

**www.e-rara.ch**

**Essay d'analyse sur les jeux de hazard**

**Montmort, Pierre Rémond de**

**Paris, 1713**

**ETH-Bibliothek Zürich**

Shelf Mark: Rar 5489

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-9173>

Preface.

---

**www.e-rara.ch**

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

---

**Nutzungsbedingungen** Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

**Terms of Use** This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

**Conditions d'utilisation** Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

**Condizioni di utilizzo** Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]



## P R E F A C E.



L y a long-temps que les Geometres se vantent de pouvoir par leurs methodes découvrir dans les Sciences naturelles, toutes les verités qui sont à la portée de l'esprit humain ; & il est certain que par le merveilleux alliage qu'ils ont fait depuis cinquante ans de la Geometrie avec la Physique, ils ont forcé les hommes à reconnoître que ce qu'ils disent à l'avantage de la Geometrie n'est pas sans fondement. Quelle gloire seroit-ce pour cette Science si elle pouvoit encore servir à regler les jugemens & la conduite des hommes dans la pratique des choses de la vie !

L'aîné de Messieurs Bernoulli si connu l'un & l'autre dans le monde sçavant, n'a pas cru qu'il fût impossible de porter la Geometrie jusqu'à ce point. Il avoit entrepris de donner des Regles pour juger de la probabilité des événemens futurs, & dont la connoissance nous est cachée, soit dans les Jeux, soit dans les autres choses de la vie où le hazard seul a part. Le titre de cet Ouvrage devoit

\* ij

*Cette préface a été  
entièrement corrigée  
à la 1<sup>re</sup> édition en 1708.*

être *De arte conjectandi, l'art de deviner*. Une mort prématurée ne lui a pas permis d'y mettre la dernière main.

Année 1705,  
page 148.  
Année 1706,  
page 81.

Monsieur de Fontenelle & Monsieur Saurin ont donné chacun une courte Analyse de ce Livre; le premier dans l'Histoire de l'Académie; l'autre dans les Journaux des Sçavans de France. Voici, selon ces deux Auteurs, quel étoit le plan de cet Ouvrage. M. Bernoulli le divisoit en quatre Parties; dans les trois premières il donnoit la solution de divers Problèmes sur les Jeux de hazard: on devoit y trouver plusieurs choses nouvelles sur les suites infinies, sur les combinaisons & les changemens d'ordre, avec la solution des cinq Problèmes proposés depuis long-temps aux Geometres par M. Hugen. Dans la quatrième Partie, il employoit les methodes qu'il avoit données dans les trois premières, à résoudre diverses questions morales, politiques & civiles.

On ne nous a point appris quels sont les Jeux dont cet Auteur déterminoit les partis, ni quels sujets de politique & de morale il avoit entrepris d'éclaircir; mais quelque surprenant que soit ce projet, il y a lieu de croire que ce sçavant Auteur l'auroit parfaitement executé. M. Bernoulli étoit trop supérieur aux autres pour vouloir en imposer, il étoit de ce petit nombre d'hommes rares qui sont propres à inventer, & je me persuade qu'il auroit tenu tout ce que promettoit le titre de son Livre.

Rien ne retarde plus l'avancement des Sciences, & ne met un plus grand obstacle à la découverte des vérités cachées, que la défiance où nous sommes de nos forces. La plûpart des choses qui paroissent impossibles ne le sont que faute de donner à l'esprit humain toute l'étendue qu'il peut avoir.

Plusieurs de mes Amis m'avoient excité, il y a déjà long-temps, à essayer si l'Algebre ne pourroit point atteindre à déterminer quel est l'avantage du Banquier dans le Jeu du Pharaon. Je n'avois jamais osé entreprendre cette recherche, car je sçavois que le nombre de tous les divers arrangemens possibles de cinquante-deux cartes, surpasse plus de cent mille millions de fois celui des grains de sable que pourroit contenir le globe de la terre; & il ne me paroissoit pas possible de démêler, dans un nombre si vaste, les arrangemens qui sont avantageux au Banquier, d'avec ceux qui lui sont contraires ou indifferens. Je ferois encore dans ce préjugé si les succès de son M Bernoulli ne m'eussent invité il y a quelques années à chercher les differens hazards de ce Jeu. Je fus plus heureux que je n'avois osé espérer, car outre la solution generale de ce Problème, j'apperçus les routes qu'il falloit tenir pour en découvrir une infinité de pareils, ou même de beaucoup plus difficiles. Je connus qu'on pouvoit aller fort loin dans ce pays où personne n'avoit encore été; je me flattai qu'on pouvoit y

faire une ample recolte de verités également curieuses & nouvelles : cela me donna la pensée de travailler à fond sur cette matiere, & le desir de dédommager en quelque sorte le Public de la perte qu'il feroit s'il étoit privé de l'excellent Ouvrage de M. Bernoulli. Diverses reflexions m'ont confirmé dans ce dessein.

C'est particulièrement dans les Jeux de hazard que paroît la foiblesse de l'esprit humain & la pente qu'il a à la superstition. Rien n'est si ordinaire que de voir des Joueurs attribuer leur malheur aux personnes qui les approchent, & à d'autres circonstances qui ne sont pas moins indifférentes aux événemens du jeu. Il y en a qui se font une loi de ne prendre que des cartes qui gagnent, dans la pensée qu'un certain bonheur leur est attaché. D'autres au contraire s'attachent à prendre les cartes perdantes, dans l'opinion qu'ayant plusieurs fois perdu, il est moins vrai-semblable qu'elles perdront encore, comme si le passé pouvoit décider quelque chose pour l'avenir. Il y en a qui affectent certaines places & certains iours. On en voit qui refusent de mêler les cartes, si ce n'est dans certaines situations, & qui croiroient perdre infailliblement s'ils s'étoient en cela écartez de leurs regles. Enfin la plûpart cherchent leurs avantages où ils ne sont pas, ou bien ils les negligent entierement.

On peut dire à peu près la même chose de la conduite des hommes dans toutes les actions de

la vie où le hazard a quelque part. Ce sont les mêmes préjugés qui les gouvernent, c'est l'imagination qui regle leurs démarches, & qui fait naître aveuglément leurs craintes & leurs esperances. Souvent ils abandonnent un petit bien certain pour courir temerairement après un plus grand bien, dont l'acquisition est comme impossible; & souvent par trop de défiance ils renoncent à des esperances considerables & bien fondées, pour se conserver un bien dont la valeur n'a point de proportion avec celui qu'ils negligent. Le principe general de ces préjugés & de ces erreurs est que la plûpart des hommes attribuant la distribution des biens & des maux, & generalement tous les événemens de ce monde à une puissance fatale qui agit sans ordre & sans regle, ils croyent qu'il vaut autant s'abandonner à cette Divinité aveugle, qu'on nomme Fortune, que de la forcer à leur être favorable en suivant des regles de prudence qui leur paroissent imaginaires.

J'ai donc cru qu'il seroit utile, non seulement aux Joueurs, mais aux hommes en general, de sçavoir que le hazard a des regles qui peuvent être connues, & que faute de connoître ces regles ils font tous les jours des fautes, dont les suites fâcheuses leur doivent être imputées avec plus de raison qu'au destin qu'ils accusent. Je pourrois rapporter en preuve une infinité d'exemples tirés ou des Jeux, ou des autres choses de la vie dont

l'événement dépend du hazard. Il est certain que les hommes ne se servent point assez de leur esprit pour obtenir ce qu'ils desirent même avec le plus d'ardeur, & qu'ils ne font point assez d'efforts pour ôter à la Fortune ce qu'ils pourroient lui soustraire par les regles de la prudence.

On a cru que cette matiere pourroit exciter la curiosité de ceux même qui en ont le moins pour les connoissances abstraites. L'on aime naturellement à voir clair dans ce qu'on fait, même indépendamment de tout intérêt. On joueroit sans doute avec plus d'agrément si l'on pouvoit sçavoir à chaque coup l'esperance qu'on a de gagner, ou le risque que l'on court de perdre. On seroit plus tranquile sur les événemens du jeu, & on sentiroit mieux le ridicule de ces plaintes continuelles auxquelles se laissent aller la plûpart des Joueurs dans les rencontres les plus communes, lorsqu'elles leur sont contraires.

Si la connoissance exacte des hazards du jeu ne suffit pas seule aux Joueurs pour les faire gagner, elle peut au moins servir à leur faire prendre le meilleur parti dans les choses douteuses, & ce qui est fort important, à leur apprendre jusqu'à quel point sont defavantageuses pour eux les conditions de certains Jeux que l'avarice & l'oïveté introduisent tous les jours. Pour moi je crois que si les Joueurs sçavoient que lorsqu'ils mettent au Pharaon un louis de treize livres sur une carte qui a passé trois fois, le talon n'étant plus que

que de douze cartes, ils font précisément la même chose que s'ils donnoient en pur don une livre un sol & huit deniers au Banquier, il y en auroit peu qui voulussent tenter la Fortune avec tant de defavantage.

La conduite des hommes fait le plus souvent leur bonne ou leur mauvaise fortune, & les gens sages donnent au hazard le moins qu'ils peuvent.

Nous ne pouvons connoître l'avenir, mais nous pouvons toujours dans les Jeux de hazard, & souvent dans les autres choses de la vie, connoître avec exactitude combien il est plus probable que certaine chose arrivera de telle façon plutôt que de toute autre ! Et puisque ce sont là les bornes de nos connoissances, nous devons au moins tâcher d'y atteindre.

Tout le monde sçait qu'au défaut de l'évidence, nous devons chercher la vrai-semblance pour nous approcher de la verité; mais on ne sçait point assez qu'il y a des vrai-semblances plus grandes & plus petites à l'infini, & que l'esprit pour être bon juge, en doit distinguer tous les degrés, puisqu'il arrive souvent qu'une chose étant incertaine, il est néanmoins certain & même évident qu'elle est vrai-semblable, & plus vrai-semblable que toute autre.

Il paroît qu'on ne s'est point assez apperçu jusqu'à présent qu'on pût donner des regles infailibles pour calculer les differences qui se trouvent entre diverses probabilités.

On a voulu donner dans cet Ouvrage un essai de ce nouvel art, en l'appliquant à une matiere qui a été jusqu'ici dans une grande obscurité, & qui ne paroît susceptible d'aucune précision. On a crû qu'elle étoit plus propre que toute autre à donner de l'estime pour l'Analyse, cet art merveilleux qui est la clef de toutes les Sciences exactes, & qui n'est apparemment negligé que parcequ'on ne connoît point assez l'étendue de ses usages; car au lieu qu'on n'a employé jusqu'ici l'Algebre & l'Analyse qu'à découvrir des rapports constans & immuables entre des nombres & des figures, on s'en sert ici pour découvrir des rapports de probabilité entre des choses incertaines & qui n'ont rien de fixe, ce qui semble fort opposé à l'esprit de la Geometrie, & en quelque façon hors de ses regles. C'est ce que fait judicieusement sentir l'illustre Auteur de l'Histoire de l'Academie dans l'endroit que j'ai déjà cité. *Il n'est pas si glorieux, dit-il, à l'esprit de Geometrie de regner dans la Physique que dans les choses de morale, si casuelles, si compliquées, si changeantes. Plus une matiere lui est opposée & rebelle, plus il a d'honneur à la dompter.*

Je divise ce Traité en quatre Parties: la premiere renferme une theorie complete des combinaisons; je donne dans la seconde la solution de divers Problèmes sur les Jeux de cartes qui sont en usage; j'examine d'abord ceux qui sont de pur hazard, tels que le Pharaon, la Bassete, le Lansquenier & le Treize; je détermine quel est l'avantage ou le desavantage des Joueurs dans toutes les circon-

stances possibles de ces Jeux. Les Geometres trouveront dans la solution de ces Problèmes toute la generalité qu'ils pourront souhaiter ; & les Joueurs y rencontreront des nouveautés fort singulieres, dont il leur est important d'être instruits. L'on s'est borné à examiner ces quatre Jeux pour ne point faire un trop gros Volume, & on les a preferés aux autres parce qu'ils sont plus en usage, & qu'ils m'ont paru les plus curieux. Le reste de cette seconde Partie contient les solutions de divers Problèmes sur l'Hombre, le Piquet, l'Imperiale, le Brehan, &c. Je n'ai pû traiter ces derniers Jeux avec la même étendue que les précédens, j'en rends raison dans les pages 157, 158, 159, 160 & 161.

On trouvera dans la troisième Partie la solution de toutes les questions qu'on peut proposer sur le Quinquenove, le Jeu des trois dez, & le Jeu du hazard. Les deux premiers sont les seuls Jeux de dez qui soient en usage en France, le dernier n'est connu qu'en Angleterre. Je donne ensuite des regles pour jouer le plus parfaitement qu'il se puisse un Jeu dont l'invention est ingenieuse, & qui tient également de deux Jeux de cartes le Her & la Tontine. La personne qui m'a appris ce Jeu n'a pû me dire comment on le nomme. Pour ne le point laisser sans nom, je l'ai appelé Jeu de l'Esperance. On y trouvera aussi la solution de quelques Problèmes assez faciles sur le Jeu du Trictrac. Il y en a un qui peut être de quelque utilité pour les Joueurs.

Je finis cette troisiéme Partie par des Problèmes très généraux sur les dez, & par des tables qui peuvent être utiles aux Joueurs. J'y ajoûte comme pour servir d'Exemples trois Problèmes, il y en a un sur le Jeu de la premiere Raffe; le second est sur les trois Raffles comptées, le dernier est sur un Jeu dont le Baron de la Hontan fait mention dans le second Tome de ses Voyages, & qu'il dit être fort en usage parmi les Sauvages de Canada. Le nom n'en est pas magnifique, il s'appelle le Jeu des Noyaux.

On pourra remarquer que tous les differens Jeux de dez qu'on examine dans cette troisiéme Partie, donnent du desavantage à celui qui tient le dé, au lieu que dans les Jeux de cartes tels que le Pharaon, la Bassete, le Lanfquenet, le Treize, celui qui tient les cartes a un avantage considerable.

Il est à croire que ceux qui ont inventé ces Jeux n'ont point prétendu les rendre entierement égaux, ou, ce qui paroît plus vrai-semblable, qu'ils n'en ont point assez connu la nature pour en bien distribuer les hazards. Dans la pluspart les conditions sont si inégales pour les Joueurs, qu'on seroit bien fondé à soutenir qu'on ne peut y gagner avec justice, comme sans doute on ne peut y perdre sans être duppe.

Quoique dans ce Traité j'aye beaucoup plus en vûe le plaisir des Geometres que l'utilité des Joueurs, & que selon nous ceux qui perdent leur temps au Jeu meritent bien d'y perdre leur argent, je n'ai point négligé en découvrant l'avantage ou

le défavantage des Joueurs, de faire remarquer de quelle maniere il faudroit reformer les Jeux pour les rendre parfaitement égaux.

Dans la quatrième Partie je donne la solution des cinq Problèmes propofés par M<sup>r</sup> Hugen, & j'en ajoûte plusieurs autres, dont quelques uns paroîtront curieux & peut-être assez difficiles. Je la termine en propofant, à l'imitation de M. Hugen, quatre Problèmes assez finguliers. Mais je crois devoir avertir les Geometres qui auroient la curiosité d'en tenter la solution, qu'ils n'y trouveront pas moins de difficulté que dans les plus difficiles Problèmes de calcul integral. Ceux qui ne regarderoient ces questions que comme des Problèmes d'Arithmetique, reconnoîtront que si elles supposent moins de connoissance en Geometrie, elles demandent peut-être plus d'adresse, & certainement beaucoup plus d'exactitude & de circonfpection.

Si je m'étois propofé de suivre en tout le projet de M. Bernoulli, j'aurois dû ajoûter une cinquième Partie, où j'eusse fait l'application des methodes contenues dans les quatre premières, à des fujets politiques, œconomiques ou moraux. Ce qui m'en a empêché, c'est l'embarras où je me suis trouvé de faire des hypotheses, qui étant appuyées sur des faits certains, pûssent me conduire & me soutenir dans mes recherches : Mais n'ayant point eu la commodité de me satisfaire entierement là-dessus, j'ai crû qu'il valoit mieux remettre ce travail à un autre temps, ou en laif-

fer la gloire à quelqu'autre personne plus habile que moi, que de dire des choses ou trop communes ou peu exactes, qui n'eussent point répondu à l'attente du Lecteur, & à la beauté du sujet. Je me bornerai à faire remarquer en moins de mots qu'il me sera possible, le rapport qu'il y a entre cette matiere & celle des Jeux, & les vûes qu'il faudroit prendre pour y réussir.

A parler exactement, rien ne dépend du hazard; quand on étudie la nature, on est bien-tôt convaincu que son Auteur agit d'une maniere generale & uniforme, qui porte le caractere d'une sagesse & d'une préscience infinie. Ainsi pour attacher à ce mot *hazard* une idée qui soit conforme à la vraie Philosophie, on doit penser que toutes choses étant réglées selon des loix certaines, dont le plus souvent l'ordre ne nous est pas connu, celles-là dépendent du hazard dont la cause naturelle nous est cachée. Après cette définition on peut dire que la vie de l'homme est un jeu où regne le hazard.

Pour faire voir plus précisément que l'Analyse des Geometres, & principalement celle qu'on employe dans ce Traité, est propre à dissiper en partie les tenebres qui semblent répandues sur les choses de la vie civile qui ont rapport à l'avenir, il faut remarquer que de même qu'il y a des Jeux qui se reglent par le hazard seul, & d'autres qui se reglent en partie par le hazard & en partie par l'habileté des Joueurs; ainsi entre les choses de la vie il y en a dont le

succès dépend entièrement du hazard, & d'autres auxquelles la conduite des hommes a beaucoup de part; & que généralement dans toutes les choses de la vie sur lesquelles nous avons à prendre notre parti, notre délibération doit se réduire, comme dans les paris sur les Jeux, à comparer le nombre des cas où arrivera un certain événement, au nombre des cas où il n'arrivera pas; ou, pour parler en Geometre, à examiner si ce que nous espérons multiplié par le degré de probabilité qu'il y a que nous l'obtiendrons, égale ou surpasse notre mise, c'est à dire les avances que nous devons faire, soit peine, soit argent, soit credit, &c.

Il suit de là que les mêmes regles d'Analyse qui nous ont servi à déterminer dans les Jeux les partis des Joueurs & la maniere dont ils doivent conduire leur jeu, peuvent aussi servir à déterminer le juste degré de nos esperances dans nos diverses entreprises, & à nous apprendre la conduite que nous devons tenir pour y trouver le plus d'avantage qu'il soit possible. Il est clair, par exemple, que la même methode qui nous a servi à déterminer dans quelles circonstances il est à propos à l'Hombre de renoncer aux fiches du sans-prendre dans l'esperance de faire la volle, peut être employée, quoique plus difficilement, pour déterminer dans quelles circonstances de la vie il faut sacrifier un petit bien dans l'esperance d'en obtenir un plus grand.

Pour continuer cette comparaison, il faut remarquer que les mêmes raisons qui nous empêchent de pouvoir résoudre toutes les questions qu'on peut proposer sur les Jeux, empêchent aussi qu'on ne puisse résoudre celles qu'on peut proposer sur les choses de la vie civile. Ces raisons sont de deux sortes: la première est l'incertitude où nous sommes du parti que prendront à notre égard ceux dont les actions doivent régler l'événement de nos entreprises. Le choc d'un corps décide & de la route qu'il doit tenir & de la vitesse qu'il doit avoir, car les loix des communications des mouvemens sont fixes & invariables. Mais les raisons & les différens motifs que les hommes peuvent avoir pour agir d'une façon plutôt que d'une autre, ne peuvent nous assurer de quel côté ils se détermineront. Souvent ils ne connoissent point leurs intérêts, & souvent ils ne les suivent pas lorsqu'ils les connoissent, le caprice les détermine beaucoup plus que la raison, & c'est toujours deviner que de vouloir juger de ce qui dépend de la liberté des hommes.

La seconde cause de notre ignorance dans les choses qui dépendent de l'avenir, est fondée sur ce que les bornes de notre esprit étant fort étroites, toutes les connoissances qui supposent un trop grand nombre de rapports sont au dessus de ses forces. Or dans plusieurs Jeux, & dans la plûpart des choses de la vie, les comparaisons qu'il faut faire sont en si grand nombre, qu'il n'est presque pas possible de les épuiser.

Déterminer

Déterminer combien vaut le dé entre deux Joueurs égaux au Jeu du Triétrac, & combien vaut la main au Piquet, quelle piece est la plus avantageuse au Jeu des Echets du fou ou du cavalier, & de combien l'une est meilleure que l'autre, ce sont-là des Problèmes dont je tiens la solution impossible aux hommes. Il en est de même, & pour les mêmes raisons de la plûpart des questions de morale & de politique : par exemple, déterminer si dans telle & telle circonstance je dois avoir plus d'égard à la recommandation d'un parent, qu'à la priere d'un certain nombre d'amis : Si un certain commerce est avantageux ou préjudiciable à une Nation ; quel doit être le succès d'une négociation & d'une entreprise militaire, &c.

Les contrats d'assurance qui sont si communs parmi les Marchands, principalement dans les Républiques, n'enrichissent pas toujours les assureurs ; & les plus habiles Politiques d'Angleterre éprouvent tous les jours à leur perte dans ces grosses gageures qu'on fait en ce pays-là sur les événemens de la guerre, que la prudence des hommes est insuffisante pour penetrer sûrement dans l'avenir.

Il est vrai qu'avec beaucoup de justesse d'esprit, une grande connoissance des faits, & surtout des ressorts secrets qui donnent le branle & le mouvement aux affaires, on peut découvrir avec assez de vrai-semblance quel est le meilleur parti dans ces gageures : mais il est impossible d'en venir jamais au point de pouvoir déterminer par le

raport exact de deux nombres combien un parti est meilleur que l'autre.

Quelque secours que l'esprit humain puisse recevoir de la Geometrie, cette vertu, que l'on nomme prudence, n'aura jamais que des regles incertaines; pour un petit nombre de verités & de principes certains que contiennent la politique & la morale, on y trouve une infinité d'obscurités impenetrables à l'esprit humain.

Tout l'usage qu'on peut tirer de la Geometrie par raport à ces sortes de Problèmes, consiste en ce qu'on peut assurer que ceux qui se feront rendu familiere l'espece de Logique dont on fait usage dans ce Traité, en seront plus propres à découvrir les differens degres de probabilité dans les divers partis qu'on peut prendre sur les choses qui regardent la morale, ou sur celles qui ont rapport à la vie civile, & à éviter l'erreur dans leurs jugemens par l'habitude qu'ils auront acquise de distinguer le vrai d'avec le vrai-semblable, & de ne donner leur consentement qu'à l'évidence.

Que les hommes en pensent ce qu'ils voudront, il est certain que cette force & cette justesse d'esprit qu'on acquiert dans la recherche des verités abstraites, s'étend aussi aux verités sensibles, & pour ainsi dire de pratique. L'Analyse est un instrument qui sert à tout quand on le sçait bien manier. Toutes les verités se tiennent entr'elles, & quand on a fait quelque temps essai de ses forces sur les notions exactes que nous avons des nombres & de l'étendue, on les employe avec

plus de succès sur les connoissances moins exactes qui peuvent être l'objet de notre esprit. Ceux qui ont le mieux écrit sur la Metaphysique, la Physique, peut-être même sur la Medecine & sur la Morale, étoient d'excellens Geometres. L'experience devoit donc convaincre de l'utilité de la Geometrie ceux à qui les raisons ne la peuvent persuader.

Pour terminer ce parallele entre les Problèmes sur les Jeux, & les questions qu'on peut proposer sur les choses œconomiques, politiques & morales, il faut observer que dans ces dernieres comme en celles des Jeux, il y a une espece de Problèmes qu'on pourra résoudre en observant ces deux regles; 1°. borner la question que l'on se propose à un petit nombre de suppositions, établies sur des faits certains; 2°. faire abstraction de toutes les circonstances auxquelles la liberté de l'homme, cet écueil perpetuel de nos connoissances, pourroit avoir quelque part. Il est à croire que M. Bernoulli avoit égard à ces regles dans la quatrième partie de son Ouvrage, & il est certain qu'avec ces deux restrictions on pourroit traiter plusieurs sujets ou de politique ou de morale avec toute l'exactitude des verités geometriques.

C'est ce qu'a fait admirablement M. Halley dans un Memoire qui se trouve dans les Transactions philosophiques d'Angleterre, num. 196, où ce sçavant Anglois entreprend de déterminer le degré de la mortalité du genre humain. Ce morceau est plein de choses curieuses, dont le

Lecteur verroit ici l'extrait avec plaisir : Mais cette Préface étant peut-être déjà trop longue, je n'en rapporterai qu'une qui est traitée par l'Auteur avec beaucoup de finesse. C'est une methode pour déterminer sur quel pied se doivent regler les rentes à fond perdu. Il donne une Table toute calculée pour les differens âges de cinq en cinq années depuis un an jusqu'à soixante & dix. Cette Table fait voir combien étoit avantageux aux Anglois le parti que leur faisoit alors le Roy Guillaume, en donnant 14 pour cent par année de rente viagere, ce qui est à peu près la septième partie du fond. On voit par cette Table qu'une personne âgée de dix ans n'en devoit avoir que la treizième partie, & un homme âgé de trente-six ans la onzième, & enfin que l'interêt de dix pour cent n'est dû qu'aux personnes âgées de quarante-trois à quarante-quatre ans. Il pousse encore cette idée plus loin, & il examine sur quel pied devoit se regler une rente viagere qui seroit sur la tête de deux ou de plusieurs personnes de differens âges.

Cette matiere paroît épuisée dans le Memoire de M. Halley. On en trouve quelques autres semblables maniées assez heureusement, quoiqu'avec moins d'exactitude, dans l'Arithmerique politique du Chevalier Petty. Mais il en reste plusieurs autres de cette nature qu'on pourroit traiter avec le même succès & la même utilité pour le Public.

Je crois devoir parler maintenant de deux Geometres illustres à qui je dois les premiers vûes que

j'ai eues sur le sujet que je traite. En 1654 M. Pascal resolut ce Problème ; Deux personnes jouent à un jeu égal en un certain nombre de points ; l'une des deux est supposée avoir plus de points que l'autre : On demande comment elles doivent partager l'argent du Jeu en cas qu'elles veuillent rompre la partie sans la finir. On peut voir la solution de ce Problème dans un Livre fort court qu'on a trouvé imprimé après sa mort, & qui a pour titre, *Triangle Arithmetique*. Ce grand Homme qui avoit beaucoup médité sur les propriétés des nombres, fait diverses applications de ce triangle aux regles des partis & aux combinaisons.

Le Chevalier de Meré lui avoit proposé ce Problème, il lui en avoit aussi proposé quelques autres sur le dez : Par exemple, déterminer en combien de coups on peut amener une certaine rasle, & quelques autres de cette sorte assez faciles. Ce Chevalier, qui étoit plus bel esprit que Geometre, resolut les Problèmes sur les dez, mais ni lui ni M. de Roberval ne purent resoudre celui des partis. M. Pascal le proposa à M. Fermat avec qui il étoit en commerce d'amitié & de Geometrie, & qui en cette Science n'étoit inferieur qu'à M. Descartes.

Ce Geometre parvint à la solution du Problème par une voye differente de celle de M. Pascal : Il alla même plus loin, & il assura que sa methode étoit generale pour quelque nombre de Joueurs qu'il y eût. M. Pascal ne crut pas qu'elle pût le conduire jusque là, & il tâche de lui faire voir dans une lettre qui se trouve avec quelques autres sur ce sujet

Il y a là je crois, une erreur qui s'est perpetuée dans l'histoire du Calcul des probabilités par toutes les éditions.

dans les Ouvrages posthumes de M. Fermat imprimés à Thoulouze, que sa methode, qu'il reconnoît bonne pour deux Joueurs, n'est pas juste pour un plus grand nombre. On ne voit point dans ce Recueil la réponse de M. Fermat, mais il est certain que le droit étoit de son côté; sa methode est sûre, & s'étend à quelque nombre de Joueurs que ce soit.

A peu près dans ce temps M. Hugens, ce fameux Geometre qui a enrichi toutes les parties des Mathematiques de tant de belles découvertes, ayant entendu parler de ces Problèmes, entreprit de les resoudre, & employa pour en venir à bout, la methode analytique, qui pour l'ordinaire mene plus loin que toute autre. Il fit de ces Problèmes un petit Traité latin qui compose environ une feuille, & se trouve à la fin du Livre de M. Schotten, intitulé, *Exercitationes Geometricæ*.

Quoique cet Auteur n'entreprenne de déterminer les partis des Joueurs dans aucun Jeu de cartes ni de dez, & qu'il se borne à ce qu'il y a de plus facile en cette matiere, & presque aux seuls Problèmes de M. Pascal, on voit par la lettre qu'il écrit à M. Schotten, qu'il estimoit beaucoup ce qu'il donne dans ce petit Ouvrage. Rien n'est plus glorieux, dit-il, à l'art dont nous faisons usage dans ce Traité, que de pouvoir donner des regles à des choses qui étant dépendantes du hazard, semblent n'en reconnoître aucune, & par là se soustraire à la raison humaine. Et il ajoûte: Je m'assure que ceux qui savent juger des choses, reconnoîtront en lisant cet écrit, que le sujet en est

plus sérieux & plus important qu'il ne paroît, que l'on y pose les fondemens d'une théorie très belle & très subtile, & que les recherches de Diophante, qui n'ont pour objet que des propriétés abstraites des nombres, sont & plus faciles, & moins agréables que celles que l'on peut se proposer en cette matière.

L'Auteur à la fin de ce Traité invite les Geometres à la recherche de cinq Problèmes, dont aucun que je sçache n'a encore été résolu. Il y en a trois de ces cinq dont il donne la solution, mais sans analyse ni démonstration, & il ne donne point la solution des autres.

Comme c'est principalement pour les Geometres que j'ai composé ce Traité & que pour l'ordinaire les Sçavans ne sont pas Joueurs, j'ai cru devoir expliquer fort au long les Jeux dont je parle dans cet Ouvrage, & j'ai tâché de n'obmettre aucune circonstance nécessaire. Je m'étois proposé d'abord de mettre en langage ordinaire la solution de quelques-uns des Problèmes les plus faciles; tels que sont ceux de la quatrième Partie: mais j'ai été contraint d'abandonner ce dessein, pour n'être point obligé de faire des discours infinis que personne n'auroit eu la patience de suivre. L'usage de l'Algebre est de représenter à l'esprit un grand nombre d'idées sous des expressions fort courtes, & de lui fournir de grandes facilités pour parcourir avec promptitude les rapports des choses que l'on considère. J'ai cru que ne voulant point faire un gros Livre, je ne devois point renoncer à cet avantage; je me suis seulement attaché à

m'expliquer de telle maniere dans la conclusion de chaque Problême, & dans les Corollaires & les Remarques qui sont à la fin de chaque solution, que je pûsse être entendu de tout le monde, & même des Joueurs.

Comme on n'écrit que pour être lû, j'ai tâché de rendre facile la lecture de cet Ouvrage, & j'ai préféré sans peine la satisfaction du Lecteur à l'estime de ces esprit mediocres, qui n'admirent que ce qui leur coute beaucoup de peine, & ce qui leur paroît au dessus de leur portée. On trouvera que je me suis fort étendu dans les endroits que j'ai cru difficiles, & principalement dans ceux qui devoient répandre leur lumiere sur plusieurs verités. Mais comme je sçai aussi que l'utilité d'un Livre de Mathematique consiste moins dans les verités qu'il decouvre que dans la disposition qu'il donne à l'esprit d'en decouvrir de pareilles, & qu'on acquiert beaucoup plus cette disposition en trouvant ce que l'Auteur a déjà trouvé, qu'en le suivant pas à pas, j'ai cru que je ne devois point me gêner à expliquer tout en détail, & même à tout démontrer, & qu'il me suffisoit de ne laisser aucune difficulté dont on ne pût trouver la solution avec une application suffisante. Enfin je me suis proposé d'épargner au Lecteur le travail de l'invention, & de lui en laisser en quelque sorte le plaisir.