

www.e-rara.ch

Handbuch der Physik

[Elektricität und Magnetismus (II)]

Brodhun, Eugen
Braun, Ferdinand
Auerbach, Felix
Czapski, Siegfried
Drude, Paul
Exner, Josef Karl
Feussner, Wilhelm
Graetz, Leo
Kayser, H.
Melde, Franz
Oberbeck, Anton
Pernet, Johann
Pockels, Friedrich
Pulfrich, Carl
Stenger, Fr.
Straubel, Dr.
Waitz, Karl
Breslau, 1895

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 23050: 3/2

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-65765>

Elektromagnetismus.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien - von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material - from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes - des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [\[Link\]](#)

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [\[Link\]](#)

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [\[Link\]](#)

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [\[Link\]](#)

Ungefähr gleichzeitig mit DRUDE hat auch GOLDHAMMER seine Theorie entwickelt, und es hat sich seitdem eine lebhafte Discussion zwischen den beiden Autoren entwickelt, von denen jeder meint, dass durch seine Theorie die Beobachtungen besser oder mindestens ebensogut wiedergegeben werden; hierzu fügt DRUDE noch den Hinweis, dass seine Theorie einfacher sei, weil an Stelle der reellen magnetooptischen Constanten b bei GOLDHAMMER eine complexe, also eigentlich zwei magnetooptische Constanten treten. Ob eine solche Complication nothwendig ist, werden also erst weitere Beobachtungen entscheiden können.

Was die Beziehung zwischen Drehung einerseits und Brechung und Wellenlänge andererseits betrifft, so gelangt man, von dem einfachen Gleichungstypus

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + m \frac{\partial^3 v}{\partial t \partial z^2}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = a \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - m \frac{\partial^3 u}{\partial t \partial z^2}$$

ausgehend, durch Integration zu der Formel

$$\Omega = \frac{4\pi n^2}{V\lambda^2} m \left(n - \lambda \frac{\partial n}{\partial \lambda} \right),$$

wo n der Brechungscoefficient, V die Lichtgeschwindigkeit, λ die Wellenlänge und m eine von der Substanz und der Kraft abhängige Grösse ist. Diese Formel, die von VERDET¹⁾ experimentell geprüft worden ist, stellt die Abhängigkeit der Drehung von der Wellenlänge mit ziemlich grosser Annäherung dar, insofern thatsächlich 1) $\Omega\lambda^2$ ungefähr constant ist, aber 2) mit abnehmendem λ etwas wächst, und 3) dies um so merklicher, je grösser die Dispersion ist. Neuerdings hat JAHN²⁾ aus der Formel den Werth der Grösse m für zahlreiche Stoffe berechnet und ihn häufig näherungsweise proportional mit dem specifischen Magnetismus gefunden.

Ueber einige andere Dispersionsformeln und darauf bezügliche Versuche vergleiche man die unten citirten Abhandlungen von SCHAIK³⁾ und JOUBIN⁴⁾.

Zum Schlusse sei auf eine Arbeit von E. v. FLEISCHL⁵⁾ hingewiesen, worin im Anschluss an die VERDET'sche Erscheinung die Gestalt der Lichtwellenfläche im magnetischen Felde ermittelt und als die zweier mit ihren grossen Axen grösstentheils in einander geschobener Rotationsellipsoide bestimmt wird.

F. AUERBACH.

Elektromagnetismus.

Uebersicht. Unter Elektromagnetismus im weitesten Sinne des Wortes würde man den Inbegriff aller Wechselbeziehungen zwischen den elektrischen und magnetischen Erscheinungen zu verstehen haben. Man fasst aber den Begriff meist wesentlich enger, indem man insbesondere die sämtlichen Erscheinungen der Erzeugung oder Intensitätsänderung elektrischer Ströme durch magnetische Orts- oder Intensitätsänderungen, also die sogen. Magnetoinduction

1) VERDET, Compt. rend. 56, pag. 630. 1863.

2) JÄHN, WIED. Ann. 43, pag. 299. 1891.

3) SCHAIK, Arch. néerl. 21, pag. 406. 1887.

4) JOUBIN, Compt. rend. 105, pag. 661. 1887. — Ann. Chim. Phys. (6) 16, pag. 78. 1889.

5) E. v. FLEISCHL, WIED. Ann. 25, pag. 308. 1885. — Ueber verwandte Fragen vergleiche man auch Abhandlungen von CORNU, Compt. rend. 99, pag. 1045. 1884; BRACE, WIED. Ann. 26, pag. 576. 1885; STERNBERG, Wien. Ber. 94 (2), pag. 95. 1886.

oder die magnetoelektrischen Ströme ausschliesst; auch die allgemeine Theorie des Elektromagnetismus wird zweckmässig erst weiter unten im Zusammenhange mit den übrigen Theorien behandelt werden. Was ferner die Gesetze der Elektromagnete resp. der durch den elektrischen Strom vorübergehend oder dauernd erregten Magnete betrifft, so sind sie, insoweit die specielle Art der Erregung dabei von unwesentlicher Bedeutung ist, schon im Art. »Magnetische Induction« dargestellt worden. Endlich sei auf den Art. »Strommessung« hingewiesen (Bd. III, 1), in welchem die Verwendung der elektromagnetischen Wirkung zur Strommessung bereits anticipirt ist.

Wirkung von Strömen auf Magnete.

Grunderscheinungen. AMPÈRE'sche Regel. Nach einigen unklaren Wahrnehmungen früherer Physiker fand OERSTED¹⁾ im Jahre 1820 die erste deutliche und einfache Beziehung zwischen elektrischen und magnetischen Erscheinungen auf, indem er die Ablenkung der Magnetnadel durch den Strom nachwies. Eine solche Ablenkung findet stets statt, wenn ein elektrischer Strom in der Nähe eines beweglichen Magneten vorbeifliesst, es sei denn, dass dieser zufällig schon die ihm unter Einwirkung des Stromes und mit Rücksicht auf seine Bewegungsfreiheit zukommende Lage inne hat (s. w. u.). Die Ablenkung findet statt, gleichviel ob der Stromleiter von festem oder flüssigem Aggregatzustande ist (z. B. auch durch den Strom im Elemente selbst) und gleichviel, welcher elektromotorischen Kraft der Strom sein Dasein verdankt, also auch durch den Entladungstrom statischer Elektrizität²⁾, sowie durch die Erdströme; die letzteren wirken sogar häufig durch die unregelmässigen Schwankungen, die sie den Nadeln ertheilen, störend auf magnetische und elektrische Beobachtungen ein, besonders bei erdmagnetischen Störungen³⁾ und neuerdings in der Nähe elektrischer Verkehrsanlagen⁴⁾. Der Sinn der Drehung wird am einfachsten durch die AMPÈRE'sche Regel⁵⁾ bestimmt: Denkt man sich selbst in dem Strome so liegend, dass er von den Füssen zum Kopfe fliesst und dass man den Magneten resp. seinen Nordpol ansieht, so wird der Nordpol nach links abgelenkt. Kehrt man also die Stromrichtung um, so kehrt sich auch der Ablenkungssinn um; dagegen bleibt er der gleiche, wenn man einen und denselben Strom derart, dass er eine Cylinderfläche beschreibt, um den Magneten oder umgekehrt den Magneten um den Strom im Kreise herumführt.

Um die Wirkung des Stromes allein zu beobachten, muss man die Wirkung des Erdmagnetismus aufheben, indem man entweder die Nadel in der zur Inklinationsrichtung senkrechten Ebene drehbar wählt und den Strom in einer zu dieser Ebene parallelen Ebene führt⁶⁾; oder indem man einen festen Compensationsmagneten in der Nähe aufstellt oder statt der einfachen Nadel ein astatiches Nadelpaar benutzt; damit aber die beiden Nadeln des Letzteren nicht auch von dem Strome entgegengesetzte Wirkungen erfahren, muss man den Strom von entgegengesetzten Seiten auf sie wirken lassen, also zwischen

¹⁾ OERSTED, Exp. circa efficaciam conflictus electr. in acum magn. Hafniae 1820. — SCHWEIGG. Journ. 29, pag. 273. — GILB. Ann. 66, pag. 295.

²⁾ FARADAY, RIESS, SAVARY, HANKEL u. A. — Vergl. MOUSSON, Physik 3, pag. 268.

³⁾ Vergl. oben, pag. 138.

⁴⁾ Vergl. z. B. HARTWICH u. COHN, El. Z. 1893, pag. 669. — O. E. MEYER u. MÜTZEL, El. Z. 1894, pag. 33.

⁵⁾ AMPÈRE, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 67. 1820; GILB. Ann. 67, pag. 123.

⁶⁾ AMPÈRE, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 198. 1820; Gilb. Ann. 70, pag. 243. 1822.

der oberen und unteren Nadel vorbeiführen. Man findet dann, dass die Nadel sich senkrecht gegen die Richtung des zunächst geradlinig gedachten Stromes, aber auch senkrecht gegen das vom Nadelmittelpunkte auf den Strom gefällte Loth stellt, also senkrecht zu der durch Strom und Loth bestimmten Ebene. Wie sich die Nadel unter gleichzeitiger Einwirkung des Erdmagnetismus einstellt, hängt von der Richtung und Entfernung ab, in welcher der Strom bei der Nadel vorbeifliesst, und von seiner Stärke im Vergleich zum Erdmagnetismus. In allen diesen und den folgenden Versuchen bedient man sich der AMPÈRE'schen Stative, die inzwischen in verschiedenen Richtungen vervollkommen worden sind.

Sieht man einen Magneten in erster Annäherung als ein einfaches Polpaar (pag. 8) an, so kann man aus der beobachteten Wirkung des Stromes auf den Magneten seine Wirkung auf einen einzelnen Pol abstrahieren, eine Wirkung, die thatsächlich nicht vorkommt, aber für viele Betrachtungen von Wichtigkeit ist. Eine einfache, an die Querstellung des Polpaares gegen den Strom anknüpfende Betrachtung zeigt nun, dass auch die Wirkung auf einen Pol senkrecht steht auf dem von diesem Pol auf die Stromlinie gefällten Lothe. Bei wirklichen Magneten hat man zu beachten, dass, wenn man deren Pole einführt, hierunter nicht die eigentlichen Fernwirkungspole, sondern die Pole für Wirkungen in der Nähe (s. Art. »Magnetismus«) zu verstehen sind.

Die Wirkung des elektrischen Stromes auf Magnete zeigt sich natürlich ausser durch Ablenkung auch durch einen Einfluss auf die Schwingungsdauer an, und das ist von Wichtigkeit gerade für die Fälle, in denen eine Ablenkung nicht auftritt, weil die Ruhelage des Magneten schon von vornherein auch der Stromwirkung entspricht. In diesem einfachsten Falle wird also die Schwingungsdauer unter Einfluss des Erdmagnetismus durch den Strom verkleinert, in allen anderen Fällen treten complicirtere Verhältnisse ein.

Daraus, dass die Nadel sich senkrecht gegen die Verbindungslinie ihres Mittelpunktes mit dem Strome stellt, ist die wichtige Folgerung zu ziehen, dass es sich hier nicht, wie beim Magnetismus, um Anziehungs- und Abstossungskräfte, sondern um seitliche oder drehende Kräfte handelt. Man kann dieses Verhalten ganz allgemein in dem Satze zusammenfassen: Die magnetischen Kraftlinien stehen auf den elektrischen senkrecht; sie fallen also in die elektrischen Niveaulächen, und umgekehrt die elektrischen Kraftlinien in die magnetischen Niveaulächen.

Damit ist natürlich nicht gesagt, dass nicht unter Umständen Bewegungen hervorgerufen werden, welche den Anschein von Anziehung oder Abstossung erwecken. Man braucht nur die Kräfte auf die beiden Pole zu betrachten und in geeignete Componenten zu zerlegen, um einzusehen, dass ausser der Drehung in den meisten Fällen auch eine Anziehung oder Abstossung zu Stande kommt. Führt man z. B. über eine Wasserfläche, auf der eine Magnetnadel schwimmt, irgendwo einen Strom hinweg, so stellt sich die Nadel nicht nur senkrecht gegen den Strom, sondern sie schwimmt auch nach ihm hin, bis sie unter ihm liegt; auch zu einem verticalen Strome wird eine schwimmende Nadel hingezogen; ferner erfahren die Pole einer gegen den Strom unsymmetrisch gelegenen Nadel im allgemeinen Anziehung oder Abstossung u. s. w. In diesen Fällen, deren man in der ersten Zeit nach Entdeckung des Erscheinungsgebietes sehr zahlreiche studirte¹⁾, lässt sich immer und meist in sehr einfacher Weise zeigen, dass es

¹⁾ Z. B. ARAGO, POUILLET, DOVE, BOISGIRAUD. Vergl. v. FEILITZSCH, Fernwirkungen d. galv. Stromes. Hbg. 1865, u. WIEDEMANN, Elektr. (3), Bd. 3.

sich nur um durch die Asymmetrie der ursprünglichen Configuration verwickelte Drehungserscheinungen handelt, und es bietet daher auch kaum Interesse dar, diesen Fällen näher zu treten. Dagegen folgt aus dem drehenden Charakter der Wirkung manche wichtige Einzelheit, insbesondere der Satz, dass eine Nadel unter Einwirkung eines Stromes im indifferenten Gleichgewicht ist, sich also auch nicht bewegt, wenn sie entweder nur in der den Strom enthaltenden Ebene oder nur um die Stromlinie als Axe drehbar ist.

BIOT-SAVART'sches Gesetz. Bisher ist nur vom Sinn und vom Wesen der Wirkung die Rede gewesen. Ihr vollständiges Gesetz ist von BIOT und SAVART¹⁾ aufgestellt worden und heisst seitdem BIOT-SAVART'sches Gesetz. Es sagt zunächst aus, dass die Wirkung eines unendlich langen geradlinigen Stromes auf einen Magnetpol der senkrechten Entfernung zwischen beiden umgekehrt proportional ist, und lässt sich entweder durch Beobachtung der Schwingungsdauer in verschiedenen Abständen vom Strome — entweder unter Ausschluss oder unter geeigneter Berücksichtigung der Wirkung des Erdmagnetismus — beweisen, wobei man die Schwingungsdauern den Quadratwurzeln aus den Abständen, die Quadrate der Schwingungsdauern also den Abständen direkt proportional und folglich die Kräfte den Abständen umgekehrt proportional findet; oder mit Benutzung der Thatsache, dass ein um den verticalen Strom als Axe in horizontaler Ebene drehbarer, auf ihn hinweisender Magnet (den man zu diesem Zwecke z. B. auf einen hölzernen, um den Strom concentrisch aufgehängten Ring auflegen kann) im indifferenten Gleichgewicht ist, sich also nicht dreht, woraus folgt, dass die Drehungsmomente auf den näheren und den entfernteren Pol einander gleich sind, also die Kräfte sich umgekehrt wie die Hebelarme, d. h. wie die Abstände verhalten²⁾. Das Gesetz gilt also in gleicher Weise für ganze Magnete wie (als Abstraction) für einzelne Pole. Dass die Kraft ferner mit der Stromstärke (resp. der sich entladenden Elektrizitätsmenge) und mit der Polstärke proportional ist, kann man durch Variirung dieser beiden Grössen ermitteln. Damit erhält man das BIOT-SAVART'sche Gesetz für die Kraft K eines unendlich langen geradlinigen Stromes auf einen Magnetpol in der Form

$$K = \frac{cim}{r}.$$

Der Fall eines unendlich langen, geradlinigen Stromes lässt sich in der Praxis natürlich nicht streng, wohl aber thatsächlich realisiren, indem man ihn genügend lang wählt und durch Theile, die in genügender Entfernung von der Magnetnadel verlaufen, zu einem geschlossenen Kreise, der auch die elektromotorische Kraft enthält, vervollständigt.

Magnetisches Feld und Potential eines geraden Stromes. Da ein Magnetpol durch einen geraden Strom eine seitliche Kraftwirkung erfährt und diese Wirkung bei der seitlichen Bewegung des Pols immer weiter andauert, so erhält man als Kraftlinie einen Kreis mit der Strombahn als Axe und als System der Kraftlinien sämtliche Kreise, deren Ebenen auf der Strombahn senkrecht stehen. Die hierauf senkrechten Niveauflächen sind folglich die sämtlichen Ebenen, welche die Strombahn enthalten. Man erkennt die Analogie dieser Verhältnisse mit denen einer Wirbelaxe und des diese Axe umgebenden geraden Wirbelfadens (I, pag. 445); man wird sich also auch die von

¹⁾ BIOT und SAVART, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 222. 1820.

²⁾ MAXWELL, El. u. Magn. 2, pag. 170.

den geradlinigen Strömen ausgehenden Kraftlinien als einen Wirbel vorstellen können.

Es sei hier bemerkt, dass man das magnetische Feld eines Stromes, oder vielmehr einen ebenen Durchschnitt desselben natürlich in ganz derselben Weise wie das Feld von Magneten durch Eisenfeilspäne veranschaulichen und photographisch oder auf andere Art fixiren kann; nur muss man wie dort kräftige Ströme anwenden, um die Mitwirkung des Erdmagnetismus auf ein Minimum zu reduciren. Für einen geradlinigen Strom erhält man in einer ihm parallelen Ebene lauter quergestellte Späne, in einer zu ihm senkrechten Ebene Anordnung in concentrischen Kreisen. Auf einer von Strömen durchflossenen ebenen Platte stellen sich die Späne überall senkrecht zu den Stromlinien, sie stellen also zugleich die elektrischen Niveaulinien dar. Schon 1847 hat KIRCHHOFF¹⁾ diesen Sachverhalt zur experimentellen Bestimmung der Liniensysteme auf einer durchströmten Platte benutzt, seitdem ist das Verfahren allgemein, auch zur Demonstration, benutzt worden²⁾, und noch neuerdings hat LOMMEL³⁾ einige derartige Zeichnungen mitgetheilt.

Der Werth des Potentials ergibt sich unmittelbar aus der bei einer kleinen Verschiebung eines Pols geleisteten Arbeit, nämlich $Krda$, wenn r der Abstand des Pols von der Strombahn und da der Winkel ist, den r bei der Verschiebung beschreibt; es ist also $V = const - Kra = const - cima$, wo man a von irgend einer durch die Strombahn begrenzten Ebene E aus rechnen darf. Statt dessen kann man, indem man durch den Pol zu dieser Ebene eine parallele E' legt, auch den Complementwinkel β zwischen der Pol-Stromebene und der eben genannten Parallelebene E' einführen und statt dessen endlich die doppelt so grosse scheinbare Grösse ω , unter welcher die vom Strom begrenzte unendliche Halbebene E von dem Pole aus erscheint, d. h. die Grösse des von dem Flächenwinkel β aus einer Einheitskugel herausgeschnittenen Zweiecks. Man findet dann:

$$V = \frac{cim}{2} \omega + const.$$

Dieses elektromagnetische Potential hat eine Eigenschaft, welche weder das magnetische noch das elektrische Potential besitzt, und welche den Erscheinungen des Elektromagnetismus ihren eigenthümlichen Charakter verleiht; es ist nicht eindeutig, sondern vieldeutig. Führt man nämlich den Pol einmal im Kreise um den Strom herum, so nimmt wegen der dabei geleisteten Arbeit das Potential um $2\pi rK$, also um $4\pi \frac{cim}{2}$ ab, und bei n -maliger Umkreisung um das n -fache dieses Betrages; es ist also genauer als oben

$$V = \frac{cim}{2} (\omega - 4\pi n).$$

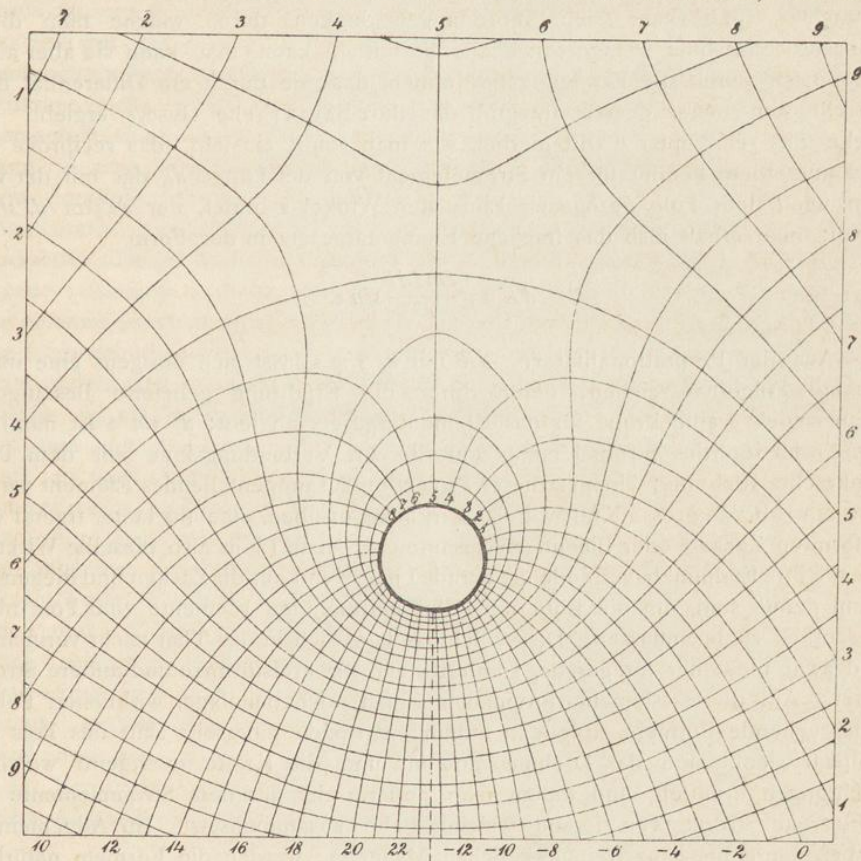
Geradliniger Strom in einem gleichförmigen Magnetfelde. Das von einem Strom erzeugte Feld kann man natürlich ganz nach den früher (pag. 23 ff) angegebenen Regeln einem eigentlichen Magnetfelde superponiren, indem man die beiden Niveauliniensysteme zieht und die neuen Niveaulinien sucht, in denen die Summen beider Potentialwerthe gleiche Beträge haben. Als einfachstes und wichtigstes Beispiel diene die Störung, welche in dem gleichförmigen Felde der Horizontalcomponente des Erdmagnetismus erzeugt wird, wenn ein unend-

¹⁾ KIRCHHOFF, vergl. Bd. 3, (1) pag. 197.

²⁾ Besonders in den englischen Lehrbüchern findet man sehr zahlreiche Beispiele abgebildet.

³⁾ LOMMEL, WIED. Ann. 48, pag. 462. 1893; 49, pag. 539. 1893; 50, pag. 316. 1893.

licher gerader Strom vertical in dasselbe hineingestellt wird. Das eine System von Niveaulinien besteht hier in äquidistanten Parallelgraden, das andere in den vom Stromquerschnitt ausgehenden Radienvectoren; das Ergebniss der Superposition mit Hinzufügung der Kraftlinien ist in Fig. 188 nach MAXWELL¹⁾ wiedergegeben; das Feld geht von rechts nach links, der Strom, von welchem nur der Durchschnitt mit der Zeichnungsebene wiedergegeben ist, von oben nach unten. Die Störung ist, wie man sieht, unsymmetrisch; in der oberen Hälfte gehen die Niveaulinien (mit Ziffern 1, 2 u. s. w. bezeichnet) wie sonst



+23½ oder -13½
(Störung).
(P. 188.)

weiter, nur dass sie vor dem Strome nach vorn, hinter ihm nach hinten vor ihm ausweichen; in der unteren Hälfte dagegen nimmt das Potential rapide zu, sinkt aber dann plötzlich auf einen sehr niedrigen Werth herab und erhebt sich endlich allmählich wieder zur normalen Höhe. Jede Niveaulinie, von der für $V = -13\frac{1}{2}$ bis zu der für $V = +23\frac{1}{2}$, besteht deshalb aus zwei im Allgemeinen unsymmetrischen Zweigen, von denen der eine beiderseits in die Unendlichkeit, der andere einerseits in diese, andererseits in den Stromleiter mündet. Die Kraftlinien andererseits verlaufen tief unten und hoch oben (in der Zeichnung nicht sichtbar) horizontal, dicht um den Stromleiter in Kreisbahnen, der Ueber-

¹⁾ MAXWELL, El. u. Mag. 2, pag. 182 u. Tafel 18.

gang von letzteren zu ersteren wird durch, erst geschlossene eiförmige, dann nach oben offene, tulpenförmige Curven gebildet. An diesem Beispiele kann man die Verhältnisse eines combinirten Feldes besonders gut studiren.

Wirkung eines Stromelementes auf einen Magnetpol. Die oben gemachte Abstraction, durch welche vom ganzen Magneten auf sein Element, einen Pol übergegangen wurde, lässt sich noch weiter führen, indem man auch den Strom in seine Elemente zerlegt und die Wirkung eines einzigen Stromelementes, wie es in der Wirklichkeit natürlich nicht existirt, auf einen Pol betrachtet. Man kann sich Anordnungen denken, durch welche man diese Wirkung mehr oder weniger angenähert ermitteln kann, man kann sie aber auch theoretisch durch die Erwägung bestimmen, dass sie durch ein Differential dargestellt sein muss, dessen Integral das BIOT-SAVART'sche Gesetz ergibt. An Stelle des reciproken r tritt hierbei, wie man sofort einsieht, das reciproke r^2 , und ausserdem kommt für ein Stromelement von der Länge dl , das mit der von ihm nach dem Pole gezogenen Linie den Winkel ε bildet, der Faktor $dl \sin \varepsilon$ hinzu; man erhält also das fragliche Elementargesetz in der Form

$$dK = \frac{cmidl}{r^2} \sin \varepsilon.$$

Aus der Proportionalität von dK mit $dl \sin \varepsilon$ lässt sich übrigens eine interessante Folgerung ziehen, deren durch die Erfahrung gelieferte Bestätigung dann zugleich eine Probe für das Elementargesetz abgiebt; $dl \sin \varepsilon$ ist nämlich die Projection des Stromelementes auf die zur Verbindungslinie mit dem Pole senkrechte Richtung; ein mit dieser Projection zusammenfallendes Element würde also eine ebenso grosse Kraft wie das wirkliche ausüben, eine aus lauter irgend wie geformten Zacken oder Biegungen zusammengesetzte Linie also dieselbe Wirkung wie die ihre Endpunkte verbindende gerade Linie, wenn nur die Zacken und Biegungen klein genug sind, um die Entfernung der betreffenden Elemente vom Pole nicht wesentlich zu beeinflussen. Dieser Schluss lässt sich in der That leicht verificiren, und zwar nicht nur für gerade, sondern auch für kreisförmige und andere Stromleiter. Aus dieser Elementarformel kann man noch beliebige, wirklichen Fällen entsprechende Formeln ableiten, indem man sich einerseits statt des Pols ein Polpaar denkt und das Drehungsmoment und die Kräfte in irgend welchen Richtungen ermittelt, und indem man andererseits aus dem Stromelemente geschlossene Ströme von irgend welcher Bahn zusammensetzt. Im Allgemeinen, insbesondere bei ganz frei beweglichen Magneten, werden die Formeln natürlich sehr complicirt, sie haben aber auch nur in bestimmten Fällen Interesse, und unter diesen zeichnen sich wenigstens einige durch relative Einfachheit aus.

Potential eines beliebigen geschlossenen Stromes. Im Anschluss an das Potential eines geradlinigen Stromes kann man leicht auch das Potential eines Winkelstromes, sowie eines Dreieck- oder Vieleckstromes auf einen Magnetpol ableiten, und man findet dann überall den Satz bestätigt, dass das Potential proportional ist der scheinbaren Grösse der betreffenden, von den Strömen eingeschlossenen Flächen vom Pole aus gesehen; bei einem Winkelstrom erstreckt sich diese Fläche, wie bei einem geradlinigen, in die Unendlichkeit, bei den Polygonströmen nicht mehr. Die scheinbare Grösse ist aber natürlich in allen Fällen eine endliche Grösse. Nun kann man jede beliebige, von einem geschlossenen Strome eingefasste Fläche in lauter kleine Dreiecke zerlegen und an Stelle des gegebenen Stromes geeignet gerichtete Ströme um alle diese Dreiecke setzen, da von diesen Strömen alle im Innern

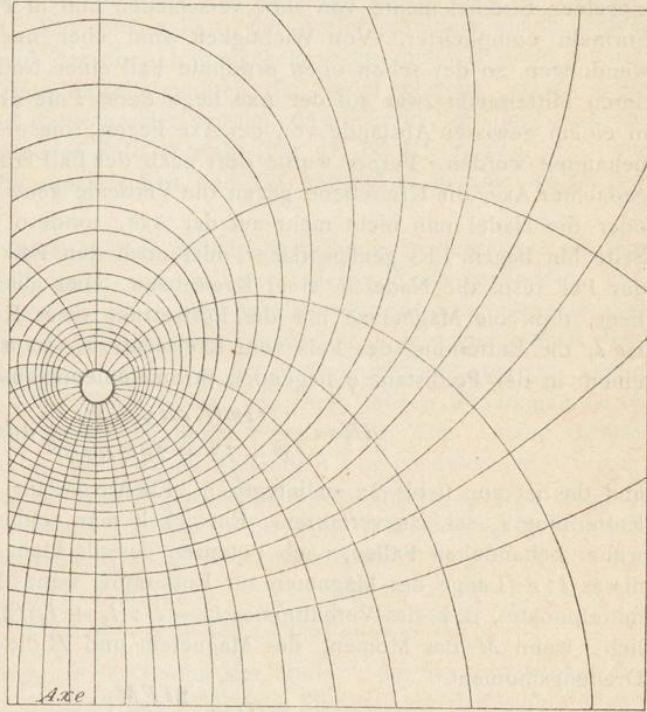
gelegenen Strecken sich gegenseitig wegheben und folglich nur der ursprünglich gegebene Strom übrig bleibt; daraus folgt, dass der Satz gilt: Die Wirkung eines beliebigen geschlossenen Stromes auf einen Magnetpol ist proportional mit der scheinbaren Grösse der vom Strome umschlossenen Fläche, gesehen vom Pole aus, in Formel:

$$V = \frac{cim}{2} \omega + const.$$

Wirkung eines Kreisstromes. Der einfachste und wichtigste Fall eines geschlossenen Stromes ist der, in welchem der Leiter eine Kreislinie bildet und der Pol auf der Axe, d. h. auf der im Mittelpunkte der Kreisfläche errichteten Senkrechten liegt. Die

Wirkung jedes Stromelementes kann man dann in eine Componente parallel zur Kreisebene und in eine solche senkrecht darauf zerlegen; summirt man die ersteren sowohl wie die letzteren über alle

Stromelemente des Kreises, so erhält man für jene die Summe Null, so dass die Gesamtkraft in der Richtung der Axe wirkt, die Wirkung also in diesem Falle thatsächlich den Charakter einer Anziehungs- oder Abstossungskraft annimmt; und für diese Kraft findet man, wenn a der Kreisradius und x der Abstand des Poles vom Kreismittelpunkte ist:



(P. 189.)

$$X = 2\pi cim \frac{a^2}{(x^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}},$$

und speciell, wenn der Pol im Mittelpunkte des Kreises selbst liegt:

$$X = \frac{2\pi cim}{a}.$$

Dasselbe würde man natürlich aus dem Potential (scheinbare Grösse) durch Differentiation ableiten können. Die Wirkung ist also bei geringem Abstände des Poles von der Stromebene desto grösser, je kleiner der Kreis ist, für grosse Abstände dagegen desto grösser, je grösser der Kreis ist. Aus dieser Wirkung auf einen Pol folgt, dass ein unendlich kurzes Polpaar sich vermöge des auf es wirkenden Drehungsmomentes in die Axe einstellt, wenn keine Gegenkraft wirkt, dass es unter Mitwirkung des Erdmagnetismus H und wenn die Stromebene in den Meridian gelegt wird, mit der Stromebene einen Winkel bilden wird, dessen Tangens mit dem Verhältniss $X:H$, also *ceteris paribus* mit $i:H$ pro-

portional ist; dass endlich für Magnete von endlicher Länge Correctionsglieder hinzutreten werden, und überdies ausser dem Drehungsmoment noch eine aus der verschiedenen Entfernung der Pole resultirende Anziehungs- oder Abstossungskraft auftritt. Alle diese Verhältnisse sind schon in Bd. III 1, pag. 207—216 entwickelt worden, als es sich um die Wirkungsweise der Tangentenbussole als Messinstrument für elektrische Ströme handelte. In Fig. 189 ist ein Theil des halben Axialschnittes des Feldes eines Kreisstromes nach THOMSON und MAXWELL dargestellt; der Strom steht auf der Zeichnung senkrecht, einer seiner Schnitte ist die weisse Kreisfläche.

Wenn der Pol nicht auf der Axe des Kreises liegt, wird die Entfernung der einzelnen Stromelemente von ihm verschieden und in Folge dessen werden die Formeln complicirter. Von Wichtigkeit sind aber nur einige Fälle resp. Anwendungen, so der schon oben erwähnte Fall einer Nadel von endlicher Länge, deren Mittelpunkt zwar auf der Axe liegt, deren Pole aber eben deshalb bereits in einem gewissen Abstände von der Axe liegen; dieser Fall ist ebenfalls a. a. O. behandelt worden. Ferner wurde dort auch der Fall erörtert, dass bei horizontal gedachter Axe, die Kreisebene gegen die Verticale geneigt wird, so dass der Pol oder die Nadel nun nicht mehr auf der Axe, sondern unsymmetrisch nach der Seite hin liegen. Es genüge daher, hier noch den Fall anzuführen, in welchem der Pol resp. die Nadel in einer Kreisebene, aber ausserhalb der Kreislinie so liegt, dass die Magnetaxe mit der Fortsetzung eines Kreisradius zusammenfällt. Ist l_1 die Entfernung des Pols vom Kreiscentrum, so ist die Kraft, welche von einem in der Poldistanz φ liegenden Stromelemente ausgeht:

$$dK = \frac{cim(l_1 \cos \varphi - a)}{(a^2 + l_1^2 + 2al_1 \cos \varphi)^{\frac{3}{2}}} ad\varphi,$$

und das ist von 0 bis 2π zu integriren. Ebenso ist für den anderen Pol, dessen Entfernung l_2 sei, zu verfahren. Entwickelt man schliesslich, wie in ähnlichen früher behandelten Fällen, nach Potenzen des als klein angenommenen Verhältnisses $l:r$ (Länge des Magneten zur Entfernung seines Mittelpunktes vom Kreismittpunkte), d. h. des Verhältnisses $l_2 - l_1 : (l_1 + l_2)/2$, so gelangt man schliesslich, wenn M das Moment des Magneten und F die Kreisfläche ist, zu dem Drehungsmoment

$$D = \frac{2iFM}{r^3}.$$

Dieses Drehungsmoment ist also umgekehrt proportional der dritten Potenz der Entfernung des Nadelmittelpunktes vom Kreismittpunkte; es hat also einen ähnlichen, aber nicht denselben Werth wie für den Fall axialer Lage des Magneten (Bd. III, 1, pag. 209).

Wirkung von Spulen¹⁾. Hat man nicht einen einzigen, sondern mehrere Kreisströme, so gelangt man zu Wirkungen, die erstens kräftiger sind, zweitens aber die Möglichkeit eröffnen, das erzeugte magnetische Feld in beliebiger Weise zu gestalten und es insbesondere auch dem Charakter der Gleichförmigkeit mehr oder weniger zu nähern. Sind die Windungen einander, im Vergleich zum Abstände der Pole, unmittelbar benachbart, so kann man einfach summiren und erhält dann dieselbe Formel wie oben, nur dass jetzt F die Summe aller Flächen bedeutet. In der Praxis vereinigt man natürlich meist alle Kreisbahnen

¹⁾ HÄDENKAMP, POGG. Ann. 78, pag. 59. 1849. — MAXWELL, El. und Magn. 2, pag. 417. — STUART, Phil. Mag. (4) 45, pag. 219. 1873. — STEFAN, Wien. Ber. 69 (2), pag. 165. 1874 und viele Andere.

zu einer einzigen spiralförmigen Bahn, bei welcher die einzelnen Umgänge nur äusserst wenig von der Kreisgestalt abweichen; F heisst dann die Windungsfläche, von deren Bedeutung für die Strommessung und von deren Ermittlung ebenfalls schon die Rede gewesen ist (pag. 233).

Sind die verschiedenen Kreisströme zwar noch concentrisch, aber einander nicht mehr unendlich benachbart, so muss man ihre verschiedenen Radien berücksichtigen, kann dann aber ohne Schwierigkeit ihre Wirkungen auf ein axiales Theilchen ermitteln; Fälle dieser Art sind die mehrerer concentrischer Kreisströme sowie einer ebenen Spirale, so lange man deren einzelne Umgänge näherungsweise als Kreise betrachten kann. Wichtiger sind die Fälle, in welchen die verschiedenen Kreise nicht in einer und derselben Ebene, ihre Mittelpunkte aber auf der Axe liegen. Ein solcher Fall, der zweier paralleler gleich grosser Kreisströme oder eines nach Art eines Doppelkegels angeordneten Systems solcher, in deren Mittelpunkten resp. Scheitelpunkten die Nadel schwebt, ist am angeführten Orte erörtert und dabei gezeigt worden, dass hier in der Umgebung der Nadel ein recht gleichförmiges Feld entsteht (Fig. 47, Bd. III, 1, pag. 213), was zur Construction der HELMHOLTZ'schen und GAUGAIN'schen Bussole Anlass gegeben hat.

Am wichtigsten ist der Fall einer cylindrischen Spule, in deren Axe sich der Pol befindet. Diesen Fall kann man in verschiedener Weise behandeln, entweder indem man die Spule als ein System paralleler Kreisströme betrachtet und die Formel für letztere anwendet oder, was genauer ist, indem man sie als wirkliche Spule betrachtet und von der Formel für ein Stromelement ausgeht. Denkt man sich den Draht, der die Spule bildet, von ihren letzten Windungen durch die Axe oder auf einem dieser parallelen Wege wieder zum Anfang zurückgeführt, so wird hierdurch die Wirkung derjenigen Componenten jedes Stromelements, welche parallel zur Axe liegen, aufgehoben, und es kommen folglich nur die Componenten senkrecht zur Axe in Betracht. Für die in der Richtung der Axe auf den Pol ausgeübte Kraft X findet man dann:

$$X = \frac{cim}{a} \operatorname{ctg} \varepsilon \left[\frac{x+l}{\sqrt{a^2+(x+l)^2}} - \frac{x-l}{\sqrt{a^2+(x-l)^2}} \right].$$

Hierin ist $2l$ die Länge, a der Radius der Spule, ε der Steigungswinkel des Spulendrahtes und x der Abstand des Poles vom Mittelpunkte der Spule. Wenn die Spule eng gewunden, ε also sehr klein ist, und wenn die Spule n Windungen hat, so kann man dafür auch schreiben:

$$X = \frac{\pi cimn}{l} \left[\frac{x+l}{\sqrt{a^2+(x+l)^2}} - \frac{x-l}{\sqrt{a^2+(x-l)^2}} \right].$$

Sieht man von der Klammergrösse ab, so kann man also sagen, dass die von der Spule ausgehende Kraft auf einen Magnetpol der Stromstärke, der Polstärke und der auf die Einheit der Axenlänge entfallenden Zahl von Windungen proportional ist. Eine dritte Form für X erhält man durch Einführung der Winkel φ_1 und φ_2 , unter welchen, von dem zunächst ausserhalb der Spule liegenden gedachten Pole aus gesehen, der Radius der vordersten und der der hintersten Windung erscheint. Man hat dann

$$X = \frac{\pi cimn}{l} (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2).$$

Von dieser Formel kann man übrigens mit Leichtigkeit zu der für das Potential V übergehen, indem man statt der Cosinus die Sinus einführt, und man

sieht dann, dass auch hier die scheinbare Grösse auftritt. Auch hier erhält man also die einfachste Ausdrucksweise der elektromagnetischen Wirkung durch Einführung der scheinbaren Grösse, indem man sagt: Das Potential einer Spule ist proportional der Differenz der scheinbaren Grösse der vordersten und der hintersten Kreisfläche, vom Pole aus gesehen. Ist die Spule im Vergleich zum Abstände des Poles von der Vorderfläche sehr lang, so kann man das zweite Glied in dem Ausdrücke für X einfach gleich 1 setzen, das Potential wird dann geradezu proportional der scheinbaren Grösse der Vorderfläche. Liegt analog für eine beliebige Rolle der Pol in der vorderen Fläche, so wird in dem dritten Ausdrücke für X das erste Glied $\cos \varphi_1 = 0$, also in dem besonderen Falle einer sehr langen Rolle $X = -\pi c i m n / l$; liegt der Pol im Innern der Spule, so kann man sich diese aus zwei Spulen zu seinen beiden Seiten, für deren jede der Pol in der vorderen Fläche liegt, zusammengesetzt denken, und findet dann statt der Differenz in obiger Klammer die entsprechende Summe; diese Summe wird schliesslich am grössten, wenn der Pol im Mittelpunkte der Spule liegt; führt man für diesen Fall die Diagonale $2d$ der Spule in die zweite Formel für X ein, so erhält man einfach

$$X = \frac{2\pi c i m n}{d}.$$

Man kann nun endlich noch die beiden Fälle der ebenen Spirale und der cylindrischen Spule combiniren und erhält dann den Fall einer Spule von mehreren Lagen und, in jeder Lage, mehreren Windungen; die Wirkung einer solchen Spule hängt von ihrer Länge, ihrem äusseren und inneren Radius und der Gesamtzahl der Windungen ab. Eine Berechnung des Potentials für diesen Fall findet man u. A. bei MAXWELL, für beliebige (nicht axiale) Lage des Poles bei STUART; einige Formeln, die sich auf ihn beziehen, in Bd. III, 1, pag. 234 dieses Handbuches. Hierbei ist angenommen, dass die innere und die äussere Begrenzung der Spule eine Cylinderfläche sei, und diese Form genügt auch, um, wenn die Rolle nur genügend lang ist, in ihrem mittleren Theile ein gleichförmiges Feld zu erzeugen. Ist z. B. die Spule 40mal so lang wie dick, so ist nach einer von W. WEBER¹⁾ durchgeführten Rechnung die Kraft auf mehr als $\frac{1}{3}$ ihrer Länge bis auf 1% , und auf $\frac{2}{3}$ ihrer Länge sogar bis auf 1 Promille constant. Will man diesen Zweck erreichen, ohne die Rolle so lang nehmen zu müssen, so muss man sie nicht auf einen Cylinder, sondern auf eine Kugel oder ein Ellipsoid wickeln, und zwar so, dass auf die Längeneinheit der Axe überall die gleiche Zahl von Windungen entfällt. Der hierauf basirte, zu absoluten Messungen sehr geeignete Tangentenmultiplikator von RIECKE ist in Bd. III 1, pag. 214 besprochen worden. Eine andere Aufgabe ist die, diejenige Form der Spule zu ermitteln, für welche die Wirkung unter gewissen gegebenen Bedingungen am günstigsten ausfällt; hierüber vergleiche man das Bd. III 1, pag. 235 Angedeutete und die dazu gehörige Fig. 56.

Aequivalenz von Strömen und Magneten.

Die Wahrnehmung, dass für das Potential von Strömen auf Magnetpole die scheinbare Grösse gewisser Flächen maassgebend ist, führt zu einer überaus interessanten und wichtigen Folgerung. Ganz dieselbe Grösse tritt nämlich bei der Wirkung magnetischer Gebilde auf Pole auf, insbesondere bei der Wirkung einer magnetischen Schale (pag. 40) nach dem Satze von GAUSS. Man kann

¹⁾ W. WEBER, Elektrodyn. Maassbest. 3, pag. 546. 1852.

hiernach zunächst ganz allgemein den Satz aufstellen, dass in Bezug auf die äussere magnetische Wirkung jedes Stromgebilde mit einem bestimmten magnetischen Gebilde äquivalent ist, und man kann diesen Satz dann leicht für die verschiedenen Gebilde solcher Art specialisiren. So ist 1) ein geschlossener Strom äquivalent einer einfachen Schale, die, im Uebrigen von willkürlicher Gestalt, die Stromlinie zum Rand hat; 2) ein geradliniger Strom äquivalent einer magnetischen Schale, die sich von der Stromlinie als Rand aus in die Unendlichkeit erstreckt; 3) ein unendlich kleiner geschlossener Strom äquivalent einem einfachen Polpaare, dessen Axe auf der Stromebene senkrecht steht; 4) ein cylindrisch aneinander gereihtes System solcher unendlich kleiner, gleich starker, gleich grosser und gleich weit von einander abstehender Kreisströme, ein sogen. Solenoid, äquivalent einem einfachen Faden; 5) ein nach der einen Seite unbegrenztes derartiges Solenoid äquivalent einem Magnetpol; endlich 6) eine beliebige Spule äquivalent einem bestimmten Magneten, dessen Form und Vertheilungsverhältnisse der Spule entsprechende sind, also z. B. eine cylindrische Spule einem solenoidalen Magneten.

Zu diesen Aequivalenzsätzen sind noch einige Bemerkungen zu machen.

1) Das Potential eines geschlossenen Stromes ist für den Einheitspol $\frac{ci}{2} \omega$, d. h. gleich dem Produkte aus der scheinbaren Grösse und einem Faktor; bei einer magnetischen Schale ist dieser Faktor die magnetische Stärke der Schale (pag. 41), und man kann ganz entsprechend bei einem geschlossenen Strom den Faktor als Stromstärke bezeichnen, wenn man diese eben hierdurch definiert. Dieses Maass der Stromstärke heisst das elektromagnetische, und die Exaktheit und Bequemlichkeit der elektromagnetischen Messmethoden hat es mit sich gebracht, dass es das am meisten übliche Maass für elektrische Ströme geworden ist; nur hat man es noch durch 10 dividirt und nennt es alsdann AMPÈRE; näheres hierüber findet man in dem Artikel über elektrische Maassbestimmungen (s. w. u.). Das Produkt der Stromstärke in die Zahl der Windungen wird, besonders in der Technik, AMPÈRE-Windung genannt. Mit Anwendung dieses Strommaasses hat man nunmehr:

$$V = im \omega + const.$$

2) In Analogie mit Früherem kann man V auch in der Form schreiben:

$$V = im \int ds \frac{1}{\partial n},$$

wo ds ein Element einer vom Strome eingeschlossenen Fläche, n die Normale desselben und r seine Entfernung vom Pole ist.

3) Zur Vervollständigung der Aequivalenz ist noch zu ermitteln, welche Seiten einander entsprechen; zu diesem Zwecke braucht man nur die AMPÈRE'sche Regel auf die verschiedenen obigen Formeln anzuwenden und erhält dann die folgenden Formulierungen: Wenn man in einem geschlossenen Strom oder einer Stromspule sich schwimmend denkt und dabei in das Innere hineinsieht, entspricht die Seite oder das Ende der Spule, das man zur Linken hat, der Nordseite einer Schale resp. dem Nordpole eines Magneten, die rechte Seite resp. das rechte Ende der Südseite resp. dem Südpole. Oder: Diejenige Seite eines geschlossenen Stromes, bei deren Betrachtung man den Strom dem Uhrzeiger entgegen kreisen sehen würde, ist der Nordseite, die andere der Südseite einer magnetischen Schale äquivalent, jene kann also als Nordseite des Stromes, diese als seine Südseite bezeichnet werden; ebenso für das Nordende und Südende einer Spule. Oder

umgekehrt: Steht man auf der Nordfläche einer Schale und sieht man den äquivalenten, am Rande hinfließenden Strom an, so fließt dieser von rechts nach links. Damit bestimmt sich dann auch der Sinn der Normale n in obiger Formel. Denkt man sich nämlich im Strome so liegend, dass er von den Füßen nach dem Kopfe geht, und dass man die vom Strome begrenzte Fläche zur Linken hat: dann geht die Normale n nach hinten.

4) Endlich ist hervorzuheben, dass die Aequivalenz zwischen den Strömen und Magneten keine uneingeschränkte ist. Betrachtet man nämlich zuerst einen einfachen geschlossenen Strom und die entsprechende einfache Schale, so ist das Potential des ersteren für den Pol 1 überall gleich $i\omega$, es ändert sich stetig, wenn der Pol verschoben wird, auch wenn er hierbei durch die von dem Strome eingeschlossene Fläche hindurchgeht (nur darf er nicht in die Stromlinie selbst hineingerathen), und es ist andererseits in einem und demselben Punkte vieldeutig, wobei die einzelnen Werthe sich um je $4\pi i$ unterscheiden. Dagegen ist das Potential der Schale nur im äusseren Raume gleich $J\omega$, wenn J die Stärke der Magnetisirung der Schale ist, im Inneren, d. h. zwischen den beiden Schalenoberflächen, hat es dagegen andere Werthe (vergl. pag. 41); es ist ferner unstetig, insofern seine Werthe für Punkte, die unendlich dicht zu beiden Seiten der Schale einander gegenüber liegen, um $4\pi J$ verschieden sind, und es ist drittens überall eindeutig. Dem ähnlich verhält es sich bei einer Spule im Vergleich zu einem Magneten; die Wirkung nach aussen kann bei beiden durch die Endbelegungen oder Pole repräsentirt werden; will man die Vergleichung auch auf das Innere übertragen, so muss man eventuell auf den Begriff der magnetischen Induction U (pag. 145) zurückgreifen und diesen dann auf die elektromagnetische Kraft übertragen. Dabei sei noch bemerkt, dass man nicht etwa die Spule, weil sie innen hohl ist, mit einem hohlen Magneten vergleichen darf; man überzeugt sich vielmehr leicht, dass die Wirkungen beider Gebilde im Innern durchaus nicht gleich, sondern in gewissem Sinne geradezu entgegengesetzt sind.

Man kann von der Aequivalenz zwischen Strömen und Magneten einen doppelten Gebrauch machen, indem man entweder Magnete an die Stelle von Strömen oder Ströme an die Stelle von Magneten setzt; meist wird sich aus klar liegenden Gründen das Erstere empfehlen.

AMPÈRE'sche Theorie des Magnetismus. Eine äusserst sinnreiche Anwendung der besprochenen Aequivalenz, nicht in praktischer, sondern in theoretischer Richtung, hat AMPÈRE gemacht, indem er, wie schon auf pag. 161 erwähnt worden ist, die Hypothese aufstellte, dass der Magnetismus nicht eine besondere Erscheinung sei, sondern auf unendlich kleinen, die Theilchen der Körper umkreisenden Strömen beruhe¹⁾. Es wird also gewissermaassen jeder der magnetischen Fäden, in welche der Magnet zerlegt werden kann, durch ein Solenoid ersetzt. Einfacher wäre es ja, den ganzen Magneten von Strömen umkreist werden zu lassen, aber dann würde die Aequivalenz für das Innere nicht stattfinden, und es würden auch andere Schwierigkeiten auftreten. Wie es nun zwei verschiedene magnetische Theorien des Magnetismus giebt, so sind auch zwei elektrische denkbar, bei deren einer, der Scheidungshypothese entsprechenden, die AMPÈRE'schen Ströme erst bei der Magnetisirung durch elektrische Induction erregt, bei deren anderer, der Drehungshypothese entsprechenden, sie stets cirku-

¹⁾ AMPÈRE, Ann. Chim. Phys. 15, pag. 70 und 170. 1820; Mem. s. l. th. d. phén. electrodyn. Paris 1826, pag. 323.

liren, durch den Akt der Magnetisirung aber in Folge von elektrodynamischen Wechselwirkungen (s. Art. »Elektrodynamik«) gerichtet werden; man kann auch beide Hypothesen combiniren und annehmen, dass beim Magnetisiren die Stärke und Richtung der schon vorhandenen Ströme verändert wird. Die Entscheidung zwischen beiden Annahmen, resp. die Entscheidung darüber, welche von beiden Wirkungen überwiege, lässt sich durch die erfahrungsmässige Richtung der entstehenden Magnetisirung resp. der mit ihr äquivalenten Molekularströme geben, da diese Richtung durch Induction die entgegengesetzte wie durch elektrodynamische Drehung werden muss, und es stellt sich dabei, wie schon beim Diamagnetismus (pag. 223) ausgeführt worden ist, heraus, dass bei den paramagnetischen Stoffen die elektrodynamische, bei den diamagnetischen die Inductionswirkung als die überwiegende angenommen werden muss.

Wirkung von Magneten auf elektrische Ströme.

Dass, wie elektrische Ströme auf Magnete, auch Magnete auf elektrische Ströme wirken, lässt sich nunmehr auf die verschiedenste Weise schon *a priori* erwarten: auf Grund des Principis von Wirkung und Gegenwirkung, auf Grund der Aequivalenz der Ströme mit den Magneten oder auf Grund der AMPÈRE'schen Vorstellung vom Magnetismus. Dabei wird man nicht nur schliessen dürfen, dass diese Wirkungen vorhanden sind, sondern auch ihre Gesetze angeben können. Die folgenden Angaben können sich daher auf die früheren beziehen und somit kurz gefasst werden.

Die meisten bezüglichen Experimente rühren schon von AMPÈRE¹⁾ her. Er bediente sich dazu eines zugleich zur Stromzufuhr dienenden Doppelstativs, das in zwei mit Quecksilber gefüllte Nöpfchen endete; in diesen Nöpfchen schwebte auf zwei Spitzen der zu den Versuchen dienende Stromleiter, der auf diese Weise ziemlich beweglich ist. Statt dessen kann man ihn auch mit Hilfe eines Korkes schwimmend anordnen. Für feine Messungen muss man aber den Stromleiter an einem oder zwei möglichst langen Metallfäden, durch die man den Strom zuführt, aufhängen.

Die Wirkung eines Poles auf ein Stromelement ist nach der Gleichung auf pag. 302, wenn jetzt die Constante $c = 1$ gesetzt, also das elektromagnetische Maasssystem benutzt wird:

$$dK = \frac{im}{r^2} dl \sin \epsilon.$$

Hierin ist der Faktor $\frac{m}{r^2}$ das Feld des Poles; für ein von beliebigen magnetischen Massen herrührendes Feld, dessen Stärke am Orte des Stromelementes R ist, gilt dann die allgemeine Gleichung:

$$dK = R dl \sin \epsilon,$$

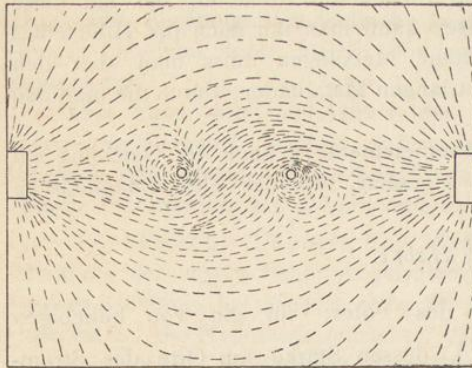
die man folgendermaassen in Worten aussprechen kann: Die Kraft, die ein Stromelement in einem magnetischen Felde erfährt, ist gleich dem Produkte der Stromstärke in die Grösse des aus dem Elemente und einer das Feld nach Richtung und Stärke darstellenden Geraden construirten Parallelogramms. Auf der Ebene dieses Parallelogramms steht die Kraft senkrecht, und ihr Sinn wird durch die der AMPÈRE'schen Regel entsprechende bestimmt: Denkt man sich in dem Stromelemente schwimmend und nach der Krafrichtung hinsehend, so ist die Kraft nach links gerichtet. Statt dessen kann man hier auch folgende Regel

¹⁾ AMPÈRE, a. a. O. — Ferner DAVY, Tr. R. Soc. 1821, pag. 17. — DE LA RIVE, GILB. Ann. 71, pag. 120. 1822.

benutzen: Stellt man einen Korkzieher üblicher Art auf die von dem Element und der Feldrichtung gebildete Ebene senkrecht auf und dreht ihn auf dem kürzesten Wege aus der Stromrichtung in die Feldrichtung, so giebt die Auf- oder Niederbewegung der Axe des Korkziehers die Richtung der Kraft an. Die Kraft ist am grössten, wenn das Stromelement auf der Feldrichtung senkrecht steht, sie ist null, wenn es in die Feldrichtung hineinfällt. In jedem Falle, ausgenommen den letztgenannten, wird sich also das Stromelement durch das Feld, quer zu den Kraftlinien, bewegen. Dasselbe gilt von einem endlichen oder unendlich langen gradlinigen Strome, und man kann nach Obigem leicht die Richtung angeben, in der er sich bewegen wird; beispielsweise wird sich der in Fig. 188 durch seinen Querschnitt dargestellte, von oben nach unten fließende Strom in dem von rechts nach links gerichteten Felde von der unteren Zeichnungshälfte nach der oberen bewegen, oder anders ausgedrückt: Im Felde der Erde bewegt sich ein von oben nach unten fließender Strom nach Osten, ein von unten nach oben fließender nach Westen.

Es möge hier eingeschaltet werden, dass der Magnetismus unter Umständen auch auf statische Elektrizität einwirkt und überhaupt auf Elektrizität in irgend welchem Zustande (vergl. z. B. Einwirkung auf elektrische Entladung am Schlusse des Art.) Mit Rücksicht hierauf ist die Berechnung der Wirkung des Magnetismus auf ein elektrisches Theilchen, wie sie RIECKE¹⁾ durchgeführt hat, von Wichtigkeit. Es ergibt sich dabei, dass die Geschwindigkeit des Theilchens constant ist, und im Besonderen für ein homogenes Magnetfeld, dass das Theilchen eine Schraubenlinie beschreibt, deren Axe dem Felde parallel ist.

Hat man einen geschlossenen Strom irgend welcher Gestalt, z. B. einen Kreisstrom, so sieht man nach dem Gesagten unmittelbar ein, dass dieser sich im gleichförmigen, magnetischen Felde nicht fortbewegen, sondern drehen wird, und zwar so lange, bis die entgegengesetzten Wirkungen auf die von entgegengesetzten Strömen durchflossenen Elemente sich aufheben. Offenbar ist dies bei symmetrischer Lage der Fall, der Kreisstrom wird sich also mit seiner Ebene senkrecht gegen das Feldstellen, was auch schon unmittelbar aus der Aequivalenz mit der magnetischen Schale folgt. In Fig. 190 sind die Kraftlinien dargestellt in dem Augenblicke, wo der Kreis



(P. 190.)

mit seiner Ebene noch in der Feldrichtung liegt, also ehe er sich gedreht hat; wie man erkennt, sind hier die Kraftlinien nicht, wie bei Fig. 188 und 189 berechnet, sondern experimentell mit Hilfe von Eisenfeilicht hergestellt worden.

MAXWELL'scher Satz. Man kann die Einstellung eines geschlossenen Stromes am anschaulichsten durch den folgenden, von GAUSS aufgestellten, aber erst durch MAXWELL weiter entwickelten und fruchtbar gemachten Satz charakterisiren: Ein geschlossener Strom stellt sich im magnetischen Felde so ein, dass die Zahl der durch ihn hindurch gehenden Kraftlinien ein Maximum ist.

¹⁾ RIECKE, WIED. Ann. 13, pag. 191. 1881.

Dieser Satz erweist seine Brauchbarkeit nicht nur für gleichförmige, sondern auch für ungleichförmige Felder, und er lässt erkennen, dass in solchen nicht nur Drehungen, sondern auch Verschiebungen des Stromkreises eintreten werden, also Anziehungen oder Abstossungen nach oder von gewissen Stellen des Feldes her. Man kann das durch sehr zahlreiche Experimente verfolgen, in denen z. B. ein beweglicher Stromkreis über einen genäherten Magnetstab hinderschleibt oder von ihm abgestossen wird u. s. w.

Ebenso wie ein Kreisstrom wird sich natürlich auch eine Spule einstellen,* d. h. sie wird ihre Axe dem Felde parallel einstellen, gerade wie ein Magnet. Die Einstellung wird desto sicherer und energischer erfolgen, je stärker der Strom, je stärker das Feld und je grösser die Zahl der Windungen ist. Aber auch schon im gewöhnlichen Felde des Erdmagnetismus stellt sich eine bifilar aufgehängte oder mittelst Spitzen in Quecksilbernäpfchen schwebende Spule axial ein. Man kann dann mit dieser Spule alle Experimente anstellen, welche man mit Magneten anzustellen gewöhnt ist, und erhält stets den entsprechenden Erfolg. Insbesondere wird sich eine solche Spule unter Einwirkung des Erdmagnetismus und eines dazu senkrechten künstlichen Feldes (oder auch einer mechanischen Richtkraft) unter einem gewissen Winkel einstellen. Hierauf beruhen z. B. die Galvanometer mit festem Magnet und beweglicher Spule (vergl. Bd. III (1), pag. 231).

Wirkung des Erdmagnetismus auf Ströme. Bei den obigen Betrachtungen ist zunächst an künstliche Magnete gedacht, aber sie gelten natürlich ebenso auch vom Erdmagnetismus, sowohl im Ganzen als von seinen Componenten; ist der Stromleiter vertikal gerichtet, so kommt die Horizontalcomponente H , ist er horizontal gerichtet, so kommt die Verticalcomponente V des Erdmagnetismus in Betracht. Gehört das Stromelement ds einem längeren horizontalen geraden Leiter l an, der um eine durch seinen Anfangspunkt gehende vertikale Axe drehbar ist, so ist das auf ihn ausgeübte Drehungsmoment $\frac{1}{2} V i l^2$. RIECKE¹⁾ hat diese Formel mit Hilfe eines sinnreichen Apparates zu prüfen unternommen. In ein mit Kupfervitriol gefülltes Gefäss hängt einerseits von oben eine drehbare Kupferscheibe herab und ragt andererseits von unten eine feste Kupferscheibe herauf; beide Scheiben sind überall nicht-leitend bedeckt, nur auf den einander zugekehrten Seiten ist je ein ringförmiger Streifen blank gelassen; ein durch den Aufhängedraht durchgeführter Strom geht dann von dem Rand der oberen Scheibe zu dem der unteren und dann durch den Boden des Gefässes weiter. Versteht man jetzt unter l den mittleren Radius der blanken Ringstreifen, unter δ ihre halbe Breite, unter D die Directionskraft der Torsion, so ist der Drehungswinkel der beweglichen Scheibe unter Einfluss des Erdmagnetismus durch die Gleichung

$$\varphi = \frac{V i l^2}{2 D} \left(1 + \frac{\delta^2}{l^2} \right)$$

bestimmt. Die so berechneten Werthe erwiesen sich als mit den beobachteten hinreichend übereinstimmend. Ist auf diese Weise die Theorie bestätigt, so liefert nunmehr der Apparat von RIECKE eine Methode zur Bestimmung von V , und in diesem Sinne ist er schon früher (pag. 83) erwähnt worden.

Deformation durch elektromagnetische Wechselwirkung. Wenn von den beiden auf einander wirkenden Gebilden das eine fest, das andere aber

¹⁾ RIECKE, WIED. ANN. 13, pag. 194. 1881. Vergl. auch KRÜGER, WIED. ANN. 28, pag. 613. 1886.

mit einzelnen Theilen fest, mit anderen beweglich und zugleich deformirbar ist, so wird es nach dem obigen auch wirklich deformirt werden. Es kann diese Deformation z. B. in einer spiraligen Torsion bestehen (dünner Magnetdraht), oder in einer Durchbiegung (draht- oder plattenförmiger Stromleiter). Letztere Erscheinung ist u. A. von CUMMING¹⁾, LE ROUX²⁾, GORE³⁾, besonders aber von RIECKE⁴⁾ experimentell verfolgt worden, und zwar an Goldblättchen, Platindrähten u. s. w. Die entstehenden Curven kann man »elektromagnetische Kettenlinien« nennen. RIECKE hat auch die Theorie gegeben, die dann von LAMPRECHT⁵⁾ verallgemeinert worden ist. Hier sei aus dieser Theorie nur angeführt, dass im homogenen Felde eine Kreislinie entsteht, im nichthomogenen dagegen die Krümmung der elastischen Curve desto grösser ist, je stärker das Feld daselbst ist. (Vergl. auch den Schluss des Artikels).

Hierher gehört auch die Einwirkung von Magneten auf flüssige, stromdurchflossene Leiter, z. B. auf Flüssigkeitsstrahlen. Ein Quecksilberstrahl wird, solange er zusammenhängend ist, nach S. P. THOMPSON⁶⁾ u. A. zwischen den Schenkeln eines Hufeisenmagneten abgelenkt und deformirt. (Ueber die Rotation von Flüssigkeiten vergl. weiter unten).

Elektromagnetische Rotations- und Schwingungsapparate.

Der Umstand, dass die elektromagnetische Wirkung von seitlichem, drehendem Charakter ist, lässt die Möglichkeit erkennen, durch Aufwand elektrischer und magnetischer Energie rotirende Bewegungen zu erzeugen; in der That haben die elektromagnetischen Rotationsapparate schon seit langer Zeit in der Physik und seit einiger Zeit ganz besonders in der Elektrotechnik das Interesse auf sich gelenkt; man kann dabei, wie man es früher meist gethan hat, zwischen elektromagnetischen Apparaten, bei denen feste Stromleiter Magnete in Rotation versetzen, und magnetelektrischen Apparaten, bei denen feste Magnete Stromleiter in Rotation setzen, unterscheiden, ohne dass hierbei jedoch ein wesentlicher Punkt der Unterscheidung getroffen würde.

Am einfachsten würde man einen Rotationsapparat mit Hilfe eines festen Stromes und eines freien Magnetpols erhalten; nach der AMPÈRE'schen Regel würde dieser, je nachdem er ein Nordpol oder ein Südpol ist, den Strom links herum oder rechts herum umkreisen. Eben weil diese beiden Tendenzen entgegengesetzt sind, kommt eine wirkliche Magnetnadel in Querstellung zur Ruhe, in einer Stellung, in welcher der eine Pol so weit wie möglich nach links, der andere so weit wie möglich nach rechts abgelenkt ist. Es ist auch schon *a priori* einleuchtend, dass ein Magnet nicht fortwährend um einen Strom rotiren kann, da, wenn beide wieder die ursprüngliche Lage zu einander eingenommen haben, die Arbeit Null ist. Dieser Fall ist jedoch insofern ein extremer, als dabei angenommen ist, dass der Magnet als solcher durchaus starr ist, sich also nur als Ganzes bewegen kann. Ist dies nicht der Fall, ist der Magnet im Gegentheil ideal biegsam, so wird die Erscheinung sich ganz anders gestalten: Der Nordpol des ursprünglich dem Stromleiter parallel gedachten Magneten wird links herum, der Südpol rechts herum den Stromleiter um-

¹⁾ CUMMING, Phil. Mag. 8. 1824.

²⁾ LE ROUX, Ann. Chim. Phys. (3) 61, pag. 409. 1860.

³⁾ GORE, Phil. Mag. (4) 48, pag. 39. 1874.

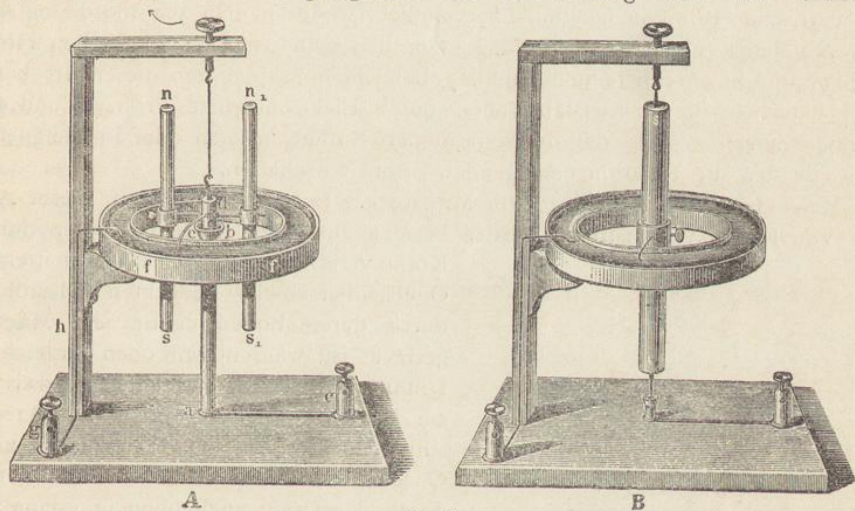
⁴⁾ RIECKE, WIED. Ann. 23, pag. 252. 1884.

⁵⁾ LAMPRECHT, WIED. Ann. 25, pag. 71. 1885.

⁶⁾ S. P. THOMPSON, Phil. Mag. (5) 8, pag. 505. 1879.

schliessen, sodass der Magnet den Stromleiter schliesslich als Spirale umgiebt. Die Verwirklichung einer derartigen Rotation ist natürlich nicht möglich, höchstens wäre eine schwache Andeutung derselben mit starken Strömen und sehr leicht biegsamen magnetisirten Drähten zu erzielen.

Man kann aber auch anders verfahren, indem man den starren Magneten beibehält, dafür aber den Stromleiter veränderlich macht, was mit Hilfe flüssiger Stromstücke, durch Anwendung von Gleitstellen (veränderlichen Uebergangsstellen, Schleifkontakten) u. s. w. (event. auch durch Unterbrechung des Stromes zu geeigneten Zeiten und in geeigneter, die Erscheinung nicht zum Stillstand



(P. 191).

bringender Weise) ohne erhebliche Schwierigkeit zu erreichen ist. Es rotirt dann eben nicht ein geschlossener Strom, sondern nur ein Stromstück, resp. der Magnet rotirt nicht um den geschlossenen Strom, sondern nur um ein Stromstück. Auf diesem Gedanken beruhen die zahlreichen Rotationsapparate, von denen hier nur einige typische Vertreter kurz angeführt sein mögen; die meisten von ihnen sind zuerst in den Jahren 1821—1823 von FARADAY¹⁾ oder AMPÈRE²⁾ angegeben und seitdem vielfach modificirt worden³⁾.

Rotation von Magneten um Ströme. Hierfür liefern die in Fig. 191 A und B abgebildeten Apparate zwei Beispiele; bei dem Apparat A rotiren zwei parallele und gleichgerichtete Magnete um ihre gemeinsame Axe, bei B ein einziger Magnet um seine eigene Axe. Bei a fliesst der von einer Kette kommende Strom von der Klemme c zu dem festen Stativ a b, durch das in dem Endnöpfchen enthaltene Quecksilber geht er auf das beweglich aufgehängte Metallstück d, von diesem mittelst des daran befestigten, mit ihm beweglichen Bügels e in den Quecksilberring f über und kehrt von dort durch einen festen Bügel,

¹⁾ FARADAY, R. Inst. 1821; GILB. Ann. 71, pag. 124; 73, pag. 113.

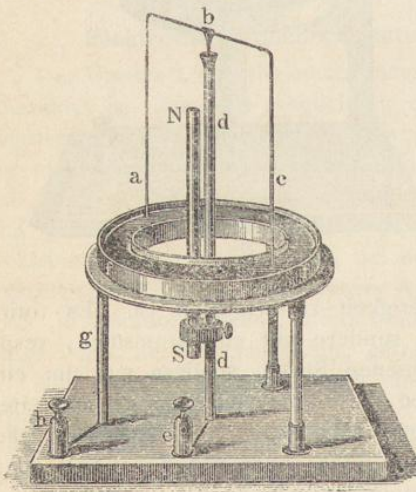
²⁾ AMPÈRE, Ann. Chim. Phys. 20, pag. 60. 1822; GILB. Ann. 71, pag. 172.

³⁾ BARLOW, Essay etc. London 1823. — STURGEON, POGG. Ann. 24, pag. 632. 1832. — RITCHIE, POGG. Ann. 27, pag. 552. 1832. — BERTIN, Ann. Chim. Phys. 58, pag. 90. 1860. — V. FEILITZSCH, POGG. Ann. 105, pag. 535. 1858. — GORE, Proc. R. Soc. 24, pag. 121. 1876.

Die besonderen theoretischen Fragen, die durch die Rotationsapparate aufgeworfen werden, hängen zu eng mit der allgemeinen Theorie der Elektro-Dynamik (s. w. u.) zusammen, als dass sie hier behandelt werden könnten.

den Draht *h* und die Klemme *g* zur Kette zurück; seine elektromagnetische Wirkung versetzt die beiden mit *d* verbundenen Magnete in eine, von oben gesehen, der Uhrzeigerbewegung entsprechende Rotation, die sich umkehrt, wenn entweder die Stromrichtung umgekehrt oder die Magnete statt mit den Nordpolen mit den Südpolen nach oben aufgestellt werden. Die Rotation würde aufhören, wenn man die beiden Ströme entgegengesetzt aufstellte, oder wenn man die feste Stromleitung, statt wie hier bis in die Mitte der Stäbe, bis in die Höhe ihrer oberen Pole fortführte. Statt der beiden Magnete kann man auch deren mehrere, sternförmig angeordnete benutzen, oder auch einen mit der Axe concentrischen Röhrenmagneten, oder endlich, wodurch man zur Anordnung der Fig. *B* gelangt, einen massiven Magneten, den man dann bis zur halben Höhe zugleich zur Strom-Fortleitung benutzt. Bei Rotationsapparaten dieser Art kann man natürlich die Magnetstäbe auch durch Elektromagnete ersetzen und die Spiralen derselben entweder durch besondere Ströme erregen oder in geeigneter Weise in den die Rotation erzeugenden Strom einschalten.

Rotation von Strömen um Magnete. Der älteste Apparat dieser Art, der von FARADAY construiert wurde, besteht aus einer, oben und unten durch



(P. 192).

Korkeverschlossenen, am Boden mit einer Quecksilberschicht bedeckten Glasröhre, durch deren Boden central ein Magnet gesteckt ist, während von oben ein leichter Draht schräg so weit herabhängt, dass er zur Seite des Magnetpols in das Quecksilber taucht; leitet man von unten zum Quecksilber einen Strom und führt ihn durch den Draht nach oben und dann zur Batterie zurück, so beschreibt der Draht eine kegelförmige Bewegung um die Axe der Röhre.

Gebrauchlicher zur Demonstration ist der folgende Apparat, der dem in Fig. 191 dargestellten ganz analog gebaut und in Fig. 192 abgebildet ist. Der Strom geht von *e* über *d* nach *b*, theilt sich hier in die Zweige *a* und *c* und geht durch das

Quecksilber und den Fuss *g* zur Klemme *h*; bei dieser Stromrichtung dreht sich der Stromleiter, von oben gesehen, im Uhrzeigersinne. Wollte man vermeiden, dass der Magnetstab, wie hier, etwas excentrisch angebracht ist, so müsste man ihn selbst zur Axe *d* machen, was aber wegen der Schwächung seines Magnetismus durch oft hindurchgeschickte entgegengesetzte Ströme nicht vortheilhaft ist. Wesentlich ist, dass der Magnet nicht zu weit emporragt; die Wirkung ist am grössten, wenn die Rinne sich in einer Höhe mit der Mitte des Magneten befindet. Statt zweier Arme kann man auch hier wieder deren mehrere oder eine ganze Glocke aus Kupfer in die Rinne eintauchen lassen; auch kann man, statt die beiden Kupferdrähte in die Rinne eintauchen zu lassen, Quecksilberstrahlen in sie hinabfliessen lassen. Nimmt man statt des Quecksilbers eine schwache Säure, wählt die Rinne selbst aus Zink und lässt in sie einen mit der Axe verbundenen Kupferbügel eintauchen, so braucht man keine besondere Batterie zur Erzeugung des Stromes. Endlich kann man den Magneten durch einen Elektromagneten ersetzen. Unter den zahlreichen hierher

gehörigen Apparaten bieten die von ZÖLLNER¹⁾ angegebenen viele interessante Einzelheiten dar; es sei daher speciell auf sie aufmerksam gemacht.

Auch der Erdmagnetismus ist kräftig genug, um bei Apparaten, die analog den obigen gebaut sind, dauernde Rotation hervorzurufen²⁾, bei dem zuerst genannten Apparat (mit der Glasröhre) braucht man dann nur den Magneten fortzulassen, muss aber natürlich einigermaassen kräftige Ströme anwenden. Man kann auch einfach in die Mitte eines Bassins mit Quecksilber ein Stativ stellen, von dessen oberem Ende ein Draht, leicht drehbar, schräg in das Bassin hinabreicht, und den Strom dem Stativ zuführen und von dem Bassin fortleiten (oder umgekehrt); oder man lässt in eine ringförmige Rinne mit Quecksilber von ihrem Centrum aus einen beweglichen Arm herüberreichen und führt den Strom dem Centrum zu und leitet ihn von der Rinne fort. Die erste Form bietet den instructiven Vorthail, dass man die Neigung des in das Bassin hinabtauchenden Drahtes verändern und dadurch erreichen kann, dass entweder eine dauernde Rotation oder eine Gleichgewichtseinstellung stabiler oder labiler Natur eintritt, je nach der Richtung des Drahtes gegenüber der gesammtemagnetischen Kraft der Erde; welcher Fall eintritt, welche Gleichgewichtsstellung sich ausbildet resp. in welchem Sinne die Rotation von statten geht, kann man stets nach den obigen Grundregeln ohne Schwierigkeit ermitteln.

Rotation von Flüssigkeiten. Dass auch Flüssigkeiten unter dem Einflusse von Magneten rotiren können, hat zuerst DAVY³⁾ beobachtet. Auf den Flächenpol eines Magneten setzt man eine Schale mit Quecksilber und lässt an zwei Stellen die Enddrähte eines Stromkreises in sie eintauchen; das Quecksilber rotirt alsdann um die Drahtenden, und zwar von oben gesehen im Uhrzeigersinne oder im entgegengesetzten, je nachdem das Drahtende einen dem Magnetpole gleichnamigen oder ungleichnamigen Strompol repräsentirt. Unter Umständen treten hierbei interessante Einzelheiten auf, über welche namentlich POGGENDORFF Beobachtungen angestellt hat. Dasselbst findet man auch folgende abweichende Form des Versuchs: Einer mit Quecksilber gefüllten ringförmigen Rinne führt man den Strom durch die eine Peripherie zu und durch die andere fort, so dass sämtliche Radian Stromlinien sind; steckt man in das centrale Loch von unten einen Magneten hindurch, so dass sein Nordpol in der Höhe der Flüssigkeitsschicht steht, so tritt Rotation in dem einen Sinne ein, bei Hebung des Magneten geht sie in die entgegengesetzte über, und bei weiterer Hebung kehrt sie sich nochmals um, so dass schliesslich, wenn der Südpol im Niveau der Flüssigkeit steht, der Drehungssinn wieder der ursprüngliche ist. Wie RITCHIE⁴⁾ gezeigt hat, kann man diese Versuche auch mit nichtmetallischen Flüssigkeiten anstellen. Für genauere Versuche und Messungen dieser Art hat u. A. BERTIN⁵⁾ einen geeigneten Apparat construiert; auch sei auf Versuche von DE LA RIVE und BERTIN hingewiesen, die eigenartige Anordnungen betreffen.

1) ZÖLLNER, POGG. Ann. 153, pag. 138. 1874; 154, pag. 321. 1875; 158, pag. 106. 1876.

2) AMPERE, Ann. Ch. Phys. 18, pag. 331. 1821. — FARADAY, a. a. O.

3) DAVY, Trans. R. Soc. 1823, pag. 153; Ann. Chim. Phys. 25, pag. 64. — Ferner POGGENDORFF, POGG. Ann. 77, pag. 1. 1849. — RITCHIE, a. a. O. — BERTIN, a. a. O. — DE LA RIVE, Ann. Chim. Phys. 56, pag. 286. 1859.

4) RITCHIE, POGG. Ann. 27, pag. 552. 1832.

5) BERTIN, WIEDEMANN, Elektr. (3) 3, pag. 164.

Das Wesen der elektromagnetischen Rotation von festen Körpern und Flüssigkeiten, sowie die principiellen Unterschiede dabei hat RIECKE¹⁾ in folgender Weise auseinander gesetzt. Es sind drei Fälle zu unterscheiden. Der einfachste ist der, wo die Stromfäden stets an dieselbe Reihe ponderabler Theilchen gebunden bleiben (feste, bewegliche Drähte oder biegsame Fäden ohne Gleitstellen); der zweite Fall ist der, wo in Folge der Bewegung neue, ponderable Elemente in den Strom eintreten oder alte aus ihm ausgeschaltet werden (die meisten Arten von Gleitstellen, ferner Dehnung oder Comprimirung von Leiterstücken); der dritte Fall endlich ist dadurch ausgezeichnet, dass eine relative Verschiebung der Stromfäden, welche das Innere von körperlichen Leitern erfüllen, durch die ponderablen Theilchen eintritt (wie besondere Arten von Gleitstellen, elastische Biegungen fester Leiter, besonders aber flüssige Leiter, welche elektromagnetisch rotiren). Die beiden ersten Fälle haben das Gemeinsame, dass bei ihnen die bei einer Verschiebung der beweglichen Theile geleistete Arbeit stets durch die Abnahme des Potentials bestimmt ist. Im dritten Falle ist dagegen eine directe Anwendung des Potentialgesetzes nicht möglich, weil hier die Verschiebung oder Verlängerung der ponderablen Stromträger unabhängig von der der Stromfäden ist, also auch die erstere nicht nothwendig die letztere nach sich zieht, so dass unter Umständen Arbeit geleistet werden kann, obgleich anscheinend das Potential sich nicht ändert. Will man trotzdem das Potentialgesetz anwenden, so muss man zu Hypothesen über die Anziehung zwischen den Körpertheilchen und den elektrischen Theilchen seine Zuflucht nehmen.

Wegen des besonderen Interesses, welches hiernach die elektromagnetische Rotation von Flüssigkeiten darbietet, hat RIECKE²⁾ einen solchen Fall theoretisch und experimentell in möglichst exacter Weise verfolgt, nämlich den schon oben erwähnten Fall der Rotation einer ringförmigen Flüssigkeitsschicht, die auf einen Magnetpol aufgesetzt ist, und in welcher radiale Ströme von der inneren Peripherie zur äusseren circuliren; der Apparat wurde in besonderer, die Anwendung der Theorie möglichst erleichternder Weise gebaut. Hat die Flüssigkeit die Dichte μ , die Reibungsconstante η , die Höhe (Schichtdicke) d , die inneren und äusseren Radien a und b , sind R und i die Feldstärke und Stromstärke, und wird zur Abkürzung $Ri\sqrt{2}/2\pi cd\eta = A$ gesetzt, so findet man für stationäre Bewegung mit kleinen Geschwindigkeiten die Winkelgeschwindigkeit ω im Abstände r von der Drehungsaxe und in der Höhe z über der Mittelfläche

$$\frac{\pi^3}{4A} \omega = -\frac{d^2}{r^2} \left(1 - \sqrt{\frac{r}{a}} e^{-\pi \frac{r-a}{d}} - \sqrt{\frac{r}{b}} e^{-\pi \frac{b-r}{d}} \right) \cos \frac{z\pi}{d} \\ + \frac{1}{27} \frac{d^2}{r^2} \left(1 - \sqrt{\frac{r}{a}} e^{-3\pi \frac{r-a}{d}} - \sqrt{\frac{r}{b}} e^{-3\pi \frac{b-r}{d}} \right) \cos \frac{3z\pi}{d} - \dots \dots \dots$$

Diese Formel wurde unter gewissen Annahmen mit der Beobachtung verglichen und, mit Rücksicht auf einige Fehlerquellen, eine befriedigende Uebereinstimmung gefunden. Die Winkelgeschwindigkeit ist hiernach in der unteren und oberen Grenzfläche Null, in der Mittelfläche am grössten, sie nimmt ferner von der inneren Peripherie aus zunächst zu, erreicht sehr bald ein Maximum und nimmt dann bis zum äusseren Rande bis auf Null ab.

¹⁾ RIECKE, WIED. Ann. 25, pag. 496. 1885.

²⁾ RIECKE, a. a. O. — Weiter ausgeführt von F. SCHUMANN, WIED. Ann. 32, pag. 141. 1887.

Unterbrechungs- und Schwingsapparate.

Von den bisher betrachteten elektromagnetischen Apparaten wesentlich verschieden ist eine grosse Klasse von Apparaten, welche in theoretischer Hinsicht sehr einfach verständlich, für die Praxis aber und zwar sowohl für die Praxis der Wissenschaft als für die Technik, von hoher Bedeutung sind. Sie beruhen in letzter Instanz lediglich auf magnetischer oder elektromagnetischer Anziehung und Abstossung, nicht auf drehenden Kräften; es würde sich daher bei ihnen sehr schnell eine Gleichgewichtsstellung herausbilden, wenn dieses nicht fortwährend künstlich wieder gestört würde, und zwar entweder dadurch, dass der Magnetismus oder die Stromrichtung umgekehrt wird, wodurch die Anziehung in eine Abstossung oder umgekehrt verwandelt wird, oder dadurch, dass der Magnetismus oder der Strom einfach aufgehoben und der angezogene Körper somit in dieselbe Lage zurückgeführt wird, worauf das Spiel von neuem beginnt; oder dadurch, dass der angezogene Körper aus der Wirkung ausgeschaltet und an seiner Stelle ein neuer Körper der Wirkung ausgesetzt wird. In den meisten Fällen erzeugen diese Apparate in Folge dessen hin- und hergehende Bewegungen, also mehr oder weniger rasche Schwingungen; bei einigen von ihnen (und gerade bei den technisch wichtigsten) wird dann aber die Schwingung durch die mechanische Anordnung in eine Rotation in gleichbleibendem Sinne verwandelt, wie sie für praktische Verwendung ungleich geeigneter als die schwingende Bewegung ist. Es können hier nur einige typische Repräsentanten dieser Art von Maschinen und Apparaten erwähnt werden.

Der WAGNER'sche Hammer, der von NEEF¹⁾ zuerst beschrieben wurde und nach ihm auch häufig NEEF'scher Hammer genannt wird, dient zur Verwandlung constanter Ströme in unterbrochene, also indirect auch zur Erzeugung von Wechselströmen; seine üblichste, ihm von POGGENDORFF gegebene Form ist bereits in Bd. III (1), pag. 251 angegeben und pag. 252 abgebildet worden. Die Periode der Unterbrechungen hängt von den Form-, Abstands- und Elasticitätsverhältnissen der Feder ab; sie lässt sich zwar in gewissen Grenzen variiren, und es lässt sich auch das Verhältniss der Dauer des Schlusses zur Dauer der Unterbrechung abändern, die genaue Bestimmung der Periode ist aber ebenso wie ihre willkürliche, feinere Abgleichung immerhin schwierig.

In dieser Hinsicht ist dem WAGNER'schen Hammer ein anderer Apparat, die zuerst durch v. HELMHOLTZ²⁾ in die wissenschaftliche Praxis eingeführte elektromagnetische Stimmgabel überlegen; in ihrer Eigenschaft als Stromunterbrecher ist sie ebenfalls schon a. a. O. beschrieben worden, sie kann aber auch zur Erzielung dauernden Tönens der Unterbrechungsgabel oder anderer in den Kreis eingefügter Stimmgabeln benutzt werden, wobei, wie sich herausgestellt hat, auf die natürliche Schwingungszahl der letzteren bis zu einem gewissen Grade ein Zwang ausgeübt werden kann, was für zahlreiche Untersuchungsmethoden von Wichtigkeit geworden ist.

Den elektromagnetischen Stimmgabelapparaten ganz ähnlich sind die elektromagnetischen Pendelapparate, nur dass hier die Unterbrechungen in viel langsamerem Tempo erfolgen. Hierher gehören die elektrischen Uhren, bei denen der Gang einer Pendeluhr, deren Pendel bei jeder Schwingung einmal einen elektrischen Strom schliesst, mit Hilfe der Ankeranziehung von Elektromagneten auf beliebig viele Zifferblätter von Sekunde zu Sekunde genau übertragen wird.

¹⁾ NEEF, POGG. Ann. 46, pag. 104. 1839.

²⁾ v. HELMHOLTZ, Tonempfindungen (4. Aufl.), pag. 198 u. Beilage 8.

Ihnen reihen sich die elektrischen Chronographen an, bei denen durch Schreibstifte, die mit den Ankern verbunden sind, Sekundenmarken auf einer vorbeigleitenden Fläche erzeugt werden. Hiermit wiederum ist der elektromagnetische Drucktelegraph aufs Engste verwandt. Endlich sei auf den ARON'schen Elektrizitätszähler (Bd. III (1), pag. 249) hingewiesen, bei dem umgekehrt wie oben der Pendelgang durch Stromspulen beeinflusst wird.

Eine noch verwickeltere Aufgabe als die elektromagnetische Stimmgabel löst das Telephon, insofern es den Strom nicht einfach in bestimmter Periode schliesst und öffnet, sondern seine Stärke in ganz allgemeiner Weise periodisch verändert, derart, dass Tonstärke, Tonhöhe und Klangfarbe bestimmte Werthe erhalten. Ein elektromagnetischer Schwingungsapparat ist natürlich nur das empfangende Telephon, dessen Platte durch die von der Ausgangsstation kommenden Ströme und den durch sie erregten Magnetismus bewegt wird; das gebende Telephon ist ein Inductionsapparat, und es wird deshalb bei der Lehre von der Induction elektrischer Ströme noch darauf zurückzukommen sein.

Um von den Schwingungsapparaten der skizzirten Art zu Rotationsapparaten zu gelangen — die aber von den oben behandelten eigentlichen Rotationsapparaten wesentlich verschieden sind — kann man verschiedene Kunstgriffe anwenden. Am nächsten liegt es natürlich, die schwingende Bewegung wie bei der Dampfmaschine durch mechanische Uebertragung in Rotation zu verwandeln. Diese Idee liegt in der That dem ältesten Elektromotor, dem von HENRY (1831) zu Grunde; aber obgleich DAL NEGRO, PAGE, BOURBOUZE u. A. die Maschine successive vervollkommneten, hat sie keinen bemerkenswerthen Erfolg errungen¹⁾.

Ein Apparat, bei welchem durch einfache Anziehung Rotation erzeugt wird, ist das BARLOW'sche Rad²⁾. Zwischen den Polen eines horizontal liegenden Hufeisenmagneten ist, über sie hinausragend, eine Rinne mit Quecksilber angebracht, in welche das Ende eines um eine horizontale, darüber befindliche Axe drehbaren Metallstreifens eintaucht. Wird ein Strom hindurchgeschickt, so zieht der Magnet den Streifen in sich hinein, hebt ihn damit aus dem Quecksilber heraus und kann ihm unter Umständen einen solchen Schwung ertheilen, dass er sich vollständig herumdreht und das Spiel beim Eintauchen in das Quecksilber von Neuem beginnt. Um die Erscheinung auch mit schwächeren Kräften zu erhalten, ersetzt man den Streifen durch ein Sternrad, dessen Strahlen nach einander mit dem Quecksilber in Berührung kommen.

Während hier die Rotation durch die Schwungkraft oder durch die Einführung neuer Elemente erzielt wird, bedient man sich bei anderen Apparaten hierzu der selbstthätigen Umkehrung des Stromes zu der Zeit, zu welcher für die bisherige Stromrichtung der stabile Gleichgewichtszustand erreicht war; das Gleichgewicht wird dann von neuem gestört und die Bewegung setzt sich fort den wirkenden Kräften zufolge könnte sie dies ebensowohl im Sinne einer Umkehr, wie im Sinne einer Fortsetzung der bisherigen Bewegung thun, das beharrungsvermögen entscheidet für die letztere Alternative. Am einfachsten lassen sich diese Verhältnisse an RITCHIE's³⁾ rotirendem, hufeisenförmigem Elektromagneten (1833) verfolgen, der, mit den Polen nach unten, über einem ebenfalls hufeisenförmigen Stahlmagneten, dessen Pole nach oben weisen, rotirt, und der zur Ruhe kommen würde, sobald seine Pole sich direct über den

1) Näheres s. bei S. P. THOMPSON, *Dynamoel. Machinery*, 2. Aufl., pag. 397.

2) BARLOW, *Essay on magn. attr.* Lond. 1823, pag. 279.

3) RITCHIE, *Tr. R. Soc.* 1833 (2), pag. 318; *POGG. Ann.* 32, pag. 538.

entgegengesetzten Polen des Stahlmagneten befinden, wenn nicht mittelst eines an seiner Drehungsaxe angebrachten, mit Schleifkontakten ausgerüsteten Commutators in diesem Augenblicke der erregende Strom und damit die Polarität des Elektromagneten umgekehrt würde. Statt des Stahlmagneten kann man natürlich ebenfalls einen Elektromagneten verwenden; ferner kann man statt eines einzigen einen ganzen Kranz beweglicher Elektromagnete vor einem Kranze fester Elektromagnete rotiren lassen, wie dies JACOBI¹⁾ bei seinem elektrischen Motor gethan hat. Seitdem haben sich diese Maschinen bekanntlich in staunenswerther Weise entwickelt; da hierbei jedoch die Idee des Motors in den Hintergrund trat gegenüber der Idee des Generators (Erzeugers von Elektrizität durch Bewegung), das diesem letzteren zu Grunde liegende Phänomen aber die elektrische Induction ist, erscheint es angezeigt, auch auf diese Apparate erst bei späterer Gelegenheit einzugehen.

Magnetisirung durch elektrische Ströme.

Soweit die Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magneten bisher ins Auge gefasst wurde, gab sie sich in Ortsänderungen der ponderablen Träger der Elektrizität resp. des Magnetismus kund. Diesen ponderomotorischen Wirkungen stehen nun aber andere zur Seite, die man, wenn sie von Elektrizität ausgehen und sich auf den Magnetismus erstrecken, als magnetomotorische, im umgekehrten Falle als elektromotorische zu bezeichnen hat; statt dessen kann man auch von dem durch elektrische Ströme inducirten Magnetismus und von den durch bewegte Magnete inducirten elektrischen Strömen sprechen. Obgleich diese beiden Erscheinungsgebiete hiernach völlig analog sind, pflegt man doch das eine dem Elektromagnetismus, das andere der elektrischen Induction zuzuordnen. Demgemäss wird hier nur von der elektrischen Erregung des Magnetismus die Rede sein. Dabei sei jedoch, um von vornherein die Kürze der folgenden Darstellung zu rechtfertigen, darauf hingewiesen, dass die magnetische Induction durch irgend welche Kräfte schon eingehend behandelt ist (wobei in der Praxis sogar fast stets die elektrische Erregung benutzt wurde), dass es sich hier also nur um die besonderen Beziehungen zwischen den erregenden elektrischen Strömen zu dem erregten Felde und damit indirekt zu dem erregten Magnetismus handeln kann.

Bringt man einen Eisen- oder Stahlstab in die Nähe eines elektrischen Stromes, und stellt man ihn quer zu diesem, so erweist er sich als magnetisch; stärker wird die Wirkung, wenn man ihn in das Centrum eines Kreisstromes senkrecht zu dessen Ebene bringt, und noch wesentlich stärker, wenn man statt des Kreisstromes eine Spule anwendet und den Stab hineinsteckt. In diesem Falle ist der entstehende Magnetismus vom gewöhnlichen longitudinalen Typus. Stellt man den Eisenstab hingegen parallel mit einem Strom oder mit den Windungen einer Spule auf, so wird er transversal magnetisch. Endlich kann man ihn circular magnetisch machen, indem man einen Strom durch seine eigene Axe hindurchschickt²⁾. Die magnetisirende Wirkung ist nicht bloss dem galvanischen Strom eigen, sie wird auch von den Entladungsströmen statischer

¹⁾ JACOBI, POGG. Ann. 51, pag. 370. 1840; 54, pag. 335; 69, pag. 188. — Vergl. auch KRÖNIG's J. 3, pag. 377. 1851 (Theorie).

²⁾ Theoretisches und Experimentelles über diesen Fall sehe man bei MAXWELL, Tr. R. Soc. 1865. — KIRCHHOFF, Ges. Werke, pag. 230. — VILLARI, N. Cim. (2) 4 ft. — HERWIG, POGG. Ann. 153 u. 156. — AUERBACH, WIED. Ann. 5 u. s. w.

Elektricität ausgeübt; man kann durch elektrische Entladungsschläge kleine Magnetnadeln sogar sehr kräftig magnetisiren, und es scheint, dass die ersten Magnetisirungswirkungen der Elektricität, die man überhaupt beobachtet hat, von Blitzschlägen herrührten, die bei Eisenkörpern vorbei ihren Weg nahmen. Exakt untersucht wurde die magnetisirende Wirkung der Reibungselektricität von ARAGO, DAVY, SAVARY, HANKEL u. A.; dabei traten gewisse Unregelmässigkeiten zu Tage, die erst durch eine Arbeit von LIPHART aufgeklärt worden sind; es muss jedoch an dieser Hinweisse genügen¹⁾. Von der Magnetisirung durch elektrische Schwingungen wird w. u. die Rede sein.

Ueber die Magnetisirungsmethodik im Einzelnen ist schon im Art. »Magnetismus« das Nothwendige gesagt worden, ebenso über die Formen der Elektromagnete, die denen der Stahlmagnete vielfach ganz analog sind. Die Vortheile, welche Elektromagnete gegenüber Stahlmagneten bieten, sind so bekannt, dass hier darauf nicht eingegangen zu werden braucht; es sei nur darauf hingewiesen, dass dieser Vorzug ein dreifacher ist: der eine betrifft die Stärke des zu erreichenden Magnetismus, der zweite die Mannigfaltigkeit der zu erzielenden Vertheilung des Magnetismus (durch Anordnung der Spule), der dritte die beliebig rasche und häufige Erregung und Wiederaufhebung des Magnetismus, ein Vorzug, der bekanntlich den Dynamomaschinen wesentlich mit zum Siege über die magnetischen Maschinen verholfen hat.

Die wichtigste Aufgabe, die sich nun darbietet, besteht in der Ermittlung der Stärke und Vertheilung des Magnetismus, der in einem Eisenkörper durch einen Strom von gegebener Stärke, der durch eine gegebene Configuration läuft, erregt wird. Der grösste Theil dieser Aufgabe ist aber bereits im Art. »Magnetische Induction« erledigt worden, nämlich die Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisirenden Kraft oder von dem magnetischen Felde, in das der Körper gebracht wird. Es ist also nur noch anzugeben, welche Stärke und Beschaffenheit das von einem gegebenen Strome erzeugte Feld hat. Aber auch diese Aufgabe ist leicht zu lösen durch die Erwägung, dass der Strom selbst wieder gewissen magnetischen Gebilden äquivalent ist. Man kommt auf diese Weise fast unmittelbar zu folgenden Schlüssen. Das Feld eines Stromes ist überall der Stromstärke proportional; die Abhängigkeit des Magnetismus von der magnetisirenden Kraft, wie sie z. B. in Fig. 163 dargestellt ist, stellt also *ceteris paribus* auch seine Abhängigkeit von der Stärke des magnetisirenden Stromes dar. Damit eine Spule ein gleichförmiges Feld erzeuge, muss sie mit parallelen, äquidistanten Windungen auf eine Kugel oder ein Ellipsoid aufgewunden sein; und damit dann weiter dieses Feld in einem Eisenkörper auch eine gleichförmige Magnetisirung hervorrufe, muss der Letztere ebenfalls die Form einer Kugel oder eines Ellipsoids haben¹⁾. Näherungsweise wird man den Zweck auch erreichen, wenn man den kugel- oder ellipsoidförmigen Eisenkörper in die Mitte einer cylindrischen Spule von hinreichender Länge hineinbringt; weniger annähernd auch dann noch, wenn man in diese letztgenannte Spule einen langen, stabförmigen Eisenkörper einlegt. Die Gleichförmigkeit von Feld und Magnetisirung wird hingegen wiederum streng, wenn man die Spule ringförmig zusammenschliesst und als Magnetisirungskörper ebenfalls einen in der Spule liegenden Eisenring verwendet.

¹⁾ ARAGO, s. RIESS, Reibungselektricität, Bd. I, § 517. — DAVY, GILB. Ann. 71. — SAVARY, Ann. Chim. Phys. 36. — HANKEL, POGG. Ann. 65, pag. 537. 1845 und 69, pag. 321. 1846. v. LIPHART, POGG. Ann. 116, pag. 513. 1862.

Für die gedachten Fälle mögen hier die Hauptformeln zusammengestellt werden, die oft Anwendung finden können; n_1 bedeutet die Zahl der Windungen, welche auf die Einheit der Länge entfallen, i die Intensität des Stromes. Für eine mit Stromwindungen bedeckte Kugel ist die durch die Ströme erzeugte Feldintensität¹⁾

$$R_0 = \frac{8\pi}{3} n_1 i$$

die Intensität der Magnetisirung

$$J = \frac{\kappa}{1 + \frac{4\pi}{3}\kappa} R_0 = \frac{8\pi\kappa}{3 + 4\pi\kappa} n_1 i = 2 \frac{\mu - 1}{\mu + 2} n_1 i$$

und die magnetische Induction

$$U = \frac{3\mu}{\mu + 2} R_0 = \frac{8\pi\mu}{\mu + 2} n_1 i;$$

für ferromagnetische Stoffe wird also nahezu

$$J = 2n_1 i, \quad U = 8\pi n_1 i.$$

Für eine lange cylindrische Spule ist das erzeugte Feld

$$R_0 = 4\pi n_1 i,$$

und für einen in ihr steckenden langen Stab wird

$$J = \kappa R_0 = 4\pi\kappa n_1 i, \quad U = 4\pi\mu n_1 i.$$

Aehnlich verhält es sich bei ringförmigen Elektromagneten, nur muss man hier unter n_1 die Zahl der Windungen verstehen, welche auf die Streckeneinheit in Bogenmaass entfallen, und beachten, dass diese Strecke in Längenmaass nicht für alle Ringfäden die gleiche ist, sondern von innen nach aussen abnimmt, wie der Radiusvector ρ zunimmt; die Feldintensität in Folge der Stromwirkung ist also in einem bestimmten Faden $4\pi n_1 i/\rho$, die Intensität der Magnetisirung in diesem Faden also $4\pi\kappa n_1 i/\rho$, und endlich die Induction über den ganzen Querschnitt des Eisens σ integrirt:

$$U\sigma = 4\pi\mu n_1 i \int \frac{d\sigma}{\rho},$$

wobei angenommen ist, dass das Eisen den ganzen Spulenquerschnitt ausfüllt; ist das nicht der Fall, sondern ist der Eisenquerschnitt σ , der Spulenquerschnitt σ' , so hat man allgemeiner:

$$U\sigma = 4\pi n_1 i \left(\int \frac{d\sigma'}{\rho} + 4\pi\kappa \int \frac{d\sigma}{\rho} \right).$$

Je nach der Querschnittsform und dem Verhältniss $\sigma : \sigma'$ nimmt diese Formel bei der Ausrechnung verschiedene Gestalt an.

Ein Theil dieser Ergebnisse lässt sich leicht auch experimentell bestätigen, insbesondere der Satz, dass die Intensität der Magnetisirung in dem in Rede stehenden Falle mit der auf die Längeneinheit entfallenden Zahl der Windungen proportional ist und bei cylindrischen, genügend langen Spulen von der Weite der Windungen nicht abhängt; bei Spulen, die im Verhältniss zur Weite einigermaassen kurz sind, gilt der Satz nicht mehr streng, vielmehr zeigt hier die Messung eine Differenz zu Gunsten der engeren Windungen gegenüber den weiteren. Dass die Feldstärke proportional der Stromstärke ist, ist so einleuchtend, dass es wohl kaum des Beweises bedarf. Dagegen ist die Intensität

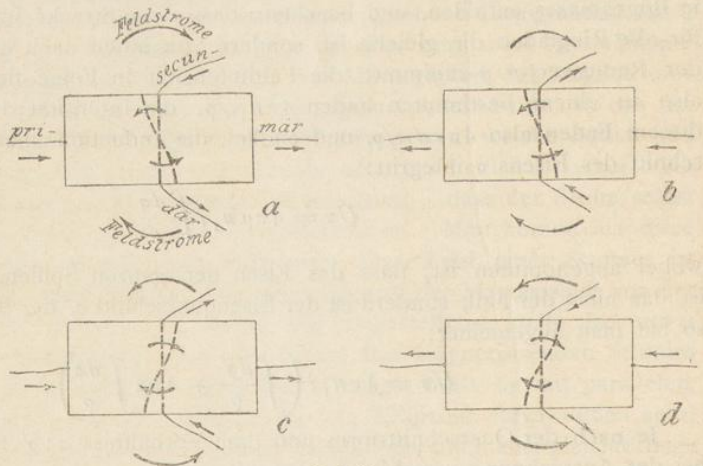
¹⁾ Für das Ellipsoid resp. die Wirkung ellipsoidischer Spiralen sei hier an Literatur noch nachgetragen: RIECKE, Gött. Nachr. 1872. — STEFAN, Wien. Ber. 69 (2), pag. 168. 1874. — GREENHILL, J. de Phys. 10, pag. 294. 1881.

der Magnetisierung erfahrungsgemäss nicht, wie es die obigen Formeln fordern, der Stromstärke proportional, eben weil sie nicht mit der Feldstärke proportional ist, und dies nicht, weil χ und μ keine constanten Grössen sind. Endlich sei hinzugefügt, dass, wie man durch Versuche festgestellt hat, das Material der Windungen und ihre Dicke keinen selbständigen Einfluss auf den Magnetismus ausüben.

HALL'sches Phänomen und verwandte Erscheinungen.

HALL'sches Phänomen. Bei den oben betrachteten Einwirkungen des Magnetismus auf elektrische Stromleiter handelte es sich, wie schon besprochen wurde, stets um ponderomotorische Wirkungen, d. h. es wurde der Stromleiter abgelenkt, und nur eine secundäre Folge hiervon war es, dass mit ihm auch die Stromfäden selbst dislocirt wurden. Es ist daher begreiflich, dass auf das Eifrigste nach einer Erscheinung gesucht wurde, bei welcher es keinem Zweifel mehr unterliegen konnte, dass es sich um eine Verschiebung der Stromfäden selbst handle, und es ist auch einleuchtend, dass zu solchen Versuchen sich flächenhaft ausgedehnte Stromleiter am besten eignen würden, weil in ihnen hinreichender Platz für erhebliche Verschiebungen der Stromfäden vorhanden ist. Trotzdem waren die dahin gehenden Bemühungen verschiedener Physiker¹⁾ erfolglos und erst HALL²⁾ gelang es, die Erscheinung festzustellen.

Eine rechteckige, sehr dünne Metallplatte ist zwischen den parallelen entgegengesetzten Polflächen eines Elektromagneten so aufgestellt, dass ihre Ebene den Polflächen parallel ist, also auf den magnetischen Kraftlinien senkrecht steht; ein elektrischer Strom, der »primäre Strom« wird ihr in der Mitte der einen Kante zugeführt und durch die Mitte der gegenüberliegenden Kante fortgeleitet; die beiden Mitten der anderen Gegenseiten werden



(P. 193.)

durch Drähte mit einem Galvanometer verbunden. So lange das Feld nicht erregt ist, zeigt das Galvanometer keinen Ausschlag, weil die beiden seitlichen Fortleitungsstellen gleiches Potential haben, eventuell kann man, wenn dies aus irgend welchen Gründen nicht genau der Fall sein sollte, durch kleine Verschiebungen der einen Stelle es leicht erzielen, dass der Ausschlag des Galvanometers null wird. Erregt man nunmehr das Feld, so schlägt die Galvanometernadel aus und zeigt dadurch

¹⁾ MACH, Rep. d. Phys. 6, pag. 10. 1870. — v. FEILITZSCH, Fernwkg., pag. 744. — A. M. MAYER, Sill. J. (3) 1, pag. 17. 1871.

²⁾ E. H. HALL, Amer. J. of Math. 2, pag. 287. 1879; Sill. J. (3) 20, pag. 52 u. 161. 1880; Phil. Mag. (5) 10, pag. 136; Phil. Mag. (5) 12, pag. 157. 1881; 15, pag. 341. 1883; Sill. J. (3) 19, pag. 117. 1885; 36, pag. 131 u. 277. 1888.

an, dass ein Strom, der »secundäre Strom«, durch das Galvanometer geht, dass also die die beiden seitlichen Elektroden verbindende Linie keine Niveaulinie mehr ist, man muss vielmehr die eine Elektrode verschieben, also die ursprüngliche Niveaulinie drehen, um sie wieder zu einer Niveaulinie zu machen. Kehrt man den Strom oder das Feld um, so erfolgt der Ausschlag im entgegengesetzten Sinne; hieraus ist zu schliessen, dass sich, absolut genommen, die Drehung der Niveaulinie bei Feldumkehr umkehrt, nicht aber bei Stromumkehr; an den Fig. 193 a—d kann man dies leicht verfolgen. Diese Erscheinung ist bald nach HALL von zahlreichen Beobachtern bestätigt und ebenso wie von HALL selbst, nach den verschiedensten Richtungen hin studirt worden; es seien insbesondere ROITI¹⁾, RIGHI²⁾, BIDWELL³⁾, LEDUC⁴⁾, v. ETTINGSHAUSEN und NERNST⁵⁾, sowie KUNDT⁶⁾ genannt.

Fast alle bisher untersuchten Metalle haben die Erscheinung, den sogen. »HALL-Effekt« gezeigt, aber nicht alle in demselben Sinne; nennt man vielmehr eine Drehung im Sinne der das Feld erregenden Ströme positiv, die entgegengesetzte negativ, so besitzen z. B. Gold, Silber, Kupfer, Wismuth, Nickel eine negative Drehung, Eisen, Kobalt, Antimon und Zink eine positive; bei Zinn und besonders bei Blei ist sie so schwach, dass das Vorzeichen nicht ganz sicher ist (s. w. u.). Wie man sieht, besteht zwischen den Vorzeichen des HALL-Effektes und dem Para- und Diamagnetismus kein Zusammenhang, da sich Eisen und Kobalt gleich, Nickel aber entgegengesetzt verhält; eher könnte man daran denken, dass das magnetoelastische Verhalten der drei ferromagnetischen Metalle ein ähnliches ist. Die obigen Fig. 193 a—d beziehen sich, wie man sieht, auf eine Substanz mit negativer Drehung.

Gesetz des HALL-Effektes. Durch HALL und seine Nachfolger ist auch sehr bald das Gesetz der Erscheinung festgestellt, d. h. gezeigt worden, in welcher Weise sie von den verschiedenen in Betracht kommenden Grössen abhängt. Dabei muss man unterscheiden zwischen der »elektromotorischen Kraft« E des HALL-Effektes und der »Potentialdifferenz« e bei demselben; erstere ist wichtig, weil sie die Stärke des Galvanometerausfalls bestimmt, letztere ist aber principiell die einfachere und wichtigere Grösse und vom Galvanometer ganz unabhängig; zwischen beiden besteht offenbar (vergl. Bd. III 1, pag. 155) die Beziehung

$$E = e \frac{w_g + w_p}{w_p},$$

wo w_p der Widerstand der Platte zwischen den Ablenkungsstellen und w_g der des Galvanometers ist; es ergibt sich hieraus der Fingerzeig, dass man, um die Erscheinung möglichst kräftig zu erhalten, ein Galvanometer von möglichst kleinem Widerstande nehmen muss. Im Folgenden wird es sich nur noch um die Grösse e handeln, die man als HALL-Effekt im numerischen Sinne des Wortes bezeichnen kann. Versteht man nun unter i die Stärke des primären Stromes, unter M die des Magnetfeldes (bisher mit R_0 bezeichnet), unter δ die Dicke der

1) ROITI, Atti R. Acc. Linc. 1882.

2) RIGHI, Trans. Acc. Linc. 1883; Mem. di Bol. (4) 5, pag. 103. 1883; Atti Acc. Linc. 1884, pag. 331.

3) BIDWELL, Phil. Mag. (5) 17, pag. 250. 1884.

4) LEDUC, Compt. rend. 102, pag. 358. 1886.

5) v. ETTINGSHAUSEN u. NERNST, Wien. Ber. 94 (2), pag. 560. 1886; Rep. d. Phys. 23. 1886. — v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. 94 (2), pag. 808. 1886.

6) KUNDT, WIED. Ann. 49, pag. 257. 1893.

Platte und unter R eine Constante, so ist nach den Versuchsergebnissen, jedoch mit einer gleich zu besprechenden Ausnahme:

$$e = R \frac{iM}{\delta},$$

in Worten: Der HALL-Effekt ist der Stromstärke und der Feldstärke direkt, der Dicke der Platte umgekehrt proportional. Die Constante R nennt man den Rotations-Coëfficienten der betreffenden Substanz. Diese Formel lässt erkennen, warum die Entdeckung der Erscheinung erst gelang, als man äusserst dünne Platten zur Anwendung brachte. Die von HALL und seinen Nachfolgern verwendeten Plättchen, die entweder in Blattgold, Blattsilber u. s. w. oder aber noch besser in elektrolytischen Niederschlagsschichten der betreffenden Metalle bestanden, hatten Dicken von 0.01 mm bis unter 0.001 mm, bei KUNDT sogar bis unter 0.0001 mm hinab.

In der folgenden Tabelle sind die Rotationscoëfficienten einiger Metalle in absolutem Maasse angegeben, und zwar einmal nach HALL, ein zweites Mal nach v. ETTINGSHAUSEN und NERNST.

Stoff	HALL	v. E. u. N.	Stoff	HALL	v. E. u. N.
Te	—	+ 530	Mg	— 0.0035	— 0.00094
Bi	— 8.58	— 10.1	Ag	— 0.00086	— 0.00083
Sb	+ 0.114	+ 0.192	Au	— 0.00066	— 0.00071
Kohle	—	— 0.176	Cd	—	+ 0.00055
Ni	— 0.0147	— 0.0242	Cu	— 0.00052	— 0.00052
Stahl	{ + 0.0330 hart + 0.0121 weich	+ 0.0175	Zn	+ 0.00082	+ 0.00041
Fe	+ 0.00785	+ 0.0113	Neusilber	—	— 0.00053
Co	+ 0.00246	+ 0.00459	Al	— 0.0037	— 0.00038
Na	—	— 0.0025	Pt	— 0.00024	— 0.00024
Pd	—	— 0.00115	Pb	0	+ 0.00009
			Sn	— 0.00002	— 0.00004

Die Uebereinstimmung der von verschiedenen Beobachtern gefundenen Zahlen ist, wie man sieht, nur eine ungefähre; der Umstand aber, dass sie eine desto bessere ist, je besser defnirt und je reiner die betreffende Substanz ist (am besten für Platin, Gold, Silber u. s. w.), lässt schliessen, dass die Differenzen hauptsächlich der Verschiedenheit des angewandten Materials zur Last fallen und nicht in einer Unsicherheit der Erscheinung selbst begründet sind. Es sei bei dieser Gelegenheit zum Beweise, wie einflussreich secundäre Materialverschiedenheiten sind, darauf hingewiesen, dass, während gegossenes Wismuth nach obiger Tabelle einen sehr grossen Rotationscoëfficienten hat, dieser nach KUNDT für elektrolytisch niedergeschlagenes Wismuth ausserordentlich klein ist.

Höchst auffallend und interessant sind dagegen die kolossalen Verschiedenheiten in den Werthen des Rotationscoëfficienten für die verschiedenen Metalle; ist doch dieser Werth, vom Zeichen abgesehen, für Tellur, wo er am grössten ist, 60 Mal so gross wie für das nächstfolgende Metall, das Wismuth, und für dieses wiederum 60 Mal so gross wie für das dann folgende Antimon, während die meisten anderen Stoffe wiederum noch 100–1000 Mal kleinere Werthe haben; ein solches Verhalten findet sich kaum bei einer anderen numerischen physikalischen Eigenschaft wieder, und es steht auch bei keiner sonstigen Eigenschaft gerade das Tellur an der Spitze aller Stoffe. — Beim Wismuth gelang es RIGHI übrigens, die Erscheinung auch durch kleine oder weit entfernte Mag-

nete und schliesslich sogar durch die alleinige Wirkung des Erdmagnetismus nachzuweisen. — Für Kupfer-Zink-Legirungen hat HALL gefunden:

Kupfer $\frac{g}{100}$	100	81	73	67	6	0
$10^6 \cdot R$	-520	-404	-250	-166	+496	+820

Das Kupfer hat hiernach einen grösseren Einfluss auf die Drehung als das Zink. — Bei Flüssigkeiten hat RORTI das Phänomen nicht zu constatiren vermocht, was begreiflich ist, da hier die magnetische Einwirkung sehr gering ist und die Plattendicke nicht genügend klein gemacht werden kann (vergl. auch w. u.).

Während die Proportionalität von R mit i und $1/d$ eine exakte zu sein scheint, ergaben sich schon bei den ersten Messungen Abweichungen von der Proportionalität mit M in dem Sinne, dass mit wachsendem M der Coëfficient R abnimmt, am stärksten bei Wismuth¹⁾ (auf $\frac{1}{4}$ des ursprünglichen Werthes) und bei Nickel (zwischen $M=1000$ und 16000 auf $\frac{1}{3}$); bei Eisen und Kobalt schien R erst bis zu einer gewissen Feldstärke zu steigen und dann erst zu fallen. Lag schon nach diesen Befunden und in Analogie mit den Erfahrungen bei der Drehung der Polarisationsenebene des Lichtes durch den Magnetismus die Vermuthung nahe, der Rotationscoëfficient möchte ebenso wie die KUNDT'sche Constante nicht mit der Feldstärke, sondern mit der Stärke der Magnetisirung proportional sein, so ist diese Vermuthung durch die Messungen von KUNDT vollständig bestätigt worden, bei denen sich für Eisen, Nickel und Kobalt zeigte, dass das Verhältniss $R:\omega$ (vergl. pag. 284) constant ist. Wie man sonach bei der magnetischen Rotations-Polarisation die VERDET'sche Constante ω für die ferromagnetischen Substanzen durch die KUNDT'sche Constante ψ ersetzen musste, so wird man auch hier die HALL'sche Constante R in diesem Falle durch eine andere ersetzen müssen. Unerklärlich bleibt aber, in Anbetracht der constanten Susceptibilität des Wismuths (pag. 216), dass auch beim Wismuth R abnimmt, und zwar in so starkem Maasse; es wird darauf noch zurückgekommen werden.

Der HALL'sche Versuch ist in der mannigfaltigsten Weise variirt worden. So ersetzte man die rechteckige Platte durch eine kreuzförmige oder kreis- oder halbkreisförmige. RIGHI kam auf den sinnreichen Gedanken, den primären Strom durch die Mitte einer Rechteckseite zuzuführen, von der gegenüberliegenden Seite einen Längsschlitz in die Platte einzuschneiden, so dass diese gegenüberliegende Seite in zwei Hälften getheilt wurde, und von den Mitten dieser beiden Halbseiten den Strom durch die entgegengesetzten Windungen eines Differentialgalvanometers zu führen, so dass bei symmetrischer Anordnung vor Erregung des Feldes kein Ausschlag erfolgte; die Erregung des Feldes brachte alsdann einen solchen hervor. Er dehnte dann diese Methode, bei der man also gar keine secundären Ströme braucht, auf beliebig geformte Platten aus, indem er den Strom an einer Stelle des Randes zuführte und an zwei symmetrisch gelegenen anderen Punkten ableitete. v. ETTINGSHAUSEN und NERNST haben diese Fälle dann, veranlasst auch durch theoretische Rechnungen von BOLTZMANN (s. w. u.), weiter verfolgt und namentlich gezeigt, in welchem quantitativen Zusammenhange sie mit dem einfachen HALL'schen Falle stehen. Dieselben Autoren haben ferner gezeigt, dass die Wirkung ungeändert bleibt, wenn die Elektroden des primären und des secundären Stromes mit einander vertauscht werden. Dagegen zeigt das Wismuth die Asymmetrie, dass bei Erregung des Feldes in der einen Richtung der Effekt grösser ist als in der

¹⁾ Vergl. auch LÉDUC, a. a. O.

anderen. Bei Stahl und Kobalt hat HALL auch eine remanente, d. h. nach Aufhebung des Feldes zurückbleibende Drehung constatirt.

Von besonderer Wichtigkeit ist die wiederholt constatirte Thatsache, dass ein HALL-Effekt auch eintritt, wenn die Platte nicht senkrecht, sondern parallel zu den Kraftlinien des magnetischen Feldes liegt, jedoch nur in demjenigen der beiden hier möglichen Fälle, in welchem der primäre Strom senkrecht zum Felde, nicht auch, wenn er parallel zu ihm verläuft, d. h. das HALL'sche Phänomen tritt gerade wie das KERR'sche in zwei auf einander senkrechten Raumrichtungen, nicht aber in der dritten auf. Dabei ist der Rotationscoëfficient für stark magnetische Stoffe wesentlich schwächer als bei der gewöhnlichen Orientirung, beim Wismuth dagegen nach v. ETTINGSHAUSEN und NERNST ungefähr ebenso gross.

Endlich ist als nicht unwesentlich zu erwähnen, dass die Temperatur einen Einfluss auf den HALL-Effekt ausübt, und zwar bei verschiedenen Stoffen in sehr verschiedenem Grade. Während nämlich bei Gold ein Einfluss kaum constatirt werden konnte, nimmt der Effekt für 1° C bei Stahl um $\frac{1}{3}\%$, bei Nickel um $\frac{2}{3}\%$, bei Kobalt sogar um 1% zu. Für Wismuth liegen von verschiedenen Seiten Beobachtungen über diesen Punkt vor. v. ETTINGSHAUSEN und NERNST fanden bei einer Wismuthplatte zwischen gewöhnlicher Temperatur und 100° eine Zunahme, für eine andere dagegen von vornherein eine Abnahme des HALL-Effektes (für 0° , 21° , 99° die Werthe 8.1, 7.3, 4.1); LEDUC¹⁾ fand eine starke Zunahme, die er durch die Formel $1 + 0.00844 t + 0.0000862 t^2$ darstellte, DRUDE und NERNST²⁾ endlich fanden bei zwei verschiedenen Platten in der Reihenfolge der Versuche folgende relative Zahlen:

1) $t = 20^{\circ}$	254°	23°	
$e = 1.000$	0.418	1.005	
2) $t = 14^{\circ}$	243°	100°	14°
$e = 1.00$	0.23	1.23	1.16

Die Wirkung nimmt also mit steigender Temperatur anfangs etwas zu, vor dem Schmelzpunkt aber schnell ab. Die zweite Platte war vorher in flüssigem Zustande untersucht worden, hatte dabei aber gar keinen Effekt gezeigt. Bei der Wiederabkühlung traten etwas grössere Werthe auf als ursprünglich. Beim Antimon wurden folgende Zahlen gefunden:

$t = 17^{\circ}$	210°	250°	30°	23°
$e = 1.00$	0.78	0.72	0.76	0.91

Der Temperatureinfluss ist also hier viel geringfügiger.

Widerstandsänderung im Magnetfelde. Longitudinaler HALL-Effekt. Die Thatsache, dass der spezifische Widerstand der Metalle sich durch ihre Einbringung in ein magnetisches Feld ändert, ist schon in Bd. III (1), pag. 274 erwähnt und in Beispielen (Wismuth, Tellur, Antimon, Nickel, Kobalt, Eisen) näher besprochen worden; der Einfluss ist, wie dort gezeigt wurde, im Allgemeinen ein verschiedener, je nach der Richtung des Stromes im Vergleich zur Richtung des magnetischen Feldes. Man kann dies für die ferromagnetischen Metalle in sehr mannigfaltiger Weise studiren, indem man den Strom entweder um den in Drahtform angewandten Körper spiralg herumführt oder axial durch ihn hindurchleitet, wobei man auch wesentliche Unterschiede im Verhalten von Eisen und Stahl findet; es sei, zugleich als Ergänzung der früheren Literatur,

¹⁾ LEDUC, Compt. rend. 102, pag. 358. 1886.

²⁾ DRUDE u. NERNST, Gött. Nachr. 1890, pag. 470; WIED. Ann. 42, pag. 568.

in dieser Hinsicht noch auf Abhandlungen von AUERBACH¹⁾, CHWOLSON²⁾ und v. WYSS³⁾ hingewiesen. Der Sinn der Widerstandsänderung ist nach den übereinstimmenden Ergebnissen der, dass parallel zu den Kraftlinien des Feldes eine Zunahme, senkrecht zu ihnen eine Abnahme des Widerstandes eintritt; aber hinsichtlich der Grösse dieser Aenderung gehen die Angaben weit auseinander, und es genüge daher, anzuführen, dass die grössten gefundenen Aenderungen $6\frac{0}{100}$ oder, wenn man von den TOMLINSON'schen Werthen als fehlerhaft absieht, $2\frac{0}{100}$, die kleinsten dagegen nur $0.02\frac{0}{100}$ betragen, und dass die Wahrheit, soweit man mit Rücksicht auf die sehr verschiedenartige Anordnung überhaupt von einer solchen sprechen darf, der letzteren Zahl näher liegt als der ersteren. Auch die Abhängigkeit der Aenderung vom Magnetismus ist verschieden dargestellt worden: Einige haben Proportionalität mit der Stärke des das Feld erregenden Stromes, Andere mit dem Quadrate derselben, noch Andere (v. Wyss) mit dem magnetischen Moment gefunden.

Bei den schwach magnetischen Stoffen besteht die Aenderung, wie es scheint, stets in einer Zunahme, am grössten ist sie bei Wismuth, die Zunahme tritt hier für alle Orientirungen des Stromes gegen das Feld auf, sie ist, wie die Tabelle auf pag. 277 von Bd. III (1) zeigt, verschieden \parallel und \perp zum Felde. Für dieses Metall haben neuerdings RIGHI⁴⁾ und v. AUBEL⁵⁾ gezeigt, dass die Widerstandsänderung durch Erregung des Magnetfeldes mit steigender Temperatur sehr viel kleiner wird, und DRUDE und NERNST⁶⁾ haben hierüber genauere Untersuchungen angestellt; für Querstellung gegen das Feld fanden sie:

t	16°	100°	223°	290°	35°	18°
dw in $\frac{0}{100}$	21.9	8.0	0.96	0.41	15.1	18.6

Die magnetische Widerstandsänderung sinkt also bis 100° auf etwa $\frac{1}{3}$, dann aber, mit der Annäherung an den Schmelzpunkt, rapid auf sehr kleine Bruchtheile herab. Man muss aber bedenken, dass diese Erscheinung sehr verwickelt ist, dass bei ihr die Veränderlichkeit der Magnetisirbarkeit mit der Temperatur, die Veränderlichkeit des Widerstandes selbst mit der Temperatur und die vorübergehende oder dauernde Aenderung der Constitution des Materials wesentlich betheilig ist. — Ferner hat v. ETTINGSHAUSEN⁷⁾ auch die Widerstandsänderung von Antimon und Tellur, FAË⁸⁾ die von Antimon und Kobalt im Magnetfelde untersucht.

Es könnte befremdlich erscheinen, dass die Widerstandszunahme im Magnetfelde hier als eine dem HALL'schen Phänomen verwandte Erscheinung rubricirt worden ist; man sieht dies aber sofort ein, wenn man sich eine vom Strom durchflossene Wismuthplatte vorstellt, die senkrecht zu dem magnetischen Felde in diesem sich befindet, und erwägt, dass derselbe Galvanometerausschlag, den man auf eine Widerstandszunahme zurückführt, auch auf eine Abnahme der elektromotorischen Kraft des Stromes oder, mit anderen Worten, auf das Auftreten einer elektromotorischen Gegenkraft in Folge der Erregung des Feldes zurück-

¹⁾ AUERBACH, WIED. Ann. 3, pag. 298 u. 301. 1878.

²⁾ CHWOLSON, Rep. d. Phys. 13, pag. 230. 1877.

³⁾ v. WYSS, WIED. Ann. 36, pag. 447. 1889.

⁴⁾ RIGHI, J. de Phys. (2) 3, pag. 355. 1884.

⁵⁾ v. AUBEL, Phil. Mag. (5) 28, pag. 342. 1889; Compt. rend. 108. 1889.

⁶⁾ DRUDE u. NERNST, Gött. Nachr. 1890, pag. 471.

⁷⁾ v. ETTINGSHAUSEN, Wien. Ber. 95 (2), pag. 714. 1887.

⁸⁾ FAË, Atti Ist. Ven. (6) 5. 1887.

geführt werden kann. In diesem Sinne hat NERNST¹⁾ die Erscheinung als longitudinalen HALL-Effekt bezeichnet. Bei dem transversalen HALL-Versuch wird das Eintreten einer Potentialdifferenz zwischen zwei Plattenstellen, die ursprünglich keine solche haben, constatirt; bei dem longitudinalen Versuch wird gezeigt, dass die Potentialdifferenz zwischen zwei Stellen, zwischen denen sie schon von vornherein gross ist, eben zwischen der Ein- und Austrittsstelle des primären Stromes selbst, im Felde verringert wird. Der Zusammenhang zwischen beiden Erscheinungen ist insofern sehr einfach, als bei gleichbleibender Resultante die eine Componente abnehmen muss, wenn die andere von Null auf einen positiven Werth zunimmt. Man kann also den longitudinalen HALL-Effekt als eine Folge des transversalen bezeichnen. Umgekehrt muss aber auch die Widerstandsänderung im Magnetfelde und zwar speciell der Umstand, dass sie eine Function des Winkels der Stromrichtung mit dem Felde ist, eine Rückwirkung auf das transversale HALL-Phänomen ausüben, wie man bei Verfolgung der Stromfäden in der Platte leicht einsieht; es soll damit nicht gesagt sein, dass sich hierdurch das HALL'sche Phänomen erklärt; aber es ist damit ein zweiter Faktor desselben aufgedeckt, der bei einer Theorie berücksichtigt werden muss.

Thermomagnetischer Transversaleffekt (vergl. die schon früher, Bd. III, 1, pag. 403, hierüber gemachten kurzen Bemerkungen). v. ETTINGSHAUSEN und NERNST²⁾ haben gezeigt, dass ein dem HALL'schen ganz analoger stationärer Transversalstrom auftritt, wenn man in der primären Richtung statt eines elektrischen einen Wärmestrom durch die Platte fließen lässt, indem man etwa bei der rechteckigen Platte die Mitte der einen Kante ständig erhitzt und die Mitte der gegenüberliegenden Seite ständig kühlt; die Richtung des elektrischen Querstromes wechselt mit der des Wärmestromes und des Feldes; für eine bestimmte Richtung der beiden letzteren ist sie derart, dass man von der Eintrittsstelle des Wärmestromes zur Eintrittsstelle des erzeugten elektrischen Querstromes in die Platte durch eine Bewegung entgegengesetzt dem Sinne der das Feld erregenden Ströme gelangt. Entdeckt wurde die Erscheinung beim Wismuth, und zwar an einer Platte von 5 cm Länge, 4 cm Breite und 0.2 cm Dicke (also an einer verhältnissmässig sehr dicken Platte); sie wurde dann aber bei zahllosen anderen Substanzen wiedergefunden, bei einigen war das Vorzeichen wie bei Wismuth, also nach einer bei anderen Erscheinungen eingeführten Bezeichnungsweise negativ, bei anderen positiv. Die auftretende elektromotorische Kraft lässt sich durch die Formeln

$$q = Q \frac{\beta}{\lambda} M(t_2 - t_1) = \frac{Q}{K} \frac{WM}{\delta}$$

ausdrücken, in denen β die Breite, λ die Länge, δ die Dicke der Platte, M die Feldstärke, t_1 und t_2 die beiden constant erhaltenen Temperaturen, W die Intensität des Wärmestromes, Q eine spezifische Constante und K das Wärmeleitungsvermögen ist; die erste Formel stellt unmittelbar das Ergebniss der Beobachtungen dar, die zweite, die sich durch Umrechnung aus ihr leicht ergibt, zeigt, dass die Erscheinung dem HALL'schen Phänomen vollkommen analog ist und in ganz derselben Weise von den maassgebenden Faktoren abhängt; nur wird dann die spezifische Constante nicht, wie in der ersten Formel, Q , sondern Q/K . Uebrigens hängt Q von der Temperatur ab, eine Abhängig-

¹⁾ NERNST, WIED. Ann. 31, pag. 783. 1887.

²⁾ v. ETTINGSHAUSEN u. NERNST, WIED. Ann. 29, pag. 343. 1886. — NERNST, WIED. Ann. 31, pag. 760. 1887.

keit, die man durch einen Temperaturcoefficienten α ausdrücken kann. Die Messungen von NERNST haben nun folgende Zahlen ergeben, wobei Q für 56°C . gilt und als Wärmeeinheit die Gramm-Calorie zu Grunde gelegt ist.

	Q	α	$\frac{Q}{K}$
Wismuth	- 0.132	- 0.0133	- 7.8
Antimon	- 0.00887	- 0.00163	- 0.21
Nickel	- 0.00861	+ 0.00402	- 0.066
Kobalt	- 0.00224	+ 0.00839	- 0.013
Kohle	(- 0.0001)	-	(- 0.25)
Eisen	+ 0.00156	-	+ 0.0096
Stahl	+ 0.000706	+ 0.00400	+ 0.0071
Kupfer	+ 0.000090	+ 0.0050	+ 0.00013
Zink	+ 0.000054	-	+ 0.00020
Silber	+ 0.000046	-	+ 0.00005
Blei	(?) + 0.000005	-	+ 0.00006
Zinn	(?) + 0.000004	-	+ 0.00003

Eine Vergleichung der Zahlen der letzten Spalte mit den Zahlen für die Constante R des HALL'schen Phänomens zeigt eine merkwürdige Proportionalität der absoluten Werthe, derart, dass ziemlich genau eine Gramm-Calorie des thermomagnetischen Phänomens äquivalent ist der Einheit der Elektrizitätsmenge beim HALL'schen Phänomen; diese Proportionalität ist um so auffallender, als die Vorzeichen der Zahlen für beide Erscheinungen durchaus nicht bei allen Stoffen mit einander stimmen, ein Punkt, der noch sehr der Aufklärung bedarf. Was schliesslich die Natur des entstehenden Stromes betrifft, so liegt es am nächsten an einen thermoelektrischen zu denken, also an eine durch das Feld erzeugte Temperaturverschiedenheit symmetrisch gelegener Plattenpunkte, und man würde den Parallelismus haben, dass ein primärer elektrischer Strom einen secundären elektrischen, ein primärer Wärmestrom einen secundären Wärmestrom hervorruft. v. ETTINGSHAUSEN und NERNST wurden durch verschiedene Wahrnehmungen zu der Annahme geführt, dass diese Auffassung nicht die richtige sei, das eine seitliche Temperaturverschiedenheit nicht eintritt, dass vielmehr auch der Wärmestrom im Feld unmittelbar einen elektrischen Transversalstrom erzeugt. Inzwischen haben andererseits RIGHI¹⁾ und LEDUC²⁾ gefunden, dass im magnetischen Felde eine Ablenkung der Isothermen (thermischer Transversaleffekt) stattfindet, worüber schon im vorigen Artikel (pag. 273) einige Angaben gemacht worden sind; dabei ist zu bemerken, dass die thermische Asymmetrie von RIGHI nicht bloss durch Thermostrome, sondern auch durch Thermometer festgestellt worden ist. Ob in diesen Versuchen vielleicht noch verborgene, fremde Einflüsse mitspielten, muss dahingestellt und die endgültige Entscheidung der Frage daher noch vorbehalten bleiben.

Thermomagnetischer Longitudinaleffekt. Wie dem HALL'schen Transversal- ein HALL'scher Longitudinaleffekt, so steht auch dem thermomagnetischen Transversaleffekt ein thermomagnetischer Longitudinaleffekt zur Seite, der ebenfalls von v. ETTINGSHAUSEN und NERNST³⁾ beobachtet worden

1) RIGHI, Rend. Acc. Linc. 1887, 12. Juli; Compt. rend. 105, pag. 168. 1887; Atti Acc. Linc. (4) 4, pag. 433. 1888.

2) LEDUC, Compt. rend. 104, pag. 1783. 1887.

3) v. ETTINGSHAUSEN u. NERNST, a. a. O. — NERNST, a. a. O.

ist. Legt man nämlich die Elektroden für die zum Galvanometer führenden Drähte nicht an die Querseiten, also auf eine Isotherme, sondern im Gegentheil in Punkte stärkster Temperaturdifferenz, also z. B. in die Randstellen, die von aussen erhitzt resp. gekühlt werden, und compensirt man den hierbei auftretenden starken thermoelektrischen Strom, so erhält man bei Erregung des Feldes einen neuen Strom, also eine neue elektromotorische Kraft. Das Charakteristische derselben im Gegensatz zu den Querströmen ist, dass sie stets dieselbe Richtung hat, gleichviel in welchem Sinne das Feld erregt wird. Im übrigen zeigt diese Erscheinung ein viel unsichereres Verhalten als die früher behandelten. So ist sie bisher nur beim Wismuth constatirt worden und auch hier hat ihr Effekt keine feste Richtung, sondern er tritt bei verschiedenen Exemplaren von Wismuthplatten bald in der Richtung des Wärmestromes, bald in der entgegengesetzten, ja sogar bei einer und derselben Platte wechselt er zuweilen bei Abänderung der Temperaturdifferenz das Zeichen. Dass die Erscheinung wirklich in der Platte entsteht und nicht an den Elektroden, geht daraus hervor, dass sie von der Natur der Elektroden nicht abhängt und selbst dann auftritt, wenn diese ausserhalb des Feldes liegen. Andererseits aber wird man hier wieder unwillkürlich an die von RIGHI und LEDUC (a. a. O.) festgestellte Thatsache denken, dass die Wärmeleitfähigkeit des Wismuths im magnetischen Felde kleiner wird (thermischer Longitudinaleffekt).

Hinsichtlich der Beziehung zwischen dem transversalen und dem longitudinalen thermomagnetischen Effekt ist folgender Versuch an einer kreisförmigen Wismuthplatte mit 8 am Rande in gleichen Abständen angebrachten Elektroden lehrreich: Der Wärmestrom floss ungefähr von W nach O , sein thermomagnetischer Effekt wurde zwischen je zwei gegenüberliegenden der obigen Elektroden gemessen, und zwar für zwei verschiedene Feldstärken M . Man kann dann in leicht ersichtlicher Weise durch Umkehrung des Feldes die transversale Componente τ des Effectes, die sich dabei ebenfalls umkehrt, von der longitudinalen λ , die unverändert bleibt, trennen und erhält dann folgende Zahlen:

		N, S	O, W	NO, SW	NW, SO	
$M = 2480$	{	τ	142	3	90	96
	}	λ	3	13	13	11
$M = 4320$	{	τ	245	5	153	163
	}	λ	7.5	42	38	38

Der Längseffekt ist also viel kleiner als der Quereffekt; während aber ersterer mit M , ist letzterer mit M^2 proportional¹⁾.

Galvanomagnetischer Transversal- und Longitudinaleffekt. Endlich ist es v. ETTINGSHAUSEN²⁾ gelungen, die dem thermomagnetischen Quereffekt reciproke Erscheinung nachzuweisen, d. h. zu zeigen, dass, wenn eine Platte im magnetischen Felde von einem zu den Kraftlinien senkrechten Strome durchflossen wird, senkrecht zu dessen Richtung eine Temperaturdifferenz sich ausbildet und folglich ein Wärmestrom zu Stande kommt. Zu diesem Zwecke wurde eine recht dünne, durch Watte ringsum geschützte Wismuthplatte an den kurzen Rechteckseiten mit Elektroden, die diese ganzen Seiten umfassten, versehen, an der Mitte einer Langseite an die eine Lötstelle eines Thermoelementes angelöthet, während die andere in ein Gefäss mit Wasser tauchte, oder auch es waren die beiden Lötstellen des Thermoelementes in den Mitten der beiden

¹⁾ Ueber die beiden thermomagnetischen Effekte vergl. auch GRIMALDI, N. Cim. (3) 22. 1887.

²⁾ v. ETTINGSHAUSEN, WIED. Ann. 31, pag. 737. 1887.

Langseiten angelöthet. Bei Durchgang des Stromes trat natürlich in dem mit dem Thermolement verbundenen Galvanometer eine Ablenkung ein, die aber bald stationär wurde. Bei Erregung des Feldes trat dann eine neue Ablenkung auf. Ihr Sinn war derart, dass, wenn man von der Eintrittsstelle des Stromes zur Löthstelle durch eine Bewegung im Sinne der das Feld erregenden Ströme gelangte, die Löthstelle erwärmt, im entgegengesetzten Falle abgekühlt sein musste. Die Wirkung kehrt sich also mit dem Strome und mit dem Felde um. Man kann diesen Effekt galvanomagnetischen Transversaleffekt nennen. Wie sich der thermomagnetische Effekt zur thermoelektrischen Erscheinung, so verhält sich also dieser Effekt zum PELTIER'schen Phänomen. Jedoch ist zu bemerken, dass der transversale Wärmestrom gerade die umgekehrte Richtung hat, als man nach dieser Analogie erwarten müsste. Die Wirkung, die übrigens, wie es scheint, sowohl der Stromstärke als auch der Feldstärke proportional ist, ist demnach einigermaassen räthselhaft. Der entsprechende longitudinale galvanomagnetische Effekt ist von NERNST¹⁾ an einem Wismuthstäbchen constatirt worden, er war aber, selbst bei grosser Feldstärke, ausserordentlich schwach und zählte nur nach zehntel Graden. NERNST versuchte auch, ob sich die thermomagnetischen Effekte auch zeigen, wenn die Platte in die Feldrichtung gestellt wird; er erhielt aber kein deutliches Ergebniss.

Elektromotorische Kraft des Magnetismus. Mit dem Namen »galvanomagnetischer Ströme« ist von GRIMALDI²⁾ eine Erscheinung belegt worden, welche mit den obigen Erscheinungen nichts zu thun hat, und für die deshalb, um Verwechslungen zu vermeiden, besser der von NICHOLS und FRANKLIN³⁾ ihr gegebene Name »elektromotorische Kraft der Magnetisirung« beibehalten wird. Die Erscheinung, die zuerst von GROSS⁴⁾ bekannt gegeben wurde, wird hier erwähnt, weil es sich um eine elektrische Wirkung des Magnetismus dabei handelt, eigentlich gehört sie aber mehr zu den chemischen Wirkungen des Magnetismus, wie sie im vorigen Artikel (pag. 274) erwähnt wurden. Sie besteht darin, dass, wenn zwei gleiche Elektroden von Eisen (GROSS, NICHOLS) oder Wismuth (GRIMALDI) in eine geeignete Flüssigkeit getaucht werden, sie eine elektrische Differenz und damit einen Strom liefern, sobald die eine von ihnen magnetisirt wird (dauernd oder vorübergehend). Die Richtung des Stromes ist bei Eisen je nach der Flüssigkeit verschieden, in Wismuth geht er in der Flüssigkeit stets vom magnetischen zum unmagnetischen Metall. Die Stärke der erreichten elektromotorischen Kraft ist im besten Falle bei Eisen 0.04 Volt bei 10000 Feldstärken, für Wismuth 0.002 Volt bei 80000 Feldstärken. Die Erscheinung ist jedenfalls complicirt und hängt mit den Veränderungen zusammen, die das Wismuth überhaupt durch Magnetisirung erfährt; man vergleiche über diese Veränderungen besonders einige Abhandlungen von GRIMALDI⁵⁾.

Einfluss des Magnetismus auf die Thermoelctricität. Ueber die Erscheinung, dass die Magnetisirung des Eisens seine thermoelektrische Stellung beeinflusst, und dass insbesondere zwischen magnetischem und unmagnetischem Eisen eine thermoelektrische Kraft auftritt, sind schon in Bd. III (1), pag. 403

1) NERNST, WIED. Ann. 31, pag. 784. 1887.

2) GRIMALDI, Rend. Acc. Linc. 1889, pag. 28; Atti Acc. Linc. 1889, pag. 161.

3) NICHOLS u. FRANKLIN, Sill. J. 34, pag. 419. 1887; 35, pag. 290. 1888. — Vergl. auch ROWLAND u. BELL, Phil. Mag. (5) 26, pag. 105. 1888.

4) GROSS, Wien. Ber. 92 (2), pag. 1378. 1886.

5) GRIMALDI, Rend. Acc. Linc. 1888; N. Cim. (3) 23.

einige Angaben gemacht worden, die sich auf THOMSON'S Versuche an Eisen beziehen; hinzuzufügen sind Versuche von BARUS und STROUHAL¹⁾ sowie von EWING²⁾, deren Resultate mit denen von THOMSON im grossen Ganzen übereinstimmen. BACHMETJEW³⁾, der die Erscheinung näher verfolgte, fand, dass die entstehende Kraft der magnetisirenden Kraft proportional ist, und dass sie, wenn man den Eisendraht zunehmenden Spannungen unterwirft, abnimmt und unter Umständen sogar das Zeichen wechselt, sodass der Strom entgegengesetzt wie vorher fliesst; er schliesst hieraus, dass die Wirkung eine secundäre und durch die beim Magnetisiren auftretende Längenänderung bedingt sei. GRIMALDI⁴⁾ hat das Wismuth (in einer Verbindung mit Kupfer) dem Versuch unterworfen und gefunden, dass käufliches Wismuth durch Magnetisirung gering, reines stärker thermoelektrisch wirksam wird; bei der Quermagnetisirung ist die Wirkung stärker als bei der Längsmagnetisirung (ebenso wie oben der Einfluss auf die elektrische Leitungsfähigkeit); der grösste von GRIMALDI erzielte Werth der Aenderung des thermoelektrischen Verhaltens beträgt 11%, ist also ungefähr ebenso gross, wie die entsprechende Widerstandsänderung. Sie ist, wie man sieht, gross genug, um es wahrscheinlich zu machen, dass die in Rede stehende Erscheinung auf die oben betrachteten Effekte nicht ohne Einfluss ist, wodurch diese letzteren sich noch weiter verwickeln.

Theorie des HALL'Schen Phänomens und der verwandten Erscheinungen. Erwägt man die grosse Zahl der im Voranstehenden angedeuteten, mit einander in Verwandtschaft stehenden Phänomene, so begreift man, dass eine vollständige Theorie derselben ausserordentlich verwickelt sein muss. Man hat daher vorläufig nur Theorien entwickelt, welche als erste Annäherung zu betrachten sind, und die betreffende, durch die Theorie dargestellte Erscheinung in erste Linie stellen, die übrigen, mit ihr verknüpften Erscheinungen dagegen höchstens zum Theil und nur als Correktionsglieder berücksichtigen. Es muss hier genügen, die Theorie eines dieser Phänomene, des HALL'Schen, zu skizziren, für die anderen aber, unter Hinweis auf ihre Darstellung in den schon oben citirten und noch zu citirenden Abhandlungen, zu bemerken, dass sie sehr ähnlich und in den Formeln zum Theil sogar geradezu übereinstimmend mit der genannten Theorie sind.

Vorzuschicken ist, dass, wie wohl jetzt keinem Zweifel mehr unterliegt, das HALL'Sche Phänomen eine unmittelbar elektromagnetische Erscheinung ist; von den entgegengesetzten Annahmen, die in der ersten Zeit nach der Entdeckung gemacht wurden, sei hier nur die — inzwischen auch schon von verschiedenen Seiten widerlegte — von BIDWELL erwähnt, nach welcher die Erscheinung mit einer thermisch-elastischen Deformation der Platte zusammenhängen soll⁵⁾.

Die Erscheinung beruht vielmehr auf den Kräften zwischen Magnetismus und strömender Elektrizität. Zu Complicationen giebt freilich der Sinn dieser Kräfte resp. ihrer Wirkungen Anlass; nach den elektromagnetischen Gesetzen müsste er wenigstens bei den positiv magnetischen Stoffen negativ sein, er ist aber gerade für die stark magnetischen Stoffe Eisen und Kobalt positiv, und man

¹⁾ STROUHAL u. BARUS, WIED. Ann. 14, pag. 54. 1881. — Bull. U. S. Geol. Surv. 1885.

²⁾ EWING, Trans. R. Soc. 1886 (2), pag. 361.

³⁾ BACHMETJEW, WIED. Ann. 43, pag. 723. 1891.

⁴⁾ GRIMALDI, Rend. Acc. Linc. 1887, pag. 134; 1888, pag. 132; N. Cim. (3) 21, pag. 57; 22, pag. 3. 1887.

⁵⁾ BIDWELL, Phil. Mag. (5) 17, pag. 250. 1884. — RIGHT, Atti Acc. Linc. 1884, pag. 331.

müsste deshalb annehmen, dass hier die starke innere Induction das Zeichen umkehrt; dass sich Nickel anders verhält, müsste man auf dessen, seinem elastisch-magnetischen Verhalten nach, eigenthümliche Constitution schieben. Auch für die übrigen Stoffe ergeben sich ähnliche Complicationen. Sieht man hiervon ab und betrachtet die Wirkung nur in ihrem qualitativen Wesen, so ist die Aufstellung einer mathematischen Theorie nicht eben schwierig; es ist nur nothwendig, in die Gleichungen für die Bewegung der Elektrizität Glieder einzufügen, welche ihr gerecht werden. Diesen Gedanken haben der Reihe nach in immer allgemeinerer und vollständigerer Weise zur Durchführung gebracht ROWLAND¹⁾, LORENTZ²⁾, BOLTZMANN³⁾, GOLDHAMMER⁴⁾ und VENSKE⁵⁾. Da die Theorie von GOLDHAMMER die anderen im Wesentlichen mit umfasst, soll sie den folgenden Andeutungen zu Grunde gelegt werden; sie geht übrigens ebenso wie die anderen von den allgemeinen, von MAXWELL in seinem Buche aufgestellten Fundamentalgleichungen aus.

Die Bewegungsgleichungen der Elektrizität in einer im Felde (x -Richtung) befindlichen Platte sind

$$u = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - hv, \quad v = -\frac{1}{\sigma} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + hu, \quad w = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$$

$$\Delta \varphi = 0$$

wo φ das Potential, σ der spezifische Widerstand der Substanz und h die den Einfluss des Feldes charakterisirende Constante ist. Wenn die Platte in der xy -Ebene liegt, sehr dünn (δ) ist und der Strom in der x -Axe fließt, ist $w = 0$ und $v = 0$, und die Integration ergibt nach BOLTZMANN als transversale elektromotorische Kraft $e = hJ/k\delta$, wenn J die Stärke des Hauptstromes ist; man braucht also (s. pag. 324) nur $h = RMk$ zu setzen, um die Theorie mit der Erfahrung in dieser Hinsicht in Uebereinstimmung zu bringen. BOLTZMANN hat ferner hieraus mehrere interessante Schlüsse gezogen, die dann v. ETTINGSHAUSEN experimentell bestätigt hat.

Diese Theorie berücksichtigt aber nicht den zweiten wesentlichen Faktor der Erscheinung, nämlich die Widerstandsänderung im Magnetfelde, und zwar die Verschiedenheit dieser Aenderung je nach der Richtung des Stromes zum Felde. Man wird dieser gerecht, wenn man annimmt, dass die Platte im Felde äolotrop wird, also nicht einen einzigen Widerstandscoefficienten, sondern deren 9 hat: σ_{11} u. s. w. Setzt man nun $\sigma_{12} = \sigma_3 - \tau_3$, $\sigma_{21} = \sigma_3 + \tau_3$ u. s. w. und identificirt die Haupttaxen mit den Coordinatenaxen, so wird $\sigma_1 = \sigma_{11} = \sigma_{22}$, $\sigma_3 = \sigma_{33}$, und man erhält die Gleichungen:

ausserhalb des Feldes:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\sigma_0 u, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0,$$

innerhalb des Feldes:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\sigma_1 u, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\tau_3 u, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = -\tau_2 u, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0.$$

1) ROWLAND, Amer. J. of Math. 3, pag. 89. 1880.

2) LORENTZ, Versl. en Meded. Ak. v. Wet. Amst. 19, pag. 217. 1883; Arch. Néerl. 19, pag. 123. 1884; Beibl. 1884, pag. 869.

3) BOLTZMANN, Wien. Anz. 1886, pag. 77 u. 113; Wien. Ber. 94, pag. 644. 1886.

4) GOLDHAMMER, WIED. Ann. 31, pag. 370. 1887.

5) VENSKE, Gött. Nachr. 1888, pag. 313.

Die Integration ergibt, wenn die Eintritts- und Austrittspotentiale des primären Stromes φ_0 und φ_1 sind und λ die Länge der Platte ist:

$$\varphi = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\lambda} x - \frac{\tau_3}{\sigma_1} \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{l} y - \frac{\tau_2}{\sigma_1} \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{l} z + \text{const.}$$

Das erste Glied stellt den Hauptstrom, das zweite den HALL'schen Strom dar, das dritte Glied würde eine elektromotorische Kraft in der z -Richtung angeben, wenn es nicht aus anderen Gründen verschwinden müsste. Liegt die Platte den Kraftlinien parallel, und fließt der Strom senkrecht zu ihnen, so erhält man einen ganz analogen Ausdruck. Einen longitudinalen HALL-Effekt enthält diese Gleichung nicht, weil dieser als Widerstandsänderung aufgefasst wird. Auch müsste die Gleichung nun noch mit Rücksicht auf die übrigen oben behandelten Effekte vollständig werden.

Zum Schlusse sei noch auf einige Betrachtungen von LOMMEL¹⁾ über das HALL'sche Phänomen, sowie auf eine zwischen BOLTZMANN, HALL und v. ETTINGSHAUSEN²⁾ geführte Diskussion über die Frage hingewiesen, ob und wie man aus diesem Phänomen auf die Geschwindigkeit einen Schluss ziehen könnte, mit welcher die Elektrizität in Leitern strömt. Da die hierbei gemachten Annahmen immerhin einigermassen hypothetisch sind, mag es genügen, das Ergebniss der Messungen von ETTINGSHAUSEN anzuführen: hiernach würde sich die Elektrizität mit der sehr geringen Geschwindigkeit von wenigen *mm* in der Secunde fortbewegen, eine Zahl, die natürlich mit der ungeheuern Geschwindigkeit, mit der sich der elektrische Impuls fortpflanzt, nichts zu thun hat, aber immerhin auffallend klein erscheint.

Einfluss des Magnetismus auf elektrische Entladungen und auf das elektrische Licht. Im Art. »Durchgang der Elektrizität durch Gase« sind die wichtigsten der überaus mannigfaltigen Erscheinungen dargestellt, welche auftreten, wenn der elektrische Strom durch Luft oder luftverdünnte Räume hindurchgeht, und es ist am Schlusse dieses Artikels auch darauf hingewiesen, dass auf diese Erscheinungen der Magnetismus einen interessanten Einfluss ausübt. Den dortigen Bemerkungen ist hier einiges Nähere hinzuzufügen. Die Ablenkung des zwischen Kohlen- oder Platinspitzen auftretenden Lichtbogens durch Magnete ist von DAVY³⁾ entdeckt und dann von CASSELMANN⁴⁾, DE LA RIVE⁵⁾ u. A. näher studirt worden. Sie folgt natürlich den elektromagnetischen Gesetzen, und es kann, wie WALKER⁶⁾ zuerst beobachtet hat, auch eine dauernde Rotation zu Stande gebracht werden.

Die Wirkung des Magnetismus auf den in der Luft überspringenden Inductionsfunken und seine Lichthülle ist besonders von DE LA RIVE, DU MONCEL und PLÜCKER näher untersucht worden⁷⁾. Der Funke selbst wird dabei gar nicht aus seiner geradlinigen Bahn abgelenkt, wohl aber seine Lichthülle, und zwar nach dem oben angegebenen Gesetze der elektromagnetischen Wirkung, wobei man sich die Lichthülle als einen biegsamen Leiter mit an den Polen festen

1) LOMMEL, WIED. Ann. 48, pag. 462. 1893.

2) BOLTZMANN, Wien. Anz. 1880, pag. 12. — HALL a. a. O. — v. ETTINGSHAUSEN, WIED. Ann. 11, pag. 432. 1880.

3) DAVY, Trans. R. Soc. 1821 (2), pag. 427. — GILB. Ann. 71, pag. 241.

4) CASSELMANN, POGG. Ann. 63, pag. 588. 1844.

5) DE LA RIVE, POGG. Ann. 104, pag. 129. 1859.

6) WALKER, POGG. Ann. 54, pag. 514. 1841.

7) PLÜCKER, POGG. Ann. 113 u. a. a. O.

Enden vorzustellen hat (vergl. oben pag. 311); denkt man sich also im Entladungsstrom liegend, und sieht man den Nordpol des zur Entladung senkrechten Feldes an, so wird der Lichtbogen nach links abgelenkt, und seine Grenze wird durch Kreisbögen gebildet. Erfolgt die Entladung parallel zum Felde, so wird das Licht durch eine S-förmige Fläche begrenzt, indem die beiden Hälften in entgegengesetzter Richtung abgelenkt werden und der mittlere Punkt unabgelenkt bleibt. — Ganz ähnlich ist die Erscheinung in dem luftverdünnten Raume des elektrischen Eies, der Funke geht geradlinig über, die Lichthülle wird abgelenkt. Ersetzt man von den beiden punktförmigen Elektroden die eine durch einen Ring, so dass vor Erregung des magnetischen Feldes der Strom von der Kugel zu einem schwankenden Punkte des Ringes übergeht, so tritt nach DE LA RIVE¹⁾ bei Erregung des Feldes Rotation des Lichtstromes um den Magneten ein. Auf die zahlreichen Modifikationen dieser Versuche und die daran geknüpften theoretischen Betrachtungen kann hier nicht eingegangen werden, es sei in dieser Hinsicht auf die Abhandlungen von PLÜCKER und DE LA RIVE verwiesen.

Ein wesentlicher Unterschied besteht übrigens hinsichtlich der Beeinflussung durch den Magneten zwischen der positiven und der negativen Elektrizität. Während die positiven Entladungen nach den elektromagnetischen Gesetzen aus der Ebene des Stromes und Feldes herausgelenkt werden und dabei nach Art eines biegsamen Körpers deformirt werden, verhalten sich das negative Glimmlicht und die in ihm enthaltenen Kathodenstrahlen, vermuthlich in Folge ihres geringeren räumlichen und dynamischen Zusammenhangs, mehr wie aus einzelnen Partikeln zusammengesetzt, die sich in die magnetischen Curven einstellen und eventuell, wenn sie hieran verhindert werden, in Rotation gerathen. Auch hier muss auf die zahlreichen Versuche von PLÜCKER²⁾ und HITTORF³⁾ hingewiesen werden; insbesondere sei auf die von HITTORF beobachtete schraubenförmige Windung des Glimmlichtes und auf die Erklärung derselben durch die Untersuchungen von STOKES⁴⁾ und RIECKE (pag. 310) hingewiesen. Am instructivsten ist das Verhalten des Lichtes in GEISLER'schen Röhren, weil man hier die beiden Elektroden resp. Lichthälften mit einander direkt vergleichen kann. Bringt man eine solche Röhre mit ihrem engeren Stücke in paralleler Lage in das Feld, so verschwinden die Schichtungen des positiven Lichtes, und es tritt dafür ein an die Seite gerückter Lichtstreifen in der einen Hälfte, ein an die entgegengesetzte Seite gerückter in der anderen Hälfte auf, während in der Mitte sich eine leuchtende Brücke zwischen beiden Streifen bildet; das negative Glimmlicht wird wenig beeinflusst. Um diesen Einfluss wahrzunehmen, muss man die Röhre verschieben, bis der negative Pol in das Feld kommt, und nimmt dann bestimmte Anordnungen des Glimmlichtes nach den magnetischen Curven wahr, die sich je nach der Lage der Magnetpole zur Elektrode höchst mannigfaltig gestalten. Schickt man durch die Röhre in der zuerst gedachten Lage einen Wechselstrom hindurch, so zeigen sich in jeder Hälfte des mittleren Stückes beide seitlichen Streifen, in der Mitte ein leuchtender Wirbel und an den beiden Enden das unter Umständen stark zurückgedrängte

1) DE LA RIVE, Arch. Gen. 2, pag. 34. 1858; 5, pag. 236. 1859; POGG. Ann. 104, pag. 129.

2) PLÜCKER, POGG. Ann. 103—113. 1858—62.

3) HITTORF, POGG. Ann. 136, pag. 213. 1869.

4) STOKES, Phil. Mag. (5) 2, pag. 389. 1876.

Glimmlicht. Die wichtigsten neueren Arbeiten über das Verhalten der Kathodenstrahlen im besonderen rühren von CROOKES, GOLDSTEIN, HERTZ, E. WIEDEMANN und LENARD¹⁾ her. Es kann aber hier auf die in ihnen enthaltenen Einzelheiten nicht eingegangen und nur das allgemeine, wichtige Ergebniss hergehoben werden, dass die Ablenkung der Kathodenstrahlen durch den Magneten nicht eine Wirkung auf diese selbst ist (denn diese lenken umgekehrt Magnetnadeln nicht ab), sondern eine Wirkung auf das durchstrahlte Medium (HERTZ); und dieses Medium kann nur der Aether sein (LENARD).

In naher Beziehung zu den hier behandelten Erscheinungen steht auch die Einwirkung des Magneten auf elektrische Ringfiguren, über die man bei REITLINGER und WÄCHTER²⁾ interessante Mittheilungen findet.

Zusammenhang mit dem HALL'schen und den verwandten Phänomenen. In einer sehr interessanten Mittheilung hat BOLTZMANN³⁾ darauf hingewiesen, in wie naher Verwandtschaft der Einfluss des Magnetismus auf Entladungen in GEISLER'schen Röhren mit dem HALL'schen und den verwandten Phänomenen steht, und er hat durch einige einfache Versuche gezeigt, wie man die betreffenden Versuche geradezu auch in dem Medium, welches in den Röhren enthalten ist, anstellen kann. Eine der in Rede stehenden Erscheinungen ist übrigens schon lange bekannt, nämlich die Thatsache, dass der Magnetismus den Durchgang des Stromes durch GEISLER'sche Röhren erschwert, und BOLTZMANN hat durch einen Verzweigungsversuch gefunden, dass dabei unter Umständen eine Verzehnfachung des Widerstandes eintritt; das ist also das für Wismuth von RIGHI entdeckte Phänomen. BOLTZMANN hat dann ausser den primären Elektroden seitliche Secundärelektroden angebracht und auf diese Weise nicht nur den HALL-Effekt, sondern auch eine Reihe weiterer, ähnlicher Effekte erhalten.

F. AUERBACH.

Elektrodynamik.

A. Uebersicht der Grunderscheinungen.

Unmittelbar nach der Entdeckung der Wechselwirkung zwischen elektrischen Strömen und Magneten durch OERSTED fand der französische Physiker AMPÈRE⁴⁾ eine neue Eigenschaft des elektrischen Stromes. Er bewies durch Versuche, dass ein fester Stromleiter auf einen zweiten beweglichen Leiter eine verschiebende oder drehende Wirkung ausübt und bezeichnete dieselbe als »elektrodynamische«⁵⁾, weil sie nur eintritt, wenn die Leiter von elektrischen

¹⁾ CROOKES, Trans. R. Soc. 1879, 2. — GOLDSTEIN, WIED. ANN. 11, pag. 832. 1880; 12, pag. 262. 1881; 15, pag. 253. 1881. — HERTZ, WIED. ANN. 19, pag. 782. 1883. — E. WIEDEMANN, WIED. ANN. 10, pag. 236. 1880; 20, pag. 791. 1883. LENARD, WIED. ANN. 52, pag. 1. 1894.

²⁾ REITLINGER und WÄCHTER, WIED. ANN. 12, pag. 590. 1881.

³⁾ BOLTZMANN, WIED. ANN. 31, pag. 789. 1887.

⁴⁾ ANDRÉ MARIE AMPÈRE, GILBERT'S ANN. 67, pag. 113—155; 225—257. 1821. — Mémoire sur la théorie mathématique des phénomènes électrodynamiques, uniquement déduite de l'expérience, dans lequel se trouvent réunis les mémoires que M. AMPÈRE a communiqués à l'Académie royale des Sciences dans les séances des 4 et 26 déc. 1820, 10. juin 1822, 22 déc. 1823, 12. sept. et 23. nov. 1825. — Mémoires de l'Académie T. 6. Année 1823. 1827.

⁵⁾ C. NEUMANN hat die Benennung: »ponderomotorische« vorgeschlagen, im Gegensatz zu der »elektromotorischen« Wirkung elektrischer Ströme (der Induction).