

www.e-rara.ch

Cours de mathématiques à l'usage du corps de l'artillerie

Bézout, Étienne

Paris, 1799-1800

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 8774

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-9004>

Du mouvement en linge courbe, en général.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

Or le quart de la circonférence est plus petit que le diamètre; donc un corps emploie moins de temps à tomber par un petit arc de cercle dont la tangente inférieure est horizontale, qu'il n'en emploieroit à tomber le long du diamètre. Et puisque (430) le temps de la chute par le diamètre, est le même que celui de la chute par la corde quelconque AB ; on voit donc qu'un corps arrivera plutôt de A en B , en tombant par l'arc AB , qu'en tombant par la ligne droite AB . Ainsi la ligne droite est bien le plus court chemin, mais elle n'est pas toujours le chemin qui exige le temps le plus court.

Du Mouvement en ligne courbe, en général.

453. Puisqu'un corps qui a été mis une fois en mouvement, doit (abstraction faite de tout obstacle) persévérer dans cet état de mouvement, avec la même vitesse & la même direction (150); il s'ensuit qu'un corps ne peut décrire une ligne courbe, à moins qu'il ne survienne une force ou un obstacle qui change à chaque instant la direction de son mouvement.

Si la force qui agit sur le mobile suivant une direction différente de celle qu'il suit, agit à des

intervalles de temps, finis, & communique, à chaque intervalle de temps, une vitesse finie; le corps décrira un polygone. Par exemple, si lorsque le corps qui décrit la ligne AB (*figure 31*) est arrivé en B , il reçoit une impulsion capable de lui faire décrire BE , dans le même temps; au lieu de décrire $BD = AB$, comme il l'auroit fait sans cette nouvelle force, il décrira (191) la diagonale BC du parallélogramme $BECD$. Et si lorsqu'il est arrivé en C , & qu'il tend à décrire CG égale & en ligne droite avec BC , une nouvelle force vient à agir sur lui, suivant CH , & tend à lui faire décrire CH dans le même temps, il décrira réellement la diagonale CF du parallélogramme $CHFG$, & ainsi de suite; en sorte que par la suite des dérangemens qu'il aura reçus, il aura décrit les côtés AB , BC , CF , &c. du polygone.

454. Mais si le mobile ayant reçu d'abord une vitesse finie, la force qui le détourne, agit sans interruption; ou, ce qui revient au même, si elle agit à des intervalles de temps infiniment petits, & si en même temps, à chaque intervalle, elle imprime des degrés de vitesse infiniment petits; alors les côtés BC , CF décrits pendant la durée de chaque instant, seront infiniment

petits; & les lignes BE , CH qui marquent les actions infiniment petites de la force qui fait varier le mouvement, devant être infiniment petites en comparaison de celles BC , CF qui marquent la vitesse actuelle du mobile, les angles BCE , CFH , ou leurs égaux DBC , GCF , seront infiniment petits; la trace du mobile sera donc une ligne courbe. D'où l'on voit qu'il ne suffit pas, pour qu'un corps décrive une ligne courbe, que la force agisse à chaque instant infiniment petit; il faut encore que l'action qu'elle exerce suivant sa propre direction, à chaque instant, soit infiniment petite. Telle est l'action que la pesanteur exerce à chaque instant : telle est la résistance des fluides à chaque instant du mouvement.

455. Soit que la force qui agit sur le mobile, soit une force active, comme la pesanteur; soit qu'elle soit une force passive comme la résistance d'un point fixe, ou d'un fluide en repos, ou de tout autre obstacle; on est toujours maître de considérer le mouvement, comme une suite de mouvemens composés, comme dans l'exemple que nous venons de rapporter; ou bien de le considérer comme une suite de mouvemens décomposés, de la manière suivante.

Par exemple, lorsque le mobile arrivé en B

(fig. 32) est prêt de recevoir l'action de la force BE ; je puis (287) concevoir que le mouvement BD qu'il auroit eu, sans cette nouvelle force, est décomposé en un mouvement BC qu'il doit prendre réellement, & un autre mouvement Bl qui ne doit rien produire, & qui par conséquent doit être égal & directement opposé à l'effort BE . Pareillement, lorsque le corps sera arrivé en C ; je concevrai le mouvement CG qu'il auroit eu sans la force CH , comme décomposé en un mouvement CF qu'il aura réellement, & un mouvement CK égal & directement opposé à l'effort CH .

Dans quelque cas que ce soit, on peut toujours envisager le mouvement, de telle de ces deux manières, que l'on voudra. Mais si on veut l'envisager de la manière la plus conforme à la Nature, c'est de la première manière qu'il faut l'envisager, lorsque la force qui fait changer le mouvement, est une force active, comme la pesanteur. Et lorsqu'au contraire cette force est une résistance, comme celle d'un point fixe, &c. c'est de la seconde manière qu'il faut l'envisager.

456. Un corps qui se meut en ligne courbe, peut donc à chaque instant, être considéré comme se mouvant sur la tangente au point où il se trouve; & si la force qui le détourne à chaque instant,

cessoit d'agir, il persévéreroit à se mouvoir suivant cette tangente.

457. On appelle, en général, force *centrale* la force qui détourne le corps à chaque instant, pour lui faire décrire une ligne courbe. Si en considérant le mouvement par rapport à un point fixe, la force tend à approcher le corps de ce point, on l'appelle force *centripète*; & au contraire on l'appelle force *centrifuge*, lorsqu'elle tend à l'éloigner de ce point.

458. Puisqu'un corps qui décrit une ligne courbe, cesseroit de la décrire, & poursuivroit son mouvement suivant la tangente, si la force centrale cessoit d'agir; on voit donc qu'à l'égard du point quelconque *A* (fig. 33) pris du côté de la concavité, le mobile *M*, en vertu de son mouvement sur la courbe, a véritablement une force centrifuge, puisque tendant à se mouvoir suivant *MT*, il tend à s'éloigner du point *A*, vers lequel il ne peut être ramené que par l'action de la force centrale.

Du mouvement dans le Cercle, & de la Force centrifuge.

459. Pour qu'un corps *A* libre & sans pesanteur (figure 34) frappé suivant la direction

quelconque PA puisse décrire un cercle en vertu de la vitesse imprimée & d'une force constante & constamment dirigée au point fixe C ; il faut d'abord que la direction PA soit perpendiculaire à la ligne AC qui joint le point A de départ, & le point C . Mais cette condition ne suffit pas; il faut encore que la vitesse imprimée ait une certaine mesure.

Supposons que la ligne infiniment petite AB soit l'espace qu'il auroit décrit dans un instant sans l'action de la force centrale; & que (454) la ligne infiniment plus petite AD , marque l'espace que la force centrale agissant sans interruption, lui feroit décrire dans ce même instant. Comme AB est infiniment petite, on peut regarder la force centrale, comme agissant sur le mobile, parallèlement à AD ; donc si l'on mène Bb parallèle à AD , il faut que la vitesse AB soit telle que la quantité Bb dont elle auroit écarté le corps, soit égale à celle AD dont la force centrale peut le ramener. Voyons donc comment, par cette condition, on peut déterminer le rapport de la force centrale, à la vitesse imprimée.

Prolongeons le rayon AC jusqu'à ce qu'il rencontre, en E , la circonférence. Par la nature du cercle, on aura $(Db)^2 = AD \times DE$. Mais puisque AB est infiniment petite, DE doit être

regardée comme égale à AE ou $2CA$, on a donc $(Db)^2$ ou $(AB)^2 = AD \times 2CA$.

Représentons par V la vitesse imprimée; alors (179) nous aurons $AB = Vdt$. Donc $V^2 dt^2 = (AB)^2 = AD \times 2CA$.

Représentons par g , la vitesse que la force centrale feroit naître, en une seconde de temps, dans un mobile soumis à son action seule répétée également à chaque instant. Alors (166) l'espace qu'elle fera décrire pendant l'instant dt , sera $\frac{g dt^2}{2}$. On aura donc $AD = \frac{g dt^2}{2}$; donc $V^2 dt^2 = \frac{g dt^2}{2} \times 2CA$ ou $V^2 = g \times CA$.

Soit h la hauteur d'où un corps pesant devoit tomber pour acquérir la vitesse V ; & p la vitesse que la pesanteur donne dans une seconde; on aura $V^2 = 2ph$ (176). Donc $2ph = g \times CA$; ce qui donne $g : p :: 2h : CA :: h : \frac{1}{2}CA$; c'est-à-dire, que pour qu'un corps libre & sans pesanteur décrive une circonférence de cercle d'un rayon déterminé, en vertu d'une force dirigée à son centre, & d'une vitesse primitivement imprimée; il faut que la force centrale soit à la pesanteur, comme la hauteur d'où un corps pesant devoit tomber pour acquérir la vitesse imprimée, est à la moitié du rayon. Ainsi, si la vitesse imprimée, & la force centrale n'ont point entr'elles

le rapport nécessaire pour cela, le corps ne peut décrire une circonférence de cercle. Mais si ce rapport a lieu, le corps décrira l'arc Ab .

460. Puisque la force centrale est dirigée au centre C , elle est perpendiculaire à l'arc; elle ne tend donc ni à augmenter, ni à diminuer la vitesse du corps. Donc lorsque le corps sera arrivé au point b , il se trouvera à l'égard de la force centrale, dans les mêmes circonstances qu'au point A . D'où l'on conclura que *si un corps décrit une circonférence de cercle, en vertu d'une force dirigée au centre, & d'une vitesse imprimée; sa vitesse est uniforme, & la force centrale est constante.*

461. Si le corps n'est point libre; si, par exemple, le corps A (fig. 35) est retenu au point fixe C , par le moyen d'un fil inextensible, ou d'une verge. Alors si on lui donne une impulsion suivant quelque direction que ce soit, tendante à l'écarter du centre, il décrira nécessairement la circonférence qui a CA pour rayon; & voici comment on doit concevoir que se passe ce mouvement.

En quelque point A que le corps soit arrivé, il tend à se mouvoir suivant la tangente AB (456). Puis donc qu'il ne peut suivre ce mouvement, il faut (287) que celui-ci se décompose en deux

autres, l'un Ab suivant la circonférence, & qui fera celui qui aura lieu; & l'autre AD qui soit détruit; il faut donc que ce dernier soit dirigé suivant CAD , puisqu'il n'y a que la résistance du point fixe pour le détruire. Le mouvement se passera donc comme dans le cas précédent, avec cette différence seulement que la force centrale, au lieu d'être centripète, est centrifuge. Ainsi tout ce que nous avons dit du premier cas, a lieu pour celui-ci; c'est-à-dire, 1.^o que le mouvement fera uniforme; 2.^o que la force centrifuge sera la même en chaque point de la circonférence, ou que le fil sera constamment tendu avec la même force. 3.^o Que la force centrifuge, sera à la pesanteur, comme la hauteur d'où un corps pesant devoit tomber pour acquérir la vitesse actuelle du mobile A , est à la moitié du rayon CA .

Par exemple, supposant qu'un corps d'une livre, circule à l'extrémité d'une corde de 5 pieds, avec une vitesse de 30,2 pieds par seconde. La hauteur due à cette vitesse étant 15,1 pieds, la force centrifuge de ce corps sera à sa pesanteur comme $15,1 : \frac{5}{2} :: 30,2 : 5 :: 6,04 : 1$; donc ce poids d'une livre, tend la corde, comme le feroit un poids immobile de 6 livres & $\frac{4}{100}$; puisque les forces ou quantités de mouvement que le même corps A peut avoir en vertu de sa pesanteur & de sa force centrifuge, sont entr'elles, comme les vitesses g & p que ces deux forces peuvent engendrer dans un même temps.

462. Supposons que le mobile pesant D (fig. 28) retenu au point fixe C par le fil CD , oscille autour du point C , & décrit en oscillant des arcs ADI d'une grandeur connue. Si l'on veut savoir de combien, lorsqu'il passe au point D , la force centrifuge augmente l'effort qu'il fait par son poids sur le point C . Il faut mener la perpendiculaire AF ; FD sera (436) la hauteur due à la vitesse qu'il a en D . Donc (459) la force centrifuge sera à la pesanteur :: $DF : \frac{1}{2} CA$, c'est-à-dire, comme le sinus versé de l'arc AD est à la moitié du rayon. Ainsi si l'arc AD étoit, par exemple, de 10 degrés, dont le sinus versé est à peu près $\frac{1}{66}$ du rayon; la force centrifuge seroit à la pesanteur :: $\frac{1}{66} : \frac{1}{2} :: 1 : 33$ à peu près; c'est-à-dire, que l'effort du poids seroit augmenté d'environ $\frac{1}{33}$.

On voit donc par-là que si pour transporter le tonneau A (fig. 36), on l'attache à l'aide d'une corde AC à la barre MN portée sur les épaules par deux hommes (ainsi que cela se pratique en plusieurs endroits); il y auroit un désavantage réel dans cette manière de transporter les fardeaux, si l'un des porteurs ne contenoit avec la main les balancemens que le fardeau A peut faire par le mouvement de transport. Il faut cependant observer que si ces balancemens sont petits, l'augmentation de poids causée par la force centrifuge, diminuera dans un beaucoup plus grand rapport que les arcs; il diminuera comme le carré de la corde de l'arc décrit, ou comme le carré de cet arc. Ainsi si l'arc, au lieu d'être de 10 degrés comme dans l'exemple précédent, n'étoit que d'un degré dont le sinus versé est $\frac{15}{100000}$ du rayon, l'effet de la force centrifuge ne seroit plus que $\frac{3}{10000}$ du poids.

463. Il est donc facile maintenant de comparer

entr'elles les forces centrifuges de deux mobiles quelconques qui décrivent des circonférences quelconques, avec des vîteses données, ou dans des temps donnés.

En effet, l'équation $V^2 = g \times CA$ que nous avons trouvée ci-dessus, donne $g = \frac{V^2}{CA}$. Or puisque g exprime la vîtesse que la force centrale feroit naître, en une seconde de temps, dans le mobile, si elle agissoit sur lui sans interruption & également à chaque instant, $g dt$ sera la vîtesse qu'elle engendreroit pendant un instant; & $A \times g dt$, sera la quantité de mouvement qu'elle donneroit à chaque instant au mobile; donc cette quantité de mouvement sera $\frac{A \times V^2 dt}{CA}$, en mettant pour g sa valeur. Donc si l'on appelle F la force centrifuge absolue, ou cette quantité de mouvement, pour le corps A , on aura $F = \frac{A \times V^2 dt}{CA}$; ou bien en nommant R , le rayon CA , $F = \frac{A V^2 dt}{R}$. Donc pour une autre masse A' qui décriroit avec une vîtesse V' , une circonférence qui auroit R' pour rayon, on auroit $F' = \frac{A' V'^2 dt}{R'}$, en nommant F' sa force centrifuge. Donc $F : F' :: \frac{A V^2 dt}{R} : \frac{A' V'^2 dt}{R'}$ ou

$\therefore \frac{AV^2}{R} : \frac{A'V'^2}{R'}$; c'est-à-dire, en général, que les forces centrifuges de deux mobiles, sont entr'elles comme les masses multipliées par les quarrés des vîteses, & divisées par les rayons des circonferences décrites.

464. Soient C & C' ces circonferences, T & T' les temps que les deux mobiles emploient à faire une révolution. Puisque ces mouvemens sont uniformes, on aura $V = \frac{C}{T}$, & $V' = \frac{C'}{T'}$ (153). Et puisqu'en représentant le rapport du rayon à la circonferéce par celui de 1 à c , on a $C = cR$, & $C' = cR'$; donc $V = \frac{cR}{T}$, & $V' = \frac{cR'}{T'}$; substituant pour V & V' ces valeurs, dans la proportion que nous venons de trouver, on a $F : F' :: \frac{Ac^2R^2}{RT^2} : \frac{A'c^2R'^2}{R'T'^2} :: \frac{AR}{T^2} : \frac{A'R'}{T'^2}$; donc les forces centrifuges sont comme les masses multipliées par les rayons, & divisées par les quarrés des temps des révolutions.

465. D'après le rapport que nous avons établi (459) entre la pesanteur & la force centrifuge, on voit donc que lorsqu'un corps solide, ou plu-

leurs corps solides liés entr'eux, tournent autour d'un point fixe, les parties de ces corps tendent à se désunir, en s'éloignant du centre ; que cet effort peut surpasser considérablement leur poids. Et ce que nous venons de démontrer (464) fait voir que s'ils achèvent leurs révolutions en même temps, leurs forces centrifuges sont proportionnelles aux masses multipliées par les rayons ; en sorte que les parties égales font d'autant plus d'effort pour se détacher qu'elles sont plus éloignées du centre de rotation.

Donc si un fluide pesant ou non pesant, circule ; les parties font un effort continuel pour s'échapper & s'éloigner du centre, en sorte que si le fluide est renfermé dans un vase, & que l'on fasse une ouverture à quelque distance du centre que ce soit, le fluide s'échappera.

Par exemple, l'eau contenue dans le tambour *ADFC* (fig. 37), étant agitée circulairement autour de l'axe *GH*, presse la surface convexe ; & cette pression se répandant partout (295), si l'on fait une ouverture en quelque point *R*, elle jaillira par cette ouverture.

466. C'est d'après ce principe, que l'on a imaginé les soufflets continus que l'on a proposés pour renouveler l'air dans les vaisseaux ou dans les hôpitaux. Le tambour fixe *ABC* (fig. 38) est ouvert dans sa partie *AC* où il reçoit le tuyau *FAC*. La roue dentée *Z* portée par le montant *DR*, tourne par le moyen de la manivelle *E*, &

engrène dans une lanterne X dont l'arbre porte les ailes ac , bf , &c. d'un volan (fig. 39) placé dans l'intérieur du tambour. Celles-ci, en tournant, impriment à l'air un mouvement de rotation & une force centrifuge qui l'oblige de sortir par F . Près du centre X (fig. 38) sont plusieurs trous P , Q , &c. par lesquels il entre de nouvel air, qui à son tour est chassé de même. Ainsi l'ouverture F du tuyau FAC aboutissant à l'aide d'un tuyau de cuir ou autrement, hors de la cale, on peut faire sortir l'air infect, & y faire succéder un air pur. Ceux qui voudront connoître les autres moyens qu'on a imaginés pour purifier ou renouveler l'air dans les vaisseaux, peuvent consulter l'ouvrage de M. Duhamel, qui a pour titre: *Moyens de conserver la santé aux Équipages*; & un Mémoire de M. Bigot de Morogues, qui a pour titre: *Sur la corruption de l'air dans les vaisseaux*; Mémoires présentés à l'Académie des Sciences, tome I.

467. Une masse fluide dont les parties ne seroient sollicitées par d'autres forces que par une tendance vers un point fixe C (fig. 40), & qui auroit une figure sphérique dont C seroit le centre, conserveroit constamment cette figure, si cette tendance ou pesanteur vers le point C , étoit la même à distances égales de C ; cela est évident. Mais si cette masse a en même temps un mouvement de rotation autour d'une droite quelconque AB ; elle ne pourra plus conserver cette figure. En effet, une particule quelconque M décrivant alors, un cercle qui a pour rayon PM , a une certaine force centrifuge qui tend à l'éloigner du centre P , avec un effort proportionné à sa distance PM (464). Donc si l'on représente cet effort par Mm , & que l'effort de la pesanteur ou de la tendance vers C

soit représenté par MO ; en imaginant le parallélogramme $mMOR$, MR sera la direction suivant laquelle la particule M est sollicitée à se mouvoir ; & comme la force MO restant la même pour chaque particule située à la surface, la force Mm varie, & diminue à mesure qu'on s'éloigne du grand cercle ou de l'équateur représenté par EQ ; il est visible que les forces absolues MR , qui sollicitent véritablement ces particules, sont toutes différentes, & dirigées vers différens points. La masse doit donc perdre sa figure sphérique ; mais quelle que soit celle qu'elle pourra prendre, elle doit (297) être telle que la force absolue MR qui sollicite chaque particule de la surface, soit perpendiculaire à cette nouvelle surface ; donc la nouvelle figure $TVNX$ que prendra la masse, doit être telle que MR lui soit perpendiculaire ; donc cette masse doit être aplatie vers les pôles X & V , & renflée au contraire dans le sens de l'équateur qui au lieu d'être EQ , deviendra TN .

Ceci est précisément le cas de la Terre qui, soit qu'elle ait été primitivement fluide, soit qu'elle ait été en partie solide, & en partie fluide, a dû avoir originairement une figure aplatie ; sans quoi, en vertu des forces centrifuges des différentes parties, il y auroit eu un bouleversement général jusqu'à ce que le tout eût pris la figure aplatie convenable au mouvement de rotation.

MO est la vraie direction de la pesanteur, non pas de celle dont nous apercevons les effets ; mais de celle qui auroit lieu, sans la rotation de la Terre. MR est celle dont nous apercevons les effets, & c'est suivant cette ligne que tombent les corps situés près de la surface de la Terre vers M . Ainsi la pesanteur actuelle ne sollicite pas

les corps à descendre vers le centre de la Terre. Mais comme les observations ont constaté que l'aplatissement de la Terre est petit, eu égard au rayon de l'équateur, le point S diffère peu du point C .

Comme l'angle mMO est nécessairement obtus, il est facile de voir que MR est toujours plus petite que MO , & d'autant plus petite que le point M est plus près de l'équateur; en sorte que la pesanteur va en diminuant depuis les pôles jusqu'à l'équateur. Donc (449) la longueur du pendule qui bat les secondes, n'est pas la même dans tous les lieux de la Terre; elle doit diminuer à mesure qu'on s'approche de l'équateur.

Aux pôles, où la force centrifuge est nulle, la pesanteur agit comme elle le feroit si la Terre étoit immobile. A l'équateur, où la force centrifuge est directement opposée à la pesanteur primitive, la pesanteur est diminuée de toute la quantité de la force centrifuge. Dans les lieux intermédiaires, la diminution de la pesanteur décroît par deux causes; la première, parce que la force centrifuge n'étant pas directement opposée à la pesanteur primitive, n'en consomme qu'une partie d'autant moindre que l'arc MT , est plus grand; la seconde, parce que la force centrifuge diminue à proportion que le point M s'éloigne plus de l'équateur.

Du mouvement des Projectiles dans le Vide.

468. On donne, en général, le nom de *Projectile* à tout mobile qui ayant été lancé avec
une

une force quelconque & suivant une direction quelconque, obéit en même temps à l'action de sa pesanteur.

Un corps qui auroit été lancé suivant une direction quelconque AB (fig. 41) dans le vide ou dans un milieu non résistant, & qui en même temps ne seroit pas soumis à l'action de la pesanteur, conserveroit (150) éternellement la direction AB , & s'avanceroit suivant cette direction, constamment avec la même vitesse.

Mais si le mobile est pesant, il ne reste qu'un instant sur la direction AB . L'action de la pesanteur combinée avec la vitesse de projection, change, à chaque instant, sa direction & sa vitesse, & lui fait décrire une ligne courbe qui a pour tangente au point de départ, la ligne AB de projection.

Pour se former une juste idée de la manière dont le projectile est mu alors, concevons que ACD est la ligne qu'il décrit, & qu'il soit actuellement au point F de cette ligne. Si on suppose que l'arc infiniment petit EF soit ce qu'il vient de décrire pendant un instant, & qu'on prolonge EF considérée comme une ligne droite, d'une quantité $Fg = EF$, il est clair (150) que pendant un instant égal, il décriroit Fg . Mais comme la pesanteur agit; si on suppose que pendant

ce même instant, elle soit capable de faire décrire verticalement une ligne telle que Fi , il est clair que le projectile lorsqu'il est au point F , étant soumis à l'action des deux forces Fg & Fi , doit (191) décrire la diagonale Fk du parallélogramme formé sur Fg & Fi comme côtés contigus. Telle est la manière dont le mouvement du corps varie à chaque instant.

469. Quoiqu'on puisse assez facilement conclure la nature & les propriétés de la courbe, de cette manière d'envisager le mouvement; néanmoins, comme cette méthode exigeroit quelques intégrations, nous irons au même but par des moyens plus élémentaires, en considérant le mouvement comme il suit.

470. Si au lieu de concevoir que le mobile est pesant, nous le regardons comme sans pesanteur, & qu'en même temps qu'il se meut sur la ligne AB , nous imaginions que la ligne AB (*figure 42*) descend verticalement & parallèlement à elle-même, suivant la loi des corps graves; il est clair que le projectile parcourra la même ligne qu'il parcourt naturellement; car il se trouvera abaissé à chaque instant au-dessous de la direction AB , de la même quantité dont il doit l'être en pareil temps par l'action de la pesanteur.

Cela posé, imaginons que AC marque la vitesse de projection, c'est-à-dire, ce que la force de projection seule est capable de faire décrire au mobile pendant un temps déterminé, pendant une seconde par exemple; & que AP soit la quantité dont la pesanteur fait descendre un corps libre pendant la première seconde; soit menée PD parallèle à AB . La ligne AB , dans notre supposition, seroit donc arrivée en PD lorsque le projectile auroit parcouru sur cette ligne la quantité AC ; donc si on mène CM parallèle à AP , le point M fera celui où se trouvera le mobile au bout d'une seconde.

Pareillement, si nous prenons AB double de AC , il est clair qu'au bout de deux secondes le projectile sans pesanteur seroit en B . Et si nous prenons sur la verticale AP , la quantité AP' quadruple de AP , AP' fera (172) la quantité dont la direction AB se fera abaissée au bout de deux secondes; donc si on mène les lignes BM' & PM' parallèles à AP & à AB , le point M' fera celui où le projectile sera arrivé au bout de deux secondes.

On démontrera de même, que si on prend AO triple de AC , & AP'' neuf fois aussi grand que AP , & que l'on tire les lignes OM'' $P''M''$, parallèles à AP & AB , le point M''

sera celui où le projectile fera arrivé au bout de trois secondes.

Or d'après cette construction, on voit 1.^o que les lignes AP'' , AP' , AP , sont entr'elles comme les quarrés des temps. 2.^o Que les lignes AC , AB , AO , ou leurs égales PM , $P'M'$, $P''M''$, sont entr'elles comme les temps : donc les lignes AP , AP' , AP'' , sont entr'elles comme les quarrés des lignes correspondantes PM , $P'M'$, $P''M''$; d'où, & de ce qui a été dit (*Alg.* 301), il suit évidemment que la courbe est une parabole, puisque les quarrés des ordonnées PM parallèles à la tangente AB , sont entr'eux comme les abscisses correspondantes AP .

Pour conclure avec facilité les autres propriétés de cette courbe, généralisons la construction précédente.

471. Supposons que la ligne quelconque AE (*fig.* 43) est la vîtesse imprimée, ou le nombre de pieds que le mobile décriroit par chaque seconde s'il conservoit toujours cette vîtesse; & au moment où il part du point A , concevons cette vîtesse composée de deux autres, l'une AD horizontale, & l'autre AF verticale. Il est clair que la direction de la pesanteur étant verticale ou perpendiculaire à AD , l'action de la pesanteur ne tend ni à diminuer ni

à augmenter la vitesse AD ; que par conséquent, quelque part où se trouve le mobile dans la suite de son mouvement, il conservera constamment une même vitesse parallèlement à l'horizon. Quant à la vitesse suivant AF , lorsque le mobile en vertu de sa vitesse constante parallèlement à l'horizon, se trouvera s'être avancé d'une quantité quelconque AP , il ne se trouvera pas élevé à une hauteur PN égale à celle où il seroit arrivé sans l'action de la pesanteur, mais à quelque point M plus bas, dans la même ligne verticale PN ; parce que sa vitesse dans le sens vertical étant directement contraire à celle de la pesanteur, l'espace qu'il décriroit en vertu de cette vitesse verticale, doit être diminué de tout ce que l'action de la pesanteur pourroit faire décrire à un mobile, en pareil temps.

Nommons donc V la vitesse imprimée suivant AZ , ou le nombre de pieds que le projectile décriroit uniformément, à chaque seconde, en vertu de cette vitesse; & t le temps, ou le nombre de secondes ou de parties de seconde, qu'il emploieroit à venir de A , au point quelconque N . On aura $AN = Vt$ (154).

Soit p la vitesse que la pesanteur donne en une seconde de temps; $\frac{pt^2}{2}$ fera l'espace qu'un corps

pesant décrira dans le nombre t de secondes (174). Donc si M est le point où le corps arrive réellement au bout du temps t , on aura $NM = \frac{1}{2}pt^2$.

Par le point A , menons la verticale AX ; & par le point M , la ligne MQ parallèle à la tangente AZ ; nommons AQ , x' ; & QM qui est égale à AN , y' . Nous aurons donc $x' = \frac{1}{2}pt^2$, & $y' = Vt$. Si de cette dernière équation, on tire la valeur de t , pour la substituer dans la première, on aura $x' = \frac{\frac{1}{2}py'^2}{V^2}$, ou $\frac{V^2}{\frac{1}{2}p} x' = y'^2$. Mais (176) $\frac{V^2}{2p}$ exprime la hauteur dont un corps pesant devoit tomber pour acquérir la vitesse V ; donc si on appelle h cette hauteur, on aura $\frac{V^2}{2p} = h$, & par conséquent $\frac{V^2}{\frac{1}{2}p} = 4h$; donc $4hx' = y'^2$. Donc chaque point M de la courbe AMC , a cette propriété, que le carré de l'ordonnée y' ou QM parallèle à la tangente AZ , est égal au produit de l'abscisse AQ , par une ligne constante $4h$; donc (*Alg.* 301), la courbe AMC est une parabole qui a pour diamètre, la ligne verticale AX ; qui a pour paramètre, le quadruple de la hauteur due à la vitesse de projection; & dont l'angle AQM que les ordonnées font avec ce

diamètre, est le complément de l'angle de projection ZAC ; donc connoissant la vitesse de projection & l'angle de projection, il sera facile de construire cette courbe, par ce qui a été dit (*Alg.* 302).

472. Rapportons présentement les différens points de cette ligne, à la ligne horizontale AC , en menant MP perpendiculaire sur AC .

Nommons AP , x ; PM , y ; a l'angle de projection ZAC . Dans le triangle rectangle APN , nous aurons $1 : AN :: \sin. NAP : PN :: \cos. NAP : AP$; donc $PM = Vt \sin. a$, & $AP = Vt \cos. a$; donc puisque $MN = \frac{1}{2}pt^2$, ainsi que nous l'avons vu ci-dessus, on a $PM = Vt \sin. a = \frac{1}{2}pt^2$. On a donc $x = Vt \cos. a$, & $y = Vt \sin. a - \frac{1}{2}pt^2$. Tirant de la première, la valeur de t , & la substituant dans la seconde, on aura, toute réduction faite, & en mettant pour $\frac{V^2}{\frac{1}{2}p}$, la valeur $4h$, $4hy \cos.^2 a = 4hx \sin. a \cos. a - xx$, qui nous fournit les propriétés suivantes.

473. Comme la vitesse imprimée au mobile, ne peut avoir qu'une certaine mesure, son effet dans le sens vertical, doit être épuisé au bout d'un certain temps, par l'action de la pesanteur; en sorte qu'il y aura un terme où le corps cessera de monter, pour descendre ensuite. Mais comme sa

vitesse horizontale n'est point altérée ; lorsqu'il sera arrivé au point B le plus élevé, il décrira la seconde branche BC de la même courbe, & viendra rencontrer de nouveau l'horizontale en un autre point C .

474. Pour connoître la distance AC , qu'on appelle l'*amplitude du jet*, il est visible qu'il n'y a autre chose à faire, qu'à supposer $y = 0$. On aura donc $4 h x \sin. a \cos. a - x x = 0$; qui donne $x = 0$, & $x = 4 h \sin. a \cos. a$. La première valeur de x , indique le point A ; & la seconde est celle de AC , que l'on déterminera en prolongeant XA d'une quantité $AK = 4 h$; abaissant du point K , la perpendiculaire KL sur AZ , & du point L , la perpendiculaire LC sur AC , on aura alors $AC = 4 h \sin. a \cos. a$.

Ainsi connoissant la vitesse de projection & l'angle de projection, il est très-facile de calculer l'amplitude. Par exemple, si l'on demande quelle seroit l'amplitude de la parabole décrite par un projectile lancé avec une vitesse de 150 pieds par seconde, sous un angle de 36^d . On trouvera (176) que la hauteur h due à la vitesse de 150 pieds, est $= \frac{(150)^2}{2 \times 30,2} = 372^{pi},5$; & comme le sinus de 36^d est 0,5878, le rayon étant 1; & son cosinus = 0,809; on aura $AC = 4 h \sin. a \cos. a = 1490 \times 0,5878 \times 0,809 = 708^{pi},6$; c'est-à-dire, que le corps retomberoit à la distance de 709 pieds.

475. La valeur $AC = 4 h \sin. a \cos. a$ ne change point si au lieu de l'angle a on met son complément, puisque dans ce dernier cas elle devient $AC = 4 h \cos. a \sin. a$, ainsi qu'il est évident. Or les deux valeurs a & $90^d - a$ sont également éloignées de 45^d ; donc les projections faites avec une même charge de poudre, sous des angles également éloignés de 45^d , donnent la même portée.

476. La même valeur $AC = 4 h \sin. a \cos. a$ fait encore voir que depuis 0^d jusqu'à 45^d , les portées vont toujours en augmentant; & que passé 45^d elles vont en diminuant, puisqu'il est aisé de voir que passé ce terme, les valeurs de a sont les complémens de celles qu'on avoit en deçà; donc de toutes les projections faites avec une même force de poudre, celle de 45^d donne la plus grande amplitude.

477. Puisque l'angle a est alors de 45^d dont le sinus & le cosinus sont chacun $= \sqrt{\frac{1}{2}}$, le rayon étant 1; il s'ensuit qu'alors l'amplitude devient $AC = 4 h \times \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = 4 h \times \frac{1}{2} = 2 h$; donc la plus grande amplitude est égale au double de la hauteur due à la vitesse de projection.

478. On peut aussi, en employant la méthode donnée (36), trouver le résultat auquel nous sommes parvenus (476). Il

faut donc différencier la valeur de AC , en regardant h comme constante, & a comme variable, & égaliser la différentielle à zéro. Ainsi, d'après ce qui a été dit (22 & 23), on trouvera $4 h da \cos^2 a - 4 h da \sin^2 a = 0$, d'où l'on tire $\frac{\sin^2 a}{\cos^2 a} = 1$, ou $\tan^2 a = 1$; donc $\tan a = 1$; l'angle cherché est donc celui dont la tangente est égale au rayon; c'est donc (*Géom.* 276) l'angle de 45° .

479. Si on favoit avec une exactitude suffisante quelle vitesse une quantité de poudre donnée peut imprimer à un projectile connu, il seroit donc très-facile de conclure immédiatement l'amplitude. Mais, au défaut de cette connoissance, une seule expérience suffira pour déterminer, à l'aide des principes précédens, l'amplitude de toute autre projection faite avec la même force de poudre.

En effet, supposons qu'ayant lancé un projectile avec une quantité de poudre connue, & sous une inclinaison connue, on ait mesuré l'amplitude ou la portée; il sera très-facile d'en conclure la valeur de h , puisqu'en représentant cette portée par b' , & l'angle d'inclinaison par a' , on aura $b' = 4 h \sin a' \cos a'$; donc $h = \frac{b'}{4 \sin a' \cos a'}$; si on substitue cette valeur de h dans la valeur de AC , que je représente par b , on aura $b = \frac{b' \sin a \cos a}{\sin a' \cos a'}$; d'où l'on tire $b : b' :: \sin a \cos a : \sin a' \cos a'$;

c'est-à-dire, que les portées, à inclinaisons différentes, sont comme les sinus de projection, multipliés par leurs cosinus.

480. D'après ce qui a été dit (*Géom.* 286), il est aisé de voir que $\sin. a \cos. a = \frac{1}{2} \sin. 2a$; donc $b : b' :: \sin. 2a : \sin. 2a'$, c'est-à-dire, que les portées sont entr'elles comme les sinus du double des angles de projection.

481. La portée à laquelle on est dans l'usage de comparer toutes les autres, est celle de 45 degrés; donc puisque, pour cet angle, on a $\sin. 2a = 1$, on aura $b : b' :: 1 : \sin. 2a'$, & par conséquent $b' = b \sin. 2a'$; c'est-à-dire, que la portée sous un angle quelconque, est égale à la portée sous 45 degrés, multipliée par le sinus du double de l'angle de projection.

482. C'est sous l'angle de 45 degrés qu'on éprouve ordinairement la force de la poudre, & c'est avec raison; parce que c'est aux environs de 45 degrés que les erreurs que l'on peut commettre dans la mesure de l'angle d'inclinaison, produisent le moindre effet sur l'étendue de la portée. En effet, dans l'équation $b = 4h \sin. a \cos. a$, si on suppose que l'on se trompe sur la valeur de a d'une très-petite quantité da & qu'on veuille avoir l'erreur qui en résultera sur la portée b ; il

n'y a qu'à différencier en regardant b & a comme variables, & l'on aura $db = 4hda \cos.^2 a - 4hda \sin.^2 a = 4hda (\cos.^2 a - \sin.^2 a)$. Donc l'erreur db sera d'autant plus petite, que $\sin. a$ différera moins de $\cos. a$. Or plus l'angle d'inclinaison approche de 45 degrés, & plus en effet $\sin. a$ approche de $\cos. a$; donc à 45 degrés les erreurs sur la portée, résultantes des erreurs sur l'angle d'inclinaison, sont les plus petites qu'il est possible.

483. Proposons - nous actuellement de déterminer la portée des pièces de *but en blanc*. C'est-à-dire, supposons que la pièce AB (*figure 44*) soit tellement disposée, que sa ligne de mire CD soit horizontale. Le boulet lancé suivant la direction ABG de l'axe, décrira la parabole $BLKF$ qui rencontrera la ligne de mire prolongée en deux points L & F , le premier près de la pièce, & le second F plus loin. C'est - à - dire, que le boulet parti du point B au-dessous de la ligne de mire, s'élèvera au-dessus de cette ligne, puis s'approchera pour la rencontrer au point F . Il s'agit donc de déterminer la distance horizontale DF , ou en imaginant l'horizontale BM , & la verticale FM , il s'agit de déterminer BM .

Soit a l'angle que la ligne de mire fait avec l'axe, c la distance de l'axe au point le plus élevé

D du renflement du bourlet; on aura, en abaissant la perpendiculaire *BN*, $DN = c \sin. a$, & $BN = c \cos. a = FM$.

L'angle *GBM*, qui est ici l'angle de projection, est égal à l'angle *BED*, & par conséquent $= a$.

Cela posé, l'équation de la courbe *BKF* (472) étant $4 hy \cos.^2 a = 4 hx \sin. a \cos. a - xx$; il est clair que pour avoir *BM*, il ne s'agit que de substituer dans cette équation, au lieu de *y*, la valeur *FM* ou $c \cos. a$, & en tirer la valeur de *x*. On aura donc $4 hc \cos.^3 a = 4 hx \sin. a \cos. a - xx$, qui donne $x = 2 h \sin. a \cos. a \pm \sqrt{(4 hh \sin.^2 a \cos.^2 a - 4 hc \cos.^3 a)}$. Mais comme l'angle *a* est fort petit, il n'y a pas de différence sensible entre son cosinus & le rayon, ainsi on peut écrire $x = 2 h \sin. a \pm \sqrt{(4 hh \sin.^2 a - 4 ch)} = 2 h \sin. a \pm 2 h \sin. a \sqrt{(1 - \frac{c}{h \sin.^2 a})}$. Or comme *h* est toujours une quantité fort grande en comparaison des dimensions de la pièce, la quantité $\frac{c}{h \sin. a}$ est toujours fort petite, & l'on peut par conséquent (*Alg.* 133) prendre pour valeur suffisamment approchée de $\sqrt{(1 - \frac{c}{h \sin.^2 a})}$, la quantité $1 - \frac{c}{2 h \sin.^2 a}$; on aura donc $x = 2 h \sin. a \pm$

$2 h \sin. a \left(1 - \frac{c}{2 h \sin.^2 a} \right)$ qui donne ces deux valeurs de x , $x = 4 h \sin. a - \frac{c}{\sin. a}$, & $x = \frac{c}{\sin. a}$, dont la dernière donne la distance BO , & la première, la distance BM ou la portée de *but en blanc*.

Si nous mettons au lieu de h , la valeur trouvée (477), nous aurons pour la portée de *but en blanc*, la quantité $x = 2 b \sin. a - \frac{c}{\sin. a}$, b étant la portée à 45 degrés.

Ainsi pour la pièce de 12 légère, dont la portée est d'environ 1800 toises sous 45 degrés; & dont (*Géom.* 301) l'angle de la ligne de mire avec l'axe, est de $0^d 58'$, & $c = 4^{po.}, 926 = 0^{pi.}, 4105 = 0^{toi.}, 0684$, on aura $x = 3600 \times \sin. 0^d 58' - \frac{0,0684}{\sin. 0^d 58'} = 3600 \times 0,01687 - \frac{0,0684}{0,01687} = 57$ toises à peu près.

Cette portée diffère beaucoup de la portée de *but en blanc*, connue par l'expérience; & cela doit être ainsi; car la portée de 1800 toises sous 45 degrés, que nous employons pour déterminer la portée de *but en blanc*, est beaucoup au-dessous de ce qu'elle feroit dans le vide, & que pour des portées aussi fortes dans l'air, le calcul dans la parabole, feroit tout-à-fait illusoire. Nous en verrons la preuve dans peu.

484. L'équation $4 hy \cos.^2 a = 4 hx \sin. a \cos. a - xx$, renfermant quatre quantités, fournit la solution de quatre questions différentes, dans lesquelles

trois de ces quatre quantités feroient données. De ces quatre questions, nous n'examinerons que la suivante.

Connoissant la force de la poudre, la distance horizontale & la hauteur verticale d'un but proposé, trouver l'inclinaison qu'on doit donner au mortier, pour atteindre ce but.

Soit M (fig. 45) le but proposé. Ayant imaginé la perpendiculaire MP ; on doit regarder la distance AP , & l'angle MAP , comme connus. Soit donc l'angle $MAP = b$, & la distance $AP = c$; on aura $MP = \frac{c \sin. b}{\cos. b}$. On a donc pour le point M , $x = c$, & $y = \frac{c \sin. b}{\cos. b}$. Substituant ces valeurs, dans l'équation en x & y , on a $4h \sin. b \cos.^2 a = 4h \sin. a \cos. a \cos. b - c \cos. b$; mais (Géom. 287), on a $\cos. 2a = \cos. a \cos. a - \sin. a \sin. a = \cos.^2 a - \sin.^2 a = \cos.^2 a - 1 + \cos.^2 a = 2 \cos.^2 a - 1$; donc $\cos.^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos. 2a$. Et (Géom. 286) $\sin. 2a = \sin. a \cos. a + \sin. a \cos. a = 2 \sin. a \cos. a$; donc $\sin. a \cos. a = \frac{1}{2} \sin. 2a$.

Substituant ces valeurs, on a $2h \sin. b + 2h \sin. b \cos. 2a = 2h \sin. 2a \cos. b - c \cos. b$, ou $2h \sin. 2a \cos. b - 2h \sin. b \cos. 2a = 2h \sin. b + c \cos. b$, ou (Géom. 286) $2h \sin.$

$(2a - b) = 2h \sin. b + c \cos. b$; donc enfin
 $\frac{2h}{\cos. b} \sin. (2a - b) = \frac{2h \sin. b}{\cos. b} + c$, qui
 donne la construction suivante.

Ayant élevé sur AM la perpendiculaire indéfinie AE ; du milieu D de $AK = 4h$, on mènera sur AK la perpendiculaire DE qui coupera AE en un point E duquel , comme centre , & du rayon EA , on décrira l'arc $ANN'K$, & ayant prolongé PM jusqu'à ce qu'elle rencontre cet arc aux points N & N' , si on tire ANZ , $AN'Z'$, ces lignes seront les deux directions suivant lesquelles un mobile étant lancé avec une vitesse dûe à la hauteur h , peut également arriver au point M .

En effet , il est facile de voir que l'angle EAD du triangle rectangle ADE , est égal à MAP . Donc puisque $AD = 2h$, on a $ED = \frac{2h \sin. b}{\cos. b}$; & puisque $AP = c$, on a donc $ED + AP$, ou $EI = \frac{2h \sin. b}{\cos. b} + c$; donc $\frac{2h \sin. (2a - b)}{\cos. b} = EI$. Mais dans le même triangle ADE , on a $AE = \frac{2h}{\cos. b}$; donc $AE \sin. (2a - b) = EI$.

Concevons l'arc KNA prolongé jusqu'à ce qu'il

qu'il rencontre en G , la verticale GE ; & des points N & N' , menons les perpendiculaires NL , $N'L'$. Dans le triangle NEL , on a $NE : NL$, ou $AE : EI :: 1 : \sin. NEG$; donc $AE \times \sin. NEG = EI$; donc on a aussi $\sin. (2a - b) = \sin. NEG$; & $2a - b = NEG = NEA + b$; donc $a = \frac{1}{2} NEA + b$. Mais à cause que l'angle NAM a son sommet à la circonférence, & que AM est tangente, on a $NAM = \frac{1}{2} NEA$; d'ailleurs l'angle $MAP = b$; donc $a = NAM + MAP = NAP$; donc le point N satisfait à la question.

On prouvera de même, que le point N' y satisfait aussi; parce que dans le triangle $N'EL'$ on a $N'E : N'L'$ ou $AE : EI :: 1 : \sin. N'EL'$ ou $:: 1 : \sin. N'EG$; donc $AE \sin. N'EG = EI$; donc aussi $\sin. (2a - b) = \sin. N'EG$, & $2a - b = N'EG = N'EA + b$; donc $a = \frac{1}{2} N'EA + b = N'AM + MAP = N'AP$.

Si le but étoit au-dessous du niveau de la batterie, on feroit b négatif.

485. Ainsi avec une même force de projection, on peut toujours faire tomber un projectile sur un même but M , suivant deux directions différentes, pourvu que AP n'excède pas DR . La

Mécanique, II.^e Partie. K

direction AN' est la plus avantageuse lorsqu'il s'agit d'écraser avec la bombe, des édifices ou autres objets. La direction AN est préférable lorsqu'on ne veut que renverser, & que le projectile après avoir rencontré le but, puisse encore en se relevant, ravager à quelque distance en formant des *Ricochets*.

486. Déterminons présentement le temps que le projectile emploie à parvenir au but proposé.

L'équation $x = V t \cos. a$ fournit l'expression très-simple $t = \frac{x}{V \cos. a}$. Substituant dans cette expression, pour x sa valeur c , & pour V sa valeur $\sqrt{(2ph)}$, on aura $t = \frac{c}{\cos. a \sqrt{(2ph)}}$. Or nous avons vu ci-dessus, comment on détermine h , par expérience; & nous savons que $p = 30^{pi}, 2$.

L'expression générale du temps, que nous venons de donner, peut servir à régler les fusées des bombes.

487. Enfin si l'on veut savoir quelle est la plus grande hauteur DB (*fig. 43*) à laquelle le projectile pourra s'élever, on remarquera que DB étant alors un *maximum*, sa différentielle (36) doit être zéro. On différenciera donc l'équation $4 h y \cos.^2 a = 4 h x \sin. a \cos. a - x x$, en regardant y & x seules comme variables, &

égalant dy à zéro, on aura $4 h dx \sin. a \cos. a - 2 x dx = 0$; d'où l'on tire $x = 2 h \sin. a \cos. a$. Cette valeur de x étant substituée dans l'équation, donne $y = h \sin.^2 a = BD$. Disons un mot des *Ricochets*.

488. Le *Ricochet* est ce mouvement par lequel un projectile après avoir rencontré un obstacle quelconque, se relève, se réfléchit pour recommencer un mouvement semblable à celui qu'il avoit d'abord. Plus la direction suivant laquelle le mobile est lancé, fait un petit angle avec l'horizon, & plus (toutes choses d'ailleurs égales) le projectile est dans le cas de faire ricochet; parce qu'alors la force de projection s'exerce presque toute entière dans le sens horizontal, & ne peut être consumée par la résistance de l'air & les autres obstacles, qu'en beaucoup plus de temps. Si le projectile étoit sans ressort; que la surface sur laquelle il tombe, fût horizontale & sans flexibilité, il ne pourroit y avoir de ricochet; parce que la vitesse du projectile arrivant en C (*fig. 46*) suivant la direction quelconque MC , se décomposeroit en deux autres, dont l'une QC perpendiculaire à la surface, seroit purement & simplement détruite sans aucune restitution, puisqu'il n'y a point de ressort; l'autre vitesse PC subsisteroit, abstraction faite du

frottement & de la résistance de l'air , & le corps glisseroit le long de CZ .

489. Mais si au point C (*fig. 47*) où le mobile rencontre la surface, il se trouve une éminence CE ; le mouvement suivant MC se décomposera en un mouvement QC perpendiculaire à la surface CE de cette éminence, & un autre PC suivant cette surface, par lequel le mobile s'avancera suivant la direction PE , & pourra décrire en quittant le point E une nouvelle courbe de même nature que celle qu'il auroit décrite s'il eût été lancé au point E , suivant CE avec la même vitesse, en sorte qu'il s'élèvera jusqu'à un certain terme, puis reviendra rencontrer encore la surface en un autre point I , où il pourra recommencer un mouvement semblable si les circonstances sont semblables.

490. Le ricochet, dont nous venons de parler, dépend donc de la position de l'obstacle que le mobile rencontre. Mais si l'obstacle est flexible ou mobile, comme la terre, l'eau, &c. il peut y avoir ricochet, quand même la surface seroit parfaitement horizontale. En effet, par la vitesse verticale QC (*fig. 48*) le mobile tend à s'enfoncer, & s'enfonce plus ou moins, selon la nature de l'obstacle, tandis qu'avec la vitesse PC , il laboure

le terrain, & forme un fillon dont la profondeur augmente jusqu'à ce que la vîtesse verticale QC soit éteinte. Alors par la vîtesse restante dans le sens horizontal, il refoule devant lui la matière qui s'oppose, & l'écarte pour se frayer un passage du côté où il éprouve le moins de résistance; dans ce refoulement, la cavité du fillon devient à l'égard du mobile, ce que la surface CE de la *fig. 47* étoit dans le cas précédent. Or comme la facilité de sortir est évidemment d'autant plus grande (toutes choses d'ailleurs égales) que la profondeur totale du fillon sera moins grande; & que cette profondeur dépend de la vîtesse verticale QC , qui sera d'autant plus petite que l'angle MCP sera plus petit, ou que l'angle de projection RAZ , aura été plus petit; on voit comment la facilité du ricochet dépend de ce que l'angle de projection soit petit.

491. Le ricochet dépend encore beaucoup de la figure du projectile. S'il s'agit, par exemple, d'un ricochet sur l'eau, & que le projectile soit sphérique, il faut pour qu'il puisse y avoir ricochet, que la vîtesse MC soit telle que la vîtesse verticale QC puisse être consumée avant que le diamètre vertical soit entièrement plongé; car dès qu'une fois celui-ci est entièrement plongé, la résistance

de l'eau agit également de part & d'autre de la direction du mobile, enforte qu'il ne peut plus être détourné que par l'action de la pesanteur qui ne tend elle-même qu'à empêcher le ricochet.

492. Comme l'enfoncement ne se fait que successivement, il est facile de voir que pendant la durée de cet enfoncement, le centre décrit une ligne courbe; parce que la direction suivant laquelle se fait la résistance, change continuellement. Par exemple, si lorsque le centre C (fig. 49) après avoir décrit la trace quelconque PC tend à se mouvoir suivant le prolongement CI de sa direction actuelle, on imagine deux tangentes BR , DS parallèles à cette direction; il est évident qu'il n'y a que la partie BVL qui éprouve la résistance; & que si le corps est sphérique, la résultante CK de toutes les résistances faites sur les différens points de BVL , aura une direction qui tend à élever le corps au-dessus de CI ; enforte qu'en imaginant le parallélogramme $CIEK$, CE fera la route que le corps prendra pendant un instant au lieu de CI , abstraction faite de la pesanteur.

493. Enfin si le mobile & l'obstacle sont flexibles; s'ils sont à ressort; ces circonstances peuvent encore contribuer à faciliter le ricochet. Pour en donner un exemple, prenons un cas très-simple; supposons que

le mobile seul est flexible & à ressort, & que ce ressort soit parfait; faisons de plus, abstraction de la pesanteur. A l'instant où le mobile lancé suivant AC (*fig. 50*) vient toucher la surface, sa vitesse se décompose en une vitesse horizontale QC qui subsistera toujours la même, s'il n'y a point de frottement, & point de résistance de la part du milieu dans lequel le corps se trouve. Quant à la vitesse perpendiculaire ou verticale PC , elle comprime le corps, & ne s'éteignant que successivement tandis que la vitesse horizontale subsiste, il est clair que le centre C s'approche du plan HZ par des degrés qui vont toujours en décroissant, tandis que ceux par lesquels il s'avance parallèlement à HZ , demeurent les mêmes. Donc si l'on conçoit qu'à chaque instant on forme un parallélogramme dont le côté horizontal soit au côté vertical, comme la vitesse horizontale est à la vitesse restante dans le sens vertical, la diagonale de ce parallélogramme qui doit, pour chaque instant, marquer la route du centre, fera différente, & différemment située à chaque instant, en sorte que le centre C s'approchera de HZ en décrivant une ligne courbe pendant le temps de la compression. Lorsque la compression cessera de se faire, le centre C sera mu pendant un instant, sur la tangente parallèle à HZ ; après quoi le ressort se débandant, restituera

au corps des degrés de vitesse par lesquels le centre tendra à s'écarter du plan, de la même manière qu'il s'en est approché pendant la compression, & décrira la seconde branche RO parfaitement égale à RC . Enfin lorsqu'il sera arrivé au point O éloigné de HZ d'une quantité égale au rayon IC , il se mouvra suivant la tangente OT située de la même manière que AC ; c'est-à-dire, que le choc oblique d'un corps à ressort contre un plan inflexible & inébranlable, se fait (abstraction faite de la pesanteur) de manière que l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence; chacun de ces deux angles étant mesuré par celui que font, avec le plan horizontal, les tangentes aux extrémités C & O de la courbe que le centre décrit pendant la compression & la restitution du ressort; courbe qui est d'autant plus petite, que cette compression & restitution approchent plus d'être instantanées.

494. Si l'on a égard à la pesanteur, & que BD soit la ligne suivant laquelle le corps est lancé; il décrira la portion DC de parabole dont AC est la tangente, jusqu'à ce qu'il touche le plan; puis lorsque la compression aura cessé, il décrira une autre portion OS de parabole, parfaitement égale à la première, & posée de la même manière.

495. Le frottement contribue encore à la facilité du ricochet, parce qu'il occasionne dans le mobile une rotation qui le met à même de surmonter plus facilement les obstacles; c'est ce qu'on verra encore mieux quand nous aurons parlé du frottement. Telles sont les causes & les circonstances principales des ricochets.

Quant à la nature de la courbe que décrit le projectile en s'enfonçant, & au rapport de l'angle d'incidence avec l'angle de réfraction; il faudroit connoître la loi de la résistance du milieu dans lequel s'enfonce le projectile. Et il n'y a guère que les fluides proprement dits où cette loi soit connue; mais les équations qui peuvent servir à déterminer ce mouvement dans les fluides, ne paroissant pas susceptibles d'intégration par les méthodes connues, nous n'entreprendrons pas de traiter cette matière plus rigoureusement.

Du mouvement des Projectiles dans les milieux résistans.

496. Nous venons de voir que lorsque le milieu ne résiste pas, la courbe que décrivent les projectiles, est une parabole; & que connoissant une seule portée faite sous un angle connu, on peut