Histoire d'Aristarque de Samos

Aristarchus

Paris, 1810

Aristarchou peri megethôn kai apostêmatôn hêliou kai selênês. / Aristarchi (liber) de magnitudinibus et distantiis solis et lunae.

ἈΡΙΣΤΆΡΧΟΥ

ΠΕΡῚ ΜΕΓΕΘΩ͂Ν

ΚΑῚ

ἈΠΟΣΤΗΜΆΤΩΝ

ἩΛΊΟΥ ΚΑῚ ΣΕΛΉΝΗΣ.

ARISTARCHI

(LIBER)

DE MAGNITUDINIBUS

ET DISTANTIIS

SOLIS ET LUNÆ.

ἈΡΙΣΤΑΡΧΟΥ

ΠΕΡΙ ΜΕΓΕΘΩΝ ΚΑΙ ἈΠΟΣΤΗΜΑΤΩΝ,

ἩΛΙΟΥ ΚΑΙ ΣΕΛΗΝΗΣ.

Α΄. Τὴν σελήνην παρὰ τοῦ ἡλίου τὸ φῶς λαμβάνειν.

Β΄. Τὴν γῆν, σημείου τὲ καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν.

Γ΄. Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, νεύειν εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν, τὸν διορίζοντα τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν τῆς σελήνης μέγιστον κύκλον.

Δ΄. Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε αὐτὴν ἀπέχειν τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου, τῷ τοῦ τεταρτημορίου τριακοστῷ.

Ε΄. Τὸ τῆς σκιᾶς πλάτος, σεληνῶν εἶναι δύο.

ϛ΄. Τὴν σελήνην ὑποτείνειν ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζωδίου.

ARISTARCHI
DE MAGNITUDINIBUS ET DISTANTIIS, SOLIS ET LUNÆ.

---

1. *LUNAM à Sole lumen accipere.*

2. *Terram puncti ac centri rationem habere ad Lunæ sphæram.*

3. *Cùm Luna dimidiata nobis apparet, vergere in nostrum visum circulum maximum, qui umbrosum et splendidum Lunæ determinat.*

4. *Cùm Luna dimidiata nobis apparet, tunc eam distare à Sole minus quadrante, quadrantis parte trigesimâ.*

5. *Umbræ latitudinem, Lunarum esse duarum.*

6. *Lunam subtendere quintam decimam partem signi.*

Itaque colligitur distantiam solis à terrâ, majorem quidem esse, quàm duodevigintuplam distantiæ lunæ; minorem verò quàm vigintuplam; ex positione quæ est circà dimidiatam lunam: et eandem proportionem habere solis diametrum ad diametrum lunæ: solis autem diametrum ad diametrum terræ majorem quidem proportionem habere, quàm 19 ad 3; minorem verò quàm 43 ad 6; ex ratione distantiarum, et positione circà umbram, et ex eo quòd luna quintam decimam signi partem subtendit.

PROPOSITIO I.

Duas sphæras, æquales quidem idem cylindrus comprehendit, inæquales verò idem conus, verticem habens ad minorem sphæram: et per centrum ipsarum ducta recta linea, perpendicularis est ad utrumque circulorum, in quibus cylindri, vel coni superficies sphæras contingit.

Ἐπιλογίζεται οὖν τὸ τοῦ ἡλίου ἀπόστημα ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ τῆς σελήνης ἀποστήματος μεῖζον μὲν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον· ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον, διὰ τῆς περὶ τὴν διχοτομίαν ὑποθέσεως. Τὸν αὐτὸν δὲ λόγον ἔχειν τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς σελήνης διάμετρον. Τὴν δὲ τοῦ ἡλίου διάμετρον πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα μὲν λόγον ἔχειν, ἢ ὃν τὰ ιθʹ πρὸς γʹ, ἐλάσσονα δὲ, ἢ ὃν μγʹ πρὸς ϛʹ, διὰ τοῦ εὑρεθέντος περὶ τὰ ἀποστήματα λόγου, τῆς περὶ τὴν σκιὰν ὑποθέσεως, καὶ τοῦ τὴν σελήνην ὑπὸ πεντεκαιδέκατον μέρος ζωδίου ὑποτείνειν.

Αʹ.

Δύο σφαίρας ἴσας μὲν ὁ αὐτὸς κυλινδρος περιλαμβάνει· ἀνίσους δὲ ὁ αὐτὸς κῶνος τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ. Καὶ ἡ διὰ τῶν κέντρων αὐτῶν ἀγομένη εὐθεῖα, ὀρθή ἐστι πρὸς ἑκάτερον τῶν κύκλων καθ' ὧν ἐφάπτεται ἡ τοῦ κυλίνδρου, ἢ ἡ κώνου ἐπιφάνεια τῶν σφαιρῶν.

Ἔστωσαν ἴσαι σφαῖραι, ὧν κέντρα ἔστω τὰ α, β σημεῖα, καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ αβ ἐκβεβλήσθω· καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς αβ ἐπίπεδον. Ποιήσει δὴ τομὰς ἐν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους. Ποιείτω οὖν τοὺς γδε, ζηθ κύκλους· καὶ ἤχτωσαν ἀπὸ τῶν α, β τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς αἱ γαε, ζβθ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γζ. Καὶ ἐπεὶ αἱ γα, ζβ ἴσαι τὲ καὶ παράλληλοί εἰσι, καὶ αἱ γζ, αβ ἄρα ἴσαι τὲ καὶ παράλληλοί εἰσι. Παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶ τὸ γζαβ, καὶ αἱ πρὸς τοῖς γζ γωνίαι ὀρθαὶ ἔσονται. Ὥστε ἡ γζ τῶν γδε, ζηθ κύκλων ἐφάπτεται. Ἐὰν δὴ, μενούσης τῆς αβ, τὸ αζ παραλληλόγραμμον καὶ τὰ κγδ, ηζλ ἡμικύκλια περιενεχθέντα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι, τὰ μὲν κγδ, ηζλ ἡμικύκλια ἐνεχθήσεται κατὰ τῶν σφαιρῶν· τὸ δὲ αζ παραλληλόγραμμον γεννήσει κύλινδρον, οὗ βάσεις ἔσονται οἱ περὶ διαμέτρους τὰς γε, ζθ κύκλοι, ὀρθοὶ ὄντες πρὸς τὴν αβ, διὰ τὰ

Sint æquales sphæræ (*fig.* 1), quarum centra A, B: junctaque AB producatur: et per ipsam AB producatur planum, quod faciet sectiones in sphæris maximos circulos: itaque faciat circulos CDE, FGH; atque à punctis A, B, ipsiûs AB lineæ ad rectos angulos ducantur CAE, FBH: et CF jungatur. Quoniam igitur CA, FB et æquales sunt, et parallelæ; eritque CFAB parallelogrammum; et anguli qui ad CF, recti. Ergò recta linea CF circulos CDE, FGH continget. Si autem AB manente, parallelogrammum AF, et KCD, GFL semicirculi convertantur, quousque rursùs restituantur in eundem locum à quo moveri cœperunt: semicirculi quidem KCD, GFL ferentur in sphæris, parallelogrammum verò AF cylindrum efficiet, cujus bases erunt circuli circà diametros CE, FH, recti existentes ad ipsam AB: proptereà quòd, in omni conversione, CE, FH ad ipsam AB rectæ permanent: et perspicuum est superficiem ipsiûs contingere sphæras, quoniàm CF in omni conversione semicirculos KCD, GFL contingit.

Propositio II.

Sint rursùs sphæræ inæquales, quarum centra A,B (fig. 2) *: et sit major, cujus centrum A. Dico dictas sphæras eundem conum comprehendere, qui verticem habeat ad minorem sphæram.*

Jungatur AB, et per ipsam producatur planum, quod faciet sectiones in sphæris circulos. Faciat circulos CDE, FGH; certè circulus CDE major est circulo FGH. Ergo et quæ ex centro circuli CDE, major erit eâ quæ ex centro circuli FGH. Fieri igitur potest, ut sumatur aliquod punctum, velut K, ità ut, quam proportionem habet quæ ex centro circuli CDE ad eam quæ ex centro circuli FGH, eandem habeat

ἐν

ἐν πάσῃ μετακινήσει διαμένειν τὰς γε, θζ ὀρθὰς τῇ αβ· καὶ φανερὸν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἐφάπτεται τῶν σφαιρῶν· ἐπειδὴ ἡ γζ κατὰ πᾶσαν μετακίνησιν ἐφάπτεται τῶν κγδ, ηζλ ἡμικυκλίων.

Β΄.

Ἔστωσαν δὴ αἱ σφαῖραι πάλιν, ὧν κέντρα ἔστω τὰ α, β, ἄνισοι· καὶ μείζων, ἧς κέντρον τὸ α. Λέγω ὅτι τὰς σφαίρας ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ.

Ἐπεζεύχθω ἡ αβ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς αβ ἐπίπεδον. Ποιήσει δὴ τομὴν ἐν ταῖς σφαίραις κύκλους. Ποιείτω τοὺς γδε, ζηθ. Μείζων ἄρα ὁ γδε κύκλος τοῦ ηζθ κύκλου· ὥστε καὶ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ γδε κύκλου, μείζων ἐστὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζηθ κύκλου. Δυνατὸν δή ἐστι λαβεῖν τι σημεῖον, ὡς τὸ κ, ἵν᾽ ᾖ, ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ γδε κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ ζηθ κύκλου, οὕτως ἡ ακ πρὸς τὴν κβ.

Ἔστω οὖν εἰλημμένον τὸ κ σημεῖον, καὶ ἤχθω ἡ κζ ἐφαπτομένη τοῦ ζηθ κύκλου· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ζβ. Καὶ διὰ τοῦ α τῇ βζ παράλληλος ἤχθω ἡ αγ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ γζ. Καὶ ἐπεί ἐστιν, ὡς ἡ ακ πρὸς τὴν κβ, ἡ αδ πρὸς τὴν βν· ἴση δέ, ἡ μὲν αδ τῇ αγ, ἡ δὲ βν τῇ βζ· ἔστιν ἄρα, ὡς ἡ ακ πρὸς τὴν κβ, ἡ αγ πρὸς τὴν βζ, καὶ ἔστι παράλληλος ἡ αγ τῇ βζ, εὐθεῖα ἄρα ἐστὶν ἡ γζκ. Καὶ ἐστὶν ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν κζβ· ὀρθὴ ἄρα καὶ ἡ ὑπὸ τῶν κγα· ἐφάπτεται ἄρα ἡ κγ τοῦ γδε κύκλου. Ἤχθωσαν δὴ αἱ γλ, ζμ, ἐπὶ τὴν αβ κάθετοι. Ἐὰν δή, μενούσης τῆς κξ, τά τε ξγδ, ηζν, ἡμικύκλια, καὶ τὰ κγλ, κζμ τρίγωνα, περιενεχθέντα εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ ὅθεν ἤρξατο φέρεσθαι· τὰ μὲν ξγδ, ηζν ἡμικύκλια ἐνεχθήσεται κατὰ τῶν σφαιρῶν· τὸ δὲ κγλ τρίγωνον καὶ τὸ κζμ γεννήσει κώνους, ὧν βάσεις εἰσὶν οἱ περὶ διαμέτρους τὰς γε, ζθ κύκλοι, ὀρθοὶ ὄντες πρὸς τὸν κλ ἄξονα· κέντρα δὲ αὐτῶν τὰ λ, μ· καὶ ὁ

AK ad KB. Sumatur punctum illud, et sit K: ducaturque KF tangens circulum FGH; et FB jungatur. Deinde per A ipsî BF parallela ducatur AC, et jungatur CF. Quoniam igitur est, ut AK ad KB, ita AD ad BN; atque est AD quidem æqualis ipsî AC; BN verò ipsî BF: erit, ut AK ad KB, ita AC ad BF: estque AC parallela ipsî BF, recta igitur linea est CFK. Sed angulus KFB rectus est. Ergo et rectus KCA; ac proptereà KC circulum CDE contingit. Ducantur CL, FM, ad ipsam AB perpendiculares. Si verò, manente KX, semicirculi XCD, GFN, et triangula KCL, KFM convertantur, quousque rursùs restituantur in eundem locum à quo moveri cœperunt: semicirculi quidem XCD, GFN in sphæris ferentur; triangula verò KCL, KFM conos efficient, quorum bases sunt circuli circa diametros CE, FH, recti existentes ad KL axem, et eorum centra

L, M; conus verò sphærarum continget superficies, quoniam et KFC in omni conversione semicirculos XCD, GFN contingit.

Propositio III.

Si sphæra à majori sphærâ illuminetur, major ejus pars, quàm sit dimidia sphæra, illuminabitur.

Sphæra enim (*fig.* 2), cujus centrum B, à majori sphærâ, cujus centrum A, illuminetur. Dico partem sphæræ illuminatam cujus centrum B, dimidiâ sphærâ majorem esse. Quoniàm enim duas inæquales sphæras idem conus comprehendit, verticem habens ad minorem sphæram : sit conus sphæras comprehendens; et per axem planum producatur : faciet illud sectiones in sphæris quidem circulos, in cono autem triangulum. Itaque faciat in sphæris circulos CDE, FGH; et in cono triangulum CEK. Manifestum est portionem sphæræ, quæ est ad FGH circumferentiam, cujus κῶνος τῶν σφαιρῶν ἐφάψεται κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν, ἐπειδὴ καὶ ἡ κζγ ἐφάπτεται τῶν ζγδ, νζη ἡμικυκλίων κατὰ πᾶσαν μετακίνησιν.

Γ'.

Ἐὰν σφαῖρα ὑπὸ μείζονος ἑαυτῆς σφαίρας φωτίζηται, μεῖζον ἡμισφαιρίου φωτισθήσεται.

Σφαῖρα γὰρ, ἧς κέντρον τὸ β, ὑπὸ μείζονος ἑαυτῆς σφαίρας φωτιζέσθω, ἧς κέντρον τὸ α· λέγω ὅτι τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας ἧς κέντρον τὸ β, μεῖζον ἐστὶν ἡμισφαιρίου. Ἐπεὶ γὰρ δύο ἀνίσους σφαίρας ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει, τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· ἔστω ὁ περιλαμβάνων τὰς σφαίρας κῶνος, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους, ἐν δὲ τῷ κώνῳ τρίγωνον. Ποιείτω οὖν ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους τοὺς γδε, ζηθ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ τρίγωνον τὸ γεκ· φανερὸν δὴ ὅτι τὸ κατὰ τὴν ζηθ περιφέρειαν τμῆμα τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν ζθ κύκλος, φωτιζόμενον μέρος ἐστὶν ὑπὸ τοῦ τμήματος τοῦ κατὰ τὴν γδε περιφέρειαν, οὗ βάσις ἐστὶν ὁ περὶ διάμετρον τὴν γε κύκλος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν αβ εὐθεῖαν· καὶ γὰρ ἡ ζηθ περιφέρεια φωτίζεται ὑπὸ τῆς γδε περιφερείας· ἔσχαται γὰρ ἀκτῖνες εἰσὶν αἱ γζ, εθ· καὶ ἔστιν ἐν τῷ ζηθ τμήματι τὸ κέντρον τῆς σφαίρας τὸ β· ὥστε τὸ φωτιζόμενον μέρος τῆς σφαίρας μεῖζον ἐστὶν ἡμισφαιρίου.

Δʹ.

Ἐν τῇ σελήνῃ ἐλάχιστος κύκλος διορίζει τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ α, ἡλίου δὲ κέντρον τὸ β· σελήνης δὲ κέντρον, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, τὸ γ· ὅταν δὲ μὴ, τὸ δ· φαbasis circulus circà diametrum FH, partem esse illuminatam à portione quæ est ad circumferentiam CDE, cujus basis est circulus circà diametrum CE, rectus existens ad ipsam AB; etenim FGH circumferentia à circumferentiâ CDE illuminatur; quòd extremi radii sunt CF, EH: atque est in portione FGH centrum sphæræ B; quarè pars sphæræ illuminata, dimidiâ sphærâ major erit.

Ppopositio IV.

In lunâ minimus circulus determinat umbrosum et splendidum, quandò conus comprehendens solem et lunam ad visum nostrum verticem habet.

Sit noster quidem visus ad A (*fig.* 3); solis centrum B; centrum verò lunæ, quandò conus solem et lunam comprehendens ad visum nostrum verticem habeat, sit C: quandò autem non habeat, sit D. Manifestum est puncta A, C, B in eâdem rectâ lineâ esse. Producatur per AB et punctum D, planum, quod faciet sectiones in sphæris quidem circulos; in conis autem rectas lineas. Faciat etiàm in sphærâ, per quam fertur centrum lunæ, circulum CD. Certè A est ipsiûs centrum; hoc enim ponitur. In sole autem faciat circulum EFR; et in lunâ quandò conus solem et lunam comprehendens ad visum nostrum verticem habeat, circulum HKL; quandò autem non habeat, MNX: in conis verò rectas lineas EA, AG, PO, OR; et axes AB, BO. Sic igitur est, ut quæ ex centro circuli EFG, ad eam quæ ex centro circuli HKL, ita quæ ex centro circuli EFG ad eam quæ ex centro circuli MNX. Sed ut quæ ex centro circuli EFG ad eam quæ ex centro circuli HKL, ita BA ad AC. Ut autem quæ ex centro circuli EFG ad eam quæ ex centro circuli MNX, ità νερὸν δὴ ὅτι τὰ α,γ,β ἐπ' εὐθείας ἐστίν. Ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς αβ καὶ τοῦ δ σημείου ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς, ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους, ἐν δὲ τοῖς κώνοις εὐθείας. Ποιείτω δὲ καὶ ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἧς φέρεται τὸ κέντρον τῆς σελήνης, κύκλον τὸν γδ· τὸ α ἄρα κέντρον ἐστὶν αὐτοῦ· τοῦτο γὰρ ὑπόκειται. Ἐν δὲ τῷ ἡλίῳ, τὸν εζρ κύκλον. Ἐν δὲ τῇ σελήνῃ, ὅταν μὲν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει, κύκλον τὸν θκλ· ὅταν δὲ μὴ, τὸν μνξ· ἐν δὲ τοῖς κώνοις, εὐθείας τὰς εα, αη, πο, ορ· ἄξονας δὲ αβ, βο. Καὶ ἐπεί ἐστιν ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ εζη κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ θκλ, οὕτως ἡ τοῦ κέντρου τοῦ εζη κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μνξ. Ἀλλ' ὡς ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ εζη κύκλου πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ θκλ κύκλου, οὕτως ἡ βα πρὸς τὴν αγ. Ὡς δὲ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ εζη κύκλου, πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μνξ κύκλου, οὕτως ἐστὶν ἡ βο πρὸς τὴν οδ· καὶ ὡς ἄρα ἡ βα πρὸς τὴν αγ, οὕτως ἡ βο πρὸς τὴν οδ· καὶ διελόντι, ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν γα, οὕτως ἡ βδ πρὸς τὴν δο· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ βγ πρὸς τὴν βδ, οὕτως ἡ γα πρὸς τὴν δο. Καὶ ἐστὶν ἐλάσσων ἡ βγ τῆς βδ· κέντρον γάρ ἐστι τὸ α τοῦ γδ κύκλου· ἐλάσσων ἄρα καὶ ἡ αγ τῆς δο· καὶ ἐστὶν ἴσος ὁ θκλ κύκλος τῷ μνξ κύκλῳ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ θλ τῆς μξ, διὰ τὸ λῆμμα. Ὥστε καὶ ὁ περὶ διάμετρον τὴν θλ κύκλος γραφόμενος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν αβ, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ περὶ διάμετρον τὴν μξ κύκλου γραφομένου, ὀρθοῦ πρὸς τὴν βο. Ἀλλ᾽ ὁ μὲν περὶ διάμετρον τὴν θλ κύκλος γραφόμενος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν αβ, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην καὶ τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. Ὁ δὲ περὶ διάμετρον τὴν μξ κύκλος, ὀρθὸς ὢν πρὸς τὴν βο, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, ὅταν ὁ

BO ad OD; et ut igitur BA ad AC, ità BO ad OD; et dividendo, ut BC ad CA, ità BD ad DO: permutandoque, ut BC ad BD, ità CA ad DO. Atque est BC minor quàm BD (est enim A ipsiûs CD circuli centrum); ergò et CA minor est quàm DO; estque circulus HKL æqualis circulo MNX. Minor igitur est HL quàm MX, propter lemma. Quare et circulus qui circà diametrum HL describitur, rectus existens ad ipsam AB, minor est circulo descripto circà diametrum MX, qui rectus est ad BO. Sed circulus circà diametrum HL, rectus existens ad AB, est qui determinat in lunâ umbrosum et splendidum; quandò conus solem et lunam comprehendens ad visum nostrum verticem habeat. Circulus verò circà diametrum MX, rectus existens ad BO, in lunâ umbrosum et splendidum determinat, quandò conus solem et lunam comprehendens verticem non habeat ad nostrum visum. Minor igitur circulus determinat in lunâ umbrosum et splendidum, quandò conus solem et lunam comprehendens ad visum nostrum verticem habeat.

Propositio V.

Circulus determinans in lunâ umbrosum et splendidum non differt à maximo in lunâ circulo, quatenùs ad sensum attinet.

Sit (*fig.* 4) noster quidem visus ad A, lunæ verò centrum B; et jungatur AB; et producatur per ipsam AB planum quod faciet sectionem in sphærâ maximum circulum. Faciat circulum ECDF; et in cono rectas lineas AC, AD, DC. Circulus igitur circà diametrum CD rectus existens ad ipsam AB, est qui determinat in lunâ umbrosum et splendidum. Dico eum non differre à maximo circulo, quatenùs ad sensum attinet. Ducatur enim per B ipsî CD parallela EF; et ponatur circumferentiæ DF περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην μὴ ἔχῃ τὴν κορυφὴν πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. Ὥστε ἐλάσσων κύκλος διορίζει ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει.

Ε'.

Ὁ διορίζων κύκλος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ἀδιάφορός ἐστι τῷ ἐν τῇ σελήνῃ μεγίστῳ κύκλῳ πρὸς αἴσθησιν.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ $\overline{α}$, σελήνης δὲ κέντρον τὸ $\overline{β}$· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{αβ}$· καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς $\overline{αβ}$ ἐπίπεδον. Ποιήσει δὴ τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ μέγιστον κύκλον. Ποιείτω τὸν $\overline{εγδζ}$· ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς $\overline{αγ}$, $\overline{αδ}$, $\overline{δγ}$. Ὁ ἄρα περὶ διάμετρον τὴν $\overline{γδ}$, πρὸς ὀρθὰς ὢν τῇ $\overline{αβ}$, ὁ διορίζων ἐστὶν ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. Λέγω δή, ὅτι ἀδιάφορός ἐστι τῷ μεγίστῳ πρὸς τὴν αἴσθησιν. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ $\overline{β}$ τῇ $\overline{γδ}$ παράλληλος ἡ $\overline{εζ}$· καὶ κείσθω τῆς δζ ἡμίσεια ἑκατέρα τῶν ηκ, ηθ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ κβ, βθ, κα, αθ, βδ. Καὶ ἐπεὶ ὑπόκειται ἡ σελήνη ὑπὸ ιε΄ μέρος ζωδίου ὑποτείνουσα, ἡ ἄρα ὑπὸ γαδ γωνία βέβηκεν ἐπὶ ιε΄ μέρος ζωδίου. Τὸ δὲ ιε΄ τοῦ ζωδίου τοῦ τῶν ζωδίων ὅλου κύκλου ἐστὶ ρπ΄. Ὥστε ἡ ὑπὸ τῶν γαδ γωνία βέβηκεν ἐπὶ ρπ΄ ὅλου τοῦ κύκλου. Τεσσάρων ἄρα ὀρθῶν ἐστὶν ἡ γαδ ρπ΄. Διὰ δὴ τοῦτο ἡ ὑπὸ γαδ γωνία ἐστὶ με΄ ὀρθῆς, καὶ ἔστιν αὐτῆς ἡμίσεια ἡ ὑπὸ βαδ γωνία. Ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν βαδ μιᾶς ὀρθῆς ἐστὶ μέρος. Καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν αδβ, ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν βαδ γωνία πρὸς ἥμισυ ὀρθῆς μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ βδ πρὸς τὴν δα. Ὥστε ἡ βδ τῆς δα ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με΄ μέρος. Ὥστε καὶ ἡ βη τῆς βα πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με΄ μέρος· διελόντι ἡ βη τῆς ηα, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ΄ μέρος· ὥστε καὶ ἡ βθ τῆς αθ πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδ΄ μέρος. Καὶ dimidia utraque ipsarum GK, GH; et jungantur KB, BH, KA, AH, BD. Itaque quoniàm positum est lunam subtendere quintam decimam partem signi, angulus CAD consistet in quintâ decimâ signi parte. Quinta decima autem signi pars, totiûs zodiaci est pars centesima et octogesima. Quare CAD angulus consistet in centesimâ et octogesimâ parte totiûs zodiaci. Quatuor igitur rectorum erit CAD pars 180ma.; hoc est quadragesima quinta pars uniûs recti; et est ejus dimidius BAD angulus. Igitur angulus BAD est uniûs recti pars. Et quoniàm rectus est angulus ADB, habebit BAD angulus ad dimidium recti majorem proportionem, quàm BD ad DA. Quare BD minor est quàm ipsiûs DA pars quadragesima quinta; ac propterea BG ipsiûs BA multò minor erit quàm 45ma. pars. Dividendo, BG ipsiûs GA minor erit quàm pars 44ma. Ergò et BH multò minor est, quàm ipsiûs HA 44ma.

pars. Atque habet BH ad HA majorem proportionem, quàm angulus BAH ad angulum ABH. Angulus igitur BAH anguli ABH minor est, quàm 44^{ma}. pars. Estque ipsiûs quidem BAH duplus angulus KAH. ipsiûs verò BAH duplus angulus KBH. Ergò angulus KAH minor est quàm ipsiûs KBH quadragesima quarta pars. Sed angulus KBH æqualis est angulo DBF, hoc est angulo CDB, hoc est angulo BAD: angulus igitur KAH anguli BAD minor est, quàm 44^{ma}. pars. At angulus BAD recti est pars. Ergò angulus KAH recti est minor quàm $\frac{1}{3960}$. Magnitudo autem sub tantulo angulo spectata, insensibilis est nostro visui. Atque est KH circumferentia æqualis circumferentiæ DF. Ergò adhuc magis DF circumferentia insensibilis est nostro visui. Si enim jungatur AF, angulus FAD minor erit angulo KAH. Quare punctum D videbitur idem esse quod F; simili ratione C idem videbitur

τῶν

ἔχει ἡ βθ πρὸς τὴν θα μείζονα λόγον, ἤπερ ἡ ὑπὸ τῶν βαθ πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν αβθ. Ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν βαθ τῆς ὑπὸ τῶν αβθ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδʹ μέρος. Καί ἐστι τῆς μὲν ὑπὸ τῶν βαθ διπλῆ ἡ ὑπὸ τῶν καθ· τῆς δὲ ὑπὸ τῶν αβθ διπλῆ ἡ ὑπὸ τῶν κβθ· ἐλάσσων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ ὑπὸ τῶν καθ τῆς ὑπὸ τῶν κβθ ἢ τεσσαρακοστοτέταρτον μέρος. Ἀλλὰ ἡ ὑπὸ τῶν κβθ ἴση ἐστὶ τῇ ὑπὸ τῶν δβζ, τουτέστι τῇ ὑπὸ τῶν γδβ, τουτέστι τῇ ὑπὸ τῶν βαδ. Ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν καθ τῆς ὑπὸ τῶν βαδ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μδʹ μέρος. Ἡ δὲ ὑπὸ τῶν βαδ ὀρθῆς ἐστι μέρος. Ὥστε ἡ ὑπὸ τῶν καθ, ὀρθῆς ἐστὶν ἐλάσσων ἢ γ,ϡξʹ. Τὸ δὲ ὑπὸ τηλικαύτης γωνίας ὁρώμενον μέγεθος, ἀνεπαίσθητόν ἐστι τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. Καὶ ἐστὶν ἴση ἡ κθ περιφέρεια τῇ δζ περιφερείᾳ. Ἔτι ἄρα μᾶλλον ἡ δζ περιφέρεια ἀνεπαίσθητός ἐστι τῇ ἡμετέρᾳ ὄψει. Ἐὰν γὰρ ἐπιζευχθῇ ἡ αζ, ἡ ὑπὸ τῶν ζαδ γωνία, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ὑπὸ τῶν καθ. Τὸ δ ἄρα τῷ ζ τὸ αὐτὸ δόξει εἶναι· διὰ τὰ αὐτὰ δή, καὶ τὸ $\overline{γ}$ τῷ $\overline{ε}$ δόξει τὸ αὐτὸ εἶναι· ὥστε καὶ ἡ $\overline{γδ}$ τῇ $\overline{εζ}$ ἀνεπαίσθητός ἐστι· καὶ ὁ διορίζων ἄρα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν ἀνεπαίσθητός ἐστι τῷ μεγίστῳ.

ϛʹ.

Ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε ὁ μέγιστος κύκλος, ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν αὐτοῦ, νεύει εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν. Τουτέστιν, ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα μέγιστος κύκλος, καὶ ἡ ἡμετέρα ὄψις ἐν ἑνὶ εἰσὶν ἐπιπέδῳ.

Ἐπεὶ γάρ, διχοτόμου οὔσης τῆς σελήνης, φαίνεται ὁ διορίζων τό τε λαμπρὸν καὶ τὸ σκιερὸν τῆς σελήνης κύκλος νεύων εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν, καὶ αὐτῷ ἀδιάφορος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα μέγιστος κύκλος. Ὅταν ἄρα ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, τότε ὁ μέγιστος κύκλος ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα νεύει εἰς τὴν ἡμετέραν ὄψιν.

esse quod E; ac propterea CD, ità ut sub sensum cadat, non differt ab ipsâ EF. Circulus igitur determinans in lunâ umbrosum et splendidum ità ut sub sensum cadat non differt à maximo circulo.

Propositio VI.

Cum luna dimidiata nobis apparet, tunc maximus circulus, qui est juxtà determinantem in lunâ umbrosum et splendidum ipsiûs, vergit in nostrum visum: hoc est maximus circulus qui est juxtà determinantem, et noster visus, in uno sunt plano.

Lunâ enim dimidiatâ existente, apparet circulus determinans umbrosum et splendidum ipsiûs, vergere in nostrum visum, et ab eo non differt circulus maximus qui est juxtà determinantem. Cùm igitur luna dimidiata nobis apparet, tunc circulus maximus, qui est juxtà determinantem, in visum nostrum vergit.

Propositio VII.

Luna infrà solem fertur, et dimidiata existens, minùs quadrante distat à sole.

Sit enim (*fig.* 5) noster visus ad A, solis autem centrum B; et juncta AB producatur, producaturque per ipsam et per centrum lunæ dimidiatæ planum. Faciet quidem sectionem in sphærâ per quam fertur centrum solis, circulum maximum. Faciat circulum CBD; et à puncto A ipsî AB ad rectos angulos ducatur CAD. Quadrantis certè est circumferentia BD. Dico lunam infrà solem ferri, et, cùm dimidiata existat, minùs quadrante à sole distare: hoc est, centrum ipsiûs contineri intrà rectas lineas BA, AD, et circumferentiam DEB.

Si enim non: sit centrum ipsiûs F intrà rectas lineas DA, AL, et jungatur BF. BF igitur axis erit coni comprehenden-

Ζʹ.

Ἡ σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου, καὶ διχότομος οὖσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου.

Ἔστω γὰρ ἡ ἡμετέρα ὄψις πρὸς τῷ α, ἡλίου δὲ κέντρον τὸ β· καὶ ἐπεζευχθεῖσα ἡ αβ ἐκβεβλήσθω, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς αβ καὶ τοῦ κέντρου τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης ἐπίπεδον. Ποιήσει δὴ τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἧς φέρεται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, κύκλον μέγιστον. Ποιείτω οὖν τὸ γβδ κύκλον· καὶ ἀπὸ τοῦ α τῇ αβ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ γαδ. Τεταρτημορίου ἄρα ἐστὶν ἡ βδ περιφέρεια. Λέγω, ὅτι ἡ σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου, καὶ διχότομος οὖσα ἔλαττον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου· τουτέστιν, ὅτι τὸ κέντρον ἐστὶν αὐτῆς μεταξὺ τῶν βα, αδ εὐθειῶν, καὶ τῆς δεβ περιφερείας.

Εἰ γὰρ μή· ἔστω τὸ κέντρον αὐτῆς τὸ ζ μεταξὺ τῶν δα, αλ εὐθειῶν, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βζ. Ἡ βζ ἄρα ἄξων ἐστὶ τοῦ περιλαμβάνοντος κώνου τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην· καὶ γίνεται ἡ $\overline{\beta\zeta}$ ὀρθὴ πρὸς τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, μέγιστον κύκλον. Ἔστω οὖν ὁ μέγιστος κύκλος ἐν τῇ σελήνῃ ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, ὁ $\overline{\eta\theta\kappa}$. Καὶ ἐπεὶ, διχοτόμου οὔσης τῆς σελήνης, ὁ μέγιστος κύκλος, ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, καὶ ἡ ἡμετέρα ὄψις, ἐν ἑνὶ εἰσὶν ἐπιπέδῳ, ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\alpha\zeta}$. Ἡ $\overline{\alpha\zeta}$ ἄρα ἐν τῷ τοῦ $\overline{\kappa\eta\theta}$ κύκλου ἐστὶν ἐπιπέδῳ· καὶ ἐστὶν ἡ $\overline{\beta\zeta}$ τῷ $\overline{\kappa\eta\theta}$ κύκλῳ πρὸς ὀρθὰς, ὥστε καὶ τῇ $\overline{\alpha\zeta}$. Ὀρθὴ ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\beta\zeta\alpha}$ γωνία· ἀλλὰ καὶ ἀμβλεῖα ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\beta\alpha\zeta}$· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ ζ σημεῖον ἐν τῷ ὑπὸ τὴν $\overline{\delta\alpha\lambda}$ γωνίαν τόπῳ ἐστίν.

Λέγω ὅτι οὐδὲ ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\delta}$. Εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔστω τὸ $\overline{\mu}$· καὶ πάλιν ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\beta\mu}$· καὶ ἔστω μέγιστος κύκλος, ὁ παρὰ τὸν διορίζοντα, οὗ κέντρον τὸ $\overline{\mu}$. Κατὰ τὰ αὐτὰ δὴ tis solem et lunam ; atque erit perpendicularis ad determinantem in lunâ umbrosum et splendidum, maximum circulum. Sit igitur maximus circulus in lunâ juxtà determinantem umbrosum et splendidum, GHK. Et quoniàm, lunâ dimidiatâ existente, maximus circulus juxtà determinantem in lunâ umbrosum et splendidum, et noster visus, sunt in uno plano, jungatur AF. Certè AF est in plano circuli KGH; et BF est circulo KGH ad rectos angulos, ut et ipsî AF. Ergò rectus est BFA angulus. Sed et obtusus est angulus BAF; at hoc quidem non potest. Non igitur punctum F est in loco intrà angulum DAL contento.

Dico neque esse in ipsâ AD. Si enim fieri potest, sit M; et rursùs jungatur BM; sitque maximus circulus juxtà determinantem, cujus centrum M. Eâdem ratione ostendetur angulus BMA rectus esse ad maximum circulum. Sed et BAM est rectus; quod fieri nequit. Non igitur in ipsâ AD est centrum lunæ dimidiatæ existentis. Ergò intrà lineas BA, AD erit.

Dico præthereà esse intrà circumferentiam BED. Nam si fieri potest, sit extrà in puncto N; et eadem construantur. Ostendemus angulum BNA rectum esse. Major igitur est BA quàm AN. Sed BA est æqualis AE. Ergò et AE major erit quàm AN; quod fieri non potest. Non igitur centrum lunæ dimidiatæ existentis est extrà BED circumferentiam. Similiter ostendetur neque esse in ipsâ BED circumferentiâ. Ergò intrà ipsam erit. Luna igitur fertur infrà solem, et dimidiata existens minùs quadrante à sole distat.

Propositio VIII.

Distantia quâ sol distat à terrâ, distantiæ quâ distat luna à terrâ, major quidem

δειχθήσεται

δειχθήσεται ἡ ὑπὸ $\overline{\beta\mu\alpha}$ γωνία ὀρθὴ πρὸς τὸν μέγιστον κύκλον. Ἀλλά, καὶ ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\beta\alpha\mu}$· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα ἐπὶ τῆς $\overline{\alpha\delta}$ τὸ κέντρον ἐστὶ τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης. Μεταξὺ ἄρα τῶν $\overline{\alpha\beta}$, $\overline{\alpha\delta}$ ἐστί.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἐντὸς τῆς $\overline{\beta\varepsilon\delta}$ περιφερείας. Εἰ γὰρ δυνατόν, ἔστω ἐκτὸς κατὰ τὸ $\overline{\nu}$· καὶ τὰ αὐτὰ κατασκευάσθω. Δειχθήσεται δὴ ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\beta\nu\alpha}$ γωνία ὀρθή. Μείζων ἄρα ἐστὶν ἡ $\overline{\beta\alpha}$ τῆς $\overline{\alpha\nu}$. Ἴση δὲ ἡ $\overline{\beta\alpha}$ τῇ $\overline{\alpha\varepsilon}$. Μείζων ἄρα ἐστὶν καὶ ἡ $\overline{\alpha\varepsilon}$ τῆς $\overline{\alpha\nu}$· ὅπερ ἀδύνατον. Οὐκ ἄρα τὸ κέντρον τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης ἐκτὸς ἔσται τῆς $\overline{\beta\varepsilon\delta}$ περιφερείας. Ὁμοίως δειχθήσεται ὅτι οὐδὲ ἐπ' αὐτῆς τῆς $\overline{\beta\varepsilon\delta}$ περιφερείας. Ἐντὸς ἄρα. Ἡ ἄρα σελήνη κατώτερον φέρεται τοῦ ἡλίου καὶ διχότομος οὖσα ἔλασσον τεταρτημορίου ἀπέχει ἀπὸ τοῦ ἡλίου.

Η'.

Τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς, μεῖζον μὲν ἐστὶν ἢ ὀκτωκαιδεκαπλάσιον· ἔλασσον δὲ ἢ εἰκοσαπλάσιον.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον τὸ α· γῆς δὲ τὸ β. Καὶ ἐπιζευχθεῖσα ἡ αβ ἐκβεβλήσθω. Σελήνης δὲ κέντρον διχοτόμου οὔσης τὸ γ· καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς αβ, καὶ τοῦ γ, ἐπίπεδον· καὶ ποιείτω τομὴν ἐν τῇ σφαίρᾳ, καθ' ἧς φέρεται τὸ κέντρον τοῦ ἡλίου, μέγιστον κύκλον τὸν αδε· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ αγ, γβ· καὶ ἐκβεβλήσθω ἡ γβ ἐπὶ τὸ δ. Ἔσται δή, διὰ τό, τὸ γ σημεῖον κέντρον εἶναι τῆς σελήνης διχοτόμου οὔσης, ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν αγβ. Ἤχθω δὴ ἀπὸ τοῦ β τῇ βα πρὸς ὀρθὰς ἡ βε. Ἔσται δὴ ἡ εδ περιφέρεια τῆς εδα περιφερείας τριακοστόν. Ὑπόκειται γὰρ ὅταν ἡ σελήνη διχότομος ἡμῖν φαίνηται, ἀπέχειν ἀπὸ τοῦ ἡλίου ἔλασσον τεταρτημορίου τῷ τοῦ τεταρτημορίου τριακοστῷ. Ὥστε καὶ ἡ ὑπὸ τὴν εβγ γωνία ὀρθῆς ἐστὶ τριακοστόν. Συμπεπληρώσθω δὴ τὸ αε παραλληλόγραμμον· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βζ.

est quàm duodevigintupla; minor verò quàm vigintupla.

Sit (*fig.* 6) solis quidem centrum A; terræ verò, centrum B. Et juncta AB producatur. Lunæ autem dimidiatæ existentis centrum sit C; et per AB et C producatur planum, quod faciat sectionem in sphærâ, per quam fertur centrum solis, maximum circulum ADE; et jungantur AC, CB: producaturque CB in D. Erit utique, propterea quod punctum C centrum sit lunæ dimidiatæ, rectus angulus ACB. Ducatur verò à puncto B ipsî BA ad rectos angulos BE. Ergò circumferentia ED erit circumferentiæ EDA trigesima pars. Positum est enim, cum luna dimidiata nobis apparet, distare eam à sole minùs quadrante, quadrantis parte trigesimâ. Quare et EBC angulus est trigesima pars uniûs recti. Compleatur parallelogrammum AE; et jungatur BF. Erit angulus FBE recti dimidius. Secetur FBE bifariàm rectâ lineâ BG. Angulus igitur GBE quarta pars est uniûs recti. Sed angulus DBE est uniûs recti pars trigesima. Ergò proportio anguli GBE ad angulum DBE est ea quam habet 15 ad 2. Quarum enim partum angulus rectus est 60, earum angulus quidem GBE est 15; angulus verò DBE 2: et quoniàm GE ad EH majorem proportionem habet, quàm angulus GBE ad DBE angulum; habebit GE ad EH majorem proportionem quàm 15 ad 2. Est autem BE æqualis EF, atque rectus est angulus qui ad E; quadratum igitur ex FB duplum est quadrati ex BE. Ut autem quadratum ex FB ad quadratum ex BE, ità quadratum ex FG ad quadratum ex GE. Ergò quadratum ex FG quadrati ex GE duplum erit. Sed 49 minora sunt quàm dupla 25. Ergò quadratum ex FG ad quadratum ex GE majo-

Ἔσται δὴ ἡ ὑπὸ τῶν ζβε γωνία ἡμίσεια ὀρθῆς. Τετμήσθω ἡ ὑπὸ τῶν ζβε γωνία δίχα τῇ βη εὐθεία. Ἡ ἄρα ὑπὸ τῶν ηβε γωνία τέταρτον μέρος ἐστὶν ὀρθῆς. Ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν δβε γωνία τριακοστὸν ἐστὶ μέρος ὀρθῆς. Λόγος ἄρα τῆς ὑπὸ τῶν ηβε γωνίας πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν δβε γωνίαν, ὃν ἔχει τὰ ιε' πρὸς τὰ δύο. Οἵων γὰρ ἐστὶν ὀρθὴ γωνία ξ', τοιούτων ἐστὶν ἡ μὲν ὑπὸ τῶν ηβε ιε', ἡ δὲ ὑπὸ τῶν δβε δύο. Καὶ ἐπεὶ ἡ ηε πρὸς τὴν εθ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ὑπὸ τῶν ηβε γωνία πρὸς τὴν ὑπὸ τῶν δβε γωνίαν· ἡ ἄρα ηε πρὸς τὴν εθ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ιε' πρὸς τὰ δύο. Καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ βε τῇ εζ, καὶ ἔστιν ὀρθὴ ἡ πρὸς τὸ ε· τὸ ἄρα ἀπὸ τῆς ζβ τοῦ ἀπὸ τῆς βε διπλάσιον ἐστίν. Ὡς δὲ τὸ ἀπὸ ζβ πρὸς τὸ ἀπὸ βε, οὕτως ἐστὶ τὸ ἀπὸ ζη πρὸς τὸ ἀπὸ ηε· τὸ ἄρα ἀπὸ ζη τοῦ ἀπὸ ηε διπλάσιον ἐστί. Τὰ δὲ μθ' τῶν κε' ἐλάσσονα ἐστὶν ἢ διπλάσια. Ὥστε τὸ ἀπὸ ζη πρὸς τὸ ἀπὸ ηε μείζονα λογον ἔχει ἢ μθʹ πρὸς κεʹ· καὶ ἡ ζκ ἄρα πρὸς τὴν κε μείζονα λόγον ἔχει ἢ τὰ ζʹ πρὸς τὰ εʹ· καὶ συνθέντι, ἡ ζε ἄρα πρὸς τὴν εκ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ιβʹ πρὸς τὰ εʹ· τουτέστιν ἢ ὃν λϛʹ πρὸς τὰ ιεʹ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ κε πρὸς τὴν εθ μείζονα λόγον ἔχουσα, ἢ ὃν τὰ ιεʹ πρὸς τὰ δύο. Δι᾽ ἴσου ἄρα ἡ ζε πρὸς τὴν εθ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ λϛʹ πρὸς τὰ δύο, τουτέστιν ἢ ὃν τὰ ιηʹ πρὸς αʹ. Ἡ ἄρα ζε τῆς εθ μείζων ἐστὶν ἢ ιηʹ. Ἡ δὲ ζε ἴση ἐστὶ τῇ βε. Καὶ ἡ βε ἄρα τῆς εθ μείζων ἐστὶν ἢ ιηʹ. Πολλῷ ἄρα ἡ βθ τῆς θε μείζων ἐστὶν ἢ ιηʹ. Ἀλλ᾽ ὡς ἡ βθ πρὸς τὴν θε, οὕτως ἐστὶν ἡ αβ πρὸς τὴν βγ, διὰ τὴν ὁμοιότητα τῶν τριγώνων. Καὶ ἡ αβ ἄρα τῆς βγ μείζων ἐστὶν ἢ ιηʹ· καὶ ἔστιν ἡ μὲν αβ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς· ἡ δὲ γβ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς. Τὸ ἄρα ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς, μεῖζον ἐστὶν ἢ ιηʹ.

rem proportionem habet quàm 49 ad 25; ac propterea ipsa FG ad GE majorem proportionem habet, quam 7 ad 5: et componendo, EF ad EG majorem proportionem habet, quàm 12 ad 5; hoc est, quàm 36 ad 15. Ostensum autem est et GE ad EH majorem proportionem habere, quàm 15 ad 2. Ergò ex æquali FE ad EH majorem proportionem habebit, quàm 36 ad 2, hoc est quàm 18 ad 1. Et ob id FE major est quàm 18^{pla} ipsiûs EH. Est autem FE æqualis EB. Ergò et BE ipsiûs EH major est quàm 18^{pla}. Multò igitur major erit BH, quàm 18^{pla} ipsiûs HE. Sed ut BH ad HE, ità est AB ad BC ob similitudinem triangulorum. Ergò et AB ipsiûs BC major est quàm 18^{pla}; estque AB quidem distantia quâ distat sol à terrâ; CB verò distantia quâ distat luna à terrâ. Igitur distantia quâ distat sol à terrâ, distantiæ quâ distat luna à terrâ, major est quàm 18^{pla}.

Dico etiàm minorem esse quàm 20^{plam}. Ducatur enim per D ipsî EB parallela DK, et circà DKB triangulum circulus describatur DKB. Erit ipsiûs diameter DB, propterea quod rectus sit angulus ad K. Et aptetur BL hexagoni latus. Quoniàm igitur angulus DBE est 30^{ma} pars recti, erit et BDK recti pars 30^{ma}. Ergò circumferentia BK 60^{ma} pars est totiûs circuli: est autem et BL sexta pars totiûs circuli; igitur circumferentia BL circumferentiæ BK 10^{pla} erit. Atque habet circumferentia BL ad circumferentiam BK majorem proportionem, quàm recta linea BL ad BK rectam. Ergò BL recta BK rectæ minor est, quàm 10^{pla}. Est autem ipsiûs BL dupla BD. Quare BD ipsiûs BK minor erit quàm 20^{pla}. Sed ut BD ad BK, ità AB ad BC. Ergò et AB minor erit ipsiûs BC quàm 20^{pla}. Estque AB quidem distantia quâ distat sol à terrâ; BC verò distantia quâ distat luna à terrâ. Igitur dis-

Λέγω

Λέγω δὴ ὅτι καὶ ἔλασσον ἢ κ΄. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ δ τῇ εβ παράλληλος ἡ δκ, καὶ περὶ τὸ δκβ τρίγωνον κύκλος γεγράφθω ὁ δκβ. Ἔσται δὴ αὐτοῦ διάμετρος ἡ δβ διὰ τὸ ὀρθὴν εἶναι τὴν πρὸς τὸ γ γωνίαν. Καὶ ἐνηρμόσθω ἡ βλ ἑξαγώνου. Καὶ ἐπεὶ ἡ ὑπὸ τῶν δβε γωνία λ΄ ἐστὶν ὀρθῆς, καὶ ἡ ὑπὸ τῶν βδκ ἄρα λ΄ ἐστὶν ὀρθῆς. Ἡ ἄρα βκ περιφέρεια ξ΄ ἐστὶ τοῦ ὅλου κύκλου. Ἔστι δὲ καὶ ἡ βλ ἕκτον μέρος τοῦ ὅλου κύκλου· ἡ ἄρα βλ περιφέρεια τῆς βκ περιφερείας ι΄ ἐστίν. Καὶ ἔχει ἡ βλ περιφέρεια πρὸς τὴν βκ περιφέρειαν μείζονα λόγον, ἤπερ ἡ βλ εὐθεῖα πρὸς τὴν βκ εὐθεῖαν. Ἡ ἄρα βλ εὐθεῖα τῆς βκ εὐθείας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι΄. Καὶ ἐστὶν αὐτῆς διπλῆ ἡ βδ. Ἡ ἄρα βδ τῆς βκ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ κ΄. Ὡς δὲ ἡ βδ πρὸς τὴν βκ, ἡ αβ πρὸς τὴν βγ. Ὥστε καὶ ἡ αβ τῆς βγ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ κ΄. Καί ἐστιν ἡ μὲν αβ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς· ἡ δὲ βγ τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς. Τὸ ἄρα ἀπόστημα ὃ ἀπέχει ὁ ἥλιος ἀπὸ τῆς γῆς, τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει ἡ σελήνη ἀπὸ τῆς γῆς, ἔλασσον ἐστὶν ἢ κ΄. Ἐδείχθη δὲ καὶ μείζων ἢ ιή.

Θ΄.

Ὅταν ὁ ἥλιος ἐκλείπῃ ὅλος, τότε ὁ αὐτὸς κῶνος περιλαμβάνει τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, τὴν κορυφὴν ἔχων πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν.

Ἐπεὶ γὰρ ἐὰν ἐκλείπῃ ὁ ἥλιος, δι᾽ ἐπιπρόσθεσιν τῆς σελήνης ἐκλείπει. Ἐμπίπτοι ἂν ὁ ἥλιος εἰς τὸν κῶνον τὸν περιλαμβάνοντα τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντα πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν. Ἐμπίπτων δὲ ἤτοι ἐναρμόσει εἰς αὐτὸν, ἢ ὑπεραίροι, ἢ ἐκλείποι. Εἰ μὲν οὖν ὑπεραίροι, οὐκ ἐκλείπει ὅλος, ἀλλὰ παραλλάττοι αὐτοῦ τὸ ὑπεραῖρον. Εἰ δὲ ἐκλείποι, διαμένοι ἂν ἐκλελοιπὼς ἐν ὅσῳ διερξέρχεται τὸ ἐλλεῖπον. Ὅλος δὲ ἐκλείπει καὶ οὐ διαμένει ἐκλελοιπώς. Τοῦτο γὰρ ἐκ τῆς τηρήσεως φανερόν. Ὥστε οὔτ᾽ ἂν ὑπεραίροι, οὔτε ἐκλείποι. Ἐναρμόσει ἄρα εἰς tantia quâ distat sol à terrâ, distantiæ quâ distat luna à terrâ minor est quàm 20pla. Ostensa autem est major quàm 18pla.

PROPOSITIO IX.

Cùm sol deficit totus, tunc idem conus comprehendit solem et lunam, verticem habens ad visum nostrum.

Quoniàm enim si deficiat sol, ob oppositionem lunæ deficit. Incidit autem sol in conum comprehendentem lunam, qui verticem habet ad visum nostrum. Vel igitur sol ipsî cono congruit, vel excedit, vel ab eo exceditur; et si quidem excedit, non deficiet totus, sed eminebit ipsiûs pars excedens. Si verò ab eo exceditur, permanebit solîs defectus, quoad partem illam, quâ exceditur, pertransiverit. Atqui deficit totus et non permanet deficiens. Illud enim ex observatione manifestum est. Quare neque excedit, neque exceditur. Ipsî igitur congruat necesse est, et comprehendetur à cono lunam comprehendente, qui verticem habet ad nostrum visum.

Propositio X.

Solis diameter diametri lunæ major est quàm 18pla; minor verò quàm 20pla.

Sit (*fig.* 7) noster quidem visus ad A; solis autem centrum B, et lunæ centrum C, quandò conus comprehendens solem et lunam verticem habeat ad nostrum visum, hoc est quandò puncta A, C, B sint in eâdem rectâ lineâ. Et producatur per ACB planum quod faciat sectiones in sphæris quidem maximos circulos, in cono autem rectam lineam. Faciat igitur in sphæris maximos circulos FG, KLH; et in cono rectas lineas AFH, AGK; et jungantur CG, BK. Erit ut BA ad AC, ità BK ad CG; sed BA ipsiûs AC ostensa est major quidem quàm 18pla, minor verò quàm 20pla. Ergò et BK ipsiûs CG major τὸν κῶνον, καὶ περιληφθήσεται ὑπὸ τοῦ κώνου τοῦ περιλαμβάνοντος τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντος πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν.

Ι'.

Ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης μείζων μὲν ἐστὶν ἢ ιη'· ἐλάσσων δὲ ἢ κ'.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τὸ α· ἡλίου δὲ κέντρον τὸ β, σελήνης δὲ κέντρον τὸ γ, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν, τουτέστιν, ὅταν τὰ α, γ, β σημεῖα ἐπ' εὐθείας ᾖ. Καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς αγβ ἐπίπεδον. Ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείαν. Ποιείτω οὖν μὲν ἐν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους τοὺς ζη, κλθ· ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς αζθ, αηκ· καὶ ἐπεζεύχθωσαν αἱ γη, βκ. Ἔσται δὴ ὡς ἡ βα πρὸς τὴν αγ, ἡ βκ πρὸς τὴν γη· ἡ δὲ βα τῆς αγ ἐδείχθη μείζων μὲν ἢ ιη', ἐλάσσων δὲ ἢ κ'. καὶ ἡ βκ ἄρα τῆς γ̅η̅ μείζων μὲν ἐστὶν ἢ ιη΄, ἐλάσσων δὲ ἢ κ΄.

ΙΑ΄.

Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην μείζονα μὲν λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵εωλβ΄ πρὸς α΄, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ ͵η πρὸς α΄.

Ἔστω ἡ μὲν τοῦ ἡλίου διάμετρος ἡ α̅, ἡ δὲ τῆς σελήνης ἡ β̅. Ἡ α̅ ἄρα πρὸς τὴν β̅ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιη΄ πρὸς α΄, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ κ΄ πρὸς α΄. Καὶ ἐπειδὴ ὁ ἀπὸ τῆς α̅ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς β̅ κύβον τριπλασίονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ α̅ πρὸς τὴν β̅· ἔχει δὲ καὶ ἡ περὶ διάμετρον τὴν α̅ σφαῖρα πρὸς τὴν περὶ διάμετρον τὴν β̅ σφαῖραν γ΄ λόγον ἤπερ ἡ α̅ πρὸς τὴν β̅· ἔστιν ἄρα ὡς ἡ περὶ διάμετρον τὴν α̅ σφαῖρα πρὸς τὴν περὶ διάμετρον τὴν β̅ σφαῖραν, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς α̅ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς β̅ κύβον. Ὁ δὲ ἀπὸ τῆς α̅ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς β̅ κύβον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ͵εωλβ΄ πρὸς α΄, ἐλάσerit quàm 18pla, et minor quàm 20pla.

PROPOSITIO XI.

Sol ad lunam majorem proportionem habet quàm 5832 ad 1, minorem verò quàm 8000 ad 1.

Sit (*fig.* 8) solis quidem diameter A; lunæ verò diameter B. Ergò A ad B majorem proportionem habet, quàm 18 ad 1, et minorem quàm 20 ad 1. Et quoniàm cubus qui fit ex A ad cubum qui fit ex B, triplicatam proportionem habet ejus quam A habet ad B; habet autem et sphæra circà diametrum A ad sphæram circà diametrum B triplicatam proportionem ejus quam habet A ad B; est igitur sphæra circà diametrum A ad sphæram circà diametrum B, ut cubus ad A ad cubum ex B. Sed cubus ex A ad cubum ex B majorem proportionem habet, quam 5832 ad 1, minorem verò quàm 8000 ad

1, quoniàm A ad B majorem proportionem habet, quàm 18 ad 1; et minorem, quàm 20 ad 1. Ergò et sol ad lunam majorem proportionem habebit, quàm 5832 ad 1, minorem verò quàm 8000 ad 1.

Propositio XII.

Lunæ diameter, distantiæ quâ distat centrum lunæ à visû nostro, minor est quàm duæ 45^{mæ} partes, majòr verò quàm pars 30ma.

Sit enim (*fig.* 9) noster visus ad A, et lunæ centrum B, quandò conus comprehendens solem et lunam, verticem habeat ad nostrum visum. Dico fieri ea quæ in propositione continentur. Jungatur enim AB, et producatur per ipsam AB planum quod sectionem faciat in sphærâ circulum, in cono autem rectas lineas. Faciat igitur in sphærâ circulum CED, et in cono rec-

σονα

σονα δὲ ἢ ὃν τὰ η πρὸς α΄, ἐπειδὴ ἡ $\overline{α}$ πρὸς τὴν $\overline{β}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιη΄ πρὸς α΄, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ κ΄ πρὸς ἕν. Ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν σελήνην μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ͵ϛωλβ΄ πρὸς α΄, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ η πρὸς α΄.

IB΄.

Ἡ τῆς σελήνης διάμετρος, τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως, ἐλάσσων μέν ἐστιν ἢ δύο με΄, μείζων δὲ ἢ λ΄.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τὸ $\overline{α}$· σελήνης δὲ κέντρον τὸ $\overline{β}$, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην, τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν. Λέγω ὅτι γίγνεται τὰ διὰ τῆς προτάσεως. Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ $\overline{αβ}$, καὶ ἐκβεβλήσθω τὸ διὰ τῆς $\overline{αβ}$ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὴν ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. Ποιείτω οὖν ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν $\overline{γεδ}$, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς αδ, αγ· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ βγ, καὶ διήχθω ἐπὶ τὸ ε. Φανερὸν δὴ ἐκ τοῦ προδεδειγμένου ὅτι ἡ ἀπὸ τῶν βαγ γωνία ἡμισείας ὀρθῆς ἐστὶ με΄· καὶ κατὰ τὰ αὐτὰ ἡ βγ τῆς γα ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ με΄ μέρος. Πολλῷ ἄρα ἡ βγ τῆς βα ἐλάσσων ἐστὶν ἢ με΄ μέρος. Καί ἐστι τῆς βγ διπλῆ ἡ γε. Ἡ γε ἄρα τῆς αβ ἐλάσσων ἐστὶν, ἢ δύο με΄. Καί ἐστιν ἡ μὲν γε ἡ τῆς σελήνης διάμετρος, ἡ δὲ βα τὸ ἀπόστημα ὃ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως. Ἡ ἄρα διάμετρος τῆς σελήνης τοῦ ἀποστήματος οὗ ἀπέχει τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἀπὸ τῆς ἡμετέρας ὄψεως, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ δύο με΄.

Λέγω δὴ ὅτι καὶ μείζων ἐστὶν ἡ γε τῆς βα ἢ λ΄ μέρος. Ἐπεζεύχθω γὰρ ἡ δε καὶ ἡ δγ· καὶ κέντρῳ μὲν τῷ α, διαστήματι δὲ τῷ αγ, κύκλος γεγράφθω ὁ γδζ· καὶ ἐνηρμόσθω εἰς τὸν γδζ κύκλον, τῇ αγ ἴση ἡ δζ. Καὶ ἐπεὶ ὀρθὴ ἡ ὑπὸ τῶν εδγ ὀρθῇ τῇ ὑπὸ τῶν βγα tas lineas AD, AC; jungaturque BC, et producatur ad E. Itaque constat ex eo quod demonstratum est, angulum BAC dimidii recti esse partem 45[am]; et eâdem ratione BC ipsiûs AC minorem esse quàm 45[am] partem. Multò igitur BC minor est quàm ipsiûs BA 45[a] pars. Estque ipsiûs BC dupla CE. Ergò CE minor est quàm ipsiûs AB duæ 45[mæ] partes. Sed est CE lunæ diameter, et AB distantia quâ distat centrum lunæ à visû nostro. Lunæ igitur diameter distantiæ quâ distat centrum luna à visû nostro, minor est quàm duæ 45[mæ] partes.

Dico etiam CE majorem esse ipsiûs BA quàm 30[am] partem. Jungantur enim DE, DC; et centro quidem A, intervallo autem AC, circulus describatur CDF; atque aptetur in eo circulo CDF recta linea DF, æqualis ipsî AC. Quoniàm igitur rectus angulus EDC recto BCA est æqualis;

et angulus BAC ipsî HCB æqualis est; reliquus angulus DEC reliquo angulo HBC erit æqualis. Æquiangulum igitur erit triangulum CDE triangulo ABC. Erit ergò ut BA ad AC, ità EC ad CD; et permutando, ut AB ad CE, ità AC ad CD: hoc est ità DF ad CD. Rursùs quoniàm angulus DAC est 45^{ma} pars uniûs recti, circumferentia igitur CD 180^{ma} pars erit totiûs circuli; et DF circumferentia sexta pars erit totiûs circuli. Quarè circumferentia CD circumferentiæ DF 30^{ma} pars erit. Atque habet circumferentia CD, quæ minor est circumferentiâ DF, ad ipsam circumferentiam DF, minorem proportionem, quàm recta linea CD ad rectam DF. Recta igitur linea CD ipsiûs DF rectæ major est quàm 30^{ma} pars. Est autem DF æqualis AC. Ergò DC major est quàm 30^{ma} pars ipsiûs AC; et propterea EC ipsiûs BA major erit quàm 30^{ma} pars. Ostensa est autem et minor quam duæ $45^{mæ}$ partes ipsiûs BA.

ἐστὶν ἴση· ἀλλὰ καὶ ἡ ὑπὸ τῶν βαγ τῇ ὑπὸ τῶν θγβ ἐστὶν ἴση· λοιπὴ ἄρα ἡ ὑπὸ τῶν δεγ λοιπῇ τῇ ὑπὸ τῶν θβγ ἐστὶν ἴση. Ἰσογώνιον ἄρα ἐστὶ τὸ γδε τρίγωνον τῷ αβγ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ βα πρὸς αγ, οὕτως ἡ εγ πρὸς γδ· καὶ ἐναλλὰξ, ὡς ἡ αβ πρὸς γε, οὕτως ἡ αγ πρὸς γδ· τουτέστιν ἡ δζ πρὸς γδ. Ἀλλ᾽ ἐπεὶ πάλιν ἡ ὑπὸ τῶν δαγ γωνία με΄ μέρος ἐστὶν ὀρθῆς, ἡ γδ ἄρα περιφέρεια ρπ΄ μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου· ἡ δὲ δζ περιφέρεια ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ ὅλου κύκλου. Ὥστε ἡ γδ περιφέρεια τῆς δζ περιφερείας λ΄ μέρος ἐστί· καὶ ἔχει ἡ γδ περιφέρεια, ἐλάσσων οὖσα τῆς δζ περιφερείας, πρὸς αὐτὴν τὴν δζ περιφέρειαν, ἐλάσσονα λόγον ἤπερ ἡ γδ εὐθεῖα πρὸς τὴν ζδ εὐθεῖαν. Ἡ ἄρα γδ εὐθεῖα τῆς δζ μείζων ἐστὶν ἢ λ΄· ἴση δὲ ζδ τῇ αγ· ἡ ἄρα δγ τῆς γα μείζων ἐστὶν ἢ λ΄. Ὥστε καὶ ἡ γε τῆς βα μείζων ἐστὶν ἢ λ΄. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἐλάσσων οὖσα ἢ δύο με΄.

ΙΓʹ.

Ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, τοῦ διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μὲν ἐστὶ, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς ϙʹ.

Ἔστω γὰρ ἡ μὲν ἡμετέρα ὄψις πρὸς τὸ α· σελήνης δὲ κέντρον τὸ β, ὅταν ὁ περιλαμβάνων κῶνος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχῃ πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ αβ, καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῆς αβ ἐπίπεδον· ποιήσει δὴ τομὰς ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον· ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας. Ποιείτω ἐν μὲν τῇ σφαίρᾳ κύκλον τὸν δεγ, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς αδ, αγ, γδ. Ἡ γδ ἄρα διάμετρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τὸ σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. Λέγω δὴ ὅτι ἡ γδ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων μὲν ἐστί· μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς ϙʹ. Ὅτι μὲν οὖν ἡ γδ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης, φανερόν. Λέγω δὴ ὅτι καὶ

Propositio XIII.

Diameter circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum, diametro lunæ minor quidem est, majorem autem proportionem habet ad ipsam, quàm 89 ad 90.

Sit (*fig.* 10) noster visus ad A; lunæ verò centrum B, quandò conus comprehendens solem et lunam, verticem habeat ad nostrum visum: et jungatur AB, et producatur per ipsam AB planum quod faciet sectiones in sphærâ quidem circulum; in cono autem rectas lineas. Faciat in sphærâ circulum DEC, et in cono rectas lineas AD, AC, CD. Ergò CD diameter est circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum. Dico CD diametro lunæ minorem esse, majorem verò ad ipsam proportionem habere quàm 89 ad 90. Itaque CD minorem esse diametro lunæ, manifestum est. Dico et majorem habere proportionem, quàm 89 ad 90. Ducatur enim per B ipsî CD parallela FG, et jungatur BC. Erit rursùs, eâdem ratione, angulus DAC uniûs recti 45ma pars; et angulus BAC recti 90ma pars. Atque est BAC angulus æqualis angulo CBF. Ergò et angulus CBF est recti pars 90ma, videlicet anguli FBE 90ma; et ob id circumferentia CF circumferentiæ FCE est 90ma. Quarè circumferentia CE ad circumferentiam ECF eam proportionem habet, quam 89 ad 90. Estque ipsiûs CE dupla circumferentia DEC; ipsiûs verò ECF dupla GEF. Ergò DEC circumferentia ad GEF circumferentiam eam proportionem habebit quam 89 ad 90. Habet autem recta linea DC ad GF rectam majorem proportionem quàm DEC circumferentia ad GEF circumferentiam. Igitur DC recta linea ad GF rectam majorem proportionem habet, quàm 89 ad 90.

μείζονα

μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς ϟʹ. Ἤχθω γὰρ διὰ τοῦ $\overline{\beta}$ τῇ $\overline{\gamma\delta}$ παράλληλος ἡ $\overline{\zeta\eta}$, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\beta\gamma}$. Ἔσται δὴ πάλιν, κατὰ τὰ αὐτὰ, ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\delta\alpha\gamma}$ γωνία ὀρθῆς μεʹ μέρος· ἡ δὲ ὑπὸ τῶν $\overline{\beta\alpha\gamma}$ ὀρθῆς ϟʹ μέρος. Καὶ ἔστιν ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\beta\alpha\gamma}$ γωνία ἴση τῇ ὑπὸ τῶν $\overline{\gamma\beta\zeta}$. Καὶ ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\gamma\beta\zeta}$ ἄρα γωνία ὀρθῆς ἐστιν ϟʹ· τουτέστι τῆς ὑπὸ τῶν $\overline{\zeta\beta\epsilon}$ γωνίας ϟʹ· ὥστε καὶ ἡ $\overline{\gamma\zeta}$ περιφέρεια τῆς $\overline{\zeta\gamma\epsilon}$ περιφερείας ἐστὶν ϟʹ. Ἡ $\overline{\gamma\epsilon}$ ἄρα περιφέρεια πρὸς τὴν $\overline{\epsilon\gamma\zeta}$ περιφέρειαν λόγον ἔχει ὃν τὰ πθʹ πρὸς ϟʹ. Καὶ ἔστι τῆς $\overline{\gamma\epsilon}$ διπλῆ ἡ $\overline{\delta\epsilon\gamma}$· τῆς δὲ $\overline{\epsilon\gamma\zeta}$ διπλῆ ἡ $\overline{\eta\epsilon\zeta}$. Ἡ ἄρα $\overline{\delta\epsilon\gamma}$ περιφέρεια πρὸς τὴν $\overline{\eta\epsilon\zeta}$ περιφέρειαν λόγον ἔχει ὃν τὰ πθʹ πρὸς ϟʹ. Καὶ ἡ $\overline{\delta\gamma}$ εὐθεῖα πρὸς $\overline{\eta\zeta}$ εὐθεῖαν μείζονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ $\overline{\delta\epsilon\gamma}$ περιφέρεια πρὸς τὴν $\overline{\eta\epsilon\zeta}$ περιφέρειαν. Καὶ ἡ $\overline{\delta\gamma}$ ἄρα εὐθεῖα, πρὸς τὴν $\overline{\eta\zeta}$ εὐθεῖαν μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς ϟʹ.

ΙΔʹ.

Ἡ ὑποτείνουσα εὐθεῖα ὑπὸ τὴν ἀπολαμβανομένην ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς περιφέρειαν τοῦ κύκλου, καθ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, τῆς μὲν διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ· μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν ἢ ὃν τὰ πή πρὸς τὰ μέ· τῆς δὲ τοῦ ἡλίου διαμέτρου ἐλάσσων μὲν ἐστὶν ἢ ἔνατον μέρος· μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν, ἢ ὃν κβʹ πρὸς σκέ. Πρὸς δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ ἡλίου ἠγμένην πρὸς ὀρθὰς τῷ ἄξονι, συμβάλλουσαν δὲ ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ϡοθʹ πρὸς ͵αρκέ.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον πρὸς τὸ $\overline{α}$, γῆς δὲ κέντρον τὸ $\overline{β}$, σελήνης δὲ τὸ $\overline{γ}$, τελείας οὔσης τῆς ἐκλείψεως, καὶ πρῶτως ὅλης ἐμπεπτωκυίας εἰς τὸ τῆς γῆς σκίασμα· καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τῶν $\overline{α}$, $\overline{β}$, $\overline{γ}$ ἐπίπεδον· ποιήσει δὲ τομὰς, ἐν μὲν ταῖς σφαίραις κύκλους· ἐν

Propositio XIV.

Recta linea quæ continetur in umbrâ terræ, subtendens circumferentiam circuli in quo feruntur extrema diametri determinantis in lunâ umbrosum et splendidum, diametri lunæ minor est quàm dupla; majorem autem proportionem habet ad ipsam, quàm 88 ad 45 : et solis diametri minor est quàm nona pars; majorem verò proportionem habet ad ipsam, quàm 22 ad 225. Sed ad eam quæ à centro solis ducitur ad rectos angulos axi, et applicatur coni lateribus, majorem proportionem habet, quàm 979 ad 10125.

Sit enim (*fig.* 11) solis quidem centrum ad A, terræ verò centrum B, et lunæ centrum C, perfectâ existente eclipsi, et primùm totâ incidente in terræ umbram : producaturque per A, B, C, planum, quod faciet sectiones, in sphæris quidem circulos; in cono autem comprehendente solem et terram, rectas lineas. Faciat in sphæris maximos circulos DEF, GHK, LMN: in umbrâ verò terræ, circulum in quo feruntur extrema diametri determinantis in lunâ umbrosum et splendidum, XLN; et in cono rectas lineas DGX, FKN. Axis autem sit ABL. Manifestum certè est ABL axem contingere circulum LMN, propterea quod umbra terræ sit duarum lunarum, et circumferentia NLX bifariàm secetur ab axe ABL: et adhuc luna primùm incidat in terræ umbram. Itaque jungantur XN, NL, BN, LX. Ergò LN est diameter circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum: et BN contingit circulum LNOM, quòd sit B ad nostrum visum, et LN diameter circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum. Quoniàm igitur XL, LN sunt æquales, duplæ erunt δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τῷ περιλαμβάνοντι τόν τε ἥλιον καὶ τὴν γῆν. Ποιείτω ἐν μὲν ταῖς σφαίραις μεγίστους κύκλους τοὺς $\overline{\delta\epsilon\zeta}$, $\overline{\eta\theta\kappa}$, $\overline{\lambda\mu\nu}$· ἐν δὲ τῷ σκιάσματι τῆς γῆς, κύκλον καθ' οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, τὸν $\overline{\xi\lambda\nu}$· ἐν δὲ τῷ κώνῳ, εὐθείας τὰς $\overline{\delta\eta\xi}$, $\overline{\zeta\kappa\nu}$. Ἄξων δὲ ἔστω ὁ $\overline{\alpha\beta\lambda}$. Φανερὸν δὴ ὅτι ὁ $\overline{\alpha\beta\lambda}$ ἄξων ἐφάπτεται τοῦ $\overline{\lambda\mu\nu}$ κύκλου, διὰ τὸ τὸ σκίασμα τῆς γῆς, σελήνων εἶναι δύο, καὶ δίχα διαιρεῖσθαι τὴν $\overline{\nu\lambda\xi}$ περιφέρειαν ὑπὸ τοῦ $\overline{\alpha\beta\lambda}$ ἄξονος· καὶ ἔτι τὴν σελήνην πρώτως ἐμπεπτωκέναι εἰς τὸ τῆς γῆς σκίασμα. Ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ $\overline{\xi\nu}$, $\overline{\nu\lambda}$, $\overline{\beta\nu}$, $\overline{\lambda\xi}$. Ἡ $\overline{\lambda\nu}$ ἄρα ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν· καὶ ἡ $\overline{\beta\nu}$ ἐφάπτεται τοῦ $\overline{\lambda\nu\omicron\mu}$ κύκλου, διὰ τὸ εἶναι τὸ $\overline{\beta}$ πρὸς τὴν ἡμέτεραν ὄψιν, καὶ τὴν $\overline{\lambda\nu}$ διάμετρον τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. Καὶ ἐπεὶ αἱ $\overline{\xi\lambda}$, $\overline{\lambda\nu}$ ἴσαι εἰσὶν, διπλασίονες ἄρα εἰσὶ τῆς $\overline{\lambda\nu}$. Ὥστε ἡ $\overline{\xi\nu}$ τῆς $\overline{\lambda\nu}$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ. Ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ $\overline{\lambda\gamma}$, $\overline{\gamma\nu}$, καὶ διήχθω ἡ $\overline{\lambda\gamma}$ ἐπὶ τὸ $\overline{o}$. Πολλῷ ἄρα ἡ $\overline{\xi\nu}$ τῆς $\overline{\lambda o}$ ἐλάσσων ἐστιν ἢ διπλῆ. Καὶ ἐπεὶ ἡ $\overline{\gamma\lambda}$ κάθετός ἐστὶν ἐπὶ τὴν $\overline{\beta\lambda}$, παράλληλος ἄρα ἐστὶ τῇ $\overline{\xi\nu}$. Ἴση ἄρα ἐστὶν ἡ ὑπὸ τῶν $\overline{\lambda\xi\nu}$ τῇ ὑπὸ τῶν $\overline{\gamma\lambda\nu}$ γωνία. Καὶ ἐστὶν ἴση μὲν ἡ $\overline{\nu\lambda}$ τῇ $\overline{\lambda\xi}$, ἡ δὲ $\overline{\gamma\lambda}$ τῇ $\overline{\gamma\nu}$. Ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $\overline{\xi\nu\lambda}$ τρίγωνον τῷ $\overline{\lambda\nu\gamma}$ τριγώνῳ. Ἐστὶν ἄρα ὡς ἡ $\overline{\xi\nu}$ πρὸς τὴν $\overline{\nu\lambda}$, οὕτως ἡ $\overline{\nu\lambda}$ πρὸς τὴν $\overline{\lambda\gamma}$. Ἀλλ᾽ ἡ $\overline{\nu\lambda}$ πρὸς τὴν $\overline{\lambda\gamma}$ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ πθ΄ πρὸς τὰ με΄· τουτέστι τὸ ἀπὸ $\overline{\nu\lambda}$ πρὸς τὸ ἀπὸ $\overline{\lambda\gamma}$ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ζ͵ϡκα΄ πρὸς τὰ β͵κε΄. Καὶ τὸ ἀπὸ $\overline{\xi\nu}$ ἄρα πρὸς τὸ ἀπὸ $\overline{\nu\lambda}$ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ζ͵ϡκα΄ πρὸς τὰ β͵κε΄· καὶ ἡ $\overline{\xi\nu}$ πρὸς τὴν $\overline{\lambda o}$ μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ τὰ ζ͵ϡκα΄ πρὸς δ͵ν΄. Ἔχει δὲ καὶ τὰ ζ͵ϡκα΄ πρὸς δ͵ν΄ μείζονα λόγον ἤπερ τὰ πη΄ πρὸς με΄· ἡ $\overline{\nu\xi}$ ἄρα πρὸς $\overline{\lambda o}$ μείζονα λόγον ἔχει, ipsiûs LN. Quare XN ipsiûs NL minor est quàm dupla. Jungantur LC, CN, et producatur LC ad O. Multò igitur XN minor est quàm dupla ipsiûs LO. Et cùm *CL* perpendicularis sit ad *LB*, parallela erit ipsî XN. Æqualis igitur est angulus LXN angulo CLN. Atque est LN æqualis LX, et LC ipsî CN. Quarè triangulum XNL simile est triangulo LNC. Est igitur ut XN ad NL, ità NL ad LC. Sed NL ad LC majorem proportionem habet quàm 89 ad 45; hoc est quadratum ex NL ad quadratum ex LC majorem proportionem habet quàm 7921 ad 2025. Ergò et quadratum ex NX ad quadratum ex NL majorem proportionem habebit quàm 7921 ad 2025, et ipsa XN ad LO majorem proportionem habebit quàm 7921 ad 4050. Habet autem 7921 ad 4050 majorem proportionem quàm 88 ad 45 : quarè XN ad LO majorem proportionem habebit quàm

88 ad 45 : et ob id recta linea subtendens circumfentiam circuli in quo feruntur extrema diametri determinantis in lunâ umbrosum et splendidum, quæ in terræ umbrâ comprehenditur, minor est quàm dupla diametri lunæ, majorem autem ad ipsam proportionem habet, quàm 88 ad 45.

Iisdem positis, ducatur à puncto A ipsî AB ad rectos angulos PAR. Dico XN minorem quidem esse quàm nonam partem diametri solis ; majorem verò ad ipsam proportionem habere, quàm 22 ad 225 ; et ad PR majorem proportionem habere quàm 979 ad 10125. Quoniàm enim ostensa est XN diametri lunæ minor quàm dupla ; lunæ autem diameter diametri solis minor est, quàm 18ma pars ; erit igitur XN minor quàm diametri solis nona pars. Rursùs quoniàm XN ad diametrum lunæ majorem proportionem habet, quàm 88

η

ἢ ὃν τὰ πη΄ πρὸς τὰ με΄· ἡ ἄρα ὑποτείνουσα ὑπὸ τὴν ἀπολαμβανομένην, ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς, περιφέρειαν τοῦ κύκλου, καθ᾽ οὗ φέρεται τὰ ἄκρα τῆς διαμέτρου τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τότε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων ἐστὶν ἢ διπλῆ· μείζονα δὲ λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πη΄ πρὸς τὰ με΄.

Τῶν αὐτῶν ὑποκειμένων, ἤχθω ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha}$ τῇ $\overline{\alpha\beta}$ πρὸς ὀρθὰς ἡ $\overline{\pi\alpha\rho}$. Λέγω ὅτι ἡ $\overline{\xi\nu}$ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων μὲν ἐστὶν ἢ θ΄ μέρος, μείζονα δὲ λόγον ἔχει πρὸς αὐτὴν, ἢ ὃν τὰ κβ΄ πρὸς τὰ σκε΄· πρὸς δὲ τὴν $\overline{\pi\rho}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ϡοθ΄ πρὸς ͵αρκε΄. Ἐπεὶ γὰρ ἐδείχθη ἡ $\overline{\xi\nu}$ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης ἐλάσσων οὖσα ἢ β΄· ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ιη΄ μέρος· ἡ ἄρα $\overline{\xi\nu}$ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ θ΄ μέρος. Πάλιν ἐπεὶ ἡ $\overline{\xi\nu}$ πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πη΄ πρὸς τὰ με΄· ἡ δὲ διάμετρος τῆς σελήνης πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ μέ πρὸς πθ΄. Ἐπεὶ γὰρ ἡ τῆς σελήνης διάμετρος πρὸς τὴν τοῦ ἡλίου, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὸ α΄ πρὸς κ΄· καὶ πάντα τεσσαρακοντάκις καὶ πεντάκις· ἕξει ἄρα ἡ $\overline{\xi\nu}$ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ πή πρὸς τὰ πθ΄, τουτέστιν ἢ ὃν τὰ $\overline{\kappa\beta}$ πρὸς τὰ σκέ. Ἤχθωσαν δὴ ἀπὸ τοῦ $\overline{\beta}$ τοῦ $\overline{\delta\epsilon\zeta}$ κύκλου ἐφαπτόμεναι αἱ $\overline{\beta\upsilon\sigma}$, $\overline{\beta\phi\tau}$· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\upsilon\phi}$ καὶ ἡ $\overline{\upsilon\alpha}$. Ἔσται δὴ, ὡς ἡ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης, οὕτως ἡ $\overline{\upsilon\phi}$ πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου· διὰ τὸ τὸν αὐτὸν κῶνον περιλαμβάνειν τόν τε ἥλιον καὶ τὴν σελήνην τὴν κορυφὴν ἔχοντα πρὸς τὴν ἡμετέραν ὄψιν. Ἡ δὲ διάμετρος τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρὸν, πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθ΄ πρὸς τὰ ϟ΄. Καὶ ἡ $\overline{\upsilon\phi}$ ἄρα πρὸς ad 45; et diameter lunæ ad solis diametrum majorem proportionem habet quàm 45 ad 900. Quippe quod lunæ diameter ad diametrum solis majorem proportionem habeat quàm 1 ad 20; et omnia quadragies quinquies sumantur: habebit quidem XN ad diametrum solis majorem proportionem quàm 88 ad 900; hoc est quàm 22 ad 225. Ducantur autem à puncto B, circulum DEF contingentes BYS, BUT: et jungantur YU, YA. Erit igitur, ut diameter circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum, ad diametrum lunæ, ità YU ad diametrum solis; quòd idem conus comprehendat solem et lunam, verticem habens ad nostrum visum. Diameter autem circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum, ad diametrum lunæ majorem proportionem habet quàm 89 ad 90. Ergò et YU ad solis diametrum majorem proportionem habet quàm 89 ad 90: et sic QY ad YA majorem proportionem habebit quàm 89 ad 90. Ut autem QY ad YA, ità YA ad AS, cùm parallelæ sint SA, YQ. Quarè et YA ad AS majorem proportionem habet quàm 89 ad 90. Multò igitur YA ad AR majorem proportionem habebit quàm 89 ad 90. Et dupla similiter. Igitur diameter solis ad PR majorem rationem habebit quàm 89 ad 90. Ostensa est autem et XN ad diametrum solis majorem proportionem habere quàm 22 ad 225; et ex æquali, ergò XN ad PR multò majorem proportionem habet, quàm numerus productus ex 22 et 89 ad eum qui ex 90 et 225 producitur, hoc est 1958 ad 20250; et horum dimidia, videlicet 979 ad 10125.

τὴν τῦ ἡλίυ διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς τὰ ϟʹ· καὶ ἡ χυ ἄρα πρὸς τὴν υα μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς ϟʹ. Ὡς δὲ ἡ χυ πρὸς τὴν υα ὕτως ἡ υα πρὸς τὴν ας, διὰ τὸ παραλλήλυς εἶναι τὰς σα, υχ. Καὶ ἡ υα ἄρα πρὸς τὴν ας μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς τὰ ϟʹ. Πολλῷ ἄρα ἡ υα πρὸς τὴν αρ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς τὰ ϟʹ. Καὶ τὰ βʹ. Ἡ ἄρα διάμετρος τῦ ἡλίυ πρὸς τὴν πρ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ πθʹ πρὸς τὰ ϟʹ. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ ξν πρὸς τὴν διάμετρον τῦ ἡλίυ μείζονα λόγον ἔχυσα, ἢ ὃν τὰ κβʹ πρὸς τὰ σκεʹ· δι' ἴσυ πολλῷ ἄρα ἡ ξν πρὸς τὴν πρ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν συνηγμένος ἔκ τε τῶν κβʹ καὶ πθʹ πρὸς τὴν ἐκ τῶν ϟʹ καὶ σκεʹ· τυτέστι τὰ ,αϡνηʹ πρὸς τὰ ,βσνʹ· καὶ τὰ ἡμίση, τυτέστι τὰ ϡοθʹ πρὸς τὰ ,αρκεʹ.

ΙΕ΄.

Ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς γῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς σελήνης ἐπιζευγνυμένη εὐθεῖα, πρὸς τὴν εὐθεῖαν ἣν ἀπολαμβάνει ἀπὸ τοῦ ἄξονος πρὸς τῷ κέντρῳ τῆς σελήνης ἡ ὑπὸ τὴν ἐν τῷ σκιάσματι τῆς γῆς ὑποτείνουσα εὐθεῖα, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ χοέ πρὸς ά.

Ἔστω τὸ αὐτὸ σχῆμα τῷ πρότερον· καὶ ἡ σελήνη οὕτως ἔστω, ὥστε τὸ κέντρον αὐτῆς εἶναι ἐπὶ τοῦ ἄξονος τοῦ κώνου τοῦ περιλαμβάνοντος τόν τε ἥλιον καὶ τὴν γῆν· καὶ ἔστω τὸ γ· μέγιστος δὲ τῶν ἐν τῇ σελήνης σφαίρᾳ κύκλος ὁ πομ ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ ὢν αὐτοῖς· καὶ ἐπεζεύχθω ἡ μο. Ἡ μο ἄρα διάμετρός ἐστι τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν. Ἐπεζεύχθωσαν δὴ αἱ μβ, βο, λξ, ξβ, μγ. Ἐφάπτονται ἄρα τοῦ μοπ κύκλου αἱ μβ, βο, διὰ τὸ τὴν ομ διάμετρον εἶναι τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τὸ σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν· καὶ ἐπεὶ ἴση ἐστὶν ἡ ξλ τῇ μο, ἑκατέρα γὰρ αὐτῶν διά-

Propositio XV.

À centro terræ ad centrum lunæ juncta recta linea, ad rectam lineam quæ abscinditur ex axe, inter eam quæ subtendit circumferentiam circuli in terræ umbrâ contentam, et centrum lunæ, majorem proportionem habet quàm 675 ad 1.

Sit (*fig.* 12) eadem figura quæ priùs; et luna ità se habeat, ut centrum ipsiûs sit in axe coni comprehendentis solem et lunam: maximus autem in lunæ sphærâ circulus sit POM in eodem plano existens; et jungatur MO. Ergò MO est diameter circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum. Itaque jungantur MB, BO, LX, XB, MC. Contingunt igitur circulum MOP rectæ lineæ MB, BO, propterea quod OM diameter sit circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum: et quoniàm est XL æqualis MO, utraque enim ipsarum diameter est circuli determinantis in lunâ umbrosum et splendidum, æqualis quidem et erit XML circumferentia MLO circumferentiæ, ideòque circumferentia XM ipsî LO æqualis. Sed LO est æqualis LM; ergò et XM ipsî LM æqualis erit. Est autem et XB æqualis BL, quòd punctum B centrum sit terræ, habeatque terra puncti ac centri rationem ad lunæ sphæram, et circulus MOP in eodem plano sit: quarè BM perpendicularis est ad XL; atque est CM perpendicularis ad BM. Parallela igitur est CM ipsî XL. Est autem et SX ipsî MR parallela; ac propتereà simile est triangulum LXS triangulo MRC. Ergò ut est SX ad MR, ità SL ad RC. Sed SX ipsiûs MR minor est quàm dupla; quoniàm et XN minor est quàm dupla ipsiûs MO. Ergò et SL ipsiûs CR minor erit quàm dupla, et SR multò minor quàm dupla ipsiûs RC. Ex quibus sequitur SC ipsiûs CR minorem esse quàm triplam. CR igitur ad CS

μετρος

μετρός ἐστι τοῦ διορίζοντος ἐν τῇ σελήνῃ τό τε σκιερὸν καὶ τὸ λαμπρόν, ἴση ἄρα καὶ ἡ $\overline{\xi\mu\lambda}$ περιφέρεια τῇ $\overline{\mu\lambda o}$ περιφερείᾳ, καὶ ἡ $\overline{\xi\mu}$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ $\overline{\lambda o}$. Ἀλλ' ἡ $\overline{\lambda o}$ τῇ $\overline{\lambda\mu}$ ἴση ἐστί· καὶ ἡ $\overline{\xi\mu}$ ἄρα ἴση ἐστὶ τῇ $\overline{\lambda\mu}$. Ἔστι δὲ καὶ ἡ $\overline{\xi\beta}$ ἴση τῇ $\overline{\beta\lambda}$, διὰ τὸ $\overline{\beta}$ σημεῖον κέντρον εἶναι τῆς γῆς, καὶ τὴν γῆν σημείου καὶ κέντρου λόγον ἔχειν πρὸς τὴν τῆς σελήνης σφαῖραν, καὶ τὸν $\overline{\mu o\pi}$ κύκλον ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ εἶναι· ἡ ἄρα $\overline{\beta\mu}$ κάθετός ἐστιν ἐπὶ τὴν $\overline{\xi\lambda}$· ἔστι δὲ καὶ ἡ $\overline{\gamma\mu}$ κάθετος ἐπὶ τὴν $\overline{\beta\mu}$. Παράλληλος ἄρα ἐστὶν ἡ $\overline{\gamma\mu}$ τῇ $\overline{\xi\lambda}$. Ἔστι δὲ καὶ ἡ $\overline{\sigma\xi}$ τῇ $\overline{\mu\rho}$ παράλληλος· ὅμοιον ἄρα ἐστὶ τὸ $\overline{\lambda\xi\sigma}$ τρίγωνον τῷ $\overline{\mu\rho\gamma}$ τριγώνῳ. Ἔστιν ἄρα ὡς ἡ $\overline{\sigma\xi}$ πρὸς τὴν $\overline{\mu\rho}$, οὕτως ἡ $\overline{\sigma\lambda}$ πρὸς τὴν $\overline{\rho\gamma}$. Ἀλλ' ἡ $\overline{\sigma\xi}$ τῆς $\overline{\mu\rho}$ ἐστὶν ἐλάσσων ἢ β'· ἐπεὶ καὶ ἡ $\overline{\xi\nu}$ τῆς $\overline{\mu o}$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β'. Καὶ ἡ $\overline{\sigma\lambda}$ ἄρα τῆς $\overline{\gamma\rho}$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β'· ὥστε ἡ $\overline{\sigma\rho}$ τῆς $\overline{\rho\gamma}$ πολλῷ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ β'. Ἡ $\overline{\sigma\gamma}$ ἄρα τῆς $\overline{\gamma\rho}$ ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τριπλασίων. Ἡ $\overline{\gamma\rho}$

ἄρα πρὸς τὴν $\overline{\gamma\sigma}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν α΄ πρὸς γ΄· καὶ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ἡ $\overline{\beta\gamma}$ πρὸς $\overline{\gamma\mu}$, οὕτως ἡ $\overline{\gamma\mu}$ πρὸς τὴν $\overline{\gamma\rho}$· ἡ δὲ $\overline{\beta\gamma}$ πρὸς τὴν $\overline{\gamma\mu}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν με΄ πρὸς μίαν· καὶ ἡ $\overline{\gamma\mu}$ ἄρα πρὸς $\overline{\gamma\rho}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν με΄ πρὸς α΄. Ἔχει δὲ καὶ ἡ $\overline{\gamma\rho}$ πρὸς τὴν $\overline{\gamma\sigma}$ μείζονα λόγον ἢ ὃν α΄ πρὸς γ΄· δι' ἴσου ἄρα ἡ $\overline{\gamma\mu}$ πρὸς τὴν $\overline{\gamma\sigma}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν με΄ πρὸς γ΄, τουτέστιν ὃν ιε΄ πρὸς α΄. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $\overline{\beta\gamma}$ πρὸς τὴν $\overline{\gamma\mu}$, μείζονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν με΄ πρὸς α΄. Δι' ἴσου ἄρα ἡ $\overline{\beta\gamma}$ πρὸς τὴν $\overline{\gamma\sigma}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ χοε΄ πρὸς α΄.

Ιϛ΄.

Ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ΄ πρὸς γ΄· ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ μγ΄ πρὸς ϛ΄.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν κέντρον τὸ $\overline{\alpha}$· γῆς δὲ κέντρον τὸ $\overline{\beta}$· σελήνης δὲ κέντρον τὸ $\overline{\gamma}$, τελείας οὔσης τῆς ἐκλείψεως, τουτέστιν ἵνα τὰ majorem proportionem habebit quàm 1 ad 3; et quoniàm est, ut BC ad CM, ità CM ad CR; habetque BC ad CM majorem proportionem quàm 45 ad 1: habet igitur et CM ad CR majorem proportionem quàm 45 ad 1. Habet autem et CR ad CS majorem proportionem quàm 1 ad 3: ex æquali CM ad CS majorem proportionem habebit, quàm 45 ad 3, hoc est, quàm 15 ad 1. Ostensa est autem et BC ad CM majorem proportionem habere, quàm 45 ad 1. Rursùs igitur ex æquali BC ad CS majorem proportionem habebit, quàm 675 ad 1.

PROPOSITIO XVI.

Solis diameter ad terræ diametrum, majorem proportionem habet, quàm 19 ad 3; minorem verò quàm 43 ad 6.

Sit enim (*fig.* 13) solis quidem centrum A; terræ verò centrum B; et lunæ centrum C, perfectâ existente eclipsi, hoc est ità ut puncta A,B,C in rectâ lineâ sint; et producatur per axem, planum quod faciat sectiones, in sole quidem circulum DEF; in terrâ verò circulum GHK, et in umbrâ circumferentiam NX; denique in cono rectas lineas DM, FM. Jungaturque NX, et per punctum A ducatur ipsî AM ad rectos angulos OAP. Quoniàm igitur NX minor est quàm solis diametri nona pars, adeòque OP ad NX multò majorem proportionem habet, quàm 9 ad 1: ergò AM ad MR majorem etiàm rationem habet quàm 9 ad 1: et convertendo, MA ad AR minorem proportionem habet quàm 9 ad 8. Rursùs quoniàm AB ipsiûs BC major est quàm 18^{pla}; multò igitur erit major quàm ipsiûs BR 18^{pla}. AB ergò ad BR majorem proportionem habet, quàm 18 ad 1: et convertendo, BR ad BA minorem proportionem habet quàm 1 ad 18: componendoque, RA ad AB minorem proportionem habet quàm 19 ad 18. Ostensa est autem et MA ad AR minorem proportio-

$\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$, $\overline{\gamma}$ ἐπ' εὐθείας ᾖ· καὶ ἐκβεβλήσθω διὰ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον· καὶ ποιείτω τομὰς, ἐν μὲν τῷ ἡλίῳ τὸν $\overline{\delta\epsilon\zeta}$ κύκλον, ἐν δὲ τῇ γῇ, τὸν $\overline{\eta\theta\kappa}$, ἐν δὲ τῷ σκιάσματι τὴν $\overline{\nu\xi}$ περιφέρειαν, ἐν δὲ τῷ κώνῳ εὐθείας τὰς $\overline{\delta\mu}$, $\overline{\zeta\mu}$. Καὶ ἐπεζεύχθω ἡ $\overline{\nu\xi}$, καὶ ἀπὸ τοῦ $\overline{\alpha}$ τῇ $\overline{\alpha\mu}$ πρὸς ὀρθὰς ἤχθω ἡ $\overline{o\alpha\pi}$. Καὶ ἐπεὶ ἡ $\overline{\nu\xi}$ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου ἐλάσσων ἐστὶν ἢ θ' μέρος, ἡ $\overline{o\pi}$ ἄρα πρὸς τὴν $\overline{\nu\xi}$ πολλῷ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ θ' πρὸς α'· καὶ ἡ $\overline{\alpha\mu}$ ἄρα πρὸς τὴν $\overline{\mu\rho}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ θ' πρὸς α'· καὶ ἀναστρέψαντι, ἡ $\overline{\mu\alpha}$ πρὸς $\overline{\alpha\rho}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ θ' πρὸς η'. Πάλιν ἐπεὶ ἡ $\overline{\alpha\beta}$ τῆς $\overline{\beta\gamma}$ μείζων ἐστὶν ἢ ιη'· πολλῷ ἄρα τῆς $\overline{\beta\rho}$ μείζων ἐστὶν ἢ ιη'. Ἡ $\overline{\alpha\beta}$ ἄρα πρὸς τὴν $\overline{\beta\rho}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιη' πρὸς α'· ἀνάπαλιν ἄρα ἡ $\overline{\beta\rho}$ πρὸς τὴν $\overline{\beta\alpha}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν α' πρὸς ιη'· καὶ συνθέντι ἡ $\overline{\rho\alpha}$ ἄρα πρὸς τὴν $\overline{\alpha\beta}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ' πρὸς τὰ ιη'. Ἐδείχθη δὲ καὶ ἡ $\overline{\mu\alpha}$ πρὸς τὴν $\overline{\alpha\rho}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχουσα ἢ ὃν τὰ θ΄ πρὸς τὰ η΄. Ἕξει ἄρα δι᾽ ἴσου ἡ $\overline{μα}$ πρὸς τὴν $\overline{αβ}$ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν τὰ ροα΄ πρὸς ρμδ΄, καὶ ὃν τὰ ιθ΄ πρὸς ιϛ΄· τὰ γὰρ μέρη τοῖς ὡσαύτως πολλαπλασίοις τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ $\overline{αμ}$ πρὸς $\overline{βμ}$ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθ΄ πρὸς τὰ γ΄. Ὡς δὲ ἡ $\overline{αμ}$ πρὸς $\overline{μβ}$, οὕτως ἡ διάμετρος τοῦ $\overline{δεζ}$ κύκλου πρὸς τὴν διάμετρον τοῦ $\overline{ηθκ}$ κύκλου. Ἡ ἄρα τοῦ ἡλίου διάμετρος πρὸς τὴν τῆς γῆς διάμετρον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ιθ΄ πρὸς γ΄.

Λέγω δὴ ὅτι ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ μγ΄ πρὸς ϛ΄. Ἐπεὶ γὰρ ἡ $\overline{βγ}$ πρὸς τὴν $\overline{γρ}$ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ χοε΄ πρὸς α΄· ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ $\overline{γβ}$ πρὸς τὴν $\overline{βρ}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ χοε΄ πρὸς τὰ χοδ΄. Ἔχει δὲ καὶ ἡ $\overline{αβ}$ πρὸς τὴν $\overline{βγ}$ ἐλάσσονα λόγον ἢ ὃν τὰ κ΄ πρὸς α΄· ἕξει ἄρα δι᾽ ἴσου ἡ $\overline{αβ}$ πρὸς τὴν $\overline{βρ}$ ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν τὰ α γ͵φ΄ πρὸς τὰ χοδ΄, τουτέστιν ἢ ὃν ϛ͵ψν΄ πρὸς τὰ τλζ΄.

nem habere quàm 9 ad 8. Habebit ergò ex æquali MA ad AB minorem proportionem quàm 171 ad 144; et quàm 19 ad 16: partes enim eodem modo multiplicium eandem habent proportionem. Quarè convertendo, AM ad BM majorem proportionem habet quàm 19 ad 3. Ut autem AM ad MB, ità DEF circuli diameter ad diametrum circuli GHK. Solis igitur diameter ad terræ diametrum majorem proportionem habet, quàm 19 ad 3.

Dico præthereà minorem proportionem habere quàm 43 ad 6. Quoniàm enim BC ad CR majorem proportionem habet, quàm 675 ad 1; convertendo igitur, CB ad BR minorem proportionem habet, quàm 675 ad 674. Sed habet AB ad BC minorem proportionem quàm 20 ad 1; ergò habebit ex æquali AB ad BR minorem proportionem quàm 13500 ad 674, hoc est quàm

6750 ad 337. Convertendo igitur et componendo, RA ad AB majorem proportionem habet quàm 7087 ad 6750. Quod cùm NX ad OP majorem proportionem habeat, quàm 979 ad 10125; convertendo, OP ad NX minorem proportionem habet quàm 10125 ad 979. Ut autem OP ad NX, ità AM ad MR. Ergò et AM ad MR minorem proportionem habet quàm 10125 ad 979. Convertendo igitur, MA ad AR majorem proportionem habet quàm 10125 ad 9146. Sed habet quoque RA ad AB majorem proportionem quàm 7087 ad 6750. Ex æquali igitur habebit MA ad AB majorem proportionem quàm numerus productus ex 10125 et 7087, ad numerum productum ex 9146 et 6750; hoc est quàm 71 755 875 ad 61 735 500. Habet autem et 71 755 875 ad 61 735 500 majorem proportionem quàm 43 ad 37. Ergò et MA ad AB majorem proportionem habet quàm 43 ad 37. Convertendo igitur, AM ad MB minorem pro-

Ἀνάπαλιν ἄρα, καὶ συνθέντι, ἡ ρα πρὸς τὴν αβ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ζ͵πζ΄ πρὸς τὰ ϛ͵ψν΄. Καὶ ἐπεὶ ἡ νξ πρὸς τὴν οπ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ͵ηοθ΄ πρὸς ͵αρκε΄· ἀνάπαλιν ἄρα ἡ οπ πρὸς νξ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ͵αρκε΄ πρὸς ͵ηοθ΄. Ὡς δὲ ἡ οπ πρὸς νξ, οὕτως ἡ αμ πρὸς μρ· καὶ ἡ αμ ἄρα πρὸς μρ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ͵αρκε΄ πρὸς ͵ηοθ΄. Ἀναστρέψαντι, ἡ μα ἄρα πρὸς τὴν αρ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ͵αρκε΄ πρὸς τὰ θ͵ρμϛ΄. Ἔχει δὲ καὶ ἡ ρα πρὸς αβ μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ ζ͵πζ΄ πρὸς τὰ ϛ͵ψν΄. Δι' ἴσου ἄρα ἕξει ἡ μα πρὸς τὴν αβ μείζονα λόγον, ἢ ὃν ὁ περιεχόμενος ἀριθμὸς ὑπὸ τῶν ͵αρκε΄ καὶ τῶν ζ͵πζ, πρὸς τὸν περιεχόμενον ἀριθμὸν ὑπό τε τῶν θ͵ρμϛ΄ καὶ τῶν ϛ͵ψν΄, τουτέστιν ὁ ζ͵ροε καὶ ε͵ωοε΄, πρὸς ϛ͵ρογ καὶ ε͵φ΄. Ἔχει δὲ καὶ ὁ ζ͵ροε ε͵ωοε΄ πρὸς ϛ͵ρογ ε͵φ΄, μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ μγ΄ πρὸς λζ΄· καὶ ἡ μα ἄρα πρὸς τὴν αβ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν μγ΄ πρὸς λζ΄. Ἀναστρέψαντι ἄρα ἡ αμ πρὸς τὴν $\overline{\mu\beta}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ μγ, πρὸς ϛ΄. Ὡς δὲ ἡ $\overline{\alpha\mu}$ πρὸς τὴν $\overline{\beta\mu}$, οὕτως ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς. Ἡ ἄρα διάμετρος τοῦ ἡλίου πρὸς τὴν διάμετρον τῆς γῆς ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν μγ΄ πρὸς ϛ΄. Ἐδείχθη δὲ καὶ μείζονα λόγον ἔχουσα, ἢ ὃν τὰ ιθ΄ πρὸς τὰ γ΄.

ΙΖ΄.

Ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ϛ͵ωνθ΄ πρὸς κζ΄· ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν ͵ζθ͵φζ΄ πρὸς σιϛ΄.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν διάμετρος ἡ $\overline{\alpha}$, γῆς δὲ ἡ $\overline{\beta}$. Ἀποδείκνυται δὲ ὅτι ἐστὶν ὡς ἡ τοῦ ἡλίου σφαῖρα πρὸς τὴν τῆς γῆς σφαῖραν, οὕτως ὁ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου κύβος, πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς διαμέτρου τῆς γῆς κύβον· ὥσπερ καὶ ἐπὶ τῆς σελήνης. Ὥστ᾽ ἐπεὶ ἐστὶν ὡς ὁ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha}$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $\overline{\beta}$ κύβον, οὕτως ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν· ὁ δὲ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha}$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $\overline{\beta}$, μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν portionem habet, quàm 43 ad 6. Sed ut AM ad BM, ità est diameter solis ad diametrum terræ. Ergò diameter solis ad diametrum terræ minorem proportionem habet quàm 43 ad 6. Ostensa est autem et majorem proportionem habere, quàm 19 ad 3.

PROPOSITIO XVII.

Sol ad terram majorem proportionem habet quàm 6859 ad 27, minorem verò quàm 79507 ad 216.

Sit enim (*fig.* 8) solis quidem diameter A, terræ verò B. Demonstratum jàm est, ut solis sphæra ad terræ sphæram, ità esse cubum qui fit ex diametro solis, ad cubum qui fit ex diametro terræ; quemadmodum et in lunâ. Ergò ut cubus ex A ad cubum ex B, ità sol ad terram: cubus autem ex A ad cubum ex B, majorem proportionem habet quàm 6859 ad

27; minorem verò quàm 79507 ad 216: etenim A ad B majorem proportionem habet, quàm 19 ad 3; minorem verò quàm 43 ad 6. Quarè sol ad terram majorem proportionem habet quàm 6859 ad 27; minorem verò, quàm 79507 ad 216.

Propositio XVIII.

Diameter terræ ad diametrum lunæ in majori quidem proportione est, quàm 108 ad 43; in minori verò, quàm 60 ad 19.

Sit (*fig.* 8) solis quidem diameter, A; lunæ, B; terræ verò, C. Et quoniàm A ad C minorem proportionem habet, quàm 43 ad 6; convertendo igitur, C ad A majorem proportionem habet, quàm 6 ad 43. Habet autem et A ad B majorem proportionem quàm 18 ad 1. Ergò ex æquali C ad B majorem proportionem habet quàm 108 ad 43. Rursùs quoniàm A ad C majorem proportionem habet quàm 19 ad 3; convertendo certè C ad A minorem proτὰ ϛ͵ωνθʹ πρὸς κζʹ· ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν ʹζθ͵φζʹ πρὸς σιϛʹ· καὶ γὰρ ἡ α πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ιθʹ πρὸς γʹ· ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν μγʹ πρὸς ϛʹ. Ὥστε ὁ ἥλιος πρὸς τὴν γῆν μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ϛ͵ωνθʹ πρὸς κζʹ· ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃ ʹζθ͵φζʹ πρὸς σιϛʹ.

ΙΗʹ.

Ἡ διάμετρος τῆς γῆς πρὸς τὴν διάμετρον τῆς σελήνης ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστὶν ἢ ὃν ρηʹ πρὸς μγʹ· ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν ξʹ πρὸς ιθʹ.

Ἔστω γὰρ ἡλίου μὲν διάμετρος, ἡ α· σελήνης ἡ β· γῆς δὲ ἡ γ. Καὶ ἐπεὶ ἡ α πρὸς τὴν γ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ μγʹ πρὸς ϛʹ· ἀνάπαλιν ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν α μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ϛʹ πρὸς μγʹ. Ἔχει δὲ καὶ ἡ α πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἢ ὃν τὰ ιηʹ πρὸς αʹ. Δι᾽ ἴσου ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν β μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ρηʹ πρὸς τὰ μγʹ. Πάλιν ἐπεὶ ἡ α πρὸς τὴν γ μείζονα λόγον ἔχει ἢ ὃν τὰ ιθʹ πρὸς τὰ γʹ· ἀνάπαλιν ἄρα ἡ γ πρὸς τὴν α, ἐλάσσονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ γʹ πρὸς τὰ ιθʹ. Ἔχει δὲ ἡ $\overline{\alpha}$ πρὸς τὴν $\overline{\beta}$, ἐλάσσονα λόγον, ἢ ὃν τὰ κʹ πρὸς αʹ· διʹ ἴσου ἄρα ἡ $\overline{\gamma}$ πρὸς τὴν $\overline{\beta}$ ἐλάσσονα λόγον ἔχει ἢ ὃν ξʹ πρὸς ιθʹ.

ΙΘʹ.

Ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην ἐν μείζονι μὲν λόγῳ ἐστὶν ἢ ὃν ρκέθ͵ψιβʹ πρὸς ʽζθ͵φζʹ· ἐν ἐλάσσονι δὲ ἢ ὃν κὰς͵ πρὸς ς͵ωνθʹ.

Ἔστω γὰρ γῆς μὲν διάμετρος ἡ $\overline{\alpha}$· σελήνης δὲ ἡ $\overline{\beta}$. Ἡ $\overline{\alpha}$ ἄρα πρὸς τὴν $\overline{\beta}$ μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν τὰ ρηʹ πρὸς τὰ μγʹ· ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν τὰ ξʹ πρὸς ιθʹ. Καὶ ὁ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha}$ ἄρα κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $\overline{\beta}$ κύβον, μείζονα λόγον ἔχει, ἢ ὃν ρκέθ͵ψιβʹ πρὸς ʽζθ͵φζʹ· ἐλάσσονα δὲ ἢ ὃν κὰς͵ πρὸς ς͵ωνθʹ. Ὡς δὲ ὁ ἀπὸ τῆς $\overline{\alpha}$ κύβος πρὸς τὸν ἀπὸ τῆς $\overline{\beta}$ κύβον, οὕτως ἐστὶν ἡ γῆ πρὸς τὴν σελήνην. Ἡ γῆ ἄρα πρὸς τὴν σελήνην μείζονα μὲν λόγον ἔχει ἢ ὃν ρκέθ͵ψιβʹ πρὸς μὲν ʽζθ͵φζʹ· ἐλάσσονα δὲ ἢ ἂν κὰς͵ πρὸς ς͵ωνθʹ.

ΤΕ´ΛΟΣ.

portionem habet, quàm 3 ad 19. Habet autem A ad B, minorem proportionem, quàm 20 ad 1; ex æquali igitur C ad B minorem proportionem habet, quàm 60 ad 19.

PPOPOSITIO XIX.

Terra ad lunam in majori quidem proportione est, quàm 1 259 712 ad 79 507; in minori verò, quàm 216 000 ad 6859.

Sit enim (*fig.* 8) terræ diameter A; lunæ verò, B. Quarè A ad B majorem proportionem habet, quàm 108 ad 43; minorem verò, quàm 60 ad 19. Ergò et qui fit ex A cubus ad cubum qui ex B, majorem proportionem habet, quàm 1 259 712 ad 79 507; minorem verò, quam 216 000 ad 6859. Sed ut cubus ex A ad cubum ex B, ità est terra ad lunam. Terra igitur ad lunam majorem quidem proportionem habet, quàm 1 259 712 ad 79 507, minorem verò quàm 216 000 ad 6859.

FINIS LIBRI ARISTARCHI.