Essai sur les horloges publiques, pour les communes de la campagne

Janvier, Antide

A Paris, 1811

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-94

Additions.

ADDITIONS.

ARTICLE PREMIER.

Du Pendule simple.

Si l'on suspend à un fil flexible un corps quelconque A (Pl. I, fig. 2); si l'on éloigne ce corps de la ligne perpendiculaire *v*, pour l'amener en *x*, et qu'on l'abandonne ensuite à lui-même, l'action de la pesanteur le fera descendre en *v*, et par la vîtesse acquise il remontera à la même hauteur dont il étoit descendu; ensuite il redescendra par sa pesanteur, et continuera son mouvement de droite à gauche et de gauche à droite.

On nomme *Pendule simple* un corps A suspendu de cette manière et disposé à se mouvoir autour du point fixe *f* d'un fil supposé sans pesanteur.

On nomme *vibration* ou *oscillation*, le mouvement que fait le pendule pour aller de droite à gauche, ou pour revenir de gauche à droite.

Précis des lois du Pendule.

L'on démontre, 1°. que les Pendules qui décrivent des arcs quelconques, font leurs vibrations en des temps qui sont entre eux comme les racines quarrées de leurs longueurs.

2°. Que les longueurs des Pendules sont entre elles comme les quarrés des vibrations dans chacun: or plus un Pendule est long, plus il reste de temps à faire ses vibrations; ensorte que si les longueurs de deux Pendules sont entre elles comme 4 et 1, les temps des vibrations seront entre eux comme 2 et 1, racines quarrées de ces longueurs.

D'où il suit, que le Pendule 4 fera une vibration tandis que le Pendule 1 en fera deux.

Il suit encore que si ces Pendules oscillent durant le même espace de temps, les nombres des vibrations seront entre eux comme 1 est à 2; c'est-à-dire, réciproquement comme les racines quarrées des longueurs.

Les longueurs de deux Pendules sont entre elles réciproquement comme les quarrés des nombres des vibrations faites dans le même temps: donc si l'on connoît le nombre de vibrations que fait un Pendule dans un temps donné, et la longueur de ce Pendule, on en déduira la longueur de tout autre Pendule quelconque, si l'on sait le nombre de vibrations qu'il doit faire en un certain temps; et réciproquement la longueur d'un Pendule étant donnée, l'on trouvera quel est le nombre de vibrations qu'il fera en un certain temps; nous allons donner des exemples qui serviront à montrer comment la table des longueurs des Pendules a été construite.

La longueur du Pendule à secondes, c'est-à-dire, qui fait 3600 vibrations par heure a été fixée par Huygens à 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ (1).

Puisque les longueurs sont en raison réciproque des quarrés des nombres des vibrations faites en un même temps, c'est-à-dire, que si les Pendules font, l'un, une vibration par seconde, et l'autre deux, la longueur de celui-ci sera quatre fois moindre que celle du premier: il suit que la longueur du Pendule à demi-seconde, doit être de 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{8}$.

PROBLÈME I.

La longueur d'un Pendule étant donnée, trouver le nombre de vibrations qu'il doit faire en une heure.

Les nombres d'oscillations faites dans le même temps sont en raison inverse des racines quarrées des longueurs. Supposant que la longueur du Pendule dont on veut trouver le nombre d'oscillations en une heure, est de 12 pouces, on aura la proportion suivante: *La racine quarrée de la longueur du pen-*

---

(1) Selon les expériences très-précises faites depuis par MM. de Mairan et Bouguer, rapportées dans les *Mémoires de l'Académie*, la longueur du Pendule simple qui bat les secondes à Paris, a été fixée à 3 pieds 8 lignes $\frac{57}{100}$ *pied-de-Roi*, différence très-petite puisqu'il n'y a que $\frac{7}{100}$ de plus que n'avoit trouvé Huygens. Voyez les *Étrennes chronométriques*. pour 1811, page 144.

dule à secondes (1), *est à la racine quarrée de celle du pendule donné, comme le nombre cherché x de vibrations de ce pendule est à* 3600 *vibrations du pendule à secondes:* réduisant l'un et l'autre Pendule en demi-lignes, on aura: la racine quarrée de 881 est à la racine quarrée de 288, comme x est à 3600: la racine quarrée de 881 est d'environ 29,68: et celle de 288 est 16,97: on a donc: 29,68 est à 16,97 comme x est à 3600: c'est-à-dire, que le Pendule qui a 12 pouces de longueur, fait 6296 vibrations par heure. Nous trouvons quelque chose de moins parce que nous n'avons poussé que jusqu'à deux décimales l'extraction de la racine; mais cela suffit pour donner une idée de la méthode que l'on doit suivre pour trouver le nombre des vibrations d'un Pendule quelconque en un temps donné.

PROBLÈME II.

Le nombre de vibrations qu'un pendule fait par heure étant donné, trouver la longueur de ce pendule.

Les longueurs des Pendules étant entre elles dans la raison inverse des quarrés des nombres de leurs vibrations dans le même temps, on aura la proportion suivante: *le quarré des vibrations du pendule cherché est au quarré des vibrations du pendule à*

(1) Supposé de 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$.

secondes, comme la longueur du pendule à secondes est à celle du pendule cherché.

Soit 1800 le nombre de vibrations que doit faire par heure le pendule cherché; on élevera 1800 au quarré, c'est-à-dire, on multipliera ce nombre par lui-même, et l'on multipliera de même 3600 vibrations du Pendule à secondes; et l'on aura 3,240,000 est à 12,960,000, comme 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$, et, en ôtant les zéros pour plus de facilité, 324 est à 1296, comme 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ est à x; et 324 étant à 1296 comme 1 est à 4, on a 1 est à 4 comme 3 pieds 8 lignes $\frac{1}{2}$ est à x, ainsi multipliant les termes moyens, et divisant par l'extrême connu, on a la valeur de x égale à 12 pieds 2 pouces 10 lignes qui est la longueur du pendule qui fait 1800 vibrations par heure: c'est en suivant cette méthode que lon peut former une table des longueurs des pendules.

Mais l'usage des Logarithmes épargne bien de la peine; et nous désirerions que ce terme de *Logarithmes* (1), n'effrayât pas les laborieux citoyens qui,

---

(1) L'invention des Logarithmes, que Neper publia en 1614, consiste dans cette remarque fondamentale: si, à côté d'une progression géométrique 1, 10, 100, etc., on met une progression arithmétique 0, 1, 2, 3, etc.,

1	0
10	1
100	2
1000	3
10000	4

les termes de celle-ci représentent par leur addition ce que les autres font par leur multiplication; et on les appelle Logarithmes, parce qu'ils indiquent la marche des nombres: ainsi, en ajoutant 1, qui est le Logar. de 10, avec 3, qui est le Logar. de 1000, ou a 4, qui est celui de 10000.

dans le Jura, employent d'une manière si honorable et si utile le temps qu'ils nous aident à mesurer; car, avec des tables de Logarithmes, ils décupleroient leurs opérations, les rendroient plus faciles et plus sûres. C'est par leur moyen que la table des longueurs des Pendules (page 47) a été calculée (1).

Usage de la Table des longueurs des pendules.

Par le moyen de cette table on trouve dans l'instant le nombre de vibrations qu'un Pendule, de longueur donnée, doit faire dans une heure; ce qui sert à déterminer le nombre des dents du rouage. Voulant, par exemple, appliquer à une Horloge un Pendule qui ait cinq pieds de longueur; on verra dans la table quel est le nombre de vibrations qui répond à cinq pieds, ou le plus approchant, on trouvera 2800 à côté de 5 pieds 8 lignes $\frac{29}{100}$, c'est-à-dire, qu'un Pendule de cette longueur fera 2800 vibrations par heure.

Si au contraire on a un rouage donné, et que le nombre des dents soit déterminé, et par conséquent les vibrations, on trouvera dans la table, à côté de ce nombre, la longueur du Pendule qui lui est convenable.

---

(1) On trouve sur le même principe que pour faire avancer une Horloge à secondes, d'une minute par jour, il faut raccourcir le Pendule de 0 lig. 6116 ou environ 6 dixièmes de ligne, et pour une seconde par jour, de 0 lig. 01 ou un centième de ligne.

ARTICLE II.

De la division du temps.

Définitions du temps vrai et du temps moyen.

On demandoit à un voyageur qui avoit parcouru cette Grèce encore célèbre par les débris des monumens, si ces lieux étoient fréquentés: *nous n'y avons trouvé,* répondit-il, *que le temps qui démolissoit en silence.* Il seroit difficile de prouver d'une manière plus énergique, que tout s'opère *dans le temps* et *avec le temps*; mais ce n'est pas l'objet que nous avons en vue.

Le temps qui s'écoule depuis le passage du soleil au méridien, jusqu'à son retour au même méridien, est celui que les astronomes appellent *jour solaire.*

Le jour se divise en 24 parties égales qu'on appelle *heures*: l'heure se divise en 60 parties appelées *minutes*; et la minute se divise en 60 parties qu'on appelle *secondes*: un jour contient donc 1440 minutes, l'heure 3600 secondes, et un jour contient 86400 secondes.

Tous les jours de l'année ne sont pas exactement de 24 heures; car tantôt le soleil emploie 24 heures et quelques secondes, depuis le midi d'un jour au midi suivant, et tantôt 24 heures moins quelques secondes, depuis le midi d'un autre jour au midi suivant, etc.

Le mouvement du soleil est donc variable, ainsi qu'il est aisé de s'en convaincre. Car si l'on a une bonne Pendule à secondes dont le mouvement est uniforme, et qui soit tellement réglée, qu'après avoir été mise à l'heure avec le soleil un jour quelconque, elle marque autant de fois midi que le soleil, et qu'au bout d'un an, à pareil jour, le midi de la Pendule se rencontre avec celui du soleil, alors on verra que dans les autres jours de l'année la Pendule marquera midi, tantôt avant et tantôt après celui du soleil : or puisque la Pendule est supposée se mouvoir d'un mouvement uniforme, il faut nécessairement que la différence des deux midi soit causée par la variation du soleil.

Les différences que l'on aura aperçu entre le midi de la Pendule et celui du soleil, prouvent donc l'inégalité des jours et des heures qui sont mesurées par le soleil. C'est par cette raison que les astromomes ont été obligés d'imaginer des jours *fictifs* tous égaux entre eux, et moyens proportionnels entre le plus long et le plus court des jours solaires inégaux.

On appelle *temps-moyen* celui qui est ainsi réduit à l'égalité; c'est le même qui est marqué par la Pendule comparée comme nous venons de le dire.

Le temps qui est mesuré par le méridien, c'est-à-dire, par le midi du soleil, est celui qu'on appelle *temps vrai*; et l'on appelle *équation du temps*, la différence que l'on aura vu chaque jour entre le midi du soleil et celui de la Pendule, c'est-à-dire, que l'équation est la différence du temps vrai au temps moyen.

Les astronomes ont dressé des tables qui marquent, pour tous les jours de l'année, la différence du midi du soleil au midi de la Pendule, c'est-à-dire, du temps vrai au temps moyen.

C'est d'après ces tables, qu'on nomme *tables d'équations*, qu'est dressée celle qui est à la fin de cet ouvrage, sous le titre de *temps moyen qu'une Horloge doit marquer quand il est midi au soleil.* Les différences ne sont indiquées que de cinq en cinq jours, pour tous les mois de l'année; mais cette aproximation est suffisante pour l'usage civil.

ARTICLE III.

Manière de tracer, sur un plan horisontal (1), *une ligne méridienne, propre à régler les Horloges.*

Ayez une pierre (2) A B C D (Pl. I, fig. 3), bien droite et unie, que vous poserez horisontalement au moyen d'un niveau; pour cet effet, vous ferez caler la pierre jusqu'à ce que le fil du niveau reste toujours dans la ligne verticale: après quoi il faudra la fixer solidement. Placez à l'extrémité de cette pierre, du côté où le soleil paroît à midi, le style ou in-

---

(1) On nomme *horisontal* un plan qui ne penche d'aucun côté; telle est sensiblement la surface d'une table, ou plus exactement celle de l'eau qui repose dans un vase.

(2) Il faut lui donner deux ou trois pieds de longueur; car plus la ligne que l'on tracera sera longue, et le *style* ou *index* élevé, et plus la méridienne sera juste.

dex E G (1), dont la plaque E soit percée à son centre d'un trou qui ait environ une ligne de diamètre, et soit propre à laisser passer la lumière du soleil; par le milieu de ce trou faites passer le fil de l'aplomb, fig. 4; marquez sur la pierre le point qui répond au-dessous de la pointe *n*: de ce point F, comme centre, tracez avec un compas les circonférences *a*, *b*, *c*. Observez avant 9 heures ou 9 heures et demie, le moment auquel la lumière qui passe par le trou du style, viendra couper cette circonférence; marquez bien exactement dans la circonférence *c*, et par le milieu de la lumière, le point H sur le plan; observez après midi le moment où la lumière viendra couper la même circonférence au point I; divi-

(1) Pour trouver la hauteur du style, il faut mesurer la distance du point F, jusqu'à l'extrémité M de la pierre; ce qui donnera la longueur de la ligne méridienne. Ce point F se trouvera, à peu près, en réservant à l'extrémité G de la pierre et en dehors de F, la place pour la base G du style, comme on le voit dans la figure. Ayant ainsi trouvé la longueur F M de la ligne on cherchera dans la table *des hauteurs que doivent avoir les styles* (p. 52), qu'elle est celle qui convient à cette ligne, que je suppose de 2 pieds; on trouve dans la table, à côté de 2 pieds, le nombre 7 pouces 7 lignes. On fera donc un style G E, qui soit tel que de E en F, il y ait juste 7 pouces 7 lignes: on le fixera après la pierre: de cette manière on sera certain, qu'en hiver, lorsque le soleil est le moins élevé sur l'horison, l'ombre de la plaque ne portera ni trop en dehors du plan, ni trop en dedans.

sez l'arc H I en deux également: du milieu *c* et du point F, menez la ligne M F qui sera la méridienne cherchée.

REMARQUE.

La saison la plus convenable pour tracer une méridienne horisontale par cette méthode, est le Solstice d'hiver; l'ombre du style étant pour lors la plus longue, on opère avec plus de précision. On pourroit choisir également le Solstice d'été; mais il est plus difficile de s'assurer de la justesse des opérations, parce que l'ombre est alors la plus courte; à moins qu'en rehaussant le style, les points correspondans puissent se trouver aussi éloignés l'un de l'autre qu'en hiver.

Si l'on trace la méridienne par cette méthode en tout autre temps que vers les Solstices, il y a une petite erreur à corriger. Lorsqu'on s'éloigne des Solstices la déclinaison du soleil change sensiblement dans l'intervalle qui se trouve entre les instans où l'on marque les points de lumière correspondans sur le même cercle, et plus cet intervalle est long, plus ce changement est sensible, surtout vers les équinoxes.

Pour bien comprendre cette construction, il faut observer que si le soleil va du Solstice d'été au Solstice d'hiver, il est plus élevé, dans les pays septentrionaux, avant midi qu'après midi, quand il est à la même distance du méridien de part et d'autre: et par conséquent l'ombre du style est plus courte le matin que le soir dans les momens également éloignés de midi : ainsi en prenant des ombres égales du style, la ligne que l'on tireroit du milieu des points H I, par le point M, ne seroit pas la vraie méridienne ; elle s'en écarteroit un peu vers le point H, marqué avant midi.

On peut corriger cette petite différence par le moyen d'une table de l'équation des hauteurs correspondantes, la déclinaison du soleil étant connue ; mais ce détail nous meneroit trop loin.

Il ne faut donc employer la méthode précédente qu'aux environs du Sosltice d'hiver, parce que le point de midi que l'on trouve au Solstice d'été est toujours trop près du pied du style : et si l'on n'a pas marqué bien exactement les points où le centre de lumière aura coupé les circonférences concentriques *a b c*, ou s'il y a quelque erreur sur la détermination du pied du style, la méridienne ne sera pas exacte ; l'on peut dire que les mêmes inconvéniens se trouvent au Solstice d'hiver ; mais l'on doit considérer que les erreurs commises au Solstice d'hiver, diminuent à mesure que le soleil s'approche du Solstice d'été, au lieu que les erreurs faites au Solstice d'été augmentent à mesure que le soleil s'approche du Solstice d'hiver.

ARTICLE IV.

Tracer une méridienne par le secours de l'Étoile polaire.

L'étoile polaire n'étant éloignée du pôle que d'environ deux degrés, elle désigne toujours à peu près le nord, en quelque temps qu'on l'observe; mais si l'on choisit l'instant où elle est dans le méridien, quand on s'y tromperoit même de plusieurs minutes, on aura, par le moyen de cette étoile, la direction du méridien avec une très-grande précision. Il suffira d'élever deux fils à plomb, le long desquels on puisse viser ou s'aligner à l'étoile. En faisant cette operation deux fois, quand l'étoile est le plus à l'orient et le plus à l'occident, et prenant le milieu, on auroit exactement la méridienne.

Pour trouver, sans aucun calcul, le temps où l'étoile polaire passe au méridien, il suffit d'observer le temps où elle est dans le vertical de la première des trois étoiles de la queue, ou celle qui est la plus voisine du quarré de la grande ourse. On a reconnu que cette étoile est opposée à l'étoile polaire, de façon qu'elles passent ensemble au méridien, l'une au-dessus du pôle, l'autre au-dessous; ainsi quand elles sont ensemble dans un même vertical, dans un même à-plomb, on est sûr qu'elles sont toutes deux au méridien: si dans ce moment on aligne deux fils ou deux règles verticales vers ces deux étoiles, les deux objets ainsi alignés, seront dans le méridien, et marqueront sur le parquet, ou tout autre plan, la direction de la méridienne.

Cette opération peut se faire, surtout dans le crépuscule, au mois de mai et au mois de juin, avec deux fils à plomb, de manière à ne pas se tromper de quatre minutes sur le temps où ces deux étoiles passent dans le même vertical, et quatre minutes d'erreur ne feroient pas un quart de minute sur le moment du midi que l'on observeroit ensuite par le moyen de cette méridienne; mais si l'on ne prenoit pas l'heure du passage de l'étoile polaire au méridien, on pourroit commettre une erreur de deux degrés cinquante minutes sur la direction de la méridienne, et il en résulteroit un quart d'heure d'erreur sur l'instant du midi.

Ces deux étoiles passoient exactement ensemble dans le méridien, en 1751; mais l'étoile de la grande ourse devance l'autre d'une minute treize secondes et demie, tous les dix ans; et, en 1811, elle doit passer environ 7 minutes 20 secondes plutôt que l'étoile polaire.

Si l'on désiroit une extrême exactitude, il faudroit donc s'assurer, par le moyen de deux fils à plomb, du moment où les deux étoiles ont passé par le même vertical; attendre ensuite 7 minutes 20 secondes, et diriger alors les deux fils à plomb à l'étoile polaire seule, sans égard à la première étoile, qui aura déjà passé au-delà du vertical et du méridien.

ARTICLE V.

Manière de régler une Horloge par les étoiles fixes.

La révolution de la terre, par rapport aux étoiles fixes, se fait d'un mouvement uniforme; elle est constamment de 23 heures 56 minutes 4 secondes de temps moyen, c'est-à-dire, de 3 minutes 56 secondes de moins que la révolution journalière moyenne de la terre par rapport au soleil.

Si on observe le passage d'une étoile par le méridien, ou par tout autre point du ciel, en marquant l'heure, la minute et la seconde qu'il est dans ce moment à l'Horloge que l'on veut régler; si le lendemain, au retour de l'étoile au même point du ciel, on marque encore l'heure, la minute et la seconde qu'indique l'Horloge; on saura facilement si elle est réglée sur le temps moyen: car si elle marque 3 minutes 56 secondes de moins que la veille, c'est-à-dire, si ayant marqué 10 heures juste, elle marquoit le lendemain 10 heures moins 3 minutes 56 secondes, ce seroit une preuve que l'Horloge est parfaitement réglée sur le temps moyen; si, au contraire, elle différoit de cette quantité, en plus ou en moins, il faudroit raccourcir ou alonger le pendule, en conséquence de ce retard.

Si on laisse écouler plusieurs jours sans revoir l'étoile: pour savoir l'heure que devra marquer l'Horloge à l'instant de la seconde observation, il faudra ajouter autant de fois 3 minutes 56 secondes qu'il s'est écoulé de jours, et l'on aura la quantité dont l'Horloge devra retarder sur l'étoile fixe.

Nous donnons une table de l'accélération des étoiles fixes sur le temps moyen depuis un jour jusqu'à

32; par-là on sera dispensé de multiplier 3 minutes 56 secondes par le nombre de jours écoulés entre deux observations; car si l'on est 10 jours sans voir l'étoile, la table indique que l'étoile a avancé de 39 minutes 19 secondes sur le moyen mouvement (1).

Pour trouver le temps du retour d'une étoile au même point du ciel, on peut élever deux fils à plomb, éloignés l'un de l'autre, à peu près dans la direction du méridien, et observer le moment où le rayon visuel, passant par les deux fils, rencontre l'étoile, ou fixer au hazard une lunette à deux verres convexes à un plan inébranlable quelconque. Car, alors on pourra déterminer le temps des révolutions diurnes des étoiles, ou celui de leur retour à un même point fixe, par l'instant où celles qu'on aura remarqué dans la lunette en sortiront et disparoîtront sur le bord de son champ. Ou enfin fixer quelque part une plaque

---

(1) Il faut observer que l'accélération des étoiles n'est pas exactement de 3 minutes 56 secondes sur le moyen mouvement (comme nous l'avons supposé pour abréger); mais qu'elle est de 3 minutes 55 secondes 54 tierces, c'est-à-dire, que les étoiles accélèrent 6 tierces de moins par jour. Si on laissoit écouler plusieurs jours entre les deux observations, il faudroit tenir compte de ces 6 tierces: c'est par cette raison que l'on voit dans la table, qu'au bout de 10 jours l'étoile avance d'une seconde de moins qu'elle n'auroit fait, si son accélération étoit exactement de 3 minutes 56 secondes par jour. Voyez page 50.

de tôle percée d'un petit trou où l'on puisse appliquer l'œil pour observer l'instant où une étoile disparoît derrière un édifice éloigné, une pointe de rocher ou tel autre objet que les localités permettront de choisir.

OBSERVATION.

Il faut avoir soin de ne pas prendre une des planètes pour une étoile fixe, parce qu'elles ont un mouvement propre qui causeroit de l'erreur; mais il est aisé de ne pas s'y tromper, car les planètes paroissent beaucoup plus grandes avec la lunette, au lieu que les étoiles fixes ne sont pas sensiblement augmentées, à cause de leur prodigieux éloignement; d'ailleurs elles ne scintillent point et sont beaucoup moins brillantes. Pour ne pas courrir le risque de se tromper dans le choix de l'étoile dont on doit observer le retour, et pouvoir la retrouver, on remarquera sa situation par rapport à celles qui l'environnent; par ce moyen on la reconnoîtra facilement.