www.e-rara.ch

Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste

Poincaré, Henri

Paris, 1892-1899

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 3143 q

Persistent Link: http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-421

Avant-propos.

www.e-rara.ch
Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

AVANT-PROPOS.

Les méthodes que je vais exposer dans ce second Volume sont dues aux efforts d'un grand nombre d'astronomes contemporains, mais c'est à l'exposition de celles de M. Gyldén, qui sont les plus parfaites, que je consacrerai le plus de pages.

Toutes ces méthodes ont un caractère commun; les savants qui les ont imaginées se sont efforcés de développer les coordonnées des astres en séries dont tous les termes soient périodiques et de faire disparaître ainsi les termes dits *séculaires* que l'on rencontrait avec les anciens procédés d'approximation successive, et où le temps sortait des signes sinus et cosinus; mais, en revanche, ces savants ne se sont pas préoccupés de savoir si les séries qu'ils obtenaient étaient convergentes au sens que les géomètres donnent à ce mot.

Aussi, tandis que les résultats obtenus dans le premier Volume étaient établis avec toute la rigueur à laquelle les mathématiciens sont accoutumés, ceux que je vais exposer ne sont vrais qu'avec une certaine approximation, qui est certainement très grande, d'autant plus grande que les masses sont plus petites. Il est très difficile de mesurer exactement, dans chaque cas, l'erreur ainsi commise, mais on peut en trouver une limite supérieure, qui, il est vrai, est probablement très grossière.

Les termes de ces séries, en effet, décroissent d'abord très rapidement et se mettent ensuite à croître; mais, comme les astronomes s'arrêtent aux premiers termes de la série et bien avant que ces termes aient cessé de décroître, l'approximation est suffisante pour les besoins de la pratique. La divergence de ces développements n'aurait d'inconvénient que si l'on voulait s'en servir pour établir rigoureusement certains résultats, par exemple la stabilité du système solaire.

Dans le Chapitre VIII, je cherche à expliquer en quoi consiste ce malentendu entre les géomètres et les astronomes; comment certaines séries que les premiers appellent *divergentes* peuvent rendre des services à ces derniers; comment les règles ordinaires du calcul sont applicables à ces séries. Les méthodes peut-être un peu longues qui me conduisent à ce dernier résultat ont l'avantage de montrer comment on pourrait trouver une limite supérieure de l'erreur; on pourra du reste rapprocher ce Chapitre VIII de la discussion qui se trouve à la fin du Chapitre VII.

Dans les Chapitres suivants, j'expose les plus simples des méthodes nouvelles, celles qui sont dues à MM. Newcomb et Lindstedt. Je montre comment on peut triompher de certaines difficultés que l'on rencontre quand on veut les appliquer au cas le plus général du Problème des trois Corps.

Ces difficultés sont au nombre de deux : d'abord, pour que la méthode de M. Lindstedt soit applicable, soit sous sa forme primitive, soit sous celle que je lui ai ensuite donnée, il faut qu'en première approximation les moyens mouvements ne soient liés par aucune relation linéaire à coefficients entiers; or, dans le Problème des trois Corps, les moyens mouvements qui doivent entrer en ligne de compte sont, non seulement ceux des deux planètes, mais encore ceux des périhélies et des nœuds. Mais, en première approximation, c'est-à-dire dans le mouvement képlérien, les périhélies et les nœuds sont fixes : leurs moyens mouvements sont donc nuls et la condition que j'ai énoncée plus haut, c'est-à-dire l'absence de toute relation linéaire à coefficients entiers, n'est pas remplie. Après avoir expliqué comment on peut diriger les approximations suivantes de façon à échapper à cet inconvénient, je passe à une seconde difficulté qui se présente quand les excentricités sont extrêmement petites. Je montre qu'elle est artificielle et qu'on l'évite en prenant pour point de départ, non pas les cercles auxquels se réduisent les ellipses képlériennes quand les excentricités sont nulles, mais les orbites décrites par nos planètes dans le cas des solutions périodiques de la première sorte étudiées au Chapitre III.

Dans les fascicules suivants, j'exposerai d'abord les premières méthodes de M. Gyldén; fondées sur des principes qui ne sont pas sans analogie avec ceux dont je viens de parler, elles permettent de triompher des mêmes obstacles; mais, en outre, beaucoup de difficultés de détail sont vaincues par des artifices aussi élégants qu'ingénieux.

Je consacre quelques paragraphes aux procédés d'intégration applicables à certaines équations différentielles que M. Gyldén est amené à considérer et j'insiste surtout longuement sur l'une d'elles qui est particulièrement intéressante et qu'un grand nombre d'autres géomètres ont également envisagée.

Dans l'étude de ces méthodes, je m'écarte souvent beaucoup du mode d'exposition de leurs auteurs; je ne voulais pas, en effet, refaire ce qu'ils avaient si bien fait : aussi me suis-je moins préoccupé de mettre ces méthodes sous la forme la plus commode pour le calculateur numérique que d'en faire comprendre l'esprit, afin que la comparaison en devînt facile.

Quand le lecteur en sera là, il comprendra clairement qu'il y a toujours moyen de se débarrasser des termes dits *séculaires* qui s'introduisent plus ou moins artificiellement dans les anciennes méthodes de calcul. Mais les calculateurs rencontrent souvent un obstacle plus sérieux, c'est la présence de petits diviseurs quand les moyens mouvements sont près d'être commensurables. Les procédés exposés dans la première Partie de ce Volume deviennent inapplicables et il faut avoir recours, soit à la méthode de Delaunay, soit à celle de M. Bohlin qui y est étroitement apparentée et à laquelle je consacrerai un Chapitre. Celle-ci, toutefois, n'est pas encore parfaite, car elle introduit, sinon de petits diviseurs, au moins de grands multiplicateurs qui peuvent rendre l'approximation insuffisante dans certains cas. Un pas restait donc encore à faire; il a été fait par les dernières méthodes de M. Gyldén par lesquelles je terminerai ce Volume, car si elles ne sont pas encore parfaites, aux yeux d'un géomètre pur, elles sont du moins les plus perfectionnées que nous connaissions.

Rappel des notations.

Je crois, pour éviter au lecteur l'ennui de recourir incessamment au Tome premier, devoir rappeler ici succinctement la signification de certaines notations que j'ai définies dans le premier Volume et dont je ferai usage dans celui-ci.

Je rappelle d'abord que le corps m_2 est rapporté au corps m_1, le corps m_3 au centre de gravité des corps m_1 et m_2. Je pose (n° 11)

$$\beta\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}, \qquad \beta'\mu = \frac{(m_1 + m_2) m_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

de façon que μ soit une quantité très petite et que β et β' soient finis.

F sera l'énergie totale du système divisée par μ; elle sera développable suivant les puissances de μ.

Je définis maintenant les éléments osculateurs de la première planète, c'est-à-dire du corps m_2 dans son mouvement relatif par rapport au corps m_1.

J'appelle (n° 8) a le demi grand axe, e l'excentricité, i l'inclinaison et je pose

$$\mathrm{L} = \sqrt{a}, \qquad \beta\mathrm{L} = \Lambda, \qquad \mathrm{G} = \sqrt{a(1 - e^2)}, \qquad \Theta = \mathrm{G}\cos i.$$

J'appelle l l'anomalie moyenne, λ la longitude moyenne, θ la longitude du nœud, $g + \theta$ celle du périhélie, que je désigne aussi par ϖ.

Je pose (n° 12)

$$\xi = \sqrt{2\beta(\mathrm{L} - \mathrm{G})}\cos\varpi, \qquad \eta = -\sqrt{2\beta(\mathrm{L} - \mathrm{G})}\sin\varpi,$$
$$p = \sqrt{2\beta(\mathrm{G} - \Theta)}\cos\theta, \qquad q = -\sqrt{2\beta(\mathrm{G} - \Theta)}\sin\theta.$$

Telle est la signification des lettres

$$\beta,\ \mathrm{L},\ \Lambda,\ \mathrm{G},\ \Theta,\ l,\ \lambda,\ g,\ \theta,\ \varpi,\ \xi,\ \eta,\ p,\ q,$$

qui se rapportent au mouvement de la première planète. Les mêmes lettres affectées d'accents, β', L', ..., auront la même signification en ce qui concerne le mouvement de la seconde planète, c'est-à-dire le mouvement relatif du corps m_3 par rapport au centre de gravité de m_1 et de m_2.