

Anhang zum dritten Kapitel.

Anfangsgründe der Flächen- und Körperberechnung.

Vorbemerkung.

Dieser Anhang wird hier, als an der schicklichsten Stelle, eingeschaltet. Der Lehrer mag denselben, je nach dem Standpunkte seiner Kinder, theilweise schon früher, oder auch erst später vornehmen. Dieser Abschnitt bildet ein eigenthümliches, für sich abgeschlossenes Ganzes, das eine besondere Behandlung erfordert, und unabhängig von dem übrigen angewandten Rechnen, an jeder beliebigen Stelle eingeschaltet werden kann, wenn die Kinder die 4 Spezies in ganzen Zahlen inne haben. Vorausgesetzt wird, daß die Kinder aus der Formenlehre die Begriffe, Körper, Fläche, Linie, ebene Fläche, Winkel, die Arten der

Winkel, Figur, Dreieck, Viereck, rechtwinkliches Viereck (Rechteck) Quadrat, Würfel (Kubus), Prisma, vierseitiges rechtwinkliches Prisma (rechtwinkliches Parallelepiped) schon kennen. Wir geben hier nur eine Anweisung, wie man bei der Ausmessung und Berechnung der Flächen und Körper zu verfahren habe. Auch beschränken wir uns hier bloß auf die Berechnung der rechtwinklichten Vierecke und Parallelepipede: versteht ein Kind die Berechnung dieser Flächen und Körper, so wird ihm auch die Berechnung der übrigen nicht schwer fallen, wenn es einmal aus der Größenlehre die Gesetze kennen gelernt hat, nach welchen dieselben sich in Rechtecke und rechtwinklichte Parallelepipede verwandeln lassen. Auch dürfen auf dieser Stufe noch keine Brüche vorkommen. Die Unterabtheilungen der Maße werden immer in ganzen Zahlen angegeben und berechnet.

A. Berechnung der Flächen.

Vor allen Dingen bringe der Lehrer den Kindern die Längenmaße (man sehe im Exempelbuch diese Rubrik) wieder in Erinnerung. Er zeige ihnen diese Maße, z. B. ein Klaftermaß, einen Zollstab = 1 Schuh, mit seinen Unterabtheilungen, eine Elle u. s. w., und bemerke ihnen, daß man diese Maße zur Ausmessung der Linien brauche. Er ziehe eine gerade Linie an der Wandtafel, oder an der Wand, nach der Höhe oder Länge, messe diese Linie mit dem Zollstabe, oder lasse sie von einem Kinde messen, und frage:

L. Was haben wir jetzt gethan?

K. Wir haben eine gerade Linie gemessen.

L. In wie vielen Richtungen ist eine gerade Linie ausgedehnt?

K. Nur in einer Richtung, in die Länge.

L. Was für eine Raumgröße ist aber der Maßstab, den wir zur Ausmessung dieser Linie gebraucht haben?

K. (finden sie die Antwort nicht, so fahre der Lehrer fort:)

L. Dieser Maßstab ist allerdings ein Körper; er hat eine Länge, Breite und Dicke. Aber seine Breite und Dicke berücksichtigen wir gar nicht. Wir berücksichtigen nur seine Länge, welche hier, wie ihr seht, in mehrere kleinere gleichgroße Theile abgetheilt ist. Dieser Maßstab wird also nicht als ein Körper, sondern nur als eine Linie betrachtet. Denn als Maß der Linien kann nur eine Linie dienen. So gibt es noch viele Gegenstände, die entweder Flächen oder Körper sind, bei denen man aber nur die Länge allein ins Auge faßt, die man also als bloße Linien betrachtet und behandelt, z. B. den Weg von einem Orte zu einem andern, wo man gewöhnlich die Breite desselben ganz unberücksichtigt läßt; die Höhe einer Tanne, eines Thurmes u. s. w., die Länge eines Fadens, einer Stange u. s. w. Ueberdies kann ich überall, z. B. an dieser Wand, oder auf dem Felde, zwei Punkte annehmen, zwischen diesen Punkten eine Linie ziehen und dieselbe mit einem Maßstabe ausmessen. — Linien und Gegen-

stände, die nur als Linien (in Einer Richtung ausgedehnt) gedacht werden, werden mit einem Maßstabe gemessen, der selbst eine Linie ist. Man nennt dieß das Längenmaß.

Die Einteilung der Längenmaße ist schon früher vorgekommen, kann aber hier wiederholt werden. Man mache hier insbesondere auch auf den Unterschied der zwölftheiligen und zehntheiligen Maße aufmerksam.

L. Nun wollen wir versuchen, wie man die Flächen ausmessen und berechnen könne. Eine Fläche ist ausgedehnt — in wie vielen Richtungen?

R. In zwei Richtungen: Länge und Breite, oder Höhe u d Breite, oder auch Höhe und Länge.

L. Eine Fläche kann eben oder gebogen sein. Hier reden wir aber nur von ebenen Flächen. Eine ebene Fläche (Ebene) kann von krummen oder geraden Linien begrenzt sein. Nennt mir die verschiedenen Arten von Figuren, die aus solchen Verbindungen entstehen!

(Man wiederhole hier kurz, was in der Formenlehre hierüber gegeben worden. Dann fahre man weiter fort:)

L. Zunächst wollen wir nur solche ebene Flächen betrachten, welche die Form von rechtwinklichten Vierecken haben. Können ihr mir in diesem Zimmer solche Vierecke zeigen?

R. O ja! die Oberfläche der Wandtafel; die Wände dieses Zimmers; der Boden und die Decke desselben; die Fensteröffnungen

L. Schon gut! Nun betrachtet einmal diese Wandtafel; in dieser Richtung hat sie eine Ausdehnung in die Länge, in dieser andern eine Ausdehnung in die Breite (Höhe). Ich will nun beide Richtungen hier (an den Kanten) messen. Seht, die Länge beträgt 6 Schuh, und die Höhe 3 Schuh. Habe ich nun die Oberfläche der Tafel gemessen?

R. Nein, Sie haben nur 2 Linien, eine in die Länge und eine in die Breite, gemessen.

L. Ihr seht also, daß ich mit der Linie (dem Längenmaße) eine Fläche nicht messen kann. Merkt euch also: das Maß für eine Fläche muß wieder eine Fläche sein. Gewöhnlich braucht man das Quadrat als Maß für die Fläche.

(Der Lehrer nimmt nun von den Rechnungsfiguren einen Einer, dergleichen einen Hunderter, zeigt sie den Kindern, und fragt:)

Was sind das für Figuren?

R. Quadrate.

L. Seht nun, dieses kleine Quadrat (der Einer) ist 1 Zoll lang und 1 Zoll breit; eine solche Figur nennt man Quadrat Zoll. Dieses größere Quadrat ist (nach dem zehntheiligen Maße) 1 Schuh lang und 1 Schuh breit, und heißt darum Quadrat schuh (oder Quadrat fuß). Beide Figuren werden als Maße zur Ausmessung der Flächen gebraucht. Wir wollen nun versuchen, wie wir mit diesem größern Quadrate (dem $\square$ Schuh) die Oberfläche dieser Wandtafel messen können. (Das $\square$, an der untern Kante der Tafel anlegend, von der Linken zur Rechten messend, und die Quadrate mit Kreide oder Griffel auf der Tafel anzeichnend). Seht, hier in dieser Richtung liegen 6 solcher Quadrate (= 6 $\square$ Schuhe) neben einander.

(Nun eine 2te Reihe solcher $\square$ te über den ersten messend.) Seht, hier haben wir wieder 6 $\square$ Schuhe, macht mit den ersten 6, 12 $\square$ Schuhe.

(Nun noch die 3te Reihe messend.) Hier haben wir noch einmal 6 $\square$ Schuhe, machen zusammen 18 $\square$ Schuhe. Die ganze Tafel mißt also, wie ihr seht, 18 $\square$ Schuhe. Hier in der Richtung der Länge liegen 6 $\square$ Schuhe, und in der Richtung der Breite liegen 3 solcher Reihen $= 3 \times 6 = 18$ $\square$ Schuhe.

Auf diese Art lasse man noch mehrere größere und kleinere Flächen, theils mit dem $\square$ Schuh, theils mit dem $\square$ Zoll messen. Es handelt sich hier vorzüglich darum, daß die Kinder die Vorstellung möglichst klar erfassen, daß nur eine Fläche das Maß für eine Fläche sein könne. Geht man gleich Anfangs von dem Sage aus, das $\square$ Maß sei ein Produkt der Länge und Breite, so wird jene Darstellung verdunkelt, und es entsteht daraus vielfache Verwirrung. (Man sehe auch die Anmerk. in der Einleitung zur reinen Zahlenlehre S. 36.)

Hierauf weise man die Eintheilung der Quadratmaße nach. Betrachtet dieses größere $\square$ (den $\square$ Schuh). Wie viel $\square$ Zoll mag er enthalten?

K. 100 $\square$ Zoll. Denn in der Richtung der Länge liegen 10 $\square$ Zoll, und in der Richtung der Breite auch 10 $\square$ Zoll, gibt also 10 Reihen, jede 10 $\square$ Zoll enthaltend, also 100 $\square$ Zoll.

Z. Aber ihr wißt, daß man den Schuh sehr oft auch in 12 Zoll eintheilt. Wie viel solcher $\square$ Zolle mag 1 $\square$ Schuh enthalten?

K. $12 \times 12 = 144$ $\square$ Zolle. Aufl., wie oben.

Z. Aber wie viele $\square$ Linien mißt ein $\square$ Zoll?

K. Nach dem zehntheiligen Maße $10 \times 10 = 100$ $\square$ Linien.

„ „ zwölftheiligen „ $12 \times 12 = 144$ $\square$ Linien.

Z. Aber wie viele Schuh mißt ein $\square$ Klafter?

K. Nach dem 6theiligen Maße $6 \times 6 = 36$ $\square$ Schuh.

„ „ 7theiligen „ $7 \times 7 = 49$ „ „

Z. Wie viele Schuhe mißt eine $\square$ Elle?

K. Eine $\square$ Elle mißt $2 \times 2 = 4$ $\square$ Schuh.

Wenn dieses Alles von den Kindern vollkommen begriffen ist, fahre er nun weiter fort: Ihr seht also, daß man sich zur Ausmessung der Flächen wiederum einer Fläche, nämlich des Quadrates, bedient. Für ganz kleine Flächen gebraucht man den $\square$ Zoll, oder gar nur die $\square$ Linie, für größere den $\square$ Schuh, für noch größere das $\square$ Klafter, oder die $\square$ Ruthe; für sehr große die $\square$ Stunde, oder $\square$ Meile. Indes wäre es doch sehr unbequem, wenn man bei der Ausmessung einer Fläche immer solche $\square$ Masse, z. B. für Ausmessung dieses Bodens einen $\square$ Schuh, für Ausmessung eines Ackers ein $\square$ Klafter oder eine $\square$ Ruthe mit sich schleppen müßte. Wir wollen also sehen, ob wir uns nicht auf eine andere Weise helfen können. — Wir wollen einmal die Oberfläche dieser Schreibtisch hier ausmessen. Was ist sie für eine Figur?

K. Ein rechtwinkliges Viereck.

Z. Wir wollen nun zuerst hier diese Seite unten (in die Breite) mit dem $\square$ Stabe messen. Seht, sie beträgt gerade 5 Zoll. Und diese Seite hier (in

die Höhe) beträgt 9 Zoll. Nun wollen wir jede dieser Seiten durch Punkte in Zolle einteilen, die Breite unten in 5, und die Höhe in 9 Zolle, und von den Theilungspunkten aus Linien, gleichlaufend mit den Seiten, ziehen. In wie viele Theile ist dadurch die Oberfläche dieser Tafel eingetheilt worden?

R. In $5 \times 9 = 45$ gleiche Theile.

L. Und jeder dieser Theile ist gleich ?

R. Einem $\square$ Zoll

L. Die Oberfläche dieser Tafel mißt also?

R. 45 $\square$ Zoll.

Der Lehrer gebe nun noch mehrere Beispiele dieser Art; er bilde Rechtecke an der Tafel und lasse sie ausmessen, oder er bediene sich auch der Rechnungsfiguren, aus denen sich Rechtecke von verschiedener Größe bilden lassen. Dann sage er den Kindern: Ihr seht also, daß man sich zur Ausmessung der Rechtecke (und der Flächen überhaupt) auch des Längenmaßes bedienen kann. Man mißt nämlich zwei anstoßende Seiten des Rechtecks, theilt diese Seiten in Gedanken, oder wirklich durch Punkte, in so viele gleiche Theile, als das Maß angibt, und zieht aus den Theilungspunkten Linien, gleichlaufend mit den Seiten; dadurch wird das Rechteck in Quadrate eingetheilt, welche den Namen des gebrauchten Längenmaßes bekommen; die Menge der $\square$ re ist gleich dem Produkte der beiden gemessenen Seiten. Ist z. B. eine Seite des Rechtecks 15 Schuh, und die andere 8 Schuh, so hält das ganze Rechteck $8 \times 15 = 120 \square$ Schuhe; beträgt die Länge 20 Kft., und die Breite 1, 2, 3 Kft., so ist der $\square$ inhalt $= 1 \times 20 = 20$, oder $= 2 \times 20 = 40$, oder $= 3 \times 20 = 60 \square$ Klafter.

Man nennt die eine dieser Seiten auch die Grundlinie, und die andere die Höhe des Rechtecks, und drückt obigen Satz auch so aus: Der Quadratinhalt eines Rechtecks ist das Produkt der Grundlinie und Höhe desselben. Dabei muß man sich aber nicht etwa vorstellen, als ob diese $\square$ re wirklich durch Multiplikation dieser beiden Linien entstehen. Das Maß dieser Linien zeigt vielmehr bloß die Menge von $\square$ ren dieses Namens an, die sowohl in der Richtung der Länge, als der Breite zu liegen kommen. Mißt z. B. die Grundlinie 7 Klafter und die Höhe 4 Klafter, so kommen in der Richtung der Länge 7 $\square$ Klafter zu liegen, und in der Richtung der Breite 4 $\square$ Klafter; das gibt 1 Reihe 4 $\square$ Klafter, jede 7 $\square$ Kl. enthaltend, also $4 \times 7 = 28 \square$ Klafter.

Aufgaben.

1) Der Boden eines Zimmers ist 36 Schuh lang und 23 Schuh breit; wie groß ist sein Flächenraum?

Antw. und Aufl. $23 \times 36 = 828 \square$ Schuh.

2) Diese Wand hier mißt in die Länge 28 Schuh 7 Zoll; in die Höhe 9 Schuh 2 Zoll; was beträgt ihr $\square$ inhalt, nach dem zehntheiligen Maße?

$$28' 7'' = 287 \text{ Zoll}$$

$$9' 2'' = 92 \text{ „}$$

$$\underline{574}$$

$$2583$$

$$\underline{264|04} \square \text{ Zoll.}$$

$$100) 264 \square \text{ Schuh } 4 \square \text{ Zoll.}$$

Aufsl. Man verwandele zuerst beide Maße in Fulle, und multiplicire sie. Das Produkt ist $\square$ Fulle, welche man (da das Maß zehnthellig ist) durch Division mit 100 in $\square$ Schuhe verwandelt. Der Rest sind $\square$ Fulle.

3) Seht hier, ich messe diesen Tisch mit einem zwölftheiligen Füllstabe; seine Länge beträgt 8 Schuh 6 Foll 4 Linien; die Breite 10 Foll 7 Linien.

Es fragt sich nun, wie groß ist sein $\square$ Inhalt? Antw. 7 $\square$ 75 $\square$ 4 $\square$ ''.

Länge 8' 6" 4"	Breite 10' 7"
12	12
102"	127"
12	
1228"	
127	
8596	
2456	
1228	144
155956 $\square$ ''	1083 $\square$ ''
144	1008
= 1193	75 $\square$ ''
1152	
= 436	
432	
= 4 $\square$ ''	

Erklär. Zuerst verwandelt man die Maße beider Dimensionen (Ausdehnungen) in die kleinste Unterabtheilung, hier Linie, und multiplicirt sie mit einander. Das Produkt ist $\square$ Linien, welche man, da das Maß 12theilig ist, durch Division mit 144 zuerst in $\square$ Fulle, und dann die Fulle mit dem gleichen Divisor in $\square$ Schuhe verwandelt.

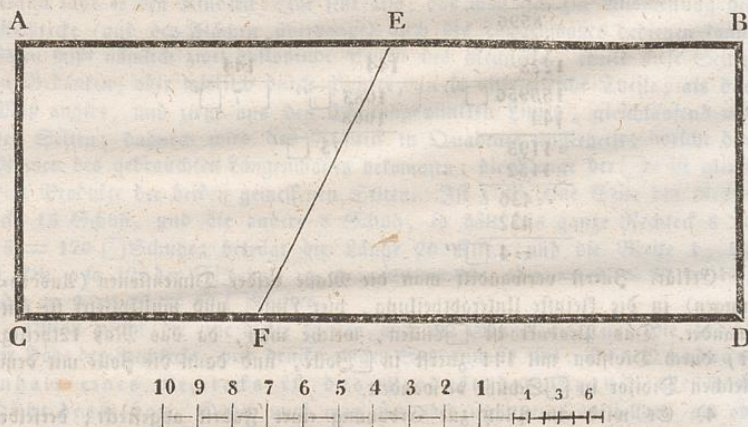
4) Es wird ein Platz zur Erbauung einer Fabrik abgesteckt; derselbe mißt 28 Klafter 3 Schuh in die Länge, und 9 Klst. 4 Schuh in die Breite. Wie viel beträgt sein Quadratmaß?

Länge 28 Kl. 3'	Breite 9 Kl. 4'
6	6
171'	58'
58	
1368	
855	36
9918 $\square$	275 $\square$ Kl. 18 $\square$
72	
271	
252	
= 198	
180	
18 $\square$	

Erkl. Zuerst die beiden Maße in Schuhe verwandelt, und dann mit einander multiplicirt! Das Produkt ist $\square$ Schuhe, welche man durch Division mit 36 in Kl verwandelt. Das Klafter ist hier zu 6' angenommen.

Solche Beispiele gebe der Lehrer noch mehrere, zuerst einfache und kleine und dann immer größere und zusammengesetztere. Wohl wird er thun, wenn er bisweilen sie anweist, Flächen, z. B. den Boden einer Stube, ihre Wände, die Fensteröffnungen, die Oberflächen von Tafeln, Tischen, Kästen u. mit einem Maßstabe wirklich zu messen, und dann auszurechnen. Es versteht sich, daß diese Gegenstände immer nur rechtwinklichte Vierecke sein dürfen. Er mache dabei bemerklieh, daß das Maß immer entweder an den Kanten, oder an Linien, welche mit den Kanten (Seitenlinien) gleichlaufend sind, genommen werden muß. Die Größe kann er ihnen an einer Figur an der Wandtafel nachweisen.

Bisweilen zeichne er auch solche Vierecke und einen einfachen verjüngten Maßstab an die Tafel (wie nebenstehende Figur) und sage den Kindern:



Seht hier diese Linie; sie soll einen Maßstab von 11 Klafter Länge darstellen. Sie ist, wie ihr seht, in 11 gleiche Theile eingetheilt; jeder dieser Theile soll ein Klafter vorstellen. Einer dieser Theile (am Ende rechts) ist wieder in 6 kleinere Theile eingetheilt, welche Schuhe vorstellen sollen. Nun denkt euch, dieses Viereck hier sei ein Acker (oder ein Garten). Wir wollen nun seine Grundlinie und Höhe mit diesem Maßstabe messen. (Der Lehrer zeige nun, wie man vermittelst des Zirkels diese Linien mißt.) Seht, die Grundlinie (Länge) CD mißt 15 Kl. 4 Schuh und die Höhe (Breite) AC mißt 4 Kl. 5 Schuh.*) Nun könnt ihr mir doch ausrechnen, wie viele $\square$ Klafter dieser Acker mißt?

*) Man bemerke hier: Nähme man die Breite willkürlich, z. B. in der Richtung von E nach F, so wäre die Linie zwischen diesen Punkten = 5 Kl. 2 Sch., also um 3 Schuh länger, als die senkrechte Linie AC; man bekäme also ein größeres $\square$ Maß. Um die Unrichtigkeit eines solchen Verfahrens klar zu machen, theile man die Grundlinie eines solchen Rechtecks CD in 10 Th. und nehme in demselben eine schiefe Linie EF = 8 solcher Theile, und ziehe

Die Kinder machen die Berechnung, wie oben, und finden $2726 \square \text{Schuh}$
 $= 75 \square \text{Al. } 26 \square \text{Schuh}$.

Nun lasse man auch umgekehrt aus dem Quadratinhalt und einer Seite (Dimension) die andere berechnen.

1) Ein Tischblatt hat gerade $16 \square \text{Schuh}$ Inhalt. Seine Breite beträgt 2 Schuh ; wie lang ist es? Antw. 8 Schuh .

Aufl. a) Die ganze Tafel mißt $16 \square \text{Schuh}$. Nun liegen in der Richtung der Breite $2 \square \text{Schuh}$. $16 \square \text{Schuh} = 8 \times 2 \square \text{Schuh}$. Es müssen also in der Richtung der Länge $8 \square \text{Schuhe}$ liegen, oder die Länge der Tafel muß $8'$ betragen.

b) Allgemeiner: Der $\square$ Inhalt entsteht aus dem Produkte der Grundlinie und Höhe (Länge und Breite). Ist also der $\square$ Inhalt und eine der beiden Ausdehnungen bekannt, so findet sich die noch unbekannte andere Ausdehnung durch Division der bekannten in dem $\square$ Inhalt.

2) Die Wand eines Zimmers mißt gerade $231 \square \text{Schuh}$. Die Länge derselben beträgt $25 \text{ Schuh } 8 \text{ Zoll}$ (nach dem 12theiligen Maße). Wie hoch ist die Wand (also auch das Zimmer)?

231 $\square'$	Länge $25' 8''$	
144	12	
924	308''	
924		
231	308''	12
33264 $\square''$	108'' Höhe	9 Schuh.
308	108	
= 2464	---	
2464		

durch die Theilungspunkte Linien, gleichlaufend mit den Seiten CD und AC. Dadurch wird das ganze Rechteck in 80 Vierecke zertheilt; aber diese Vierecke sind nicht mehr Quadrate, sondern längliche Rechtecke; denn ihre in der Richtung von A nach C liegenden Seiten wären kürzer, als die in der Richtung von C nach D liegenden. Wäre eine der in letzterer Richtung liegenden Seiten $= 1 \text{ Schuh}$, so wäre die in ersterer Richtung liegende kleiner als 1 Schuh , folglich jedes Viereck auch kleiner als $1 \square \text{Schuh}$. Nur dann entstehen bei einer solchen Eintheilung eines Rechtecks wirkliche $\square$ te, wenn zwei senkrecht auf einander stehende Seiten (oder auch 2 mit ihnen parallel laufende Linien) in gleich große Theile getheilt werden. Hieraus folgt also auch die Richtigkeit des oben angegebenen Satzes, über die Art, wie das Maß an Rechtecken zu nehmen sei. So viel mag auf dieser Stufe zur Erklärung genug sein. Beiläufig bemerke der Lehrer auch noch: 1) Die senkrechte Linie zwischen 2 Parallelen ist kleiner als jede schiefe; 2) senkrechte Linien zwischen Parallelen sind alle gleich groß. Ein Beweis dafür kann hier freilich nicht geführt werden. Allein das historische Voraussetzen solcher Sätze hat, wie Diesterweg in seinem Wegweiser und in seinem Handbuche für den Rechenunterricht sehr richtig bemerkt, bei einem übrigens elementarisch-geneitschen Unterrichtsgange gar keine Gefahr. Die Begierde nach der Einsicht in die Gründe wird dabei eher geweckt, als geschwächt.

Erklär. Ich finde die Höhe durch Division der Länge in den $\square$ Inbalt. Die Länge beträgt $25' 8'' = 308''$ Längenmaß. Der $\square$ Inbalt $= 231 \square' = 231 \times 144 \square'' = 33264 \square''$. Dividire ich mit der Länge $308''$ in diesen $\square$ Inbalt, so bekomme ich zum Quotienten $108''$ für die Höhe. Diese $108''$ sind auch nur ein Längenmaß $= 9$ Schuh.

Anmerk. Hier ist der Unterschied zwischen Längenmaß und Quadratmaß wohl festzuhalten, wenn man sich nicht vergreifen will. Zur Verdeutlichung kann man auch auf die ganz auf Anschauung beruhende Auflösung des vorübergehenden Exempels zurückweisen. Z. B. in dem vorliegenden Exempel sind $231 \square' = 33264 \square''$ gegeben. In der Richtung der Länge liegen $25' 8'' = 308''$. Durch Division von $33264 \square''$ mit 308 finde ich, daß erstere Zahl $= 108 \times 308 \square''$ ist, daß also in der Richtung der Breite $108 \square$ Zolle liegen müssen, und daß also auch die Richtung 108 Zolle in die Länge ausgedehnt sein müsse, welche $= 9'$ Längenmaß betragen.

3) Ein Acker mißt $570 \square$ Rst. $21 \square$ Schuh. Seine Breite beträgt 6 Kl. 5 Schuh. Wie viel beträgt seine Länge? Antw. 83 Kl. 3 Schuh.

Berechnung und Auflösung, wie oben.

Zusammengesetzte Beispiele.

1) Die Höhe eines Zimmers beträgt 8 Schuh 5 Zoll (nach dem zehnteiligen Maße). Seine Länge 25 Schuh und seine Breite 16 Schuh 8 Zoll. Es fragt sich nun, was die ganze innere Oberfläche desselben, Boden, Decke und Wände, betragen?

Aufl. Hier sind 6 verschiedene Flächen, nämlich Boden und Decke des Zimmers und seine 4 Wände, zu berechnen. Von dieser sind je 2 und 2 Flächen, nämlich Boden und Decke, eben so die gegenüberstehenden Wände einander gleich. Der Boden ist 25 Schuh $= 250''$ lang, und 16 Schuh 8 Zoll $= 168''$ breit; sein $\square$ Inbalt ist also $= 168 \times 250 \square'' = 42000 \square''$. Eben so viel beträgt auch die Decke, also beide zusammen $84000 \square''$. Die Höhe des Zimmers ist $8' 5'' = 85''$; seine Länge $250''$, also der $\square$ Inbalt einer Wand in die Länge $= 85 \times 250 = 21250 \square''$; die ihr gegenüberstehende Wand eben so viel, also beide zusammen $42500 \square''$. — Die Breite des Zimmers beträgt $16' 8'' = 168''$, also der $\square$ Inbalt einer Wand in die Breite $= 85 \times 168 = 14280 \square''$; die ihr gegenüberstehende Wand eben so viel, also zusammen $= 28560 \square''$. Alle 6 Flächen zusammen betragen also $84000 + 42500 + 28560 \square'' = 155060 \square'' = 1550 \square' + 60 \square''$.

2) Ein Kellerboden soll mit Schieferplatten belegt werden, von denen jede $= 1$ Quadrat ist, dessen Seite 2 Schuhe mißt. Der Keller ist 28 Schuh lang und 15 Schuh breit. Wie viele solcher Platten braucht es?

Antw. und Aufl. Der $\square$ Inbalt des Kellerbodens ist $15 \times 28 = 420 \square'$. 1 Platte mißt $2 \times 2 = 4 \square'$. Auf $4 \square'$ kommt also 1 Platte, $420 \square' = 105 \times 4 \square'$; also kommen 105 Platten auf $420 \square'$.

3) Ein Küchenboden, $24'$ lang und $14'$ breit, soll mit Ziegeln belegt werden, von denen jeder 9 Zoll lang und 4 Zoll breit ist (nach dem 12theil. Maße). Es fragt sich, wie viele solcher Ziegel braucht es? Antw. 1344 Stücke.

Aufl. Auch hier sucht man zuerst den $\square$ Inbalt des Küchenbodens $= 48384 \square''$, und dann den $\square$ Inbalt eines Ziegels $= 36 \square''$, und dividirt letztern in den erstern.

4) Ein Dach mit 2 gleichen Flügeln, von denen jeder = 58' 6'' (12theil. Maß) Länge, und 19' 7'' Breite hat, soll mit Dachplatten bedeckt werden, welche 16' Länge und 14'' Breite haben, und so gelegt werden, daß von der Länge immer 11 Zoll von der obern Reihe verdeckt werden. Es fragt sich, wie viele Stücke solcher Platten braucht es?

Länge 58' 6'' Breite 19' 7''

$$\begin{array}{r} 12 \\ \hline 702'' \\ \hline 235'' \\ \hline 702 \\ \hline 470 \\ \hline 1645 \end{array}$$

Länge der Platte 16'

Davon ab 11''

Rest 5''

Der Raum, den eine Platte deckt, beträgt also noch $5 \times 14 = 70 \square''$.

$$\begin{array}{r} \text{Ein Dachflügel} = 164970 \square'' \\ \text{Beide Dachflügel} = 329940 \square'' \quad (2) \\ \hline 329940 \square'' \\ 7|0 \quad 4713 \text{ Rest } 30. \end{array}$$

Es braucht also 4713 Stück Platten (+ $\frac{1}{70}$ von 30 Stücken).

5) Wenn nun noch 150 Stücke, wegen möglichem Ausfall und Ir-
rung, mehr bestellt werden, als der oben berechnete Bedarf, wie hoch beläuft
sich die Auslage für diese Dachbedeckung, wenn 100 Stücke dieser Platten
auf 7 Frkn. 2 Sh. zu stehen kommen? Antw. Auf 350 Frkn. 13 Rp.
(+ $\frac{6}{10}$ Rp.)

6) Wie hoch würde sich der Ankauf von Ziegeln für dieses Dach belau-
fen, wenn jeder Ziegel 7 Zoll breit und 16 Zoll lang wäre, aber ebenfalls so
gelegt würden, daß 11 Zoll der Länge von der obern Reihe verdeckt würden,
überdies 300 Stücke wegen möglichem Ausfall über den Bedarf gekauft würden,
und jedes Hundert auf 4 Frk. zu stehen käme? Antw. 389 Frk. 4 Rp.

Aufl., wie oben. Der Raum, den 1 Ziegel unter den gegebenen Bedin-
gungen deckt, beträgt $7 \times 5 = 35 \square''$.

7) Leonhard und Matthias vertauschen zwei Aecker gegen einander. Der
Acker des Leonhard ist 98 Klafter lang und 9 Klst. 5 Schuh breit. Der
Acker des Matthias ist 71 Klst. 3 Schuh lang, und 17 Klst. 2 Schuh breit.
Es fragt sich nun, welcher Acker ist der größere, und wie viel muß Einer dem
Andern heraus bezahlen, wenn das $\square$ Klst. zu 46 fr. angeschlagen wird?
Antw. Leonhard hat dem Matthias noch zu vergüten fl. 211 = 20 fr.
(+ $\frac{24}{36}$ fr.)

Aufl. Hier wird zuerst der Inhalt eines jeden Ackers berechnet. Hierauf
könnte der Werth eines jeden Ackers berechnet, und dann der Unterschied dieser
Werthe durch Subtraktion bestimmt werden. Oder man könnte zuerst den
Unterschied ihrer Größe bestimmen, und hierauf bloß den Werth dieses Unter-
schiedes berechnen.

8) Ich habe 2 Stücke Leinwand von gleicher Güte; das eine mißt
48 Ellen, und das andere 60 Ellen; welches ist größer?

Die Kinder werden ohne Zweifel antworten, das zweite ist um 12 Ellen
größer als das andere. Der Lehrer frage nun weiter: Unter welche Klasse
Angewandtes Rechnen.

von Raumgrößen gehört ein Stück Leinwand? R. (finden wohl die Antwort) In die Klasse der Körper; denn es hat eine Länge, Breite und Dicke. L. Ganz richtig! Meistentheils wird aber die Dicke gar nicht berücksichtigt, wenigstens in keinem Falle gemessen. Auch wird in gewöhnlichen Fällen beim Kauf und Verkauf von Tüchern nur die Länge gemessen, und in Rechnung gebracht. Indes muß man gleichwohl jede Art von Tüchern nicht bloß als eine in die Länge, sondern als eine auch in die Breite ausgedehnte Größe, also als eine Fläche betrachten; denn man bedient sich ihrer eben zur Bedeckung von Flächen, z. B. der Oberfläche des menschlichen Leibes u. s. w. Die wahre Größe eines Stückes Tuches hängt also nicht bloß von seiner Länge, sondern auch von seiner Breite ab; je breiter das Stück, desto größer ist der Flächenraum, den man damit bedecken kann. Die Berechnung der Größe von Tüchern muß also gerade, wie die Berechnung jeder andern Fläche behandelt werden.

Das Maß für Tücher ist 1 Elle = 2 Schuhe.

Ihre Unterabtheilungen sind: 1 Elle = 2 Halb-Ellen, jede = 1'.

= 4 Viertels-Ellen (Vlg.), jede = 6''.

= 8 Achters-Ellen, jede = 3''.

1 □ Elle hält also 4 □ Schuh = 576 □'' (nach dem 12th. Maße).

1 „ „ = 4 □ Halb-Ellen. 1 □ Halb-Elle = 1 □ Schuh.

1 „ „ = 16 □ Vierling. 1 □ Vlg. = 36 □''.

1 „ „ = 64 □ Achters-El. 1 □ Acht. Elle = 9 □''.

Wären nun jene zuerst genannten beiden Stücke Leinwand gleich breit, so hätte ihr Recht; das 2te Stück (von 60 Ellen) wäre um 12 Ellen größer als das 1te, welches nur 48 Ellen mißt. Aber wir wollen einmal annehmen, die Breite des ersten Stückes betrage 5 Vierling (Vtls. Ellen), und die des 2ten nur 1 Elle; wie verhält sich die wahre Größe dieser beiden Stücke?

Das erste Stück = 48 Ellen lang = 192 Vlg.

Die Breite beträgt 5 Vlg.

16

Der □ Inhalt = 960 □ Vlg.

60 □ Ellen.

96

= 0

Das erste Stück mißt also 60 □ Ellen.

Das 2te ist 60 Ellen lang und 1 Elle breit, mißt also auch $1 \times 60 = 60$ □ Ellen. Beide Stücke sind also gleich groß.

10) Ich habe 2 Stücke Tuch von ganz gleicher Größe. Das erste mißt 91 Ellen und ist 5 Vlg. breit. Das andere hat eine Breite von 7 Vlg.; wie lang ist dasselbe? Antw. 65 Ellen.

Aufl. Länge des 1ten Stückes = 91 El.

4

364 Vtls. El.

Breite desselben 5 „ „

□ Inhalt desselben 1820 □ Vtls. Ellen.

Nun ist der $\square$ Inhalt des 2ten Stücks = dem des 1sten, also auch = 1820 $\square$ Wts. Ellen. Seine Breite ist 7 Wts. Ell. Die Länge wird durch Division der Breite in dem $\square$ Inhalt gefunden also:

7) 1820 ☐ Bt18 &u.

260 Btls. Ellen Länge.

65 ganze Ellen Länge.

Anmerk. Man hätte diese Beispiele auch als Expl. der verkehrten Dreisatzrechnung behandeln können, denn die Breiten stehen bei gleichem Quadratinhalte im umgekehrten Verhältnisse, wie die Längen, als Faktoren zweier gleicher Produkte (Länge $\times$ Breite des ersten = Länge $\times$ Breite des zweiten). Man vergleiche auch Reine Zahlenlehre S. 46. E. Satz 2. am Schlusse dieses S. Allein auf dieser Stufe thut man besser, man behandle diese Beispiele als Berechnungen des Flächeninhalts, und verspare den letzten Satz auf eine spätere Stufe, S. 62.

Der Lehrer wird nun leicht selbst nach dem Muster der gegebenen Beispiele andere aufzufinden im Stande sein. Nur noch ein Paar etwas zusammengekehrte Musteraufgaben will ich hier beifügen.

11) Ein Sattler soll ein Duzend Sessel mit Tuch bekleiden. Der Sitz des Sessels ist ein Quadrat; für seine Bekleidung braucht er auch ein Stück Tuch = einem Quadrat, dessen Seite 21 Zoll beträgt. Für den Rücken braucht er ein Stück, dessen Breite 20 Zoll, und dessen Höhe 2 Schuh 6 Zoll beträgt. Das Tuch mißt in die Breite $1\frac{1}{2}$ Elle. Es fragt sich nun, wie viele Ellen Zeug er zu diesen Sesseln brauche, und wie hoch dieses Zeug zu stehen komme, wenn er 36 Bz. per Elle bezahlen muß? Dabei ist anzumerken, daß er für den Rest noch eine ganze Elle, und für den möglichen Ausfall noch 1 Halb-Elle mehr kauft. Antw. Er braucht sammt dem zuletzt benannten Zuschlag 15 Ellen + 1 Halb-Elle. Betrag 55 Frk. 8 Bz.

Aufl. Der Sitz eines Sessels = $21 \times 21 = 441 \text{ } \square''$.

Der Rücken " " = $20 \times 30 = 600$ □".

Er braucht also für 1 Sessel 1041 $\frac{1}{2}$ ''

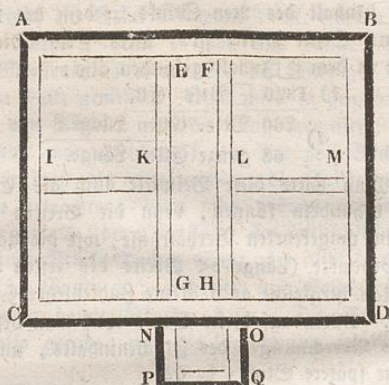
für 12 Sessel $12 \times 1041 = 12492$ □'' Tuch.

Nun beträgt die Breite des Tuchs $1\frac{1}{2}$ Ellen = $36''$, also seine Länge $\frac{12492}{36} = 347''$. Jede Elle mißt in die Länge $24''$; $347''$ Länge = $\frac{347''}{24}$

= 14 Ellen + 11 Zoll. Anstatt dieser 11 Zolle kauft er noch 1 Elle; es gibt also 15 Ellen. Dazu kommt noch 1 Halb-Elle, also zusammen 15½ Ell.

Berechnung des Betrages, wie gewöhnlich:

12) H. Philipp will ein Haus bauen lassen. Dasselbe soll in jedem Stocke 4 Zimmer enthalten, jedes = 1 Quadrat, dessen Seite = 20' betragen soll. In der Mitte soll ein Gang von 8' Breite angebracht werden. Die Hauptmauern sollen eine Dicke von 3', die Mittelmauern von 2' erhalten. Der Abtritt soll an der hintern Seite an den Gang angehängt werden in der Breite, wie der Gang, Länge 6'. Wie viele Boden braucht er zu diesem Baue, und wie hoch kommt ihn derselbe, wenn er 7 $\frac{1}{2}$ f. 5 Hk. per Kist. bezahlen soll? Antw. Inh. 80 $\square$ Kl. Werth 600 Grk.



Auß.	Länge der beiden Zimmer in der Richtung von A nach B	40'
	Breite des Ganges EF	8'
	Dicke der Hauptmauern auf beiden Seiten	6'
	Dicke der beiden Mittelmauern bei E und F	4'
	Länge der ganzen Seite AB	= 58'
	Breite der Zimmer von A nach C	40'
	Dicke der beiden Hauptmauern	6'
	Dicke der Mittelmauer IK	2'
		48'

Abtritt, Breite von N nach O, sammt den Mauern . 12'

Länge sammt der Mauer von N nach P . 8'

☐ Inhalt des Hausplatzes innerhalb der Hauptmauern

$$58 \times 48 \square' = 2784 \square'$$

☐ Inhalt des Platzes für den Abtritt . . .

$$8 \times 12 \square' = 96 \square'$$

$$\hline 2880 \square'$$

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 2880 \square' \quad | \quad 80 \square' \text{ Rft.} \quad 1 \text{ Rl. : } 75 \text{ Zh.} = 80 \text{ Rl.} \\
 288 \\
 \hline
 =: 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 80 \\
 600 | 0 \\
 \hline
 600 \text{ Frk.}
 \end{array}$$

13) Man verdingt nun das Mauerwerk bei diesem Hausbau zu 46 Zh. per $\square$ Rft. Das Haus soll 3 Stock hoch werden; auf jeden Stock werden 9' aufgemauert; eben so tief wird der Keller sammt dem Fundamente gelegt. Wie viele Rft. $\square$ Maß trägt das ganze Mauerwerk? Und was ist der Kostenbetrag für dasselbe? (Anm. Die Dicke der Mauern wird bei solchen Rechnungen nicht berücksichtigt.) Antw. Maß des Mauerwerks 348 $\square$ Rft. Kostenbetrag 1600 Frk. 8 Zh.

Auß. Jede der beiden Hauptmauern AB und CD ist von Außen gemessen 58' lang, also beide $2 \times 58' = 116'$ lang.

Die Höhe derselben trägt $4 \times 9' = 36'$.

□ Inhalt dieser beiden Mauern $= 116 \times 36 \square' =$	116 □ Rlft.
Jede der beiden Mauern AC u. BD ist, inwendig gemessen, 42' lang, beide $2 \times 42 = 84'$. Höhe 36'. □ Inhalt $84 \times 36 \square' =$	84 □ Rlft.
Die beiden Mittelmauern EG u. FH haben gleiche Länge, also ihr □ Inhalt auch $= 84 \times 36 \square' =$	84 □ Rlft.
Die beiden Mittelmauern IK und LM sind zusammen auch 40' lang, also ihr □ Inhalt $40 \times 36 \square' =$	40 □ Rlft.
Die beiden Mauern des Abtritts NP u. OQ sind jede 8' lang, beide also 16'. □ Inhalt $16 \times 36 \square' =$	16 □ Rlft.
Die Mauer PQ ist, inwendig gemessen, 8' lang, also ihr □ Inhalt $= 8 \times 36 \square' =$	8 □ Rlft.
Das ganze Mauerwerk hält also	348 □ Rlft.

1 Kl. : 46 Bq. = 348 Rlft.

$$\begin{array}{r}
 46 \\
 \hline
 2088 \\
 1392 \\
 \hline
 16008 \text{ Bq.} \\
 10) \quad 1600 \text{ Fr. } 8 \text{ Bq.}
 \end{array}$$

B) Berechnung der Körper.

Zuerst wiederhole der Lehrer aus der Formenlehre die Erklärungen von den Eigenschaften und Arten der Körper, und bemerke ihnen, daß wir uns hier nur auf die Ausmessung und Berechnung rechtwinkliger, 6seitiger Körper (Parallelepipeden) einzulassen. Er lasse sie hierauf solche Körperräume auffuchen und angeben, z. B. vierseitig behauene Balken, Zimmerräume, die innern Räume von Kisten, Kästen, Trögen u. s. w. Dann entwickle er auf gleiche Weise, wie oben bei den Flächenräumen geschehen ist, den Satz, daß nur ein Körper das Maß für einen Körper sein könne. Er sage ihnen ferner: Als Maß für die Körper gebraucht man den Würfel (Kubus). Die Benennungen für diese Körper- oder kubischen Maße sind die gleichen, wie für die Längen- und Flächenmaße. Man hat Kubiklinien, Kubikzolle, Kubikschuhe, Kubikflaster, Kubikruthen, Kubikmeilen.

Hat der Lehrer einen Würfel, wie der S. III. der Einleitung zur reinen Zahlenlehre S. 16 beschriebene, so nehme er einen zölligen Würfel, zeige ihn den Kindern, und sage ihnen, seht das ist ein Kubizoll, Würfelzoll; er ist 1 Zoll lang, breit und hoch, hat also in allen Richtungen, die bei einem Körper möglich sind, eine gleiche Ausdehnung. Nun frage er: Was versteht man wohl unter einem Kubikschuh? A. Einen Körper, der 1 Schuh lang, 1 Schuh breit, und 1 Schuh hoch oder dick ist. L. Was ist ein Kubikflaster? A. Ein Körper, der 1 Rlft. lang, 1 Rlft. breit und 1 Rlft. hoch ist. Die gleiche Frage mache man über die andern kubischen Maße. L. Nun wollen wir einmal untersuchen, wie viele Kubizolle zu einem Kubikschuh gehören, und zwar a) nach dem zehnth. Maße. Seht, hier lege ich 10 Kubizolle neben einander; habe ich schon einen Kubikschuh? A. Nein, das ist noch kein Würfel

von 1 Schuh Länge, Breite und Höhe, es liegen nur 10 Kubizfoll neben einander, welche einen Körper bilden, der 1 Schuh lang, 1 Zoll breit und 1 Zoll dick ist. L. Nun so wollen wir 10 solcher Reihen von Kubizfollen neben einander legen; ist das wohl ein Kubischuh? R. Nein; es liegen $10 \times 10 = 100$ Kubizfoll neben einander, welche einen Körper bilden, der 1 Schuh lang und 1 Schuh breit, aber nur 1 Zoll hoch ist. L. Richtig! Ihr werdet aber das Besondere an diesem Körper bemerken, daß er auf dem Boden eine Fläche bedeckt, welche $= 100$ Quadratfoll $= 1$ Quadratschuh ist. Man kann also diesen Körper eine quadratförmige Schicht nennen. Nun wollen wir 10 solcher quadratförmiger Schichten über einander legen. Was haben wir jetzt bekommen? R. Einen Körper, der $10 \times 10 \times 10 = 10 \times 100 = 1000$ Kubizfoll enthält. Dieser Körper ist wieder ein Würfel von 1 Schuh Länge, 1 Schuh Breite, 1 Schuh Höhe, also $= 1$ Kubischuh. L. Ein Kubischuh hält also nach dem zehntheiligen Maße $10 \times 10 \times 10 = 1000$ Kubizfoll. Aber könnt ihr mir nun auch sagen, wie viel Kubizfoll ein Kubischuh nach dem zwölftheiligen Maße enthält? Die Kinder werden es wohl von selbst finden: Nach dem zwölftheiligen Maße liegen zunächst 12 Kubizfoll neben einander in die Länge; dazu kommen nun 12 Reihen solcher Kub. Z., welche auf dem Boden einen $\square$ Schuh $= 144$ $\square$ Zoll bedecken, und eine quadratförmige Schicht von 144 Kub. Z. bilden. Legt man nun 12 solcher Schichten über einander, so bekommt man $12 \times 144 = 1728$ Kub. Z. $=$ einem Körper von 1 Sch. Länge, 1 Sch. Breite und 1 Sch. Höhe, also $= 1$ Kub. Sch. Nach dem zwölftheiligen Maße hält also 1 Kubischuh $12 \times 12 \times 12 = 1728$ Kubizfoll.

Auf die gleiche Art entwickle man den Inhalt eines Kub. Klst. Man sage den Kindern: seht, hier haben wir einen Kub. Sch. (Man stelle ihn auf den Boden des Schulzimmers.) Nun denkt euch 6 solcher Kub. Sch. neben einander; ist das schon 1 Kub. Klst.? R. Nein, es ist erst ein Körper von 1 Klst. Länge, 1' Br. und 1' Höhe. — L. Nun denkt euch 6 solcher Reihen von Kub. Sch. neben einander, sind das schon 1 Kub. Klst.? R. Nein, es ist erst ein Körper von $6 \times 6 = 36$ Kub. Sch. oder von 1 Klst. Länge, 1 Klst. Breite und 1 Schuh Höhe. L. Nun wollen wir wieder in Gedanken 6 solcher quadratförmiger Schichten über einander legen; was bekommen wir jetzt? R. Einen Körper von $6 \times 6 \times 6 = 6 \times 36 = 216$ Kub. Sch. Dieser Körper ist 1 Klst. lang, 1 Klst. breit, 1 Klst. hoch, also $= 1$ Kub. Klst.

So ist 1 Kub. Klst. nach dem 7theil. Maße $= 7 \times 7 \times 7 = 343$ Kub. Sch.

1 Kub. Ruthe $= 10 \times 10 \times 10 = 1000$ Kub. Sch.

1 Kub. Z. $10 \times 10 \times 10 = 1000$ Kub. L. nach dem zehnth. Maße.

„ „ $12 \times 12 \times 12 = 1728$ „ „ „ zwölftth. „

Man lasse nun die Kinder noch mehrere kubische Größen aus den Kubizfollen zusammenlegen. Man gebe ihnen auf: Reihet 16 Kubizfoll an einander; stellet 5 solcher Reihen neben einander, und dann vier solcher Schichten über einander; wie viele Kubizfoll habet ihr? In der Richtung der Länge liegen 16 Kub. Foll; in der Richtung der Breite liegen 5 solcher Reihen neben einander, gibt $5 \times 16 = 80$ Kub. Z. Nun liegen aber 4 solcher Schichten über einander, machen $4 \times 80 = 320$ Kub. Foll. L. Aber was bilden diese

Rubikzolle für einen Körper? R. Ein rechtwinkliges Parallelepiped von 16 Zoll Länge, 5 Zoll Breite, u. 4 Zoll Höhe. — L. Aber seht, hier bilde ich aus Rubikzollen einen Körper von 12 Zoll Länge, 7 Zoll Breite und 10 Zoll Höhe; könnt ihr mir seinen Inhalt angeben? R. O ja! In der Richtung der Länge liegen 12 Rub. Z.; in der Richtung der Breite 7; das gibt eine Grundschicht von $7 \times 12 = 84$ Rubikzollen. Nun liegen 10 solcher Schichten über einander, gibt $10 \times 84 = 840$ Rub. Zoll.

Der Lehrer nehme nun ein kleines Kistchen und sage: wir wollen nun sehen, wie wir den Rubikinhalte dieses Kistchens herausbringen. Er nimmt Würfelzolle, und legt sie auf den Boden des Kistchens, und sagt: seht, in dieser Richtung kann ich gerade 14 Rubikzolle, und in dieser andern noch 8 Rubikzolle auf den Boden desselben legen; könnt ihr mir nun sagen, wie viele Rubikzolle auf den Boden gelegt werden können? R. O ja! $8 \times 14 = 112$ Rubikzolle. L. Nun seht! Es lassen sich 6 solcher Schichten, wie eine auf dem Boden liegt, über einander hineinlegen; wie viele Rub. Z. faßt also das Kistchen? R. $6 \times 112 = 672$ Rub. Z.

Der Lehrer nimmt jetzt die Würfelzolle wieder heraus, und mißt mit dem Zollstabe zuerst die Länge des Bodens = 14 Zolle; dann seine Breite = 8 Zolle, und endlich seine Höhe = 6 Zolle, und fordert die Kinder auf: multiplicirt nun diese 3 Ausdehnungen mit einander, was bekommt ihr für eine Zahl? R. $6 \times 8 \times 14 = 672$. Also wieder die gleiche Zahl, wie oben. Ihr seht also, daß man zur Ausmessung von Körpern nicht nöthig hat, einen Würfelzoll, oder Würfelschuh, oder ein Würfel-Kist. mit sich zu schleppen, sondern, daß man sich auch für Ausmessung dieser Größen der Linie bedienen kann. Man mißt nämlich sowohl die Länge, als auch die Breite und Höhe derselben; ihr Produkt gibt den Rubikinhalte des Körpers. Gewöhnlich nennt man eine von den 6 Flächen dieser Körper die Grundfläche, und eine von den 4 senkrecht auf der Grundfläche stehenden Seitenlinien (Kanten) die Höhe des Körpers, und drückt obigen Satz auch so aus: Man mißt und berechnet zuerst die Grundfläche des Körpers, und multiplicirt dieselbe mit seiner Höhe; das Produkt gibt den Rubikinhalte desselben. Man muß sich nämlich vorstellen, daß auf der Grundfläche eines Körpers so viele Rubikzolle, Rubikschuhe u. Platz haben, als dieselbe $\square$ Zolle, $\square$ Schuhe u. mißt. Man kann dieselben die Grundschicht des Körpers nennen. Nun kommen so viel solcher Grundschichten über einander zu liegen, als die Höhe des Körpers beträgt.

A u f g a b e n.

1) Dieses Zimmer ist 25' lang, 18' breit und 8' hoch; wie viele Rubikschuh mißt es? Antw. 3600 Rubikschuh.

Aufl. In der Richtung der Länge könnten 25, in der Richtung der Breite 18 Rubikschuhe gelegt werden. Auf den Boden des Zimmers käme also zu liegen eine Schicht von $18 \times 25 = 450$ Rub. Schuh. Die Höhe des Zimmers beträgt 8', also kämen 8 solcher Schichten = 8×450 Rub. Schuh über einander zu liegen, macht 3600 Rub. Schuh.

2) Ein anderes Zimmer ist 27' 5" lang, 20' 8" breit, und 10' 3" hoch (nach dem zehnthheil. Maß); wie groß ist sein körperlicher Inhalt?

$$\begin{array}{r}
 \text{Länge} = 27' 5'' = 275'' \\
 \text{Breite} = 20' 8'' = 208'' \\
 \hline
 2200 \\
 550 \\
 \hline
 \text{Grundschicht} = \dots 57200'' \\
 \text{Höhe} = 10' 3'' = \dots 103 \\
 \hline
 171600 \\
 57200 \\
 \hline
 1\,000 \quad 5891|600 \text{ Kub. Zoll.} \\
 5891 \text{ Kub. Sch. } 600 \text{ K. Z.}
 \end{array}$$

Erklär. Betrachten wir den Boden des Zimmers als seine Grundfläche, so beträgt ihr $\square$ Inhalt $275 \times 208 = 57200 \square$ Zolle. Auf dieser Fläche hätten also 57200 Kub. Zolle Platz, welche man die Grundschicht dieses Körper-raumes nennen kann. Da das Zimmer 103 Zoll hoch ist, so kämen 103 solcher Schichten über einander zu liegen, machen $103 \times 57200 = 5891600$ Kub. Z.; und da nach dem zehnth. Maße $1000 \text{ Kub. Z.} = 1 \text{ Kub. Sch.}$, so bekommen wir 5891 Kub. Sch. + 600 Kub. Z.

3) Ein Heubehälter (Gaden) ist $26' 7''$ lang, $19'$ breit, und $11' 10''$ hoch, nach dem zwölftheil. Maße. Wie viele Kub. Kfst. Heu (das Klasten 6 Schuhig) haben auf demselben Platz? Antw. 27 Kub. Kfst. 144 Kub. Sch. 1416 Kub. Z.

$$\begin{array}{r}
 \text{Länge des Gadens} = 26' 7'' \quad \text{Breite} = 19' \quad \text{Höhe} = 11' 10'' \\
 \hline
 12 \quad 12 \quad 12 \\
 319'' \quad 228'' \quad 142'' \\
 \hline
 228 \quad \quad \quad \\
 2552
 \end{array}$$

Grundschicht = 72732 Kub. Zoll.

$$\begin{array}{r}
 142 \\
 \hline
 145464 \\
 290928 \\
 72732 \quad 1728 \quad 216 \\
 \hline
 10327944 \text{ K. Z.} \quad | \quad 5976 \text{ K. Sch.} \quad | \quad 27 \text{ K. Kfst.} \\
 8640 \quad 432 \\
 \hline
 16879 \quad 1656 \\
 15552 \quad 1512 \\
 \hline
 13274 \quad 144 \text{ K. Sch.} \\
 12096 \\
 \hline
 11784 \\
 10368 \\
 \hline
 1416 \text{ K. Z.}
 \end{array}$$

4) Ein Heustock ist $18' 9''$ lang, $16' 11''$ breit, und $9' 3''$ hoch. Wie viele Klasten mißt er a) wenn man das Kfst. zu 6 Sch., b) wenn man es zu 7 Sch. annimmt?

Berechnung und Aufl. wie oben beim 3ten Exempel.

5) Eine Eisenstange ist 6' lang, 3'' 6''' breit und 1'' 3''' dick. Wie viel Kubitzoll Eisen enthält sie (nach dem zwölftheil. Maße)? Wenn 1 Kub. Sch. reines Wasser 70 Pf. wiegt, und 1 Kub. Sch. Eisen $7\frac{1}{2}$ Mal so schwer ist, als 1 Kub. Sch. Wasser, wie viel beträgt das Gewicht dieser Eisenstange? Antw. Der Kub. Inhalt der Eisenstange ist 315 Kub. Zoll. Ihr Gewicht 99 Pf. 17 Loth (das Pf. à 32 Loth).

Länge der Stange = 6' Breite = 3'' 6''' Dicke = 1'' 3'''

$$\begin{array}{r}
 12'' \\
 72'' \times 12 \\
 \hline
 144 \\
 864''' \\
 42 \\
 \hline
 1728 \\
 3456 \\
 \hline
 36288 \times 15 \\
 181440 \\
 \hline
 544320 \text{ Kub. Lin.} \\
 5184 \\
 \hline
 = 2592 \\
 1728 \\
 \hline
 = 8640 \\
 8640 \\
 \hline
 = 315
 \end{array}$$

1728

315 Kub. Zoll.

1 Kub. Sch. Wasser = 70 Pf.

1 Kub. Sch. Eisen $7\frac{1}{2}$ Mal.

$$\begin{array}{r}
 490 \\
 56 \\
 \hline
 546 \text{ Pf.}
 \end{array}$$

1 Kub. Sch. Eisen oder 1728 Kub. Zoll = 546 Pf.; wie viel 315 K. Z.

$$\begin{array}{r}
 315 \\
 2730 \\
 546 \\
 \hline
 1638 \\
 1728 \\
 \hline
 171990 \\
 15552 \\
 \hline
 = 16470 \\
 15552 \\
 \hline
 = 918 \\
 32 \\
 \hline
 1836 \\
 2754 \\
 \hline
 29376 \text{ Loth.} \\
 1728 \\
 \hline
 12096 \\
 12096 \\
 \hline
 = 99
 \end{array}$$

6) Man baut einen Stall, welcher eine Länge von 32' und eine Breite von 17' 6'' bekommen soll. Die gleiche Weite (Ausdehnung nach Länge und Breite) bekommt auch der Heubehälter (Gaden) über dem Stalle. Auf demselben sollten bis auf 35 Rfst. Heu (nach dem 6theil. Maße) aufbewahrt werden können. Es fragt sich nun, wie hoch muß der Heugaden gemacht werden?

$$1 \text{ Rfst.} = 216 \text{ Rub. Sch.}$$

35

1080

648

56|0

$$35 \text{ Rfst.} = 7560 \text{ Rub. Sch.} \quad | \quad 13' 6'' \text{ Höhe.}$$

56

196

168

280 $\times$ 12

560

3360 Zoll.

336

===

$$\text{Länge} = 32' \times 12$$

64

384''

210

3840

768

144

80640

560 $\square$ Sch.

720

864

864

=== 0

Erkl. Gegeben ist hier der Kubikinhalt des Heubehälters = 35 Rub. Rl. = 7560 Kubikschuh; ferner die Länge und Breite desselben = 32' und 17' 6'', welche für die Grundfläche desselben 560 Quadratschuh ausmachen. Nun ist, wie wir oben gesehen haben, der Kubikinhalt = dem Produkte der Grundfläche und Höhe, also umgekehrt die Höhe = dem Kubikinhalte, dividirt durch die Grundfläche, also hier = 7560 Schuh, divid. durch 560, = 13 Schuh 6 Zoll; wobei anzumerken ist, daß der Rest 280 mit 12 in Zolle zu verwandeln ist, da es sich um Theile des Längenmaßes handelt.

Allgemein gilt die Regel: Wenn der Kubikinhalt und zwei Dimensionen gegeben sind, so wird die dritte Dimension durch Division des Produktes der beiden ersten in den Kubikinhalt gefunden; dabei sind aber die Namen und Arten der Maße wohl in Obacht zu nehmen.

7) Ein Heustock ist 29' 8'' lang, 15' 7'' breit und 10' 6'' hoch. Nun sollen von der Länge 3 Rfst. (6theilig) weggeschroten werden. Wie viel muß von der Länge dazu genommen werden?

1 Kfst. = 216 Kub. Sch.	Br. = 15' 7"	Höhe = 10' 6"
3	12	12
648 Kub. Sch.	187"	126
1728		187
5184		882
1296		1008
4536		126
648	23562	23562 □ Zoll.
1119744 Kub. 3.	47 Zoll = 3' 11"	
94248		
177264		
164934		
= 12330 × 12		
24660		
147960	6 Linien Längenmaß.	
141372		
= 6588		

Erkl. Hier ist gegeben der Kubikinhalte des vom ganzen Heustock abzuschrotenden Stückes, und die Breite und Höhe desselben; daraus soll die dritte Dimension (die Länge) gesucht werden. Man verfähet hier gerade wie beim letzten Exempel. Nachdem man die 3 Kub. Kl. in Kubizoll verwandelt, und das Produkt der Breite und Höhe (= 23562 □ Zoll) gefunden, dividirt man mit dem letztern in den Kubikinhalte; daraus ergibt sich für die Länge 47' 6'' = 3' 11' 6''.

8) Hr. N. will einen Holzschopf bauen lassen, der wenigstens 32 Klafter Holz fassen soll. Derselbe soll an ein anderes Gebäude angehängt werden, dessen Seite = 28 Sch. beträgt. Der Schopf soll eine solche Höhe bekommen, daß das Holz wenigstens 12 Sch. hoch aufgeschichtet werden kann. Es fragt sich nun, wie breit muß die innere Höhle des Schopfes werden? Dabei ist zu bemerken, daß 1 Kfst. Holz hier zu 6' Länge und 6' Breite, die Scheiter zu 2½' Länge angenommen werden; dazu kommt noch ½ Sch. für die Zwischenräume zwischen den Scheiterbiegen, so daß die Scheiterlänge zu 3 Sch. berechnet werden muß. Antw. 10 Sch. 3 Zoll 5 Lin. (+ $\frac{48}{336}$).

Aufl. u. Berechn. wie oben. Der Kubikraum für 1 Kfst. ist $6 \times 6 \times 3' = 108'$; für 32 Kfst. = $32 \times 108 = 3456'$. Das Produkt der Länge und Höhe des Schopfes ist $28 \times 12 = 336'$. Die Breite desselben = $3456'$, divid. durch 336, = 10' 3" 5'''. Rest 48.

9) Man will in eine Kiste 100 Seifentafeln verpacken, deren jede 20 Zoll lang, und in den beiden andern Dimensionen 2½ Zoll dick ist. Es fragt sich nun, welche Form und Größe muß man der Kiste geben?

Antw. a) 3' Länge, 1' ½" Breite, 2' 1" Höhe.

Oder b) 2' 1" Länge, 1' 8" Breite, 2' 1" Höhe.

„ c) 4' 2' „ 1' 8" „ 1' ½" „

Aufl. Hier darf nicht bloß der Kubikinhalte der sämtlichen Seifentafeln allein, es muß auch ihre Länge und Dicke berücksichtigt werden, so daß in der Kiste kein leerer Raum bleibt. Antworten sind mehrere möglich:

- a) Legt man der Länge nach 2 Tafeln in die Kiste, so muß ihre Länge (innerhalb) betragen $2 \times 20 = 40'' = 3' 4''$
 Legt man der Breite nach 5 Tafeln neben einander, so muß die Breite der Kiste betragen $5 \times 2\frac{1}{2}'' = 12\frac{1}{2}'' = 1' \frac{1}{2}''$
 Auf den Boden der Kiste käme also zu liegen 2×5 Tafeln = 10 Tafeln. Im Ganzen sind 100 Tafeln = 10×10 Tafeln. Es kämen also in der Richtung der Höhe über einander zu liegen 10 Tafeln. Die Kiste bekäme also eine Höhe von $10 \times 2\frac{1}{2}'' = 25'' = 2' 1''$
- b) Gäbe man der Kiste eine Breite, daß man gerade eine Tafel der Länge nach hineinlegen könnte, so würde diese Breite = $20'' = 1' 8''$
 Gäbe man ihr eine Länge, daß 10 Tafeln der Breite nach neben einander zu liegen kämen, so betrüge diese Länge $10 \times 2\frac{1}{2}'' = 25'' = 2' 1''$
 Auf den Boden kämen also zu liegen 10 Tafeln, und da 100 Tafeln = 10×10 Tafeln vorhanden sind, so kämen über einander zu liegen 10 Tafeln; die Höhe müßte also auch werden = $10 \times 2\frac{1}{2}'' = 25'' = 2' 1''$
- c) Man gebe der Kiste eine Breite, wie oben; = $1' 8''$
 eine Länge, daß 20 Tafeln neben einander kommen, also = $20 \times 2\frac{1}{2}'' = 50'' = 4' 2''$
 Dann kämen auf den Boden 20 Tafeln, und da 100 Tafeln = 5×20 Tafeln zu verpacken sind, so kämen in der Richtung der Höhe 5 Tafeln über einander; die Höhe der Kiste betrüge also $5 \times 2\frac{1}{2}'' = 12\frac{1}{2}'' = 1' \frac{1}{2}''$

Beweis. Der Kubikinhalt sämtlicher Seifentafeln trägt

$$100 \times 20 \times 2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} \text{ Kub. Zoll} = 12500 \text{ Kub. Zoll.}$$

Der Inhalt der Kiste beträgt

$$\text{nach a) } 40 \times 12\frac{1}{2} \times 25 \text{ Kub. Zoll} = 12500 \text{ „ „}$$

$$\text{nach b) } 20 \times 25 \times 25 \text{ Kub. Zoll} = 12500 \text{ „ „}$$

$$\text{nach c) } 20 \times 50 \times 12\frac{1}{2} \text{ Kub. Zoll} = 12500 \text{ „ „}$$

Ähnliche, nicht uninteressante Beispiele dieser Art sind folgende: Man verpackt gewisse Quantitäten von Garn (dessen Päckchen auch die Gestalt von rechtwinklichten Parallelepipeden haben), Tücher, nach gegebenen Dimensionen zusammengelegt, Schreibtafeln, Käse, Zieger u. s. w.; welche Form und Größe müssen die Kisten haben?