Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren

Meissner, Georg

Jena, 1878-1880

VII. Allgemeine hydraulische Aufgaben.

VII.

Allgemeine hydraulische Aufgaben.

§ 281.

1. Genaue Bestimmung der Staucurve bei Querschnitts-Veränderungen eines Gewässers.

Es ist bereits in den §§ 105 und 227 darauf hingewiesen worden, daß die Form der Oberfläche eines aufgestauten Wassers unter Umständen eine ganz eigenthümliche werden kann, daß der ursprüngliche Wasserspiegel entweder in einer sanften Curve oder aber in einem plötzlichen Sprunge in die gestaute Höhenlage übergehn kann.

Stellt man sich nun die Aufgabe, die Stauverhältnisse bei den verschiedenartigen in der Praxis am meisten vorkommenden Querschnitts-veränderungen zu bestimmen, so ergeben sich dabei theilweise ganz eigenthümliche und unerwartete, aber der Erfahrung entnommene Resultate, welche im Folgenden kurz aufgeführt werden sollen.

Erster Fall. Staucurve bei einer Erhöhung des Bodens.

Wird in einem Flusse oder Canale von constanter Breite eine Erhöhung des Bodens nach Fig. 270 Tafel 35 auf einer kurzen Strecke angebracht, so würde dem Gefühle nach Jedermann schließen, daß über dieser Erhöhung des Bodens auch eine Erhöhung des Wasserspiegels eintreten müsse. Dieß ist indessen keineswegs der Fall. Es entsteht an der Stelle der Verengung des Durchflusses vielmehr eine Einsenkung des Wasserspiegels, wie Fig. 270 dieß andeutet. Unmittelbar vor dieser Einsenkung entsteht dagegen eine Stauung des Wasserspiegels, resp. eine Erhöhung desselben, welche dazu dient, die nöthige Vermehrung der Geschwindigkeit zu erzeugen, vermöge welcher das Wasser durch die doppelt verengte Stelle des Querschnittes hindurchfließt.

Hinter der größten Einsenkung des Wasserspiegels steigt der letztere wieder auf die Höhe des ursprünglichen Wasserspiegels, welcher der gleichförmigen Bewegung des Wassers in einem Canale ohne Erhöhung des Bodens entspricht.

Es ist hier nicht der Ort, den thatsächlichen Verlauf dieser eigenthümlichen Einsenkung und Stauung des Wasserspiegels theoretisch abzuleiten, und soll hier nur darauf hingewiesen werden, daß dieselben Thatsachen sind und daß die Theorie (wie hier wohl ganz natürlich) erst hintenher diese Erscheinungen ebenfalls gesetzmäßig abgeleitet hat.

Um die im vorliegenden Fall eintretende Einsenkung und Erhöhung des Wasserspiegels ihrem numerischen Werthe nach bestimmen zu können, bezeichne man in Fig. 270 mit:

p_e die Tiefe des Wassers an der Stelle f, wo die Verengung (Erhöhung des Bodens) aufhört und welche der ursprünglichen Wassertiefe des Flusses bei gleichförmiger Bewegung (vor dem Anbringen der Verengung) gleich ist;

a_e den Querschnitt des Wasserkörpers an der Stelle f, deren Tiefe gleich p_e ist;

a_1 den Querschnitt des Wasserkörpers an der Stelle a, mitten über der Erhöhung des Bodens;

a_0 den Querschnitt des Wasserkörpers an der Stelle e, wo die Erhöhung beginnt;

p_0 die Tiefe des Wassers an der Stelle e, wo die Erhöhung beginnt;

p_1 „ „ „ „ „ „ „ a, deren Tiefe gleich a_1 ist;

y_1 „ Einsenkung b, resp. die negative Höhe des Wasserspiegels über demjenigen bei f (negative Höhe ist Einsenkung);

y die totale Stauung bei e, resp. die Höhe des Wasserspiegels bei e über derjenigen bei a, so daß $y = b + c$;

$Y = y + y_1$ die Höhe des Wasserspiegels bei e über demjenigen bei f (y_1 ist negativ);

v_0 die Geschwindigkeit des Wassers an der Stelle e, deren Tiefe gleich p_0;

v_1 „ „ „ „ „ „ „ a, „ „ „ p_1;

v_e „ „ „ „ „ „ „ f, „ „ „ p_e;

i_e das Gefälle des Flußbettes per Längeneinheit (per laufenden Meter);

$K = \frac{x^2}{2g}$, wobei $g = 9{,}8088$ und x den Coefficienten in der Formel für die mittlere Geschwindigkeit $v = x\sqrt{rs}$ (§ 148g und folgende) bezeichnet.

Um nun die Curve des Wasserspiegels in ihrem ganzen Verlaufe zu bestimmen, hat man den Werth von Y und y_1 in verschiedenen Entfernungen von der Mitte a Fig. 270 aus sowohl der Größe als auch dem Sinne nach (ob positiv oder negativ) zu berechnen, so daß also für jede Hälfte der Curve von a aus auf- und abwärts eine einzige Formel zur vollständigen Fixirung genügt.

a) Obere Hälfte der Curve von der Stelle a aus.

Bezeichnet man den Abstand der Stelle, deren Stauhöhe y oder Y berechnet werden soll, von der Mitte a der Erhöhung mit z_0, so ist die totale scheinbare Stauhöhe

$$y = i_e \left[z_0 \left(\frac{1}{2} \frac{a_e^3}{a_1^2} \frac{a_1 + a_0}{a_0^2} - 1 \right) - K p_e \frac{a_e^2 (a_1^2 - a_0^2)}{a_1^2 a_0^2} \right].$$

Je nach der Distanz z_0 wird der Werth von Y entweder positiv oder negativ, d. h. es liegt an der betreffenden Stelle der Wasserspiegel höher oder tiefer als der Wasserspiegel bei f.

b) Untere Hälfte der Curve.

Für diese ist die Einsenkung im Abstande z_1 von a

$$y_1 = i_e \left[z_1 \left(\frac{a_e}{a_1} \cdot \frac{a_e + a_1}{2 a_1} - 1 \right) - K p_e \left(\frac{a_e^2}{a_1^2} - 1 \right) \right].$$

c) Die wirkliche Stauhöhe

$$c = Y = y_1 + y \text{ (wobei } y_1 \text{ immer negativ wird)}$$

$$Y = i_e \left\{ z_1 \left(\frac{a_e}{a_1} \frac{a_e + a_1}{2 a_1} - 1 \right) + z_0 \left(\frac{a_e^3 (a_1 + a_0)}{2 a_1^2 a_0^2} - 1 \right) - \right.$$
$$\left. - K p_e \left(\frac{a_e^2}{a_1^2} + \frac{a_e^2 (a_1^2 - a_0^2)}{a_1^2 a_0^2} - 1 \right) \right\}.$$

d) Um diese Gleichungen aufzulösen, welche die unbekannten Größen a_0, a_1, a_e enthalten, muß man sich der Methode der approximativen Annäherung bedienen, indem man vorerst $a_0 = a_e$ setzt, wobei man erhält

$$Y = i_e (z_1 + z_0) \left(\frac{a_e}{a_1} \frac{a_e + a_1}{2 a_1} - 1 \right).$$

Aus dieser Gleichung wird man sodann ebenfalls auf dem Wege des Probirens einen ersten Werth von $a_0 = a_e$ bestimmen, diesen in die Gleichung unter c) einführen und daraus einen schon richtigen Werth von a_0 ableiten können (siehe zweiter Fall).

Leichter verfährt man, wenn man die Werthe der Formeln a) und b) jeden für sich bestimmt, (wonach man von selbst Y als die Summe der beiden andern Werthe erhält.

e) Für die Distanz $z_1 = 0$, d. h. für die Stelle der größten Einsenkung, ist

$$y_1 = \frac{v_e^2 - v_1^2}{2g}.$$

Zweiter Fall. Staucurve bei einer Verminderung der Canalbreite.

In einem Canale mit constanter Breite wird auf eine kürzere Strecke eine Verengung angebracht, indem man nach Fig. 282 a) Tafel 37 die Breite auf A — D reducirt.

Welches wird an dieser Stelle die Form des Wasserspiegels sein?

Auch hier wird man dem Gefühle nach zu urtheilen eine Anschwellung des Wasserspiegels erwarten und dennoch findet eine Einsenkung des Wasserspiegels statt, wie Fig. 282 a) dieß andeutet.

Man kann daraus entnehmen, ein wie unzuverlässiger Rathgeber das Gefühl in solchen Dingen ist.

Um hier die Einsenkung und die vor derselben entstehende Stauung genau an jeder beliebigen Stelle bestimmen zu können, läßt man die nämlichen Bezeichnungen gelten wie im vorhergehenden Falle und es ist sodann:

a) Untere Hälfte der Curve.

für z_1 gleich Null, d. h. für die engste Stelle des Querschnittes

$$y_1 = \frac{v_e^2 - v_1^2}{2g},$$

und für jede andere Stelle der Verengung

$$y_1 = \frac{v_e^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{v_1}{v_e}\right)^2\right] - i_e z_1 \left(1 - \frac{a_e}{a_1}\right)$$

oder

$$y_1 = i_e\left\{z_1\left[\frac{b_e p_e}{b_1 (p_e + y_1)} - 1\right] - K p_e \left[\frac{b_e^2 p_e^2}{b_1^2 (p_e + y_1)^2} - 1\right]\right\}.$$

b) Obere Hälfte der Curve.

Für diese ist bei einer Distanz z_0 von der Mitte der Verengung:

$$y = \frac{v_1^2 - v_0^2}{2g} - i_e z_0 + i_e z_0 \frac{a_e^2}{a_0 a_1}.$$

Dabei ist in der Formel unter a) b_0, b_1 und b_e die Breite des Canales beim Querschnitt a_0, a_1 und a_e.

Es ist ferner die wirkliche Stauhöhe

$$Y = y + y_1 = \frac{v_e^2 - v_0^2}{2g} - i_e (z_1 + z_0) + i_e \frac{a_e}{a_1}\left(z_1 + \frac{a_e}{a_0} z_0\right).$$

Es ist ferner

$$v_0 = \frac{v_e\, p_e\, b_e}{b_0\,(p_e + Y)}; \quad a_0 = p_0\, b_0 = b_0\,(p_e + Y).$$

Wie man sieht, enthält die obige Gleichung für Y zwei unbekannte Größen a_0 und a_1 oder v_0 und v_1 und man kann dieselbe daher nur auf dem Wege der successiven Annäherung auflösen.

Zu diesem Zwecke setzt man vorerst $v_e = v_0$ oder $a_e = a_0$ und erhält sodann einen ersten Werth von

$$Y = i_e\,(z_0 + z_1)\left(\frac{a_e}{a_1} - 1\right).$$

Aus diesem Werthe ergiebt sich

$$a_1 = b_1\,(p_e + y_1).$$

(y_1 ist dabei bereits als nach a) ausgerechnet angenommen).

Mit Hülfe dieses Werthes von a_1 läßt sich nun mittelst der obigen Formeln der erste angenäherte Werth von a_0 und v_0 bestimmen, mit deren Hülfe man aus der Formel für Y wiederum (durch Probiren) einen zweiten schon genauern Werth von Y erhält.

Man muß gestehn, einfach ist diese Rechnung nicht. Indessen ist der Sache ohne weitläufige Entwicklungen nicht anders beizukommen und wenn man bedenkt, daß auf diesem Wege die wichtigsten Stauverhältnisse bestimmt werden können, darf man sich die kleine Mühe nicht gereuen lassen, welche die obige Rechnung verursacht.

Dritter Fall. Staucurve bei einer Verbreiterung des Canales.

Eine kurze Erweiterung im Querschnitte eines Flusses oder Canales nach Fig. 282 b) Tafel 37 durch Vergrößerung der Breite hat (umgekehrt wie man vermuthen könnte) eine S t a u u n g an der e r w e i t e r t e n Stelle und eine E i n s e n k u n g v o r der erweiterten Stelle zur Folge, während hinter der Erweiterung die Höhe des Wasserspiegels dieselbe wie vor dem Anbringen der Erweiterung bleibt.

Mit den Bezeichnungen laut Fig. 282 b) gelten zur Bestimmung der Wasserspiegel-Curve ganz die nämlichen Ausdrücke wie oben beim zweiten Fall.

Allgemeine Folgerungen über die Stau-Verhältnisse bei Verengungen und Erweiterungen eines Canal-Querschnittes.

Aehnlich wie in den bisher betrachteten Fällen hat auch eine Erweiterung des Querschnittes in Folge einer Austiefung des Bodens nach Fig. 271 Tafel 35, ferner nach Fig. 269 Tafel 35 eine Erhöhung des

Wasserspiegels an der vertieften Stelle und umgekehrt haben alle Verengungen des Querschnittes wie Fig. 269 und 267 Tafel 35 eine Einsenkung des Wasserspiegels an der verengten Stelle zur Folge.

Dieses Resultat, zuerst der Beobachtung entnommen und hernach auch durch theoretische Betrachtungen abgeleitet und numerisch fixirt, ist so ganz und gar entgegen dem Gefühle, daß in unzähligen Fällen gegen die dadurch bedingten Regeln bei Wasserbauten verstoßen wird.

Eine übel angebrachte Erweiterung einer Stelle eines Wasserlaufes kann den allergrößten Nachtheil im Gefolge haben und ganz das Gegentheil von dem verursachen, was man damit bezwecken wollte.

Umgekehrt läßt sich durch eine gut placirte Verengung (allerdings unter Absorbirung eines kleinen Gefälles) oft ein ganz überraschendes Resultat erzielen und werden die im Vorhergehenden gegebenen Regeln genügen, um den Verlauf der Wasserspiegelcurve für die meisten Fälle annähernd bestimmen zu können.

An einem in einem Wasserlaufe erstellten Brückenpfeiler kann man sehr schön beobachten, wie trotz der verursachten Verengung der Wasserspiegel die in Fig. 267 Tafel 35 angedeutete Form annimmt, d. h. derselbe sinkt längs dem Pfeiler mehr und mehr, um am untern Ende aus der größten Einsenkung c in einer Curve g wieder auf die normale Höhe zu steigen, während vor dem obern Ende eine Stauung eintritt, welche in der gewöhnlichen Staucurve asymptotisch in den ursprünglichen Oberwasserspiegel übergeht. Speciell bei Brückenpfeilern wirkt die Einsenkung des Wasserspiegels in Folge der damit verbundenen Geschwindigkeitsvermehrung außerordentlich schädlich auf die Fundamente und die Pfeiler selber ein und man würde einen großen Fehler begehn, wenn man das Material solcher Pfeiler etwa der mittlern Geschwindigkeit des Wassers im ganzen Flußquerschnitte entsprechend wählen wollte. Wenn diese letztere Geschwindigkeit auch nicht so groß ist, so ist diejenige unmittelbar am Pfeiler ungleich viel größer, weil sich die Einsenkung des Wasserspiegels nicht auf die ganze Breite des Flusses ausdehnt, sondern sich auf eine schmälere Strecke seitlich der Pfeiler concentrirt, so daß auch im Querschnitte des ganzen Flusses betrachtet die Einsenkung in einer oft ziemlich raschen Curve in die ursprüngliche normale Wasserspiegelhöhe übergeht.

Wenn man den Verlauf der Wasserspiegel-Curve für verschiedene Verhältnisse aufreißt, nachdem man die entsprechenden Werthe der Stauungen und Einsenkungen berechnet hat, so lassen sich folgende

Regeln beobachten, welche sich übrigens auch aus einer genauen Betrachtung der Formeln ergeben.

Bei einer Verengung nach Fig. 282 a) Tafel 37 (zweiter Fall) und für eine Erweiterung nach Fig. 282 b) Tafel 37 (dritter Fall) wird der Werth von y_1 negativ für alle Distanzen

$$z_1 < K p_e \left(\frac{a_e}{a_1} + 1\right)$$

und es findet an der verengten Stelle eine um so größere Einsenkung statt, je größer die Wassertiefe p_e, das Verhältniß $\frac{a_e}{a_1}$ und das Gefälle i_e des Flusses ist.

In der Entfernung $z_1 = K p_e \left(\frac{a_e}{a_1} + 1\right)$ von der Mitte findet weder Einsenkung noch Stauung des Wasserspiegels statt, d. h. es liegt diese Stelle in der Höhe des ursprünglichen Wasserspiegels und schneiden sich in diesem Punkte die ursprüngliche und die neue Wasserspiegel-Curve.

Selbstverständlich ist die Einsenkung mit einer Vermehrung der Geschwindigkeit an der verengten Stelle und umgekehrt, die Stauung mit einer entsprechenden Abnahme der Geschwindigkeit an der gestauten Stelle verbunden.

Daß durch eine jede derartige Umwandlung der Geschwindigkeiten etwas an der lebendigen Kraft des Wassers (hier speciell an Gefälle) verloren geht, liegt auf der Hand; doch pflegen in den meisten vorkommenden Fällen die Geschwindigkeiten nicht so bedeutend zu sein, daß dieser Verlust durch Stoß und Reibung einen wesentlichen Einfluß auf die numerischen Werthe der Stauungen und Einsenkungen ausübt.

In Folge dieser Verluste während des Durchganges durch die verengte oder erweiterte Stelle stellen sich alle Wasserspiegel etwas höher, resp. es wird die Stauung oberhalb etwas größer, die Einsenkung oberhalb etwas kleiner, dagegen erstreckt sich deßhalb in allen Fällen auch eine kleine Stauung auf eine mehr oder weniger lange Strecke flußabwärts.

Es braucht kaum hervorgehoben zu werden, daß, wie die Stauung, so auch die Einsenkung des Wasserspiegels, welche z. B. in Fig. 268 und 271 oberhalb der Anstauung entsteht, sich auf eine größere Länge des Flusses ausdehnt und asymptotisch in den ursprünglichen Wasserspiegel übergeht.

Man ersieht daraus, welchen eigenthümlichen Einfluß unter Umständen die Erweiterung einer kurzen Canalstrecke ausüben kann und daß man wohl daran thut, bei derartigen Bauten die entstehenden Folgen sich genau zu vergegenwärtigen.

2. Berechnung eines Katzensprunges.

Einem oberschlächtigen Wasserrade a Fig. x Tafel 22 soll das Wasser durch einen sogenannten Katzensprung b c d zugeführt werden, weil locale Verhältnisse die gerade Zuleitung des Wassers in einem Canale verhindern. Es soll nun der Niveauabstand oder die Druckhöhe h berechnet werden, welche erforderlich ist, um die sämmtlichen Widerstände zu bewältigen, welche das Wasser auf seinem Wege von c nach b zu bewältigen hat. Diese Widerstände sind nun für folgende Verhältnisse zu bestimmen: Die per Secunde zufließende Wassermenge beträgt 4 Cubikfuß Schweizer = 0,108 Cubikmeter; die Breite der Wasserkammer b beträgt 1,2 Meter und diejenige der Kammer c = 1,8 Meter; der Durchmesser der Rohrleitung d beträgt 0,45 Meter. Die Druckhöhe oder der Gefällverlust h läßt sich auf verschiedene Weise berechnen und besteht: a) aus den Reibungs- und Knieröhren-Widerständen in dem Verbindungsrohre d; b) in dem sogenannten Widerstands-Coefficienten für den Eintritt des Wassers bei g. Wenn nämlich die Geschwindigkeit des Wassers in der Verbindungsleitung d mit v bezeichnet wird, so muß das Wasser bereits bei g mit dieser Geschwindigkeit in die Rohrleitung eintreten, wozu aber ein Kraftaufwand oder eine Druckhöhe $\frac{v^2}{2g}$ absorbirt wird. Dazu kommt noch der Einfluß der Contraction an der Eintrittstelle oder der sogenannte Widerstands-Coefficient k_2, welcher für einen kurzen Rohransatz $k_2 = 0{,}50 \frac{v^2}{2g}$ beträgt, wenn das Rohr nach der Zeichnung ohne trichterförmigen Uebergang in den Kasten c mündet. Für eine längere Rohrleitung wird dieser Coefficient kleiner und kann zu 0,4 angenommen werden. Derselbe wird auch für kurze Rohransätze um so kleiner, je mehr das Eintrittstück bei g nach der natürlichen Zusammenziehung des Strahles geformt wird, so daß er bei stark trichterförmiger Erweiterung und Abrundung des obern Rohrendes zu 0,10 angenommen werden kann. In unserm Falle mit Einlauf ohne Erweiterung und bei längerer Rohrleitung ist $k_2 = 0{,}4$ und somit der Eintritts-Widerstand x

$$x = \left(1 + k_2\right)\frac{v^2}{2g} = \left(1 + 0{,}4\right)\frac{v^2}{2g} = 1{,}4\frac{v^2}{2g}.$$

Erste Berechnungsmethode
mit Hülfe der gewöhnlichen Rohr-Widerstands-Coefficienten.

Der Querschnitt der Rohrleitung ist $0{,}7854 \times 0{,}45^2 = 0{,}1590$ Quadratmeter und daher die Geschwindigkeit des Wassers in derselben per Secunde

$$v = \frac{0{,}108}{0{,}159} = 0{,}68 \text{ Meter.}$$

Es wird demnach der Eintrittswiderstand x nach dem oben angeführten Ausdrucke

$$x = (1 + k_2)\frac{v^2}{2g} = 1{,}4 \frac{0{,}68^2}{2 \times 9{,}81} = 0{,}033 \text{ Meter.}$$

Dieser Eintrittswiderstand ist also ein sehr geringer; und doch würde derselbe für die größte in der Praxis angewendete Geschwindigkeit von 2 Meter per Secunde auf $1{,}4 \frac{2^2}{19{,}6} = 0{,}29$ Meter steigen, darf also immerhin nicht vernachlässigt werden.

Zur Bestimmung des Rohrwiderstandes, d. h. der zur Ueberwindung der Reibung in der Rohrleitung erforderlichen Druckhöhe, hat man nach § 166 das per 1 laufenden Meter erforderliche Gefälle (da $\frac{b_1}{R} = 0{,}005064$)

$$I = \frac{b_1}{R} U^2 = 0{,}005064 \times 0{,}68^2 = 0{,}00230 \text{ Meter.}$$

Nun beträgt die Länge der Rohrleitung von c nach $b = 35 + 2 \times 6 = 47$ Meter und es ist somit der durch die Rohrleitung verursachte Gefällverlust $I_2 = 47 \times 0{,}0023 = 0{,}108$ Meter.

Nun sind noch die Gefällverluste in den beiden Rohrkrümmern v und w zu bestimmen, deren Halbmesser $r = 0{,}30$ Meter beträgt. Man erhält diese Verluste mittelst der Formel des § 174 für einen Krümmer:

$$z = \frac{w^2}{2g}(0{,}0039 + 0{,}0186\, r)\frac{s}{r^2}.$$

Dabei ist die Bogenlänge des gekrümmten Theiles

$$s = \tfrac{1}{4} \times 2 \times 0{,}30 \times 3{,}14 = 0{,}47 \text{ Meter}$$

und daher

$$z = \frac{0{,}68^2}{2 \times 9{,}81}(0{,}0039 + 0{,}0186 \times 0{,}30)\frac{0{,}47}{0{,}30^2} = 0{,}0106 \text{ Meter.}$$

Für beide Krümmer beträgt sonach der Gefällverlust nur $2 \times 0{,}0106 = 0{,}0212$ Meter, was der geringen Durchflußgeschwindigkeit zuzuschreiben ist. Im Allgemeinen werden die durch Krümmungen verursachten Rohrwiderstände zu groß geschätzt.

Die Summe sämmtlicher Gefällverluste ist nun:

a) der Eintrittswiderstand . . .	= 0,033	Meter.
b) die Reibung in der Rohrleitung	= 0,108	„
c) der Knieröhrenwiderstand . .	= 0,0212	„
Gefällverlust h oder z	0,1622	Meter.

Der Wasserspiegel im Wasserkasten b wird also 0,1622 Meter oder rund 16 Centimeter tiefer stehn als im Reservoir c, und von der Lage dieses Wasserspiegels hängt im obigen Falle die richtige Höhenstellung des Einlaufes und des Wasserrades ab.

Zweite Berechnungsweise.

Die obige Berechnungsweise giebt die erforderliche Druckhöhe zur Ueberwindung der Reibungswiderstände für die meisten in der Praxis vorkommenden Fälle mit genügender Genauigkeit an, wenn das Wasser aus dem Kasten b in der aus Fig. x ersichtlichen Weise frei und ohne Druck abfließt.

Wenn dagegen das Wasser aus dem Kasten b nach Fig. x_2 durch eine Schützenöffnung a unter der Druckhöhe h abfließt, während das ganze vorhandene Gefälle H und der Gefällverlust H — h ist, so wird die obige Berechnungsweise zu umständlich, da in diesem Falle folgende Widerstände zu überwinden sind:

a) Contraction bei der Eintrittsöffnung g;
b) Beschleunigung des Wassers bis zur Durchflußgeschwindigkeit;
c) Reibungswiderstände der Rohrleitung d;
d) Knieröhrenwiderstände bei v und w;
e) Geschwindigkeitsverlust beim Eintritt in den erweiterten Querschnitt b;
f) Contraction der Ausflußöffnung a der Schütze (k_2).

Nennt man a den Querschnitt der Schützenöffnung, A den Querschnitt der Rohrleitung, O denjenigen der Kammer b, senkrecht auf die Durchflußrichtung von d nach a gerechnet, so ist die erforderliche Druckhöhe oder der Gefällverlust nach der Formel des § 79 zu berechnen.

Es ist nämlich, wenn der Contractions-Coefficient für den Eintritt mit k_2 bezeichnet wird:

$$H - h = \frac{k_2{}^2\, a^2}{A^2}\left\{\left(\frac{1}{k} - 1\right)^2 + \left(1 - \frac{A}{O}\right)^2 + 0{,}007\,\frac{S\,L}{A}\right\} h.$$

Derselbe ist also abhängig von der Druckhöhe h und es bezeichnet in der Formel S den benetzten Umfang der Rohrleitung d, während 0,007 der Coefficient der Reibung und L die Länge der Rohrleitung bezeichnet.

Nun ist in unserm Falle $h = 2{,}4$ Meter; $k = 0{,}5$; $k_2 = 0{,}62$; $A = 0{,}1590$ Quadratmeter; $O = 1{,}44$ Quadratmeter; $a = 0{,}040$ Quadratmeter; $L = 47$ Meter und $S = 1{,}4$ Meter und es ergiebt sich nun:

$$H - h =$$

$$= \frac{0{,}62^2 \times 0{,}040^2}{0{,}1590^2}\left\{\left(\frac{1}{0{,}5} - 1\right)^2 + \left(1 - \frac{0{,}1590}{1{,}44}\right)^2 + 0{,}007\,\frac{1{,}4 \times 47}{0{,}1590}\right\} \times 2{,}4 =$$

$$= 0{,}82 \text{ Meter.}$$

Dabei wird die ausfließende Wassermenge per Secunde:

$Q = k_2\, a \sqrt{2gh} = 0{,}62 \times 0{,}040 \sqrt{2 \times 9{,}81 \times 2{,}4} = 0{,}170$ Cubikmeter

und die Geschwindigkeit des Wassers in der Rohrleitung

$$\frac{0{,}170}{0{,}159} = 1{,}08 \text{ Meter per Secunde.}$$

Der Gefällverlust wächst, wie das erste Glied des obigen Ausdruckes zeigt, im Quadrat des Verhältnisses $\frac{a}{A}$.

3. Berechnung einer Wasserleitung zu einer Turbine.

Einer Turbine nach Fig. s Tafel 22 soll eine Wassermenge von 52 Cubikfuß Schweizer = 1,4 Cubikmeter Wasser per Secunde durch eine Rohrleitung aus einem entfernt stehenden Wasserkasten A zugeführt werden.

Das totale Gefälle von A nach h ist = 15 Meter.

Welche Dimensionen erhält die Rohrleitung, wenn dieselbe möglichst billig ausfallen soll, und welches ist der Gefällverlust von A nach h, wenn die Länge der Rohrleitung 240 Meter beträgt?

Wählt man unter den obwaltenden Umständen die Geschwindigkeit des Wassers in der Rohrleitung zu 2,2 Meter per Secunde (welche Geschwindigkeit als Maximum betrachtet werden kann), so wird der erforderliche Durchmesser der Leitung

$$D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi v}} = \sqrt{\frac{4 \times 1{,}40}{3{,}14 \times 2{,}2}} = 0{,}90 \text{ Meter.}$$

Wäre dieser Durchmesser zufällig etwas größer oder kleiner geworden, so hätte man nichtsdestoweniger die gerade Zahl von 0,90 Meter gewählt, da die gewöhnlich im Handel erhältlichen Blechtafeln gerade für dieses Maß ausreichen, ohne daß nutzlose Abschnitte entfallen.

Ist nun das Einlaufstück trichterförmig erweitert, so daß der eintretende Wasserstrahl nach der natürlichen Zusammenziehung (Contraction) geformt ist, so wird der Eintrittswiderstand

$$x = (1 + 0{,}2)\frac{v^2}{2\,g} = 1{,}2\,\frac{2{,}2^2}{2 \times 9{,}81} =$$

$$= 0{,}30 \text{ Meter Druckhöhe oder Gefällverlust.}$$

Der Gefällverlust per laufenden Meter Rohrleitung wird, da der Coefficient $\frac{b_1}{R}$ nach § 168 $= 2 \times 0{,}000521 = 0{,}001042$ ist:

$$I = 0{,}001042\,v^2 = 0{,}001042 \times 2{,}2^2 = 0{,}005043 \text{ Meter.}$$

Also der Gefällverlust für 240 Meter Rohrlänge

$$= 240 \times 0{,}005043 = 0{,}3028 \text{ Meter.}$$

Bei 1 Meter Geschwindigkeit des Wassers in der Leitung wäre dagegen dieser Gefällverlust nur

$$I = 0{,}001042 \times 1^2 = 0{,}001042 \text{ Meter}$$

oder für 240 Meter Länge

$$= 240 \times 0{,}001042 = 0{,}0625 \text{ Meter.}$$

Der Knieröhrenwiderstand ergiebt sich nach § 174 zu 0,03 Meter für ein Knie.

Die Summe der Gefällverluste beträgt sonach

a) Eintritt-Widerstand . .	0,30	Meter	Gefällverlust.
b) Reibung in der Leitung	0,3028	"	"
c) Knieröhren-Widerstand .	0,0600	"	"
Totaler Gefällverlust	0,6628	Meter.	

Das in der Turbine zur Wirkung gelangende Nutzgefälle ist also 15 — 0,663 = 14,33 Meter.

4. Gefällgewinnung durch Vermehrung des Gefälles im Ablaufgraben.

Bei einer bestehenden Turbinen-Anlage nach Fig. s Tafel 22 in Beispiel 2) hat sich durch Ankauf eines Stückes Land die Möglichkeit ergeben, das Gefälle des Abzuggrabens um 0,5 Meter zu erhöhen, resp. den Graben so viel tiefer zu legen. Bauliche Verhältnisse und die bereits bestehende Turbinen-Anlage verhindern aber eine Tieferlegung der Wasserstube und es entsteht daher die wichtige Frage, ob unter diesen Umständen das gewonnene Gefälle ausgenützt werden kann, indem man nur dem Ablaufgraben ein um 1,5 Meter größeres Gefälle auf eine verhältnißmäßig kurze Strecke giebt oder aber denselben bis an die Wasserstube (nach der punktirten Linie y Fig. s) so viel tiefer legt.

Die Beantwortung dieser Frage hängt ganz davon ab, ob der Wasserspiegel im Turbinenhause sich wesentlich tiefer stellen läßt, ohne den Boden an dieser Stelle tiefer zu legen. Ist die Wassertiefe im Turbinenhause verhältnißmäßig klein, so ist die Vermehrung des Gefälles durch Schieferlegen des Canales ohne gleichzeitiges Tieferlegen des Bodens im Turbinenhause von vorn herein nicht möglich.

Ist dagegen die Wassertiefe im Turbinenhause unter der Turbine bedeutend, so läßt sich durch eine größere Neigung des Ablaufcanales außerhalb des Turbinenhauses das effective Gefälle vermehren, ohne daß man den Boden des Turbinenhauses tiefer legt.

Wieviel sich aber der Wasserspiegel im Turbinenhause und somit die Turbine selbst tiefer legen läßt, hängt von den Dimensionen der Wasserstube in erster Linie ab und soll dieses an einem Beispiele nachgewiesen werden, welches der Wirklichkeit entnommen ist.

Die Turbine consumirt ein Wasserquantum von 4 Cubikmeter Wasser per Secunde. Der Ablaufgraben hat 6 Quadratmeter Querschnitt bei einer Breite von 4 Meter und einer Wassertiefe von 1,5 Meter, und es beträgt somit die Geschwindigkeit des Wassers in demselben $\frac{4}{6}$ $= 0{,}666$ Meter per Secunde.

Die Tiefe des Wasserspiegels im Turbinenhause ist 1,8 Meter und der untere Rand der Girardturbine liegt während des Ganges unmittelbar über dem Wasserspiegel.

Auf eine Länge von 50 Meter kann nun dem Ablaufcanale ein Mehrgefälle von 0,50 Meter, also ein totales Gefälle auf diese Länge von $0{,}50 + 0{,}10 = 0{,}60$ Meter ertheilt werden, wonach man nach § 140 zur Bestimmung der mittlern Geschwindigkeit, welche das Wasser im Canale bei diesem Gefälle annimmt, hat:

$$r_1 = \frac{a}{p+w} = \frac{6}{7+4} = 0{,}545.$$

und es ergiebt sich sodann, da der Werth des Coefficienten $k = 8{,}289$ und $\beta = 0{,}879$ ist (siehe § 138), die mittlere Geschwindigkeit zu:

$$v = \beta k \sqrt{r_1 \sqrt{s}} = 0{,}879 \times 8{,}289 \sqrt{0{,}545 \sqrt{0{,}012}} =$$
$$= 1{,}785 \text{ Meter per Secunde.}$$

Bei dieser großen Geschwindigkeit sinkt nun der Wasserstand im Ablaufcanale sofort um ein bedeutendes und zwar wird der Querschnitt des Wasserkörpers $= \frac{Q}{v} = \frac{4}{1{,}785} = 2{,}23$ Quadratmeter und die Wassertiefe $= \frac{F}{B} = \frac{2{,}23}{4} = 0{,}557$ Meter.

Dieß ist indessen noch nicht die wirklich im Ablaufcanale eintretende mittlere Geschwindigkeit, da durch die erhaltenen veränderten Querschnittsdimensionen des Wasserkörpers im Canale die bei der Berechnung der Geschwindigkeit gemachten Voraussetzungen nicht mehr richtig sind. Die Rechnung muß daher wiederholt werden, indem man für r_1 die erhaltenen Dimensionen einsetzt.

Es wird nun

$$r_1 = \frac{a}{p + w} = \frac{2,23}{5,1 + 4} = 0,245$$

und

$$v = 0,879 \times 8,289 \sqrt{0,245 \sqrt{0,012}} = 1,019 \text{ Meter},$$

und ferner:

$$\frac{Q}{v} = \frac{4}{1,019} = 3,9 \quad \text{und} \quad \frac{F}{B} = \frac{3,9}{4} = 0,975 \text{ Meter Wassertiefe.}$$

Dieß stimmt aber mit den Voraussetzungen zu der eben gemachten Rechnung wieder nicht und es muß die Rechnung noch einmal mit Einsetzung der zuletzt erhaltenen Werthe wiederholt werden.

Man erhält

$$r_1 = \frac{a}{p + w} = \frac{3,9}{5,95 + 4} = 0,39$$

und

$$v = 0,879 \times 8,289 \sqrt{0,39 \sqrt{0,012}} = 1,52 \text{ Meter}.$$

und es wird nun

$$\frac{Q}{v} = \frac{4}{1,52} = 2,63 \quad \text{und die Wassertiefe} \quad 1 = \frac{F}{B} = \frac{2,63}{4} = 0,66 \text{ Meter}.$$

Auch dieses Ergebniß stimmt mit den gemachten Voraussetzungen noch nicht überein, doch zeigt eine Vergleichung der beiden letzten Rechnungen, daß die wirklich eintretende Wassertiefe zwischen 0,66 und 0,975 Meter liegen muß.

Nimmt man daher, um schneller zu dem wirklichen Werth der eintretenden Wassertiefe zu gelangen, dieselbe zu 0,75 Meter an und wiederholt mit Zugrundlegung derselben die Bestimmung der mittlern Geschwindigkeit, so wird

$$r_1 = \frac{3}{5,5 + 4} = 0,315$$

und $$v = 7,28 \sqrt{0,315 \sqrt{0,012}} = 1,35 \text{ Meter per Secunde}.$$

ferner $$\frac{Q}{v} = \frac{4}{1,35} = 3$$

und die gesuchte Wassertiefe

$$t = \frac{F}{B} = \frac{3}{4} = 0{,}75 \text{ Meter.}$$

Dieses ist mithin die thatsächliche Wassertiefe in dem erneuerten Canale, und da dieselbe um 1,5 — 0,75 = 0,75 Meter kleiner ist, kann der Wasserstand im Turbinenhause um volle 0,75 Meter tiefer sinken, wenn man die Weite des Ablaufcanales bei der Austrittstelle groß genug wählt.

Es ergiebt sich somit das eigenthümliche Factum, daß man durch richtige Verwendung eines Gefälles von 0,50 Meter im Ablaufgraben 0,75 Meter effectives Gefälle im Turbinenhause gewinnen kann, was im ersten Augenblicke wohl unglaublich erscheint. Es ist also vortheilhafter, einem Ablaufgraben ein größeres Gefälle zu geben, als dieß in der Regel geschieht, da man dabei ein größeres Nutzgefälle durch einen tiefer liegenden Unterwasserspiegel erhält.

Nun ist noch die erforderliche Breite des Ablaufcanales aus dem Turbinenhause zu bestimmen. Diese Breite muß nämlich wesentlich größer sein, als diejenige des Canales in seinem weitern Verlaufe, und kann nach den Regeln des § 76 berechnet werden. Das Wasser im Turbinenhause unter der Turbine ist vorerst stagnirend, d. h. ohne Bewegung in einer bestimmten Richtung oder nach dem Ablaufcanale, muß also so betrachtet werden, als ob es durch die Seitenwand eines Gefäßes ausfließen würde. Nimmt man nun an, daß die Ablauföffnung in der Wasserstube kleiner ist als die Breite der letztern, so findet auf zwei Seiten Contraction statt; es ist der Coefficient für den Austritt = 0,664 und die abfließende Wassermenge per Secunde

$$M = 0{,}664 \frac{2h}{3} B \sqrt{2gh};$$

woraus sich ergiebt die erforderliche Breite B der Ausflußöffnung

$$B = \frac{M}{0{,}664 \frac{2h}{3} \sqrt{2gh}} = \frac{4}{0{,}664 \frac{2 \times 0{,}75}{3} \sqrt{19{,}6 \times 0{,}75}} = 3{,}15 \text{ Meter.}$$

Diese Breite ist also noch etwas geringer als diejenige des Ablaufcanales selbst, doch ist es rathsam, dieselbe auf die Breite des Canales, also auf 4 Meter zu erhöhen.

5. Anschauliche Darstellung der Druckverhältnisse in einer Rohrleitung mit freiem Ausfluß.

Aus einem Reservoir A Fig. 263 Tafel 35 fließt das Wasser durch eine horizontale Rohrleitung unter einer Druckhöhe von $h = 10$ Meter aus. Welches ist die Ausflußgeschwindigkeit v oder die Durchflußgeschwindigkeit bei den in der Zeichnung angegebenen Dimensionen der Rohrleitung und welches sind die Höhen $h - h_1$, $h - h_2$ 2c., bis zu welchen das Wasser in den bei c, d, e und f angebrachten verticalen Zweigröhren steigt?

Denkt man sich die Rohrleitung bei i verschlossen, so ist leicht ersichtlich, daß das Wasser in den Seitenröhren c, d, e, f auf eine und dieselbe Höhe und zwar auf diejenige des Wasserspiegels im Reservoir A ansteigen würde. Sowie aber das Wasser aus der Leitung ungehindert ausströmt, sinken die Wasserspiegel in diesen Seitenröhren sofort unter das Niveau des Reservoirs und zwar wird diese Senkung h_1, h_2, h_3, h_4 um so größer sein, je weiter diese Röhren vom Reservoir entfernt liegen. Die Senkung wird ferner derart beschaffen sein, daß alle Wasserspiegel in c, d 2c. in einer geraden Linie p q liegen, die sich immer weiter von der Horizontalen l m entfernt. Durch den Eintritt des Wassers in die Rohrleitung wird eine Druckhöhe absorbirt, um dem Wasser die Geschwindigkeit v zu ertheilen. In einer unmittelbar unterhalb der Eintrittstelle in die Rohrleitung angebrachten Seitenröhre t wird daher das Wasser bereits nicht mehr bis zur Höhe des Wasserspiegels im Reservoir ansteigen, sondern es senkt sich der Wasserspiegel in dieser Röhre beim Beginn des Wasserausflusses um eine Höhe $z = \frac{v^2}{2g}$, wenn v die Geschwindigkeit des Wassers im Rohre bezeichnet. Um aber das Wasser vom Einlaufe bis zu der Stelle des Ansatzrohres c, d 2c. zu treiben, d. h. um die auf diesem Wege vorhandenen Reibungswiderstände zu überwinden, ist eine weitere Druckhöhe erforderlich, die von der Länge der Rohrleitung bis zu diesen Stellen abhängt und sich durch $\frac{l}{d} \cdot k_2 \frac{v^2}{2g}$ ausdrücken läßt, wenn $\frac{l}{d}$ das Verhältniß von Länge und Durchmesser der Rohrleitung und k_2 den Reibungs-Coefficienten bezeichnet, welcher für verschiedene Geschwindigkeiten variirt und in der untenfolgenden Tabelle folgt.

Zu diesen Druckhöhenverlusten kommt noch ein weiterer beim Eintritt des Wassers in die Leitung, wo starke Contraction stattfindet ($k = 0{,}5$), wenn sich das Rohr ohne Erweiterung ans Reservoir A anschließt.

Dagegen wird der Contractions-Coefficient sehr klein und zwar $k = 0{,}2$ bis $0{,}1$, wenn man das Einlaufstück trichterförmig erweitert nach der Form des zusammengezogenen Strahles. In unserm Falle wollen wir $k = 0{,}5$ setzen.

Die Druckhöhe besteht demnach aus verschiedenen Theilen, und zwar aus:

1) Druckhöhe zur Ueberwindung der Contraction: $h_{II} = \frac{0{,}5\, v^2}{2\, g}$.

2) " " " " Reibung: $h_{III} = k_2 \frac{l}{d} \frac{v^2}{2\, g}$.

3) " " Erzeugung von v: $= \frac{v^2}{2\, g}$.

Es ist also das totale erforderliche Gefälle h zur Erzeugung der Geschwindigkeit v

$$h = \left(\frac{v^2}{2\, g} + 0{,}5 \frac{v^2}{2\, g} + k_2 \frac{l}{d} \frac{v^2}{2\, g}\right) = \left(1 + k + k_2 \frac{l}{d}\right) \frac{v^2}{2\, g}$$

und

$$v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + k + k_2 \frac{l}{d}}},$$

wobei der Coefficient k_2 für nicht gar zu lange Rohrleitungen aus folgender Tabelle von Weißbach entnommen werden kann.

Für $v =$	0,1	Meter wird	$k_2 =$	0,0679;
" $v =$	0,2	" "	$k_2 =$	0,0522;
" $v =$	0,3	" "	$k_2 =$	0,0453;
" $v =$	0,5	" "	$k_2 =$	0,0383;
" $v =$	0,6	" "	$k_2 =$	0,0362;
" $v =$	0,8	" "	$k_2 =$	0,0333;
" $v =$	1,0	" "	$k_2 =$	0,0313;
" $v =$	1,5	" "	$k_2 =$	0,0282;
" $v =$	2,0	" "	$k_2 =$	0,0263;
" $v =$	3	" "	$k_2 =$	0,0242;
" $v =$	5	" "	$k_2 =$	0,0220;
" $v =$	8	" "	$k_2 =$	0,0204;
" $v =$	12	" "	$k_2 =$	0,0192;
" $v =$	20	" "	$k_2 =$	0,0182.

Es wird nun in unserm bei h = 10 Meter die Geschwindigkeit v annähernd 13 Meter;

$$v = \frac{\sqrt{2 \times 9{,}81 \times 10}}{\sqrt{1 + 0{,}5 + 0{,}0190 \frac{510}{0{,}5}}} = 4{,}0 \text{ Meter.}$$

Da dieses nach der ersten Annahme von v zur Bestimmung des Coefficienten k_2 nicht stimmt und nach dem Ergebniß der Formel der letztern offenbar zu groß angenommen wurde, so wird der wirkliche Werth von v unter 4 liegen. Nehmen wir als zweiten Versuch v = 2,7 Meter an, so wird

$$k_2 = 0{,}0242 \quad \text{und} \quad v = \frac{\sqrt{2 \times 9{,}81 \times 10}}{\sqrt{1 + 0{,}5 \times 0{,}0242 \frac{510}{0{,}5}}} = 2{,}74 \text{ Meter.}$$

Dieser Geschwindigkeit entspricht aber nur eine Druckhöhe von 0,38 Meter und es geht daher das ganze Gefälle von 10 — 0,38 = 9,62 Meter zur Ueberwindung der Widerstände verloren, und zwar ist

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{2{,}74^2}{2 \times 9{,}81} \; \ldots\ldots \; = 0{,}383 \text{ Meter Druckhöhe,}$$

$$0{,}0 \frac{v^2}{2g} \; \ldots\ldots\ldots\ldots \; = 0{,}190 \quad \text{„} \quad \text{„}$$

$$k_2 \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}0242 \frac{510}{5} \times 0{,}383 = 9{,}460 \quad \text{„} \quad \text{„}$$

10,033 Meter Druckhöhe.

Die oben angegebenen Coefficienten k_2 zur Berechnung der Reibung sind Weißbachs Angaben entnommen, doch sind dieselben nicht ganz mit den Darcy-Bazin'schen Resultaten übereinstimmend, geben vielmehr die Reibungsverluste kleiner an. Die obige Berechnungsweise ist überall da mit großem Vortheil anzuwenden, wo es sich um größere Geschwindigkeiten und nicht gar zu lange Rohrleitungen, etwa bis zu 20 à 40 Meter Länge handelt. Bei größern Leitungen dagegen wird man die Druckhöhenverluste durch Reibung besser nach Darcy's Angaben berechnen, da dieselben auf sorgfältige und zahlreiche Versuche gestützt sind. Nach § 168 ist für unsern vorliegenden Fall für eine Leitung von 0,50 Meter Diameter und eine Geschwindigkeit von 2,7 Meter das erforderliche Gefälle per laufenden Meter

$$I = 0{,}004256 \, v^2 = 0{,}004256 \times 2{,}7^2 = 0{,}0304$$

oder für 500 Meter Länge = 15,2 Meter, d. h. das Wasser würde erst bei 15,2 Meter Gefälle mit der Geschwindigkeit von 2,7 Meter aus der Leitung ausfließen.

Was nun die Pressungsverhältnisse an verschiedenen Stellen der Rohrleitung anbelangt, so folgt aus der gegebenen Darstellung, daß der Werth $k \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}$ mit der Entfernung vom Einlaufe wächst, daß daher die Pressungshöhe mit dieser Entfernung abnimmt und zwar in der Weise, daß diese Abnahme der Distanz vom Einlaufe proportional ist. Am Ende der Rohrleitung, wo die Summe der Gefällverluste dem totalen Gefälle h gleichkommt, findet daher bei freiem Ausflusse gar kein Druck auf die Wandung des Rohres statt, außer demjenigen nach abwärts, den es vermöge seines Gewichtes ausübt. Je mehr man sich aber von der Ausflußöffnung entfernt, um so bedeutender wird der Druck auf die Rohrwandung, um so höher wird das Wasser in den aufgesetzten Zweigröhren ansteigen. Es ergiebt sich daraus das wichtige Gesetz:

6. Gesetz des Wasserdruckes in Bewegung befindlicher eingeschlossener Wassermassen.

„Der Druck, welchen eine in einem geschlossenen Canale fließende „Wassermenge auf eine Stelle der Wandung ausübt, ist gleich dem Ge- „wicht einer Wassersäule von der Länge = der Druckhöhe, weniger der- „jenigen Pressungshöhe, welche zur Erzeugung der Geschwindigkeit des „Wassers an dieser Stelle erforderlich ist, sowie weniger der Druckhöhe, „die zur Ueberwindung sämmtlicher hydraulischer (Contractions- und „Reibungs-Widerstände vom Einlauf bis zu der betrachteten Stelle zu „überwinden sind," d. h. gleich dem Gewicht einer Wassersäule von der Höhe des Gefälles

$$H - \frac{v^2}{2g} - k \frac{v^2}{2g} - k_2 \frac{1}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Bewegt sich das Wasser in einer Leitung mit rechtwinkligem Querschnitt von der Breite b und Tiefe a, so tritt an die Stelle des Werthes $k_2 \frac{1}{d}$ derjenige $k_2 \frac{(a+b)1}{2ab}$.

7. Anwendung der negativen Pressung in einer Rohrleitung zum Fördern des Wassers.

Aus der obigen Darstellung geht hervor, daß die Wandung einer Rohrleitung keinen Druck auszuhalten hat, wenn für diese Stelle der

Werth $\frac{v^2}{2g}$ nebst den Eintritts- und Reibungswiderständen des Wassers bis zu dieser Stelle dem Gefälle oder der Druckhöhe gleich ist.

Fällt aber der Werth $\left(1 + k + k_2 \frac{l}{d}\right) \frac{v^2}{2g}$ größer aus als der Werth der Druckhöhe H, so hat die Wandung an der betreffenden Stelle einen negativen Druck oder eine Pressung von außen auszuhalten. Die Erzeugung eines solchen von außen nach innen gerichteten Druckes ist aber nur dadurch möglich, daß die Geschwindigkeit v des Wassers durch irgend eine Ursache über $\sqrt{2gh}$ hinaus beschleunigt wird, was nur auf Kosten der lebendigen Kraft des Wassers in der Rohrleitung möglich ist, oder mit andern Worten: Eine Beschleunigung des Wassers über $\sqrt{2gh}$ ist nur auf Kosten des durchfließenden Wasserquantums möglich, so daß, wenn man den Querschnitt an der verengten Stelle (wo die größere Geschwindigkeit eintritt) mit a_1, und die Geschwindigkeit an derselben mit v_1 bezeichnet, der Werth $a_1 v_1$ kleiner ist als $a \sqrt{2gh}$, so daß durch Benützung der negativen Pressung bei a_1 zum Ansaugen oder Heben von Wasser auf eine bestimmte Höhe die Maximalarbeit der Wasserkraft immerhin (in Folge der vermehrten Reibungs- und Contractions-Widerstände) kleiner ausfällt als $1000\,Q\,h = 1000 \times a \times v \frac{v^2}{2g}$.

Fließt z. B. aus dem Reservoir A Fig. 283 Tafel 36 das Wasser durch eine offene Rohrleitung B ab, in welcher man sich vorerst die Verengung a_1 bei h wegdenkt, so fließt (bei Vernachlässigung der Nebenhindernisse) das Wasser am Ende der Leitung mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ aus.

Bringt man nun aber bei f eine wesentliche Verengung a_1 des Rohrquerschnittes an, so wird es sich fragen, mit welcher Geschwindigkeit v_1 das Wasser an dieser Stelle durchfließt. Wäre nämlich das Rohr an der verengten Stelle abgeschnitten, so ist klar, daß das Wasser nur mit der Geschwindigkeit $v_1 = \sqrt{2gh}$ ausfließen könnte. Die Fortsetzung des Rohres bildet aber ein Ansatzrohr und dieses ändert gänzlich die Verhältnisse.

Das Wasser wird nach dem Durchgange durch die Verengung das Bestreben haben, mit der Geschwindigkeit v_1 im Querschnitt a der Verlängerung fortzugehn, wodurch ein Nachsaugen des Wassers durch die Verengung a_1 stattfindet, also die Geschwindigkeit v_1 vergrößert wird. Hat nun der Ansatz eine ziemlich bedeutende Länge, so daß das Wasser Zeit hat, den Ueberschuß der entwickelten lebendigen Kraft, d. h. den

Ueberschuß der in der Verengung erzeugten Geschwindigkeit an das Wasser im weitern Rohrquerschnitte a abzugeben, so bildet die Verengung bei a_1 keine Ursache der Verminderung der Austrittsgeschwindigkeit am Ende der Rohrleitung (abgesehn von den Nebenhindernissen, die dadurch natürlich vermehrt werden).

Das Wasser fließt vielmehr am Ende der Leitung mit der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$ aus und es wird sonach die Durchflußgeschwindigkeit in dem verengten Theile um so größer, als der Querschnitt a größer ist als a_1. Ist $a_1 = \frac{1}{2} a$, so wird $v_1 = 2v$ und es entsteht daher bei a_1 eine negative Pressung, welche ausgedrückt wird durch eine Wassersäule von der Höhe $\frac{(v_1 - v)^2}{2g}$, d. h. in unserm Falle für $a = 2a_1$, von $\frac{v^2}{2g} = h$.

Läßt man daher an dieser Stelle ein Rohr C einmünden, so wird das Wasser in demselben auf eine Höhe $\frac{(v_1 - v)^2}{2g}$ emporgesogen, wenn diese Höhe nicht größer ist, als der Wasserbarometerstand von 10,33 Meter. In der Praxis wird aus bekannten Gründen diese Höhe nicht über 6 bis 8 Meter.

Durch das Ansaugen des Wassers durch C wird natürlich ein Theil der Geschwindigkeit v_1 consumirt, d. h. die gesammte aus dem Reservoir A abfließende Wassermenge vermindert und es sind die Verhältnisse der Rohrquerschnitte a, a_1 und C so zu wählen, daß sie einer Nutzleistung zwischen 30 und 60 % entsprechen.

Am einfachsten ist es, das Saugrohr C mit einer Klappe zu versehn, um das angesaugte Wasserquantum beliebig reguliren und den wirklich eintretenden Spannungsverhältnissen anpassen zu können. Das Ansaugen des Wassers wird wesentlich begünstigt, wenn man dem Rohre unterhalb der Verengung eine conisch erweiterte Form giebt.

Die genauen Dimensionen einer solchen Saugvorrichtung durch Rechnung zu bestimmen, ist nicht möglich; doch erhält man genügende Annäherung bei Zugrundelegung der Bedingung, daß die angesaugte Wassermenge und deren Geschwindigkeit nur so groß sein kann, daß das Product $Q_1 h_1$ der geförderten Wassermenge dem Producte $Q h$ gleichkommt. In Wirklichkeit kann $Q_1 h_1$ wegen der Nebenhindernisse und des Verlustes $\frac{v_2}{2g}$, mit welchem das Wasser das Ende der Leitung verläßt, nicht größer werden als 0,3 bis 0,6 $Q h$. Je mehr man das Rohr unterhalb a_1 trichterförmig erweitert, um so geringer wird v oder $\frac{v^2}{2g}$ und um so günstiger die Nutzleistung der Vorrichtung.

Etwas anschaulicher werden die dießbezüglichen Verhältnisse durch die Anordnung Fig. 282 Tafel 36.

An welcher Stelle der Rohrleitung und in welcher Höhe unter dem Niveau des Oberwasserspiegels die verengte Stelle des Querschnittes sich befindet, hat auf die Stärke der negativen Pressung oder der saugenden Kraft keinen Einfluß, da die Geschwindigkeitsverhältnisse bei Veränderung der Lage der Querschnittsverengung ganz dieselben bleiben.

Die Querschnitte a a_1 sollen möglichst wenig plötzlich in einander übergehn, um alle Stoßverluste zu vermeiden, und ebenso soll das Saugrohr möglichst in der Bewegungsrichtung des Wassers eintreten.

Die Firma Nagel und Kaemp in Hamburg hat in neuerer Zeit dieses Princip der Wasseransaugung practisch verwerthet zur Entleerung von Baugruben und zur künstlichen Erhöhung des Gefälles bei hydraulischen Motoren während der Zeit der Stauwasser, wo eine größere Wassermenge zur Verfügung steht, als der Motor consumirt. Als sogenannte Wasserstrahlpumpe war ein solcher Apparat im Jahre 1873 in Wien ausgestellt.

Welches Wasserquantum z. B. mit einem disponiblen Gefälle von 5 Meter und einem Wasserquantum von 0,400 Cubikmeter per Secunde auf eine Höhe von 2 Meter gehoben werden kann, folgt aus dem Güteverhältniß der Vorrichtung, die wir zu 0,30 des entwickelten Effectes annehmen wollen. Es ist nämlich das Product

$$Q_1 h_1 = 0{,}30\, Q h = 0{,}30 \times 0{,}400 \times 5 = 0{,}6,$$

also $Q_1 = \frac{0{,}6}{h_1} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}30$ Cubikmeter per Secunde. Die Geschwindigkeit des Wassers im Saugrohre würde dabei $v_2 = \sqrt{2 g h_1}$ und der Querschnitt des Saugrohres $F_2 = \frac{Q_1}{\sqrt{2 g h_1}} = \frac{0{,}30}{\sqrt{19{,}6 \times 2}} = \frac{0{,}30}{6{,}27} =$ $= 0{,}0478$ Quadratmeter und der Durchmesser $d_2 = 0{,}25$ Meter.

Ferner müßte der größte Querschnitt des unterhalb der Verengung befindlichen Rohrtheiles so groß sein, um die wirkende und die geförderte Wassermenge auffassen zu können. Es sind dazu die Querschnitte

$$a = \frac{Q}{\sqrt{2 g h}} \quad \text{und} \quad \frac{Q_1}{\sqrt{2 g h_1}}$$

oder von

$$\frac{0{,}40}{\sqrt{19{,}6 \times 5}} + \frac{0{,}30}{\sqrt{19{,}6 \times 2}} = 0{,}052 \text{ Quadratmeter}$$

erforderlich, welchem ein größter Durchmesser d von 0,254 Meter entspricht.

Die Geschwindigkeit im Querschnitte a_1 dagegen müßte um $^2/_5$ größer, der Querschnitt also um $^2/_5$ kleiner sein, als der oben berechnete Querschnitt a.

Eine nähere Betrachtung der Sache wird aber sogleich zeigen, daß das Saugrohr nicht mit seinem großen Querschnitte in a_1 bei o einmünden kann. Das Wasser Q_1 muß vielmehr mit einer Geschwindigkeit in a_1 eingeführt werden, welche der Geschwindigkeit des dort durchfließenden Wassers entspricht. Diese ist aber nach dem obigen $v_1 = \frac{7}{5}\sqrt{2gh} = \frac{7}{5}\sqrt{19{,}6 \times 5} = 13{,}8$ Meter und es soll daher das Saugrohr C sich nach der Eintrittstelle hin conisch verengen, so daß die Eintrittmündung den Querschnitt $\frac{Q}{13{,}8} = \frac{0{,}30}{13{,}8} = 0{,}021$ Quadratmeter hat.

Damit aber der Querschnitt a_1 nicht zu sehr verengt werde, ist es erforderlich, den Querschnitt a_1 nach stattgehabter Ansaugung erweitern zu können, wie dieß beim Giffard'schen Dampf-Injector der Fall ist.

Die lebendige Kraft ausfließender Wasserstrahlen läßt sich ebenfalls zum Ansaugen von Wasser aus Baugruben, Kellern u. s. w. verwenden.

Läßt man z. B. nach Fig. 280 Tafel 36 einen unter hohem Wasserdrucke ausfließenden Wasserstrahl (z. B. aus einer städtischen Wasserleitung) durch ein Rohr e aus der Düse a austreten, an welche sich concentrisch das sich conisch erweiternde Rohr c anschließt, so sprüht das aus der Düse tretende Wasser in das conische Rohr hinein und strebt dasselbe auszufüllen und die ganze conische Wassersäule im Rohr c vorwärts zu schieben.

Dadurch entsteht aber hinter der Düse a im Raume g eine Luftverdünnung, in Folge welcher das Wasser durch das Saugrohr h_2 angesaugt wird.

Das angesaugte Wasser tritt durch das sich conisch verengende Rohrstück g rings um die Düse a herum in das Rohr c herein und erleichtert das Saugen, indem es eine bessere Ausfüllung von c bewirkt.

Ein solcher Saugapparat saugt sehr kräftig Wasser auf, so lange die Ausflußgeschwindigkeit v des aus der Düse austretenden Wassers größer ist als die Geschwindigkeit v_2, welche der Saughöhe h als Druckhöhe entsprechen würde.

Ist der Werth v wesentlich größer als v_2, so darf der ringförmige Raum um die Düse herum weiter sein, so daß eine größere Wassermenge angesaugt wird.

Ist dagegen v nicht viel größer als v_2, so muß dieser ringförmige Raum sehr enge sein, damit nur wenig Wasser aus g nach c übertreten kann, indem sonst ein Ansaugen gar nicht stattfinden könnte.

Man wird sich dieß leicht dadurch klar machen, daß man sich vorstellt, das aus der Düse austretende Wasser vermenge sich mit dem angesaugten Wasser und es bewege sich dieses Gemenge mit einer Geschwindigkeit in c fort, welche anfänglich die Mitte halte zwischen den beiden Geschwindigkeiten v und v_2.

Man wird nach einigem Nachdenken bald finden, daß das Product der aus der Düse fließenden Wassermenge mit dem Werth $\frac{v^2}{2g}$ um soviel größer sein muß, als das Product der angesaugten Wassermengen mit dem Werth $\frac{v^2}{2g} = h$, als zum Ueberwinden sämmtlicher Reibungswiderstände und Stoßverluste erforderlich ist.

Ist Q die ausfließende und Q_2 die angesaugte Wassermenge, so soll sein

$$Q \frac{v^2}{2g} > Q_2 \frac{{v_2}^2}{2g},$$

und zwar kann man Versuchen zufolge die Nutzleistung eines solchen Saugapparates zu circa 30 % annehmen, so daß also sein muß

$$Q \frac{v^2}{2g} = 3 Q_2 \frac{{v_2}^2}{2g}.$$

Dabei ist noch vorausgesetzt, daß das conische Rohr c lang und vorn weit genug sei, damit die lebendige Kraft des ausfließenden Wassers möglichst vollständig ausgenutzt werde, resp. die Ausflußgeschwindigkeit am Ende des Rohres möglichst klein sei.

Wenn der Apparat gut wirken soll, müssen die Querschnitte der beiden concentrischen Ausflußdüsen regulirt werden können; denn es compliciren sich bei genauer Betrachtung der Sache die Verhältnisse in einer Weise, daß die günstigsten Dimensionen durchaus nicht a priori durch Rechnung festgesetzt werden können.

In Folge der Rückwirkung der geförderten Wassermasse vermindert sich auch die Ausflußgeschwindigkeit des Druckwassers und es sind daher die richtigen Querschnitte der Düsen nur durch Probiren ausfindig zu machen.

Wer sich für die Sache näher interessirt, beliebe sich gefälligst an den Verfasser zu wenden, welcher augenblicklich mit dießbezüglichen Versuchen beschäftigt ist.

Auf einen wichtigen Punkt soll hier noch aufmerksam gemacht werden.

Es kann nämlich auch mit einem kleinern Gefälle Wasser auf eine Höhe angesaugt werden, welche größer als das dazu benutzte Gefälle ist, sobald die Dimensionen der Düsen richtig gewählt werden und solange die Saughöhe kleiner als 7 bis 8 (theoretisch 10) Meter ist.

Daß aber um so weniger Wasser angesaugt wird, je größer die Saughöhe im Verhältniß zur Druckhöhe ist, und daß auch (ähnlich wie beim hydraulischen Widder) das Güteverhältniß des Apparates in demselben Maße kleiner wird, ist selbstverständlich.

Um in diesem letztern Falle Wasser ansaugen zu können, muß der Apparat aber die Einrichtung haben, welche Fig. 281 Tafel 36 dargestellt ist.

Das aus der Düse austretende Druckwasser kann nämlich dem zu fördernden Wasser keine größere Geschwindigkeit ertheilen, als dem Nutzgefälle entspricht. Diese Geschwindigkeit genügt nun aber nicht, um das Wasser auf die größere Saughöhe anzusaugen.

Aus diesem Grunde muß eine zweite Düse s r eingeschaltet werden, deren Querschnitt so zu wählen ist, daß die oben geförderte Wassermenge die Düse mit einer um so viel größern Geschwindigkeit durchfließen muß, als zur Ueberwindung der Förderhöhe erforderlich ist.

Natürlich wird dafür auch weniger Wasser gefördert.

Versuche des Verfassers mit einem Wassersaug-Apparat.

Bei dem hohen Seestande des vergangenen Jahres waren die sämmtlichen Keller des Hotel Stadthof in Luzern vollständig mit Wasser angefüllt, zu dessen Entfernung der Apparat Fig. 280 Tafel 36 in aller Eile sehr roh (provisorisch) ausgeführt wurde.

Die durch einen Hydrantenschlauch aus der städtischen Hochdruck-Wasserleitung gespeiste Düse a hatte eine lichte Weite von 18 Millimeter und einen äußern Durchmesser von 20 Millimeter bei 1 Millimeter Wandstärke.

Die lichte Weite der äußern concentrischen Düse betrug 37 Millimeter.

Folgendes sind die Ergebnisse der angestellten Versuche: Um die Geschwindigkeit des aus der Düse ausfließenden Wassers zu bestimmen, wurde die verticale Steighöhe und die größte Wurfweite des Wasser-strahles gemessen, weil jede andere Methode ohne weitläufige Vorrichtungen sich als practisch unbrauchbar erwies.

Die gemessene Wurfweite bei 45° Neigung gegen die Horizontale war 28 Meter. Die theoretische Wurfweite um $^1/_4$ größer gerechnet ergiebt 35 Meter. Nun ergiebt sich aus § 14 Formel 1)

$$V^2 = \frac{W \times g}{\sin 2a} = \frac{35 \times 19{,}6}{\sin 90^0} = 686.$$

Also die Ausflußgeschwindigkeit $V = \sqrt{686} = 26{,}2$ Meter per Secunde, bei freiem Austritt aus der Düse a (wenn kein Wasser angesaugt wird).

Die gemessene verticale Steighöhe des frei ausfließenden Strahles war 70 Fuß, und die theoretische Steighöhe um $^1/_3$ größer gerechnet ergiebt 93 Fuß = 28 Meter.

Dieß entspricht einer effectiven Ausflußgeschwindigkeit von

$$v = \sqrt{19{,}6 \times 28} = 23{,}14 \text{ Meter.}$$

Nimmt man nun (zu Ungunsten des Apparates) die größere der gefundenen Geschwindigkeiten, nämlich v = 26 Meter pro Secunde für den freien Ausfluß aus der Düse an und setzt voraus, daß beim Ansaugen von Wasser diese Geschwindigkeit um circa $^1/_8$ vermindert werde, so ergiebt sich für den arbeitenden Apparat der Werth von v zu 23 Metern.

Nun ist der Querschnitt der Düse 2,54 Quadratcentimeter.

Die Düse hat 5° Convergenzwinkel, welchem ein Contractions-Coefficient 0,9 entspricht.

Es ist somit die aus der Düse tretende Wassermenge per Secunde

$$Q = 0{,}9 \times 2300 \times 2{,}54 = 5300 \text{ Cubikcentimeter} = 5{,}3 \text{ Liter.}$$

Der saugende Apparat ergab 150 Liter in 16 Secunden oder $9^1/_2$ Liter pro Secunde, so daß circa $5^1/_2$ Liter Wasser aus der Düse 4 Liter Wasser aus dem Keller gefördert haben.

Die Saughöhe war $3^1/_2$ Meter.

8. Füllung und Entleerung unregelmäßiger Gefäße, Teiche, Schleusen 2c.

a. Aus einem Weiher oder Teiche Fig. 262 Tafel 35 von unregelmäßiger Gestalt fließt das Wasser durch eine Oeffnung von rechtwinkligem Querschnitte ab. Es soll nun die Wassermenge bestimmt werden, welche in einer gegebenen Zeit aus dem Teiche abfließt.

Zur Lösung dieser Aufgabe hat man die gegebene Zeitdauer in eine beliebige Anzahl gleicher Intervalle einzutheilen und am Anfange und Ende eines jeden die vorhandene Druckhöhe h zu messen.

Bezeichnet nun:

t die Anzahl Secunden eines Zeitintervalles,

L die Breite und E die Höhe der Ausflußöffnung,

m den Contractions-Coefficienten für den Austritt des Wassers aus dieser Oeffnung,

h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 ꝛc. den Wasserstand über der Oeffnung oder die Druckhöhen bei den verschiedenen aufeinanderfolgenden Zeiträumen,

$h_2 p + 1$ den letzten der gemessenen Wasserstände,

$h_2 p$ den vorletzten,

$h_2 p - 1$ den drittletzten der gemessenen Wasserstände,

so ist die während der ganzen Zeitdauer $n \times t$ abfließende Wassermenge

$$Q = 1{,}476 \times m \times L \times E \times t \times \{\sqrt{h_1} \times \sqrt{h_2 p + 1} + \\ + 4 (\sqrt{h_2} + \sqrt{h_4} + \sqrt{h_6} + \ldots \sqrt{h_2 p}) + 2 (\sqrt{h_3} + \sqrt{h_5} + \\ + \sqrt{h_7} + \ldots\ldots + \sqrt{h_2 p} - 1)\}$$ in Cubikmetern.

Hat man z. B. vier Zeitintervalle t von je 45 Secunden, also eine ganze Zeitdauer von 180 Secunden und ist nach:

	0″	45″	90″	135″	180″ Zeitdauer
die Druckhöhe =	1,30 M.;	1,10 M.;	0,81 M.;	0,63 M.;	0,46 M.;

so wird die obige allgemeine Formel:

$$Q = 1{,}476\, m L E t \{\sqrt{h_1} + \sqrt{h_5} + 4 (\sqrt{h_2} + \sqrt{h_4}) + 2 \sqrt{h_3}\}.$$

Ist z. B. $m = 0{,}603$; $L = 1{,}00$ M.; $E = 0{,}30$ M., so wird

$$Q = 1{,}476 \times 1 \times 0{,}30 \times 0{,}603 \times 45 \times \\ \times \{1{,}14 + 0{,}678 + 4 (1{,}048 + 0{,}794) + 2 \times 0{,}900\} = \\ = 132 \text{ Cubikmeter.}$$

b. Fließt das Wasser aus einem flachen Teiche von unregelmäßiger Gestalt durch einen Ueberfall ab und bezeichnet:

H_1, H_2, H_3, H_4, H_5 ꝛc. die Druckhöhe über der Schwelle in vier aufeinanderfolgenden Zeiträumen t,

L die Breite des Ueberfalles,

$m = 0{,}405$ den mittlern Werth des Contractions-Coeffic. bei Ueberfällen,

so ist die nach der Zeit $4t$ ausgeflossene Wassermenge:

$$Q = 0{,}598\, L t \{H_1 \sqrt{H_1} + H_5 \sqrt{H_5} + 4 (H_2 \sqrt{H_2} + H_4 \sqrt{H_4}) + \\ + 2 H_3 \sqrt{H_3}\}.$$

Ist z. B. nach	0	300	600	900	1200 Secunden
die Druckhöhe	1,0 M.;	0,80 M;	0,62 M;	0,47 M.;	0,33 M.;

so wird für $L = 15$ Meter:

$$Q = 0{,}598 \times 15 \times 300 (1 + 0{,}189 + 4 (1{,}038) + 2 + 0{,}487 = \\ = 16993 \text{ Cubikmeter.}$$

c. Hat man in einem Teiche oder einem unregelmäßigen Gefäße die Zeit zu bestimmen, in welcher der Wasserspiegel um eine gewisse Höhe s abnimmt, wenn die Entleerung durch eine beliebige Oeffnung unter Druck erfolgt, so hat man mehrere, z. B. drei aufeinanderfolgende um $\frac{s}{2}$ von einander abstehende Horizontalquerschnitte G_0, G_1, G_2 des Teiches zu bestimmen und die Höhen derselben über dem Centrum der Ablauföffnung zu bestimmen.

Bezeichnet man dieselben mit h_0, h_1, h_2 und ist F der Querschnitt der Austrittöffnung, m der Ausfluß-Coefficient, so wird die Zeit t, in welcher sich der Wasserspiegel um s senkt:

$$t = \frac{s}{6 m F \sqrt{2g}} \left(\frac{G_0}{\sqrt{h_0}} + \frac{4\,G_1}{\sqrt{h_1}} + \frac{G_2}{\sqrt{h_2}}\right).$$

Hat man z. B. den Flächeninhalt der Querschnitte $G_0 =$ 10000 Quadratmeter, $G_1 = 7000$ Quadratmeter, $G_2 = 4000$ Quadratmeter, und ist deren Abstand $\frac{s}{2} = 1{,}2$ Meter, also $s = 2{,}4$ Meter, ferner $F = 1{,}2$ Quadratmeter, $m = 0{,}62$, $H_0 = 6$ Meter, $H_1 = 4{,}8$, $H_2 = 3{,}6$ Meter, so wird

$$t = \frac{2{,}4}{6 \times 0{,}62 \times 1{,}2 \sqrt{19{,}6}} \left\{\frac{10000}{\sqrt{6}} + \frac{4 \times 7000}{\sqrt{4{,}8}} + \frac{4000}{\sqrt{3{,}6}}\right\} =$$
$$= 2283 \text{ Secunden.}$$

d. Hat man im obigen Falle die in der Zeit t abgeflossene Wassermenge zu bestimmen, so ergiebt sich dieselbe durch Ableitung der im obigen Beispiel erhaltenen Formel zu

$$Q = \frac{m.F.t\sqrt{2g}}{6} \{\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + \sqrt{h_2}\} = \frac{s}{6}(G_0 + 4\,G_1 + G_2.)$$

Für die Werthe des obigen Beispieles wird:

$$Q = \frac{2{,}4}{6}(10000 + 4 \times 7000 + 4000) = 16800 \text{ Cubikmeter.}$$

e. Eine Schleuse oder ein Reservoir O Fig. 264 Tafel 35 von regelmäßigem Querschnitt soll durch einen Zuflußcanal H mit Schützenöffnung F gefüllt und nachträglich durch eine zweite Schützenöffnung F_2 bei geschlossener Schütze F entleert werden. Welches ist die zum Füllen und Leeren erforderliche Zeit?

Bezeichnet t die Zeit in Secunden zum Anfüllen und t_2 diejenige zum Entleeren, F den Querschnitt in Quadratmetern der Schütze F und F_2 denjenigen der Oeffnung F_2, h_2 die Höhe des Oberwasserspiegels über dem Mittelpunkt der Schützenöffnung F, h_1 die Tiefe des Unterwasserspiegels unter dem Mittel derselben Oeffnung, G den horizontalen constanten Querschnitt der Kammer O, so ist die zum Anfüllen derselben erforderliche Zeit

$$t = \frac{(h_1 + 2\,h_2)\,G}{m\,F\,\sqrt{2\,g\,h_2}},$$

wobei m den Contractions-Coefficienten für den Austritt aus der Oeffnung F bezeichnet.

Die zum Entleeren der Kammer erforderliche Zeit wird dagegen:

$$t_2 = \frac{2\,G\,\sqrt{h_1 + h_2}}{m_2\,F_2\,\sqrt{2\,g}},$$

wobei m_2 = Contractions-Coefficient für den Austritt aus der Oeffnung F_2.

Beispiele. Sei G = 200 Quadratmeter, $h_2 = 2$ Meter, $h_1 = 0{,}85$ Meter, F = 0,75 Quadratmeter, $F_2 = 0{,}80$ Quadratmeter, m = 0,60 und $m_2 = 0{,}65$, so wird die Zeit zum Anfüllen

$$t = \frac{(0{,}85 + 2 \times 2)\,200}{0{,}60 \times 0{,}75\,\sqrt{19{,}6 \times 2}} = 346{,}4 \text{ Secunden}$$

und die erforderliche Zeit der Entleerung

$$t_2 = \frac{2 \times 200\,\sqrt{0{,}85 + 2}}{0{,}65 \times 0{,}80\,\sqrt{19{,}6}} = 300 \text{ Secunden.}$$

9.

Ein Saugheber nach Fig. r Tafel 22 hat eine constante Weite von 0,30 Meter, eine Länge des mittlern Röhrenstranges i von 120 Meter, ein Gefälle h von 4,5 Meter. Der Scheitel der Rohrleitung ist 1,5 Meter über dem Oberwasserspiegel. Der Einlauf ist trichterförmig erweitert. Mit welcher Geschwindigkeit fließt das Wasser bei v aus und welches sind die Pressungsverhältnisse im Heberscheitel? Wie groß ist ferner das abfließende Wasserquantum?

Die vier Rohrkrümmer haben einen Radius r = 0,90 Meter.

Es ist daher nach § 174 $\frac{a}{r} = \frac{0{,}15}{0{,}90} = 0{,}166$ und daher der Coefficient zur Berechnung des Reibungswiderstandes $k_2 = 0{,}134$.

Der Coefficient k_1 für den Wassereintritt kann zu 0,2 angenommen werden.

Es wird nun die Ausflußgeschwindigkeit v

$$v = \frac{\sqrt{2\,g\,h}}{\sqrt{1 + k_1 + k_2\,(4) + k_3\,\frac{l}{d}}}.$$

Der Coefficient k_3 zur Berechnung des Reibungswiderstandes in der Rohrleitung ist nun aber von der gesuchten Ausflußgeschwindigkeit v abhängig und es kann die letztere Größe daher nur durch mehrmaliges Wiederholen der Rechnung gefunden werden.

Vorerst wollen wir also versuchsweise $v = 5$ Meter und daher (siehe § 281 Nr. 5) $k_3 = 0{,}022$ annehmen.

Es wird demnach

$$v = \frac{\sqrt{2 \times 9{,}81 \times 4{,}5}}{\sqrt{1 + 0{,}2 + 0{,}134 \times 4 + 0{,}022 \frac{130}{0{,}30}}} = 2{,}8 \text{ Meter.}$$

Dieß stimmt mit der gemachten Annahme nicht und es wird daher der wirkliche Werth von v zwischen 1 und 3 liegen. Nehmen wir in zweiter Annäherung $v = 2$ Meter, so wird der Coefficient $k_3 = 0{,}0263$ und daher $v = 2{,}5$ Meter. Diesem Werth entspricht aber genauer $k_3 = 0{,}0252$ und daher

$$v = \frac{\sqrt{2 \times 9{,}81 \times 4{,}5}}{\sqrt{1 + 0{,}2 + 0{,}134 \times 4 + 0{,}0252 \frac{130}{0{,}30}}} = 2{,}67 \text{ Meter.}$$

Das per Secunde abfließende Wasserquantum wird

$$Q = 0{,}7854 \times 0{,}30^2 \times 2{,}67 = 0{,}1887 \text{ Cubikmeter.}$$

Bezeichnet nun z den Wasserbarometerstand im Heberscheitel (den wirklichen Wasserdruck auf die Rohrwandung), so ist, wenn b den äußern Wasserbarometerstand von 10,33 Meter bezeichnet: K

$$k - h_1 - z = \left(1 + k + 2\,k_2 + k_3 \frac{l_1}{d}\right) \frac{v^2}{2\,g},$$

wenn der Werth 2 des Coefficienten $2\,k_2$ die Anzahl der Kniestücke vom Eintritt bis zur Mitte des Heberscheitels und l_1 die entsprechende Heberlänge bis zu dieser Stelle bezeichnet. Schließlich wird der gesuchte Werth von z:

$$z = k - h_1 - \left(\frac{1 + k + 2\,k_2 + k_3 \frac{l_1}{d}}{1 + k + 4\,k_2 + k_3 \frac{l}{d}}\right) \times h,$$

oder wenn $l_1 = 65$ Meter:

$$= 10{,}33 - 1{,}5 - \left(\frac{1 + 0{,}20 + 2 \times 0{,}134 + 0{,}0252 \times \frac{65}{0{,}30}}{1 + 0{,}20 + 4 \times 0{,}134 + 0{,}0252 \times \frac{130}{0{,}30}}\right) \times 4{,}5$$

$$= 10{,}33 - 3{,}97 = 6{,}36 \text{ Meter.}$$

Es findet also im Heberscheitel ein Druck von außen nach innen statt, welcher ausgedrückt wird durch eine Wassersäulenhöhe von

$$10{,}33 - 6{,}36 = 3{,}97 \text{ Meter.}$$

10.

Aus einem Teiche A Fig. 265 Tafel 35 von unregelmäßigem Querschnitte fließt das Wasser durch eine Oeffnung c nach einem zweiten Teiche B mit ebenfalls gänzlich unregelmäßigem Querschnitte ab. Der letztere ist theilweise mit Wasser gefüllt, so daß die Oeffnung c untergetaucht ist.

Welche Wassermenge fließt aus A nach B in einer gegebenen Zeit ab?

Zur Lösung dieser verwickelten Aufgabe theilt man zunächst die ganze Zeitdauer des Abflusses in vier Zeittheile t von gleicher Größe ein und mißt zu Anfang und Ende eines jeden das Druckgefälle H und dasjenige h (Fig. 265) und bezeichnet dieselben von oben nach unten fortschreitend mit H_1, H_2, H_3, H_4, H_5 und h_1, h_2, h_3, h_4, h_5. Ist nun ferner m der Ausfluß-Coefficient für die Oeffnung c, L die Breite und E die Tiefe der letztern und t die Anzahl Secunden eines Zeitintervalles, so ist die nach Verlauf der Zeit $4 \times t$ abfließende Wassermenge in Cubikmetern:

$$Q = 1{,}476\, m L E t \left\{\sqrt{H_1 - h_1} + \sqrt{H_5 - h_5} + \right.$$
$$\left. + 4\left(\sqrt{H_2 - h_2} + \sqrt{H_4 - h_4}\right) + 2\sqrt{H_3 - h_3}\right\}.$$

Ist z. B. nach	0	75	150	225	300 Sec.
die Druckhöhe H =	2,00 M.;	1,75 M.;	1,33 M.;	1,13 M.;	0,94 Met.
und diejenige h =	0,65 „	0,75 „	0,83 „	0,89 „	0,94 „

so wird für L = 0,70 Meter, E = 0,60 Meter und m = 0,625, und wenn 2 solcher Oeffnungen gleichzeitig offen sind:

$$Q = 2 \times 1{,}476 \times 0{,}625 \times 0{,}70 \times 0{,}60 \times$$
$$\times 75\,\{1{,}16 + 4 \times 1{,}49 + 2 \times 0{,}706\} = 495 \text{ Cubikmeter.}$$