www.e-rara.ch

Traité des projections des cartes géographiques

Germain, Adrien Adolphe Charles

Paris, [1865]

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 18793

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-74932

Chapitre V.

www.e-rara.ch
Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

Visual Library

CHAPITRE V.

CARTES MARINES DITES CARTES RÉDUITES OU DE MERCATOR (1).

1. L'emploi de la boussole étant en mer le seul moyen de connaître à un instant quelconque la direction, la route suivie, la manière la plus simple de diriger un navire d'un point à un autre est de le maintenir dans le même rumb de vent, c'est-à-dire de lui faire couper dans sa marche tous les méridiens sous le même angle; il en résulte que la courbe décrite à la surface des mers n'est pas un arc de cercle, mais une courbe à double courbure que l'on nomme la *loxodromie.*

L'objet des cartes marines est d'indiquer immédiatement l'angle de route entre deux points donnés.

A cet effet l'équateur étant développé en ligne droite, on représente tous les méridiens par des perpendiculaires à cette ligne et tous les cercles de atitude par d'autres droites parallèles à l'équateur, espacées entre elles d'après cette condition que les angles formés par deux éléments de courbe sur la sphère soient conservés sur la carte. Il est clair que sur une carte ainsi construite la ligne que doit suivre le navire, la loxodromie, devient une droite; il suffit donc de tracer cette droite entre le point de départ et le point d'arrivée, et de lire au moyen d'un rapporteur, l'angle qu'elle fait avec l'un quelconque des méridiens. C'est cet angle, augmenté ou diminué de la déclinaison locale de l'aiguille aimantée, que l'on transporte ensuite à la boussole en agissant sur le gouvernail.

Voyons comment on pourra calculer la distance d'un parallèle quelconque à l'équateur en satisfaisant à la condition énoncée ci-dessus que les angles formés par deux éléments de courbe sur le sphéroïde soient conservés sur la carte.

(1) *Voir* 1re partie, chap. II, § 3, et chap. VI, § 22.

Soit ab (fig. 94) un élément de loxodromie qui coupe les deux méridiens infiniment rapprochés $P\alpha$, $P\beta$; menons le parallèle ab' du point a. Pour que l'angle abb' soit conservé sur la carte en ABB', il faut que l'on ait

$$\frac{BB'}{bb'} = \frac{AB'}{ab'}.$$

Or puisque les méridiens sont représentés par des droites perpendiculaires à l'équateur OE et équidistantes, l'élément AB' est égal à l'élément correspondant $\alpha\beta$ de l'équateur développé ; nommons ds un élément du méridien de la terre, dS l'élément correspondant du méridien de la carte, l la latitude de l'extrémité de l'arc elliptique S dont l'origine est à l'équateur, r le rayon du parallèle dont la latitude est l, a celui de l'équateur, c'est-à-dire le grand axe de l'ellipse, e le rapport de l'excentricité au demi grand axe $\left(e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}\right)$.

L'égalité précédente devient

$$\frac{dS}{ds} = \frac{\alpha\beta}{ab'} = \frac{a}{r},$$

ou

$$dS = \frac{a(1 - e^2)\,dl}{\cos l\,(1 - e^2 \sin^2 l)}.$$

Pour avoir la longueur S il suffira d'intégrer le second membre de cette égalité. Multiplions au numérateur e^2 par $\sin^2 l + \cos^2 l = 1$, nous pourrons alors écrire

$$dS = \frac{a\,dl}{\cos l} - a\,dl\,\frac{e^2 \cos l}{(1 - e^2 \sin^2 l)};$$

d'où, en prenant les intégrales entre l'équateur et la latitude l,

$$S = a\int_0^l \frac{d(\sin l)}{1 - \sin^2 l} - ae\int_0^l \frac{d(e \sin l)}{1 - e^2 \sin^2 l}.$$

L'intégration donne immédiatement en logarithmes vulgaires

$$S = \frac{a}{M}\left(\frac{1}{2}\log\frac{1 + \sin l}{1 - \sin l} - \frac{1}{2}e\log\frac{1 + e\sin l}{1 - e\sin l}\right),$$

formule dans laquelle M, module des logarithmes décimaux, est égal à

$$\frac{1}{\log \text{népér. de } 10} = 0{,}4342945.$$

Remplaçant $\frac{1+\sin l}{1-\sin l}\tan g^2\left(45^\circ+\frac{l}{2}\right)$ et $\log\frac{1+e\sin l}{1-e\sin l}$ par son développement en série.

$$2\left(e\sin l+\frac{(e\sin l)^3}{3}+\ldots\ldots\right),$$

$$S=\frac{a}{M}\left[\log tang\left(45^\circ+\frac{l}{2}\right)-e^2\sin l-\frac{e^4\sin^3 l}{3}\ldots\ldots\right).$$

En exprimant en minutes le rayon a de l'équateur et remplaçant $\frac{10800}{\pi}\frac{1}{M}$ et $\frac{10800}{\pi}$ par leurs valeurs, on obtient définitivement

$$S=7915',704674\log tang\left(45^\circ+\frac{l}{2}\right)-3437',7\left(e^2\sin l+\frac{e^4\sin^3 l}{3}\right),$$

formule dans laquelle il suffira de tenir compte du terme en e^4 et de négliger les suivants; la distance S sera exprimée en minutes de l'équateur.

Nous reproduisons à la fin de ce chapitre une table de latitudes croissantes calculée par *Rümker* (1) en supposant l'aplatissement $\alpha=\frac{1}{303}=0{,}00330033$, ce qui donne $e^2=0{,}0065897$. La même table pourrait encore, sans erreur sensible, servir pour un aplatissement différent, car, si l'on calcule la longitude de l'arc de 82° dans les quatre hypothèses de $\frac{1}{299{,}15}$, $\frac{1}{303}$, $\frac{1}{305}$, $\frac{1}{321}$, on trouve

pour	$\alpha=\frac{1}{299{,}15}$	$S=9122',71$
»	$\alpha=\frac{1}{303}$	$S=9122',98$
»	$\alpha=\frac{1}{305}$	$S=9123',12$
»	$\alpha=\frac{1}{321}$	$S=9124',24$

ce qui montre que les deux hypothèses de $\alpha=\frac{1}{299{,}15}$ et de $\alpha=\frac{1}{303}$ donnent pour cet arc de 82° une différence égale à deux dixièmes de minute environ; de 0 à 45° cette différence n'est que d'un dixième.

(1) *Handbuch der Schiffahrts-Kunde, von C.* RUMKER.

Lorsqu'on aura fixé, en millimètres par exemple, la longueur m que doit avoir sur la carte la minute de l'équateur, on aura de suite avec ces tables le facteur par lequel il faut multiplier cette valeur pour obtenir la grandeur de la minute de latitude croissante correspondant à une latitude connue l. Si n et n' sont les nombres de minutes de l'équateur contenues dans des arcs de méridiens de $l° + 10'$ et $l° - 10'$, la longueur de la minute de latitude croissante correspondant à la latitude l sera exprimée par

$$\frac{n' - n}{20} + m.$$

Par exemple à la latitude $l = 49°$ on a

$$\text{pour} \begin{cases} l° + 10' = 49°,10' & n' = 3380',1 \\ l° - 10' = 48°,50' & n = 3349',7 \end{cases}$$

20 min. de latitude croissante à $49° = n' - n = 30',4$ de l'équateur.

Par conséquent si l'on prend pour m la valeur $m = 0^m,0271$ (longueur adoptée dans les cartes particulières du *Pilote français*) on aura

$$\text{une minute de latitude croissante sous le parallèle de 49°. . . .} \quad \frac{30,4 \times 0^m,027}{20} = 0^m,041.$$

La mappemonde n° VIII a été construite dans ce système.

2. Il est maintenant facile de tracer le canevas d'une carte particulière : supposons par exemple une carte s'étendant sur 9° 40′ de longitude et depuis 49° 20′ jusqu'à 55° de latitude nord. On tirera (fig. 95) une ligne horizontale AB sur laquelle on portera la grandeur choisie pour minute de l'équateur autant de fois qu'il y a de minutes dans 9° 40′. Par les points de division correspondant soit aux degrés, soit au demi-degré, on élèvera des perpendiculaires à la ligne AB; puis, sur les deux méridiens extrêmes, les deux bords verticaux de la carte, on portera à la suite les uns des autres des nombres de minutes de l'échelle AB donnés par la troisième colonne de la table.

		Différences :
49°,20′	3395′,4	
		61′,6
50	3457′,0	
		94′,1
51	3551′,1	
		96′,2
52	3647′,3	
		98′,3
53	3745′,6	
		100′,6
54	3846′,2	
		103′,1
55	3949′,3	

Par les points de division correspondants on mènera des droites parallèles à la droite AB pour représenter les parallèles de degré en degré. Suivant la dimension donnée à la minute de l'équateur, l'importance de la carte, et aussi la latitude extrême à laquelle elle doit s'étendre, il pourra être nécessaire de déterminer par le calcul les parallèles espacés de 30 minutes ou même de 10 minutes; mais le plus souvent la longueur de 10 minutes de latitude croissante sera partagée en dix parties égales pour achever la graduation des côtés verticaux de la carte, l'erreur commise ainsi étant presque toujours sans influence et même inappréciable.

3. La construction montre que l'échelle varie en chaque point avec la latitude; les distances se déterminent cependant très-facilement, ainsi que nous allons l'expliquer.

Considérons (fig. 96) deux points A et B de la carte et cherchons leur distance comptée sur l'arc de loxodromie qui les unit. Pour cela traçons cet arc sur la sphère entre les deux points *a* et *b* qui correspondent aux points A et B de la carte, et divisons cet arc en un très-grand nombre d'arcs égaux, puis menons, par les points de division, des méridiens et des parallèles; nous formerons ainsi une série de petits triangles tels que *bmn* qui sont égaux puisque la ligne *ab* est également inclinée sur tous les méridiens. La somme de leurs côtés dirigés suivant les méridiens est égale à *ab* multiplié par le sinus de cette inclinaison constante; elle est égale d'autre part à la différence des latitudes de *a* et de *b* multipliée par le rayon de la sphère. De là la solution suivante :

On prend sur l'échelle des parties égales une longueur correspondant à la différence des latitudes des deux points considérés, c'est-à-dire autant de minutes de l'équateur qu'il y a de minutes dans la graduation en latitude de la ligne $\alpha\beta$ déterminée par les parallèles des points A et B. On porte cette longueur sur le méridien du point A en AC′ par exemple, et l'on mène le parallèle du point C′ qui coupe AB en B′; la longueur AB′ évaluée en minutes sur l'échelle des parties égales donne en milles la distance cherchée. Pour la réduire en mètres il suffira de la multiplier par $1855^{m},1$ qui est la longueur de la minute de l'équateur.

Toutes les questions de pilotage se ramènent à celle-là. Les marins la simplifient encore le plus ordinairement en mesurant directement sur l'échelle des latitudes croissantes la longueur de la droite AB, admettant ainsi pour un instant que la minute de latitude ne

varie pas du point A au point B. Les deux triangles ABC, AB'C' donnent en effet

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{\text{différence des latitudes croissantes}}{\text{différence des latitudes}};$$

si donc les divisions de l'échelle des latitudes étaient égales, en portant AB sur l'échelle des latitudes on obtiendrait le même nombre qu'en portant AB' sur l'échelle des longitudes. Comme ce nombre, c'est-à-dire la distance en milles des deux lieux A et B, est toujours assez petit, on peut supposer les divisions de l'échelle des latitudes croissantes égales par le travers des deux points A et B. Alors, pour évaluer la distance de A à B, on porte avec le compas cette ligne AB dans la partie de l'échelle latérale qui comprend les parallèles de A et de B, et la différence des graduations lues à chaque pointe du compas donne immédiatement en milles la distance cherchée.

Lorsque la direction donnée AB (fig. 97) se confond avec un parallèle, ou, en d'autres termes, lorsque les lieux A et B ont même latitude, on peut encore employer le moyen abrégé que nous venons d'indiquer. Pour avoir la distance exacte, on mène à l'une des extrémités A une droite AC faisant avec AB un angle égal à la latitude du lieu A, et l'on abaisse du point B une perpendiculaire BC sur cette ligne ; la longueur AC portée sur l'échelle des longitudes donnera le nombre de milles contenus dans AB ; c'est ce que l'on nomme le changement en longitude. On a effet $AB = \frac{AC}{\cos l}$, comme sur la sphère.

Nous avons montré précédemment (1) que dans la projection de Mercator le rapport des longueurs élémentaires correspondantes de la carte et de la sphère, constant autour de chaque point, est exprimé par

$$m = \frac{1}{\cos l},$$

en supposant la terre sphérique ; le rapport des surfaces élémentaires qui se correspondent sur la carte et sur la sphère est donc exprimé par

$$m^2 = \frac{1}{\cos^2 l}.$$

(1) *Voir* 1re partie, chap. II, § 3.

L'erreur sur les surfrces croît donc avec l et devient infinie au pôle; mais cette erreur importe peu pour les besoins de la navigation.

TRACÉ DE L'ARC DE GRAND CERCLE SUR LES CARTES RÉDUITES.

4. Nous avons vu que la manière la plus simple de diriger un navire entre deux points donnés par leur latitude et leur longitude est de lui faire suivre l'arc de *loxodromie* qui passe par ces deux points. Cet arc, représenté sur la carte par une ligne droite, n'est pas en réalité le chemin le plus court, car, sur la sphère, le plus court chemin d'un point à un autre est l'arc de grand cercle qui les unit; il faut donc, pour abréger autant que possible une traversée, suivre l'arc de grand cercle, ou du moins des portions successives de loxodromie s'écartant le moins possible de ce cercle.

Sans discuter quels sont les avantages et les difficultés de la navigation *orthodromique*, nous allons donner les moyens de tracer l'arc de grand cercle sur les cartes réduites, en supposant, pour plus de facilité, la terre sphérique.

Il serait facile d'obtenir l'équation de la projection d'un arc de grand cercle; mais comme cette courbe est transcendante, sa construction serait longue et pénible; on se contente donc de déterminer ses points d'intersection avec les méridiens ou les parallèles de la carte en cherchant leurs latitudes et leurs longitudes sphériques, et se servant de ces coordonnées pour les reporter sur la carte réduite; cette méthode est évidemment applicable à tous les systèmes de projection, puisqu'elle est indépendante de la loi de leur tracé; mais ce n'est que sur les projections orthomorphes, comme la projection de Mercator, qu'il est possible de mesurer immédiatement l'angle de route sur chacune des petites droites qui joignent les points d'intersection deux à deux et dont l'ensemble représente, avec une exactitude suffisante, l'arc de grand cercle cherché.

Cette méthode, qui peut donner une exactitude très-grande, devient, en pratique, d'une longueur fastidieuse. Le calcul par lui-même est assez compliqué et ne peut guère être fait d'avance de manière à permettre de tracer l'arc de grand cercle entre le point de départ et le point d'arrivée; car, en navigation, plusieurs causes viennent chaque jour dévier le navire de la route qu'on cherche à lui faire suivre : ces causes sont les courants, les dangers à éviter, les vents favorables dont il peut être avantageux de profiter, etc.. etc.

D'un autre côté, les angles que l'on doit reporter chaque jour au compas n'ayant besoin que d'être connus à un quart de degré *au plus*, il devient inutile de recourir au calcul pour obtenir une exactitude plus grande ; les constructions graphiques suffiront donc dans presque tous les cas.

Parmi toutes celles qui ont été proposées, la suivante, très-expéditive, suffira pour déterminer le rumb de vent que doit suivre le navire pour marcher selon l'élément loxodromique tangent au point de départ à l'arc de grand cercle, et pourra être répété en tout point dont on connaîtra la latitude et la longitude, et qui pourra, par conséquent, être pris comme nouveau point de départ.

Considérons dans la sphère (fig. 98) le trièdre ayant pour sommet le centre de la sphère et formé par les méridiens des points de départ et d'arrivée, et le plan du grand cercle considéré. On connaît dans ce trièdre deux angles plans et le dièdre compris, savoir : le complément δ de la latitude du point de départ A, la colatitude δ' du point d'arrivée B, et la différence Δ des longitudes de ces deux points. On cherche l'angle PAB $= \alpha$, c'est-à-dire le dièdre opposé à la face δ'.

Ce problème se résout très-facilement par des considérations élémentaires de géométrie descriptive. Nous nous contenterons d'en indiquer la solution sans en donner la théorie que nos lecteurs trouveront de suite.

Tracez deux droites rectangulaires PO et BA. En un point O de la première, faites avec PO l'angle POB égal à la colatitude δ' du point d'arrivée ; du point P décrivez la demi-circonférence BCB′ avec PB pour rayon. Ces premières constructions serviront pour toute la traversée. Faites en P avec PA l'angle APC égal à la différence Δ des longitudes ; abaissez CC′ perpendiculaire sur AB ou parallèle à OP, puis C′D perpendiculaire sur la ligne OA construite préalablement en faisant avec PO l'angle POA égal à la colatitude δ du point de départ, c'est-à-dire du point actuel où se trouve le navire. Enfin de C′ comme centre décrivez l'arc DE et joignez le point E au point C ; l'angle BEC sera l'angle cherché, l'angle de route initial : il suffira de le nommer avec le rapporteur pour le reporter sur le compas du navire, en agissant sur le gouvernail.

On peut encore déterminer avec une exactitude suffisante les coordonnées géographiques des points d'intersection d'un arc de grand cercle avec des méridiens pris arbitrairement, en construisant un canevas auxiliaire sur lequel on puisse tracer facilement les méridiens

et l'arc de grand cercle dont on pourra ainsi déterminer les intersections ; les latitudes et longitudes de ces points seront ensuite reportées sur la carte marine et permettront de tracer l'arc assez exactement par une série de petites droites.

Le canevas qui paraît le mieux convenir pour ce but est celui de la projection centrale où tous les grands cercles sont représentés par des droites. On mènera donc par un point qu'on pourra prendre sur la marge de la carte marine deux droites faisant entre elles un angle égal à la différence des longitudes des deux points de départ et d'arrivée. Dans la projection centrale polaire, les parallèles se représentant par des cercles dont les rayons sont égaux aux cotangentes de leurs latitudes, pour placer les deux points considérés on portera sur les deux droites des longueurs égales aux tangentes des colatitudes de ces points : on tracera avec des longueurs semblables autant de parallèles qu'on le jugera nécessaire, ou bien, par le centre de ce petit canevas, autant de droites inclinées de 5° en 5° ou de 10° en 10° qu'on le voudra, pour représenter les méridiens : les intersections de ces droites et de ces cercles avec la droite joignant les deux points considérés seront autant de points de l'arc de grand cercle qu'il sera très-facile de reporter par leurs latitudes et leurs longitudes sur la carte marine.

On pourrait prendre pour canevas auxiliaire toute autre projection. Le planisphère de M. *Keller*, ingénieur hydrographe, remplit les meilleures conditions pour déterminer l'arc de grand cercle sans nécessiter une nouvelle construction. Cet instrument, composé de deux canevas stéréographiques concentriques dont l'un transparent peut tourner autour du centre, permet de faire passer un arc de grand cercle par deux points quelconques supposés placés sur le canevas fixe et de lire immédiatement les coordonnées des divers points de cet arc.

Nous ne décrirons pas plus longuement cet instrument aussi utile dans la pratique que simple et ingénieux, et nous renverrons, pour plus de détails, à l'instruction qui l'accompagne.

Table pour le calcul des latitudes croissantes.

Aplatissement $\frac{1}{303}$, $S = 7915',704674 \log \text{tang}\left(45° + \frac{l}{2}\right) - 3437,7\left(e^2 \sin l + \frac{e^4 \sin^3 l}{3}\right)$.

Latitudes.	LATITUDES croissantes S.	Latitudes.	LATITUDES croissantes S.	Latitudes.	LATITUDES croissantes S.	Latitudes.	LATITUDES croissantes S.
0° 0′	0′,0	28° 0′	1740′,5	37° 0′	2378′,9	46° 0′	3099′,2
30	29 8	10	1751 7	10	2391 4	10	3113 5
1 0	59 6	20	1763 0	20	2403 9	20	3128 0
30	89 4	30	1774 4	30	2416 5	30	3142 4
2 0	119 2	40	1785 7	40	2429 0	40	3156 9
30	149 1	50	1797 0	50	2441 6	50	3171 5
3 0	178 9	29 0	1808 4	38 0	2454 2	47 0	3186 1
30	208 7	10	1819 8	10	2466 9	10	3200 7
4 0	238 6	20	1831 2	20	2479 6	20	3215 4
30	268 5	30	1842 6	30	2492 3	30	3230 1
5 0	298 4	40	1854 1	40	2505 0	40	3244 9
30	328 3	50	1865 5	50	2517 8	50	3259 7
6 0	358 3	30 0	1877 0	39 0	2530 6	48 0	3274 6
30	388 3	10	1888 5	10	2543 4	10	3289 5
7 0	418 3	20	1900 0	20	2556 3	20	3304 5
30	448 3	30	1911 6	30	2569 2	30	3319 5
8 0	478 4	40	1923 1	40	2582 1	40	3334 6
30	508 5	50	1934 7	50	2595 1	50	3349 7
9 0	538 7	31 0	1946 3	40 0	2608 1	49 0	3364 9
30	568 9	10	1957 9	10	2621 1	10	3380 1
10 0	599 1	20	1969 6	20	2634 1	20	3395 4
30	629 4	30	1981 2	30	2647 2	30	3410 7
11 0	659 7	40	1992 9	40	2660 3	40	3426 1
30	690 1	50	2004 6	50	2673 5	50	3441 5
12 0	720 6	32 0	2016 3	41 0	2686 7	50 0	3457 0
30	751 1	10	2028 1	10	2699 9	10	3472 6
13 0	781 7	20	2039 8	20	2713 1	20	3488 2
30	812 3	30	2051 6	30	2726 4	30	3503 8
14 0	843 0	40	2063 4	40	2739 7	40	3519 5
30	873 7	50	2075 3	50	2753 1	50	3535 3
15 0	904 6	33 0	2087 1	42 0	2766 5	51 0	3551 1
30	935 5	10	2099 0	10	2779 9	10	3567 0
16 0	966 5	20	2110 9	20	2793 4	20	3582 9
30	997 5	30	2122 8	30	2806 9	30	3598 9
17 0	1028 6	40	2134 8	40	2820 4	40	3615 0
30	1059 9	50	2146 8	50	2834 0	50	3631 1
18 0	1091 2	34 0	2158 8	43 0	2847 6	52 0	3647 3
30	1122 6	10	2170 8	10	2861 2	10	3663 5
19 0	1154 1	20	2182 8	20	2874 9	20	3678 8
30	1185 7	30	2194 9	30	2888 6	30	3696 1
20 0	1217 4	40	2207 0	40	2902 4	40	3712 6
30	1249 1	50	2219 1	50	2916 2	50	3729 0
21 0	1281 0	35 0	2231 2	44 0	2930 0	53 0	3745 6
30	1313 0	10	2243 4	10	2943 9	10	3762 2
22 0	1345 2	20	2255 6	20	2957 8	20	3778 9
30	1377 4	30	2267 8	30	2971 7	30	3795 6
23 0	1409 7	40	2280 0	40	2985 7	40	3812 4
30	1442 2	50	2292 3	50	2999 8	50	3829 3
24 0	1474 8	36 0	2304 6	45 0	3013 8	54 0	3846 2
30	1507 5	10	2316 9	10	3028 0	10	3863 2
25 0	1540 4	20	2329 3	20	3042 1	20	3880 3
30	1573 4	30	2341 7	30	3056 3	30	3897 5
26 0	1606 5	40	2354 1	40	3070 6	40	3914 7
30	1639 8	50	2366 5	50	3084 8	50	3932 0
27 0	1673 2	37 0	2378 9	46 0	3099 2	55 0	3949 3
30	1706 8						
28 0	1740 5						

Suite de la table pour le calcul des latitudes croissantes.

Latitudes.	LATITUDES croissantes S.	Latitudes.	LATITUDES croissantes S.	Latitudes.	LATITUDES croissantes S.	Latitudes.	LATITUDES croissantes S.
55° 0′	3949′,3	64° 0′	5019′,0	73° 0′	6512′,7	82° 0′	9122′,9
10	3966 8	10	5041 8	10	5547 0	10	9195 5
20	3984 3	20	5064 8	20	6581 7	20	9269 6
30	4001 8	30	5087 9	30	6616 7	30	9345 4
40	4019 5	40	5111 2	40	6652 1	40	9422 9
50	4037 2	50	5134 6	50	6687 8	50	9502 1
56 0	4055 0	65 0	5158 2	74 0	6723 9	83 0	9583 2
10	4072 9	10	5181 9	10	6760 3	10	9666 3
20	4090 9	20	5205 7	20	6797 1	20	9751 3
30	4108 9	30	5229 8	30	6834 3	30	9838 6
40	4127 0	40	5253 9	40	6871 9	40	9928 1
50	4145 2	50	5278 2	50	6909 9	50	10019 9
57 0	4163 5	66 0	5302 7	75 0	6948 4	84 0	10114 3
10	4181 9	10	5327 4	10	6987 2	10	10211 3
20	4200 3	20	5352 2	20	7026 4	20	10311 1
30	4218 9	30	5377 1	30	7066 2	30	10413 9
40	4237 5	40	5402 3	40	7106 3	40	10519 8
50	4256 2	50	5427 6	50	7146 9	50	10629 1
58 0	4275 0	67 0	5453 1	76 0	7188 0	85 0	10741 9
10	4293 9	10	5478 7	10	7229 5	10	10858 6
20	4312 8	20	5504 5	20	7271 6	20	10979 4
30	4331 9	30	5530 6	30	7314 2	30	11104 5
40	4351 1	40	5556 8	40	7357 2	40	11234 4
50	4370 3	50	5583 1	50	7400 9	50	11369 4
59 0	4389 6	68 0	5609 7	77 0	7445 0	86 0	11509 8
10	4409 1	10	5636 5	10	7489 7	10	11656 2
20	4428 6	20	5663 4	20	7535 0	20	11809 2
30	4448 2	30	5690 6	30	7580 0	30	11969 2
40	3467 9	40	5718 0	40	7627 4	40	12137 0
50	4487 7	50	5745 5	50	7674 5	50	12313 5
60 0	4507 7	69 0	5773 3	78 0	7722 3	87 0	12499 4
10	4527 7	10	5801 3	10	7770 7	10	12696 0
20	4547 8	20	5829 5	20	7819 8	20	12904 5
30	4568 0	30	5857 9	30	7869 6	30	13126 4
40	4588 3	40	5886 6	40	7920 1	40	13363 7
50	4608 8	50	5915 4	50	7971 4	50	13618 5
61 0	4629 3	70 0	5944 5	79 0	8023 4	88 0	13893 7
10	4650 0	10	5973 9	10	8076 2	10	14192 9
20	4670 7	20	6003 4	20	8129 8	20	14520 6
30	4691 6	30	6033 2	30	8184 2	30	14882 8
40	4712 6	40	6063 3	40	8239 5	40	15287 7
50	4733 7	50	6093 6	50	8295 7	50	15746 8
62 0	4754 9	71 0	6124 2	80 0	8352 8	89 0	16267 8
10	4776 2	10	6155 0	10	8410 9	10	16903 6
20	4797 7	20	6186 1	20	8469 9	20	17670 7
30	4819 2	30	6217 5	30	8529 9	30	18659 7
40	4840 9	40	6249 1	40	8591 0	40	20053 6
50	4862 7	50	6281 0	50	8653 2	50	22436 5
63 0	4884 7	72 0	6313 2	81 0	8716 6	90 0	Infini.
10	4906 7	10	6345 7	10	8781 1		
29	4928 9	20	6378 5	20	8846 8		
30	4951 2	30	6411 5	30	8913 8		
40	4973 7	40	8444 9	40	8982 2		
50	4996 2	50	6478 6	50	9051 8		
64 0	5019 0	73 0	6512 7	82 0	9122 9		

PROJECTION DES PLANS PROVISOIRES DE CONSTRUCTION. — CARTES PLATES.

5. Pour rapporter sur la carte les différents sommets d'une triangulation, on a coutume de calculer soit leurs coordonnées géographiques, soit leurs distances à la méridienne et à la perpendiculaire passant par l'observatoire principal. La première méthode, qui a été employée au Dépôt de la Guerre pour la construction de la carte de France, est du domaine de la géodésie, nous ne la décrirons pas; nous nous occuperons seulement de la deuxième méthode, qui a été employée par Cassini et qui est encore en usage au Dépôt de la Marine pour dresser les plans de construction, plans sur lesquels on construit tous les détails du levé topographique et hydrographique avant de les rapporter sur les cartes réduites.

Pour déterminer les coordonnées des divers points de la triangulation par rapport à la méridienne et à la perpendiculaire, on suppose rabattus successivement sur l'horizon du lieu pris pour origine les divers triangles du réseau dont ce lieu est un des sommets, et l'on mène par chacun des autres sommets des parallèles à ces droites. On calcule les côtés de l'angle droit des triangles rectangles ainsi formés en fonction de l'azimut de l'hypoténuse qui est le côté de l'un des triangles; ce sont ces côtés de l'angle droit qui prennent le nom de distances à la méridienne et à la perpendiculaire.

Ainsi, si A (fig. 99) est le sommet pris pour l'origine, z l'azimut du premier côté $AB = b$, les coordonnées de B seront

$$y = Bm = b\cos z,$$
$$x = Am = b\sin z.$$

Les coordonnées du sommet suivant C se détermineront en résolvant d'abord le triangle ABC dont la base AB et les trois angles ABC sont connus, ce qui fera connaître les côtés CA, CB; les azimuts BCy', ACy' de ces côtés se déduiront facilement de l'azimut z et des angles du triangle; en effet, on a

$$BCy' = mBC = mBA - CBA = z - B,$$
$$ACy' = 180^\circ - yAC = 180^\circ - (z + A).$$

On aura alors

$$nA = AC\sin y'CA; \qquad nC = AC\cos y'CA.$$

On aurait obtenu également ces coordonnées par la résolution du

triangle BCp, ce qui donnerait d'abord les coordonnées Bp, Cp du point C par rapport au point B, et comme celles du point B sont connues, une addition ou une soustraction ferait connaître les coordonnées de C par rapport à A :

$$nA = mA - Bp; \quad nC = Cp - Bm.$$

On calcule habituellement des deux manières par vérification.

Les coordonnées d'un quatrième point D seront déterminées de la même manière par la résolution du triangle CBD dont la base BC est maintenant connue; les azimuts des côtés DB et DC s'obtiendront encore en combinant par addition et soustraction l'azimut de la base avec les angles adjacents du triangle. On aura ainsi tous les éléments nécessaires pour déterminer les coordonnées par rapport à chacun des points B et C, et par conséquent par rapport à l'origine A, avec vérification du calcul.

Ce travail préliminaire terminé, il est possible de dresser les plans de construction.

Pour cela on partagera une feuille de papier en carreaux par deux systèmes de droites parallèles et équidistantes se coupant perpendiculairement entre eux, de manière à figurer des parallèles à la méridienne et à la perpendiculaire. On prendra l'intersection de deux de ces droites pour origine des coordonnées, et l'on conviendra de la distance qui représente sur le terrain le côté des carrés tracés sur le papier. Il sera alors facile de placer graphiquement dans chaque carré les points qui ont été calculés; les sommets des triangles ainsi obtenus, le travail topographique se construira facilement.

Il ne restera plus, pour achever la *carte plate* de la localité dont on a levé le plan, qu'à effacer les carreaux tracés sur le papier en ne conservant que les perpendiculaires qui passent par l'origine : l'une représentera le méridien et l'autre le parallèle de ce point.

Comme en réalité, dans les calculs qui précèdent, on remplace par des triangles rectilignes rectangles les triangles sphériques rectangles de la surface du globe, on commet une erreur négligeable aux environs de l'origine des coordonnées, mais qui augmente à mesure que l'on s'en éloigne; aussi, pour ne pas laisser les erreurs s'accumuler, doit-on changer l'origine des coordonnées dès que la distance entre les points que l'on considère et le point de départ dépasse 70,000 à 80,000 mètres. On prend pour nouvelle origine l'un des points de la grande triangulation, et l'on détermine sa latitude

et sa longitude, non plus à l'aide de ses coordonnées, mais en calculant successivement les positions de tous les points de la triangulation principale jusqu'à ce que l'enchaînement des triangles conduise au point que l'on a choisi.

Soit G la nouvelle origine : ce point est relié au point A de la manière la plus simple par les points B et D de la grande triangulation. On arrivera à connaître sa position géographique en calculant préalablement d'abord celle du point B, puis celle du point D. La latitude et la longitude du point B se déduisent de la latitude l_0 et de la longitude t_0 du point A, de la distance d des deux points A et B et de l'azimut z de AB pris au point A, toutes quantités connues par les formules

$$l = l_0 - (1 + e^2 \cos^2 l_0) u'' \cos z - (1 + e^2 \cos^2 l_0)(u'' \sin z)^2 \operatorname{tang} l_0 \frac{\sin 1''}{2},$$

$$t = t_0 + \frac{u'' \sin z}{\cos l},$$

$$u'' = \frac{d}{\rho' \sin 1''};$$

ρ' étant le rayon de courbure de la perpendiculaire au point A.

La position du point B étant connue, pour passer à celle du point D il ne reste plus qu'un élément à déterminer, c'est l'azimut du côté BA pris au point B. Si cet azimut était connu, comme la station au point B a fait connaître l'angle ABD, on en déduirait l'azimut de BD. Or l'azimut z' de BA est donné par la formule

$$z' = 180° + z - \frac{u'' \sin z}{\cos l} \sin \frac{1}{2}(l + l_0) = 180° + z - (t - t_0) \sin \frac{1}{2}(l + l_0).$$

Le terme $(t - t_0) \sin \frac{1}{2}(l + l_0)$ prend le nom de convergence des méridiens des deux points A et B.

La position du point D se calculera ensuite avec la même facilité, en remplaçant dans les formules précédentes l_0 et t_0 par l et t, qui expriment les coordonnées géographiques de B qui viennent d'être calculées, d par la distance BD, ρ' par ρ'_1, rayon de courbure en B, etc. Enfin on arrivera de même à déterminer la position du point G.

La position de la nouvelle origine étant déterminée en longitude et en latitude, et le gisement *vrai* d'un des côtés de la triangulation qui passe par cette origine étant connu, on pourra calculer, par rapport à ce nouveau point, les distances à la méridienne et à la perpen-

diculaire de tous les points qui sont situés dans un rayon de 80,000 mètres et en déduire ensuite les latitudes et longitudes au moyen des coordonnées prises par rapport aux nouveaux axes.

Il y aura donc autant de séries de calculs et autant de projections qu'il y aura d'origines différentes, et les axes dont on se servira dans deux séries seront inclinés entre eux d'un angle égal à la convergence des méridiens des origines correspondantes.

Lorsque l'origine des coordonnées n'est pas dans le plan particulier de la localité qu'on a construit, les parallèles à la méridienne, qui y sont tracées, n'indiquent pas la direction *nord* et *sud* de son lieu principal. Pour l'obtenir on calculera la convergence des méridiens en ce point; nous avons vu que ce petit angle était égal à la différence des longitudes du point considéré et de l'origine multipliée par le sinus de la demi-somme de leurs latitudes; il devra être porté vers l'est ou vers l'ouest, suivant que le point que l'on considère se trouve à l'ouest ou à l'est de l'origine des axes.

6. Tout ce qui précède se rapporte au tracé d'une carte plate; nous allons voir maintenant comment il faut réunir les divers plans de construction ainsi obtenus pour former une carte réduite dans le cas où la portion de surface terrestre que l'on considère ne peut plus être considérée comme plane.

Supposons que tous ces plans aient été dressés à une même échelle et que, pour la carte réduite, cette échelle doive être conservée; cherchons quelle devra être la grandeur n de la minute de longitude ou de l'équateur qui, dans les cartes réduites, est la même sous toutes les latitudes. Si C représente la longueur réelle en mètres des côtés de chaque carré, cette longueur sera représentée à la latitude donnée l par l'expression

$$\frac{C.m}{1855,1} \times \left\{ \begin{array}{l} \text{le nombre de minutes de l'équateur que contient} \\ \text{une minute du méridien à la latitude } l, \end{array} \right.$$

qui, égalée à la fraction de mètre K, qui représente le côté de chaque carré, donnera une équation d'où l'on pourra tirer, soit la valeur de m quand on connaîtra l'échelle du plan, soit l'échelle du plan à construire quand l'échelle de la carte réduite sera donnée d'avance.

Le nombre de minutes de l'équateur que contient une minute du méridien à la latitude l sera donné par la table des latitudes croissantes; si n et n' représentent dans cette table les nombres

de minutes de l'équateur contenues dans les arcs de méridien $l^\circ + 10'$ et $l^\circ - 10'$, la valeur de la minute du méridien sera $\frac{n'-n}{20}$.

On aura donc l'équation

$$\frac{Cm}{1855,1}\,\frac{n'-n}{20} = K,$$

pour déterminer m en fonction de K, ou réciproquement.

Dans les cartes particulières du *Pilote français*, on a représenté la minute de l'équateur par $0^m,0271$, et, dans les plans de construction, chaque côté des carrés représentait 2,000 mètres. A la latitude $l = 49^\circ$, on aura donc pour le nombre qui doit exprimer 2,000 mètres à l'échelle de la carte

$$\frac{2000 \,.\, 0^m,027}{1855} \times \frac{30,41}{20} = 0^m,044.$$

Lorsqu'on connaîtra la longueur qui devra, sur la carte réduite, représenter une minute de longitude, on tracera la projection, c'est-à-dire les méridiens et les parallèles, suivant les règles de Mercator, et l'on y placera les points principaux de la triangulation au moyen de leurs longitudes et de leurs latitudes; or on ne connaît jusqu'à présent que leurs coordonnées x et y par rapport à la méridienne et à la perpendiculaire d'un point; ces coordonnées serviront à trouver les latitudes et longitudes à l'aide des formules suivantes :

$$l = l_0 \pm \frac{y}{\rho' \sin 1''} - \frac{\sin 1''}{2}\left(\frac{x}{\rho' \sin 1''}\right)^2 \operatorname{tang}\left(l_0 \pm \frac{y}{\rho' \sin 1''}\right),$$

$$t = t_0 \pm \left(\frac{x}{\rho' \sin 1''}\right)\frac{1}{\cos l},$$

où l_0 et t_0 sont la latitude et la longitude de l'origine des coordonnées, ρ et ρ' les rayons de courbure de la méridienne et de la perpendiculaire en cette origine.

On calculera aussi les latitudes et les longitudes des intersections des carreaux qui sont tracés sur la feuille de construction, ou, au besoin, d'autres carreaux, si l'on trouve les premiers trop grands ou trop petits. Ce calcul se fait à l'aide des formules précédentes, puisque les coordonnées de ces intersections sont connues; si, par exem-

ple, le côté de chaque carré est de 2,000 mètres, les coordonnées des intersections seront

x	0000	;	2000 E ou O;	4000 E ou O;	6000 E ou O;	.....
y	2000 N ou S;	2000 N ou S;	2000 N ou S;	2000 N ou S;	.....
»	4000 N ou S;	4000	;	4000	;	4000	;	.....
»	6000 N ou S;	6000	;	6000	;	6000	;	.....
»	. . . . .

Dans les quadrilatères ainsi obtenus, on réduira graphiquement les détails renfermés dans les carrés correspondants du plan.

On se contente ordinairement de ne calculer en latitude et longitude que les intersections distantes de 6,000 mètres les unes des autres dans le cas où les carrés ont 2,000 mètres de côté; puis on partage sur la carte, en trois parties égales, les côtés des quadrilatères correspondants, et l'on mène des droites par les points de division opposés; les positions données par leurs intersections mutuelles ne différeront pas du résultat qu'aurait fourni le calcul si l'échelle de la carte n'est pas plus grande que $\frac{1}{40000}$.

Telles sont les méthodes à suivre pour dresser les cartes hydrographiques; nous renverrons pour plus de détails et pour la démonstration des formules au *Traité de géodésie* de M. *Bégat* (1).

---

(1) *Traité de géodésie à l'usage des marins*, par M. BEGAT, Paris 1839.