www.e-rara.ch

Traité des projections des cartes géographiques

Germain, Adrien Adolphe Charles

Paris, [1865]

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 18793

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-74932

Chapitre XI.

www.e-rara.ch
Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

Visual Library

CHAPITRE XI.

PROJECTION CONIQUE ORTHOMORPHE DE LAMBERT (1).

1. Nous ne reviendrons pas sur la théorie de cette projection que nous avons exposée longuement au chapitre des projections orthomorphes; nous donnerons seulement les règles de sa construction.

D'un point P d'une droite indéfinie PA (fig. 111) qui représentera le méridien moyen, on décrit des arcs de cercle avec des rayons ρ donnés par la formule

$$\rho = K\left(\operatorname{tang}\frac{\zeta}{2}\right)^{\lambda},$$

dans laquelle ζ représente la distance au pôle corrigée en vertu de l'aplatissement de la terre et donnée par la table III; K est une constante arbitraire qui fixe l'échelle de la carte et que l'on détermine en se donnant, par exemple, la valeur de la latitude pour laquelle le rayon ρ est égal à l'arc correspondant du méridien du sphéroïde. Supposons que pour $l = 0$, K, c'est-à-dire la distance du pôle à l'équateur sur la carte, doive être égale au quart Q du méridien.

$$Q = \tfrac{1}{2}\pi a(1 - \tfrac{1}{4}e^2 - \tfrac{3}{64}e^4 \ldots\ldots);$$

ou plus simplement

$$Q = \frac{1}{2}\pi a\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right);$$

en appelant α l'aplatissement et a le rayon de l'équateur, on aura alors

$$K = Q.$$

Les méridiens qui, sur la sphère, font des angles t avec les méri-

(1) *Voir* 1re partie, chap. II, § 8.

dien moyen, seront des droites partant du pôle P et faisant avec la droite PA des angles égaux à λt; ces angles sont les seuls qui ne soient pas conservée en vraie grandeur par la représentation.

Rappelons seulement ici que que le rapport d'agrandissement des distances élémentaires de la carte et du sphéroïde ne dépend pas de la direction de ces distances et est exprimé par une fonction de la latitude seulement :

$$m = \frac{\lambda K \left(\operatorname{tang} \frac{\zeta}{2}\right)^{\lambda}}{a \sin \zeta} = \frac{\lambda \rho}{a \sin \zeta}.$$

Le rapport d'agrandissement des surfaces élémentaires est le carré de m.

3. La valeur de λ est arbitraire et se détermine de manière à satisfaire à une autre condition. Si l'on veut que les degrés de deux parallèles, de latitude $l_0 = 90° - z_0$ et $l_1 = 90° - z_1$, donnés sur le réseau, aient entre eux le même rapport que sur la sphère, on déterminera λ par la relation

$$\lambda = \frac{\log \sin z_1 - \log \sin z_0}{\log \operatorname{tang} \frac{z_1}{2} - \log \operatorname{tang} \frac{z_0}{2}};$$

z_0 et z_1 peuvent être les compléments des latitudes extrêmes du pays à représenter. Ainsi, pour l'Europe, on peut prendre $z_0 = 20°$ et $z_1 = 60°$, et alors

$$\lambda = 0{,}78327;$$

les angles au pôle sont ainsi un peu plus des 3/4 des angles véritables; 10° de longitude sont représentés par un angle de 7° 49′ 57″,7, soit 7° 50′ environ.

Si l'on veut représenter ainsi avec la même valeur de λ un hémisphère entier, l'angle au pôle sera de 281° 59′ 38″, et alors le rayon de chaque parallèle se calculera par la formule

$$\log \rho = \log a + \log 1{,}570796 + 0{,}78327 \log \operatorname{tang} \frac{z}{2},$$

si l'on suppose la terre sphérique.

Il pourra sembler préférable de prendre pour z_0 et z_1 les colatitudes géographiques des parallèles qui divisent à peu près en trois parties égales la distance des deux parallèles extrêmes de la carte à tracer. Ainsi, pour l'Europe, on pourra prendre

$$z_1 = 46^\circ 40' \quad \text{et} \quad z_0 = 33^\circ 20'.$$

On peut aussi déterminer λ par la condition que l'agrandissement soit minimum pour tous les points d'un parallèle donné de latitude $L = 90^\circ - Z$; λ est alors déterminé par la formule

$$\lambda = \cos Z = \sin L.$$

On prend généralement pour L la latitude du parallèle moyen de la carte à construire, ainsi 50° pour la carte de l'Europe; il vaut cependant mieux, dans ce cas, prendre $L = 51^\circ 34'$ ($Z = 38^\circ 26'$), parce qu'alors $\lambda = 0{,}78327$ et la carte possède en outre cet avantage que le rapport d'agrandissement est le même sur les parallèles de 70° et de 30°.

La valeur de L qui correspond à $\lambda = \frac{3}{4}$ est

$$L = 48^\circ 35' 25''.$$

Si l'on veut déterminer ainsi λ en tenant compte de l'aplatissement de la terre, on se servira de la formule

$$\lambda = \cos\zeta,$$

dans laquelle ζ se déterminera en fonction de Z à l'aide de la table III.

Le major *Bolotov* (1) a montré que, pour la Russie, la valeur la plus convenable de λ est

$$\log\lambda = \log\sin(55^\circ 6' 20'') = 9{,}9139237.$$

Si l'on cherche quelles sont pour cette valeur de λ les valeurs du rapport d'agrandissement pour les latitudes de 40°, de 55°, de 55° 6′ 20″ et de 70°, on trouve

$$m_{40} = 1{,}02809; \quad m_{55} = 0{,}99620; \quad m_{(55^\circ, 6', 20'')} = 1; \quad m_{70} = 1{,}03715.$$

Lorsque l'on construit, dans cette projection, des cartes d'étoiles, on peut demander que les 45 premiers degrés de méridien soient égaux aux suivants, c'est-à-dire que le 45° degré de latitude partage tous les méridiens entre le pôle et l'équateur en deux parties égales;

(1) *Bulletin de la classe physico-mathématique de l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg*, t. XIII, note 1; *Exposé de la projection de Gauss*, lu le 2 décembre 1853, par le major Bolotov.

on devra alors prendre $\lambda = 0{,}78643$, valeur qui diffère peu de celle que l'on doit adopter pour rendre le rapport d'agrandissement le même sur les parallèles de 70° et de 30°, et minimum sur le paral- de 51° 34′.

Dans la projection dont nous nous occupons, comme dans toutes celles où les parallèles sont des arcs de cercles concentriques et les méridiens des rayons de ces cercles, il suffira de décrire l'un d'eux et de porter sur les méridiens, toujours faciles à tracer, les mêmes longueurs que sur le méridien moyen, c'est-à-dire les différences entre le rayon de ce premier parallèle et les rayons de tous les autres. Si le pôle n'est pas compris dans la carte, on pourra construire le premier parallèle par points, à l'aide des coordonnées x et y rapportées au méridien moyen et à la perpendiculaire au point dont la latitude L est celle de ce parallèle; appelons ρ_L le rayon correspondant, on aura (fig. 112)

$$Am = x = \rho_L \sin \lambda t,$$
$$mM = y = 2\rho_L \sin^2 \frac{\lambda t}{2}.$$

3. Les principaux avantages de cette projection sont, outre la facilité du tracé, la conservation des angles partout ailleurs qu'au pôle et l'égalité de tous les arcs de méridiens compris entre les mêmes parallèles; cette dernière propriété rend cette projection très-convenable pour représenter, sous la condition de similitude des configurations, des pays tels que la Russie, très-étendus en longitude. L'échelle est facile à tracer; il suffit de diviser, soit en degrés et fractions, soit en milles ou en lieues, le méridien moyen. Si la carte est peu étendue en latitude, la portion de cette échelle comprise entre les latitudes extrêmes de la partie de la carte que l'on considère, pourra, sans grande erreur, servir dans cette partie pour toutes les directions. Ainsi, pour la Russie, en adoptant la valeur $\lambda = \sin 55° 6' 20''$, on voit que toute la zone comprise entre les deux parallèles de 50° et de 60° sera raccourcie sur la carte; mais comme la différence entre l'échelle principale et le minimum des échelles partielles ne sera que de 0,0038, toute cette zone, qui est la plus peuplée, ne subira qu'une altération tout à fait insignifiante.

Le tableau suivant renferme les valeurs de ρ pour les valeurs de $z = 90° - l$ de 10 en 10 degrés, dans les quatre hypothèses $\lambda = \frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ qui permettent de représenter la sphère entière dans des sec-

teurs de 120°, 180°, 240°, 270°; l'hypothèse $\lambda = 1$ donnerait la projection stéréographique polaire.

Nous supposerons $K = 1$, c'est-àdire le rayon de l'équateur de la carte pris pour unité, et la terre sphérique.

Les projections n°s VI et VII ont été construites à l'aide des colonnes 3 et 5 de cette table.

Table des valeurs des rayons ρ des parallèles pour les valeurs de $z = 90° - l$.

z.	$\lambda = \frac{1}{3}$.	$\lambda = \frac{1}{2}$.	$\lambda = \frac{2}{3}$.	$\lambda = \frac{3}{4}$.
0°	0,000	0,000	0,000	0,0000
10	0,444	0,296	0,197	0,1609
20	0,561	0,420	0,314	0,2721
30	0,645	0,518	0,416	0,3724
40	0,714	0,603	0,510	0,4686
50	0,776	0,683	0,601	0,5643
60	0,833	0,760	0,693	0,6623
70	0,888	0,837	0,788	0,7655
80	0,943	0,916	0,890	0,8767
90	1,000	1,000	1,000	1,0000
100	1,060	1,092	1,124	1,1406
110	1,126	1,195	1,268	1,3064
120	1,201	1,316	1,442	1,5098
130	1,290	1,464	1,663	1,7721
140	1,401	1,657	1,962	2,1330
150	1,551	1,932	2,406	2,6914
160	1,783	2,381	3,173	3,6750
170	2,253	3,381	5,074	6,2163