

www.e-rara.ch

Cours de mathématiques à l'usage du corps de l'artillerie

Bézout, Étienne

Paris, 1799-1800

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 8774

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-9004>

Des diviseurs commensurables des équations.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

y , a , b et c comme connues, donnera pour chaque valeur de y , deux valeurs de x . Et comme l'équation $y^2 - 1 = 0$, ou $y^2 = 1$, donne pour y , les deux valeurs $y = 1$, et $y = -1$, en mettant successivement ces deux valeurs pour y , on aura les quatre valeurs de x .

Des Diviseurs commensurables des Équations.

164. Lorsque parmi les racines de l'équation, il doit y en avoir de commensurables, on peut les avoir plus facilement que par la résolution générale de l'équation, d'après les réflexions et la méthode suivante.

165. Comme le dernier terme d'une équation est le produit de toutes les racines (148), aucun nombre ne peut donc être la valeur commensurable de x dans une équation, qu'autant qu'il sera diviseur exact du dernier terme. On pourroit donc prendre successivement tous les diviseurs du dernier terme, et les substituer successivement tant en $+$ qu'en $-$, (car x peut avoir aussi - bien des valeurs négatives comme des positives), au lieu de x dans l'équation : alors le diviseur qui, substitué ainsi, réduiroit toute l'équation à zéro, seroit la valeur de x .

Mais cette opération seroit souvent très-longue; nous allons faire voir à quel caractère on distingue

ceux qu'on doit admettre et ceux qu'on doit rejeter ; mais auparavant , il faut exposer comment on trouve tous les diviseurs d'un nombre.

166. Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre , il faut le diviser successivement par les nombres premiers par lesquels il pourra être divisé , en commençant par les plus simples , et continuer de diviser par le même nombre tant que cela se pourra. Alors on écrit à part et sur une même ligne tous ces nombres premiers , et chacun autant de fois qu'il a pu diviser. On les multiplie ensuite , deux à deux , trois à trois , quatre à quatre , etc. ces produits et les nombres premiers qu'on a trouvés , et l'unité , forment tous les diviseurs cherchés.

Par exemple , veut-on avoir tous les diviseurs de 60.

Je divise 60 par 2 , ce qui me donne 30 ; je divise 30 par 2 , ce qui me donne 15 ; je divise 15 par 3 , ce qui me donne 5 ; enfin je divise 5 par 5 , ce qui me donne 1. Ainsi les diviseurs premiers sont 2 , 2 , 3 , 5 ; je les multiplie deux à deux , ce qui me donne 4 , 6 , 10 , 6 , 10 , 15.

Je les multiplie trois à trois , et j'ai , 12 , 20 , 30 , 30 ; enfin les multipliant quatre à quatre , j'ai 60.

Rassemblant tous ces diviseurs , en rejetant cependant ceux qui se trouvent répétés , j'ai , en y comprenant l'unité qui est diviseur de tout nombre ,

1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 10 , 12 , 15 , 20 , 30 , 60.

167. Supposons maintenant qu'on veut avoir les diviseurs commensurables d'une équation, lorsqu'elle en a. Par exemple, d'une équation du quatrième degré, représentée généralement par $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$. Représentons ce diviseur par $x + a$; alors l'équation proposée peut donc (151) être considérée comme ayant été formée de la multiplication de $x + a$ par un facteur du troisième degré, tel que $x^3 + kx^2 + mx + n$; multiplions donc ces deux facteurs l'un par l'autre; nous aurons

$$\begin{aligned} x^4 + kx^3 + mx^2 + nx + an &= 0 \\ + ax^3 + akx^2 + amx, \end{aligned}$$

qui devant être la même chose que $x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$, donne les équations suivantes, $k + a = p$, $m + ak = q$, $n + am = r$, $an = s$, ou $n = \frac{s}{a}$, $m = \frac{r - n}{a}$, $k = \frac{p - m}{a}$,
 $1 = \frac{p - k}{a}$.

Supposons donc maintenant qu'ayant pris pour a un des diviseurs du dernier terme, je veux savoir s'il peut être admis; les équations $n = \frac{s}{a}$, $m = \frac{r - n}{a}$, etc. me disent; divisez le dernier terme de l'équation par ce diviseur; retranchez le quotient, du coefficient de x , et divisez le reste par ce même diviseur; retranchez ce second quotient du coefficient de x^2 , et divisez le reste,

encore , par le même diviseur ; et continuez toujours de même jusqu'à ce que vous soyez arrivé au coefficient du second terme de l'équation , pour lequel vous devez trouver 1 pour quotient. Si le diviseur que vous avez pris , satisfait à toutes ces divisions , il peut sûrement être pris pour a ; mais si l'une seulement de ces divisions ne peut être faite exactement , le nombre que vous avez choisi doit être rejeté.

Comme l'unité est toujours diviseur de tout nombre , il est visible qu'il faudra aussi tenter l'unité , tant en $+$ qu'en $-$; mais on aura plutôt fait pour celle-ci de l'examiner en substituant successivement $+1$ et -1 au lieu de x dans l'équation ; substitution qui est très-facile , puisque toute puissance de $+1$ est $+1$, et que toute puissance paire de -1 est $+1$, et toute puissance impaire , -1 . Si ni l'une ni l'autre de ces deux substitutions ne donnent 0 pour résultat , alors a ne peut être ni $+1$, ni -1 .

Cela posé , voici comment on procédera à l'examen de tous les diviseurs du dernier terme , autres que l'unité.

Supposons qu'on demande si l'équation $x^4 - 9x^3 + 23x^2 - 20x + 15 = 0$, a quelque diviseur commensurable ; je cherche les diviseurs du dernier terme 15 , autres que l'unité ; les ayant trouvés , je les écris par ordre de

grandeur (en les prenant tant en + qu'en —), comme on le voit ici à la première ligne des nombres.

$$x^4 - 9x^3 + 23x^2 - 20x + 15 = 0.$$

$$\begin{array}{r} \text{Diviseurs de 15...} + 15, + 5, + 3, - 3, - 5, - 15 \\ + 1, + 3, + 5, - 5, - 3, - 1 \\ - 21, - 23, - 25, - 15, - 17, - 19 \\ + 5 \\ + 18 \\ - 6 \\ - 3 \\ + 1 \end{array}$$

Je divise le dernier terme + 15 par chacun des nombres de la première ligne, et j'écris les quotiens, pour seconde ligne.

Je retranche chaque terme de la seconde ligne, du coefficient de x , c'est-à-dire, de — 20, et j'écris les restes pour la troisième ligne.

Je divise chaque terme de celle-ci par le terme correspondant de la première ligne, et à mesure que je trouve un quotient exact, je l'écris. Ici je n'en trouve qu'un, savoir + 5; ainsi je suis sûr qu'il ne peut y avoir qu'un diviseur commensurable. Mais soit qu'il n'y ait qu'un quotient exact, soit qu'il y en ait plusieurs, on continuera en cette manière.

Je retranche chaque quotient, du coefficient 23 de x^2 , et j'écris les restes pour cinquième ligne; c'est ici + 18.

Je divise, de même que ci-devant, chacun de ces restes par le terme correspondant de la première ligne, et j'écris chaque quotient au-dessus; c'est ici — 6.

Je retranche chacun de ces nouveaux quotiens, du coefficient — 9 de x^3 ; j'écris les restes au-dessous; c'est ici — 3.

Enfin je divise ceux-ci, encore par le terme correspondant de la première suite. Je trouve pour quotient + 1;

d'où je conclus que le terme correspondant -3 , de la première ligne est a ; et que par conséquent le diviseur $x + a$, est $x - 3$; c'est-à-dire, que $x - 3$ divise l'équation; donc $x = 3$ est la valeur commensurable de x dans l'équation proposée.

De la manière d'approcher des racines des Équations composées.

168. La méthode que nous allons exposer pour approcher de la valeur de l'inconnue dans les équations, suppose qu'on ait déjà une valeur de cette racine, approchée seulement jusqu'à sa dixième partie près. Voyons donc comment on peut se procurer cette première valeur. Prenons pour exemple, l'équation $x^3 - 5x + 6 = 0$.

Je substitue dans cette équation, au lieu de x , plusieurs nombres, tant positifs que négatifs, jusqu'à ce que deux substitutions consécutives me donnent deux résultats de signes contraires. Lorsque j'en ai rencontré deux de cette qualité, je conclus que la valeur de x est entre les deux nombres qui, substitués au lieu de x , ont donné ces deux résultats, en sorte que si ces deux nombres ne diffèrent l'un de l'autre que de la dixième partie de l'un d'entre eux, j'ai la valeur approchée que je cherche, en prenant l'un ou l'autre, ou un milieu entre eux.

Mais s'ils diffèrent davantage, alors j'opère comme on va le voir.

Je substitue dans l'équation $x^3 - 5x + 6 = 0$, les nombres 0, 1, 2, 3, 4, etc. mais je m'aperçois bientôt qu'ils donnent tous des résultats positifs, et que cela iroit