Théorie nouvelle sur le mécanisme de l'artillerie ...

Dulac, Joseph

A Paris, 1741

Troisieme partie, sur les percussions.

C.N.Cochin filius inv. et Sculp.

THEORIE NOUVELLE SUR LE MECANISME DE L'ARTILLERIE.

TROISIE'ME PARTIE, SUR LES PERCUSSIONS.

Dans laquelle on examine la force des Percussions sur les Voutes, l'équilibre de leurs Voussoirs & Piédroits pour la forme la plus avantageuse des Magasins à Poudre, avec la mécanique du Pointement.

SECTION PREMIERE,

Des différentes poussées des Voutes, selon les différentes Courbes de leurs constructions.

CHAPITRE PREMIER,

De la poussée des Voutes en plein Ceintre.

PROPOSITION PREMIERE.

L*A force de la partie de la Voute entre les reins & son imposte, est à la force de son autre partie, entre la clef & les reins qui la pressent par son propre poids pour l'écarter, comme le Sinus total est au Sinus de l'angle au centre, où concourent les joints des Voussoirs entre les reins & la clef.*

DE'MONSTRATION.

Il faut démontrer que la réſiſtance de l'arc SXPC (*Fig.* 92.), eſt à la force du poids de l'arc PXXN, qui tend à l'écarter comme la ligne PQ Sinus total, eſt à PO Sinus de l'angle OQP formé par les deux vouſſoirs par les lignes XOQ, XPQ : ſi nous conſiderons la voute comme un corps SXPQMXS, dans lequel on introduit un coin XXXQ pour le fendre, & le ſeparer en deux parties ; nous verrons que la partie QXX ſera la moitié de ce coin, & la partie SXQ la moitié du corps réſiſtant de la voute, pour n'être pas écartée contre XXQ, qui tend à l'écarter, & parce que *par les Mécaniques*, la réſiſtance que doit faire un corps S, XPQ, MXS, pour n'être point fendu par l'éfort d'un coin QXXX, eſt à la force que ce même coin doit employer contre ce corps pour le fendre, comme ſon côté PQ eſt à PO, moitié de la tête du coin, ou comme le Sinus total PQ eſt au Sinus PO de l'angle PQO formé par les lignes XOQ, XPQ des deux joints du vouſſoir PXXN, entre les reins & la clef, puiſque ce ſont les mêmes lignes ; donc, &c. C. Q. F. D.

PROPOSITION SECONDE.

Plus l'angle du Vouſſoir entre la clef & les reins ſera aigu, & plus la force du Vouſſoir ſupérieur, qui preſſe l'inférieur, ſera grande contre l'inférieur ; & plus la réſiſtance que l'inférieur doit faire pour le repouſſer doit être grande.

DE'MONSTRATION.

Il faut démontrer que plus l'angle PQO ſera aigu, plus le vouſſoir ſupérieur XXPN péſera ſur ſon inférieur SXPC pour l'écarter, & plus la réſiſtance que le même inférieur SXPC doit faire contre le ſupérieur, pour n'être pas écarté ſera grande ; cela eſt évident *par la précèdente* ; puiſque cette force étant dans la raiſon du Sinus des angles PQO, au Sinus total, les conſéquents en étant les mêmes dans les differentes comparaiſons, elles reſteront dans la raiſon des antécedens, c'eſt-à-dire de leurs Sinus, leſquels étant plus ou moins grands, donneront de moindres ou de plus grandes puiſſances agiſſantes ; & par conſéquent éxigeront de moindres ou de plus grandes réſiſtances.

PROPOSITION TROISIE'ME.

Les éforts des pouſſées des Vouſſoirs infinis qui compoſent une Voute en plein ceintre, & qui ſont en équilibre les uns avec les autres, ſont dans la raiſon des différences des tangentes infinies des arcs compris entre le joint du Vouſſoir, & la verticale qui paſſe par le centre de l'arc de la Voute & par la clef.

DE'MONSTRATION.

Les éforts des puiſſances ſont dans les triangles formés par les perpendiculaires à leurs lignes de direction *par les Mécaniques ;* il n'eſt donc queſtion que de prouver que les différences des tangentes infinies des vouſſoirs qui compoſent la voute, ſont perpendiculaires à leurs directions de gravité, que les ſécantes de chaque arc de la voute ſont perpendiculaires à la direction des réſiſtances & des éforts des plans des vouſſoirs inférieurs & ſupérieurs les uns contre les autres, & que la verticale GF (*Fig.* 93.), qui paſſe par le centre G de l'arc de la voute, & par la clef F, eſt perpendiculaire à la direction FM de l'éfort de la clef; il eſt évident que le plan vertical du joint de la clef agit contre le point F, par la direction perpendiculaire FM; & que par conſéquent FG lui eſt perpendiculaire : on ne ſçauroit diſconvenir que les vouſſoirs inférieurs CEI, ne reſiſtent aux ſupérieurs, & qu'ils n'agiſſent les uns contre les autres par une direction perpendiculaire ſur la ſurface de leurs joints ; & que par conſéquent les ſécantes GD, GB, GA, ne ſoient perpendiculaires à leurs directions, puiſque ce ſont les joints mêmes des vouſſoirs prolongés ; il n'eſt pas moins certain que les vouſſoirs agiſſent ſelon la direction de leurs gravités, laquelle eſt perpendiculaire à l'horiſon, telles que ſont les lignes 16, EO, CN, FG; & puiſque la ligne AF, qui comprend la ſomme infinie des tangentes des arcs IECF, eſt perpendiculaire à la verticale FG, laquelle leur eſt parallele, elle leur eſt à toutes perpendiculaire : toutes ſes parties AB, BD, DF, qui ne ſont autre choſe que la différence des tangentes AF, BF, DF. des arcs IECF, ECF, CF, feront auſſi perpendiculaires avec les lignes de la direction de gravité des arcs telles que 16, EO, CN, & elles feront par conſéquent l'expreſſion de leur péſanteur abſolue, qui eſt la force même agiſſante des vouſſoirs.

Or puiſque les côtés des triangles FGD, DGB, BAG, &c. ſont l'expreſſion des réſiſtances, & des actions reciproques des vouſſoirs IEC, il s'enſuit que l'hypoténuſe DG étant commune aux deux triangles DGF, DGB, la ligne DG, repréſentera l'action du vouſſoir ſupérieur CF ſur l'inférieur CE ; de même que la réſiſtance ou l'action de cet inférieur CE contre le ſupérieur CF : donc ces deux vouſſoirs ſeront en équilibre, puiſqu'ils ſe repouſſent avec une force égale par deux directions oppoſées : on démontrera de même que dans les triangles BDG, ABG, le côté BG étant commun à ces deux triangles, ſera l'expreſſion de leurs actions réciproques l'un contre l'autre, & les deux vouſſoirs CE, EI, agiſſans l'un contre l'autre avec des directions oppoſées & égales ſeront en équilibre : & par conſéquent avec le troiſiéme vouſſoir CF ; de la même maniere on démontrera que le vouſſoir IE eſt en équilibre avec les trois autres, puiſque tous ces triangles infinis de chacun des vouſſoirs qui compoſent la voute depuis la clef juſqu'à l'impoſte, ont tous un côté commun qui exprime l'action reciproque des deux vouſſoirs. C. Q. F. D.

PROPOSITION QUATRIE'ME.

Si tous les Vouſſoirs égaux infinis qui compoſent la Voute, ſont ſuppoſés ſans Mortier, & parfaitement polis, & d'égale péſanteur, ils ne ſeront point en équilibre, & dès qu'ils ſeront en équilibre, le poids des arcs égaux augmentera à meſure qu'ils s'approchent de l'impoſte, & diminuera à meſure qu'ils s'approchent de la clef.

DE'MONSTRATION.

Puiſque les lignes AB, BD, DF (*Fig.* 94.), répondent aux arcs égaux, & qu'elles en expriment la force qui n'eſt autre choſe que leur poids, en prenant les effets pour les cauſes (*Propoſition troiſiéme de cette Partie*), ſi les arcs ſont d'égale péſanteur, les forces ne ſeront plus en équilibre, puiſqu'elles ne ſeront plus dans la raiſon des lignes AB, BD, DF; car les tangentes des arcs égaux QP, PO, ne ſont pas égales, il faudra donc augmenter leurs poids à meſure qu'ils s'approchent de leurs impoſtes 6N, ou les diminuer à meſure qu'ils s'approchent de la clef F, dans la raiſon des différences de leurs tangentes AB, BD, DF, &c. afin qu'autant que le vouſſoir PO, par rapport à ſa ſituation, a plus de pouſſée que le vouſſoir PQ, autant le même OP péſe moins que PQ : de ſorte que PQ gagnera par ſon poids AB, ce que OP gagne par ſa ſituation ; c'eſt-à-dire le poids de l'arc QP, ſera au poids de l'arc PO, comme AB à BD, & le poids du vouſſoir PO à celui du vouſſoir OF, comme BD à DF, C. Q. F. D.

PROPOSITION CINQUIE'ME.

La force abſolue des Vouſſoirs, en deſcendant de la clef vers l'impoſte, va en diminuant & en remontant de l'impoſte, vers la clef va en augmentant dans la même raiſon.

DE'MONSTRATION.

Celle-ci n'eſt qu'un Corollaire de la précédente ; car puiſque les lignes qui en font l'expreſſion, vont en augmentant à meſure qu'elles s'éloignent de la clef, telles que DF, BD, AB, pour tenir leurs équilibres, elles diminuent auſſi en ſe rapprochant de la clef dans la même raiſon ; puiſqu'elles ſont les mêmes priſes dans un ſens contraire. C. Q. F. D.

PROPOSITION SIXIE'ME.

L'on ne ſçauroit donner trop de péſanteurs aux Voiſſoirs inférieurs ; & il faut les diminuer à meſure qu'ils s'élévent.

DE'MONSTRATION.

Puiſque la force des vouſſoirs eſt en raiſon des différences de leurs tangentes (*par la Propoſition troiſiéme de cette troiſiéme Partie*), il eſt certain qu'étant égaux ils ceſſeront d'être en équilibre (*par la Propoſition quatriéme de cette troiſiéme Partie*) ; & par conſéquent les ſupérieurs obligeront les vouſſoirs inférieurs à s'élé-ver ; ce qui détruira l'arrangement de la voute ; il faudra donc augmenter le poids pour le mettre en équilibre, dans la raiſon des différences des tangentes de leurs arcs (*par la quatriéme Propoſition de la troiſiéme Partie*) ; & parce que les différences augmentent à l'infini, à meſure que les arcs s'approchent de l'impoſte où elles n'ont plus d'expreſſion, il eſt donc évident qu'on ne ſçauroit trop les augmenter vers l'impoſte. C. Q. F. D.

REMARQUE PREMIERE.

Cette propoſition, comme les précédentes, eſt conſiderée dans la rigueur de la Théorie; mais les vouſſoirs n'étant pas parfaitement polis, & le mortier en liant les parties, le frottement & la liaiſon qu'ils ont les uns avec les autres, les met beaucoup au-deſſus de leur équilibre; il eſt pourtant bon dans la pratique (ſur tout des bâtimens d'importance qui doivent être expoſés à quelque choc ou ſecouſſes) d'y avoir attention, & d'augmenter autant qu'il ſera poſſible les poids des premiers vouſſoirs à meſure qu'ils s'approchent de l'impoſte, & de les diminuer à meſure qu'ils s'approchent de la clef; ce qui ſe fait en allongeant leurs queües.

REMARQUE SECONDE.

L'on voit encore que les vouſſoirs infiniment proches de l'impoſte, ne ſont jamais en équilibre par leur propre poids, contre la pouſſée des autres vouſſoirs; & que ſi on les ſuppoſe parfaitement polis, il faut de toute neceſſité qu'ils s'échappent en arriére, du côté de leurs extrados, où le poids de la voute les fera gliſſer, à moins que quelque choſe ne les retienne, puiſque la ligne de leurs directions étant parallele à la tangente qui en exprime le poids, il n'y a plus aucune expreſſion pour le poids.

REMARQUE TROISIE'ME.

Les actions du poids de chaque vouſſoir ſupérieur contre ſon inférieur, vont en diminuant en deſcendant de la clef vers l'impoſte, parce qu'à meſure qu'ils s'approchent de l'impoſte, les plans des ſections des vouſſoirs inférieurs étant moins inclinés à l'horiſon, l'inférieur ſupporte une plus grande partie de ce poids, & le ſupérieur tend moins à gliſſer.

On peut généralement remarquer que ſi les différences des tangentes des vouſſoirs expriment l'action de leur poids abſolu, les ſécantes en expriment la réſiſtance réciproque.

Si les vouſſoirs étoient en équilibre, & qu'il n'y eût point de piedroit, l'on auroit tout ce qu'on l'on déſire pour la ſolidité de la voute, & il n'y auroit qu'à augmenter le poids des vouſſoirs depuis les reins vers l'impoſte, pour leur faire gagner par leurs poids,

poids, ce que les supérieurs des reins vers la clef ont de force de plus par leur situation pour les écarter ; mais les piédroits des voutes, & la difficulté d'équilibrer ainsi les voussoirs (qui d'ailleurs ne sont pas effectivement dans la pratique parfaitement polis, & sans frottement, comme nous le supposons dans cette Théorie), nous feront considerer la voute d'une autre maniere.

Puisque tous les voussoirs sont considerés par leurs formes, comme autant de coins qui agissent les uns contre les autres, selon leurs differentes situations, il faut les examiner comme autant de puissances differentes appliquées à l'extrémité de differens leviers ; si tous les joints des voussoirs étoient paralleles, les leviers en seroient égaux, il nous suffiroit d'en connoître un seul ; mais chaque voussoir ayant ses joints plus inclinés à la verticale, à mesure qu'ils s'approchent de la clef, son levier correspondant sera d'autant plus long que cet angle sera aigu.

Supposons qu'on ait tiré des perpendiculaires C3, E3, M3, (*Fig.* 95.) par les centres de gravité des voussoirs, elles seront les directions des puissances, ou des poids des voussoirs ; les perpendiculaires à ces lignes C3, E3, M3, en expriment le poids ou la puissance absolue (*par la troisiéme Proposition de la seconde Partie*) : si l'on tire les lignes AP, OP, perpendiculairement sur les joints des voussoirs aux points A & O, & si du point d'apui G on tire sur celles-ci les perpendiculaires GP ; les lignes AP, OP, seront les directions des puissances résistantes, & les perpendiculaires GP en exprimeront la force, & seront les leviers à l'extrémité desquels les voussoirs HO, AO, AF, sont censés agir les uns contre les autres, pour renverser le corps AOHDG, sur son point d'apui G, les leviers GP, vont en augmentant à mesure que les voussoirs correspondans s'approchent de la clef ; il s'ensuit que la force absolue des voussoirs supérieurs, qui est déja plus grande, comme nous l'avons vû par leurs situations, le devient encore plus par rapport aux léviers, à l'extrémité desquels ils sont censés agir, & tout au contraire à mesure que les voussoirs s'approchent de l'imposte, leurs léviers devenant plus petits, il s'ensuit de même que les voussoirs inférieurs qui ont déja perdu de leurs forces, comme nous l'avons vû (*dans la quatriéme Proposition, & dans la cinquiéme*) en perdent encore par la diminution des léviers, à l'extrémité desquels ils sont censés agir ; il est bien vrai que les piedroits augmenteront de beaucoup le poids des voussoirs inférieurs contre la poussée des supérieurs, qui tendent à les renverser ; mais aussi la hauteur de ces piédroits, augmentant de beaucoup les léviers des vouſſoirs ſupérieurs, il leur faut donner un contre-poids en augmentant l'épaiſſeur des piedroits, à proportion de l'avantage qu'ont les vouſſoirs ſupérieurs, & par leurs léviers, & par leurs ſituations; & parce que les léviers en ſont tous differens, nous conſiderons la voute partagée en deux corps, dont l'un ſera la puiſſance agiſſante appliquée à l'extrémité du lévier PG, comme le globe B, & l'autre la réſiſtance appliquée à l'extrémité du lévier GR, comme le globe V, afin d'abréger l'opération; ce que nous allons examiner.

L'expérience nous a fait voir juſqu'à préſent que le foible d'une voute eſt vers ſes reins, c'eſt-à-dire ſur la moitié de l'arc HF au point A de 45 dégrés; & que c'eſt là qu'elle ſouffre ordinairement, lorſqu'elle doit tomber par le défaut de ſon équilibre; ce qui arrive lorſque l'éfort du poids du vouſſoir AFQ, eſt plus grand que la réſiſtance des deux vouſſoirs AH, QD, joints à leurs piedroits DG: nous appellerons tout cet eſpace AFQ le vouſſoir ſupérieur, ou la puiſſance agiſſante, & le reſte GDAR, & ſon égal QDG, c'eſt-à-dire les deux vouſſoirs inférieurs joints aux piedroits la puiſſance réſiſtante: & pour plus de facilité nous ſuppoſons que ces deux corps ſoient d'une ſeule pierre, & que le plan de leurs jonctions au point A & Q, vers les reins de la voute ſoient parfaitement polis; ce ſera ces deux corps qu'il faudra mettre en équilibre, pour trouver l'épaiſſeur des piedroits d'une voute.

PROPOSITION SEPTIE'ME.

Plus la Voute eſt épaiſſe, & plus la baſe des piédroits en doit être large, & plus les piédroits ſont hauts & plus leurs baſes doivent être larges.

DE'MONSTRATION.

Suppoſons une voute ſur ſes piedroits parfaitement en équilibre, & que l'on augmente enſuite l'épaiſſeur de la voute, ſans augmenter celle des piedroits: de ſorte qu'on ajoute autant au vouſſoir ſupérieur qu'à l'inférieur, l'équilibre ne ſubſiſte plus, parce que les éforts de ces deux vouſſoirs ne ſont plus égaux; car ce que l'on ajoute au vouſſoir inférieur perd de ſa force abſolue par ſa ſituation; & la force abſolue au contraire augmente dans le ſupérieur (*par la cinquiéme & quatriéme*), auſſi bien que le lévier PG, (*par la ſuite de la ſixiéme*), donc l'équilibre ne ſubſiſte plus ; il faut donc (*par la ſuite de la ſixiéme*) augmenter la puiſſance réſiſtante, en augmentant le poids des piédroits ; mais nous ſuppoſons ici que la hauteur ſoit la même ; donc pour augmenter le poids des piédroits, il en faut augmenter les baſes. C. Q. F. D.

En ſecond lieu, quant à la hauteur des piédroits cela eſt encore évident ; car ſi nous ſuppoſons la voute 8DFD8 parfaitement équilibrée, & qu'on lui ajoute la hauteur G8, on augmente le lévier 8P de la puiſſance agiſſante, en raiſon de la hauteur D8 à la hauteur DG, c'eſt-à-dire qu'on augmente la puiſſance agiſſante en raiſon d'un rectangle, qui auroit pour côté l'expreſſion de la puiſſance agiſſante, & pour l'autre côté la ligne 8G ; mais nous n'augmentons la puiſſance réſiſtante ou ſon poids 8R, que dans la raiſon de la hauteur D8, à la hauteur DG ; ce qui ne ſuffit pas : car dans l'état de l'équilibre on avoit P8, GR : : V, B ; à préſent pour que l'équilibre ſubſiſte en prenant le lévier PG à la place du lévier P8, & gardant le même lévier GR ou 8, 7 : il faut que P8, PG : : V, qui eſt le corps AD8, eſt au poids du corps AEDG : c'eſt-à-dire qu'il faut augmenter le poids du corps AD8 dans le même rapport qu'on a augmenté le lévier P8 : ce qui n'eſt pas : puiſque le lévier P8, PG : : D8, DG : de même que le poids du piédroit D8 au poids du piédroit DG : la partie G8, dont on a augmenté le piédroit, ne ſçauroit être une aliquotte ſemblable de tout le corps AD8, & de ſa partie D8, comme cela devroit être, pour qu'on eût D8, 8G : : AD8, 8G ou D8, D8 + 8G = DG : : AD8, AD8 + 8G par l'état de l'équilibre : donc la quantité 8G eſt trop petite ; & par conſéquent pour rétablir cet équilibre, il faut augmenter encore le poids des piédroits en augmentant leurs épaiſſeurs.

Blondel, & tous les Architectes qui n'ont pas eu égard à la hauteur des piédroits pour regler leurs épaiſſeurs, n'ont peut-être pas fait ces réflexions : il eſt toujours dangereux de ſuivre la ſeule pratique ſans l'éclairer par la Théorie, ainſi que Mr. de Belidor nous l'a fait remarquer.

CHAPITRE SECOND,

De la pouſſée des Voutes de différentes Courbes, par la comparaiſon de leurs Léviers.

PROPOSITION PREMIERE.

L'angle au centre d'un arc de Voute eſt égal à celui de la verticale avec la tangente.

DE'MONSTRATION.

POUR démontrer que l'angle au centre BCD (*Fig.* 96.), fait avec l'horiſontale CD, & le rayon CB au point C, eſt égal à l'angle CAB, ou à ſon alterne ABF, fait avec la tangente AB & la verticale BF, conſiderons que dans le quart de cercle MBO, l'angle MCD eſt droit, & l'angle ABC, l'eſt auſſi à cauſe de la ligne AB tangente au point B; donc l'angle CAB, eſt complément de l'angle ACB; mais BCD en eſt auſſi le complément; donc ils ſont égaux. C. Q. F. D.

Il ſuit de cette Propoſition que ſi l'on tire par tous les points infinis d'une voute, ou d'un cercle MBO des tangentes BA, RG, &c. prolongées juſqu'à la rencontre de la ligne AC, on aura tous les angles qu'elle forme avec la verticale AC, ou quelqu'autre verticale BF qu'on puiſſe tirer; puiſque tous ces angles ſeront meſurés par les arcs BO, RO, &c. des tangentes AB, RG.

Il ſuit encore que ſi on a une voute d'une courbure differente de celle d'un cercle, dont on veuille connoître la valeur des angles au centre avec le rayon CB, & l'horiſontale, il n'y a qu'à connoître les angles de leurs tangentes avec la verticale, puis qu'ils ſont égaux aux arcs des tangentes, parce que nous aurons beſoin de connoître les angles au centre des voutes paraboliques & éliptiques: dans les Propoſitions ſuivantes nous allons apprendre à les trouver.

PROPOSITION SECONDE.

Maniere de trouver l'angle des tangentes avec la verticale, ou avec l'horiſontale pour tous les arcs des Vouſſoirs de la Voute éliptique correſpondans aux arcs de la ſphérique, dont le diamétre ſeroit égal au grand axe de l'éliptique.

Tirez des ordonnées BC, BD, par tous les points tels que C, où l'on veut tirer des tangentes CM à l'éliptique QCR, ou des tangentes DA au cercle QDO, dans lequel l'angle ADF égal à DGO, *par la précédente*, eſt connu ; or pour connoître l'angle de la tangente CM avec la verticale CP, que nous cherchons dans l'élipſe, il faut chercher le côté MB, & la baſe BC, & pour lors ayant les deux côtés connus, & l'angle droit MBC, *par la Trigonométrie*, on trouve l'angle BMC alterne à PCM, avec la verticale PC, auſſi bien que l'angle MCB avec l'horiſontale BC.

Pour trouver le côté MB, l'on ſçait par les proprietés de l'élipſe, que ſon grand axe QG eſt moyen proportionnel entre BG, & la ſoûtangente MG : BG eſt connue, puiſqu'elle eſt le Sinus droit de l'arc DO connu ; QG l'eſt auſſi, puiſqu'il eſt le Sinus total du cercle QDO, nous avons donc BG, QG :: QG, GM, ou bien nous aurons cette analogie comme le Sinus droit BG de l'arc du cercle qu'on compare avec celui de l'élipſe, eſt au Sinus total QG ; ainſi le Sinus total QG eſt à GM que l'on cherche ; & ſi nous ôtons BG, nous aurons MB connu : à préſent pour avoir BC, nous avons par les proprietés de l'élipſe, & du cercle QG, GR :: BD, BC ; QG eſt le Sinus total, GR eſt le petit axe conjugué de l'élipſe ; & par conſéquent connu, BD = G4, Sinus de complément de l'arc DO l'eſt auſſi ; & par conſéquent BC que nous cherchions ; or connoiſſant les côtés du triangle rectangle MBC, il ne reſte plus qu'à chercher, *par la Trigonométrie*, les angles, C. Q. F. F. & D.

C'eſt de cette maniere que j'ai calculé les angles pour tous les arcs des deux voutes de 10 en 10 dégrés ; comme on le void *dans la Fig. 98*, dans laquelle on peut remarquer qu'à un angle de 60 dégrés avec la verticale, dans la voute en plein ceintre, répond un angle de 51 : 17′ dans l'élipſe ; & ainſi l'on voit le rapport des angles de la voute en plein ceintre à ceux de la voute éliptique.

TABLES des côtés des Triangles formés par les Tangentes, les Verticales & les Ordonnées de 10 en 10 dégrés de la Voûte éliptique, pour la connoissance des angles des Tangentes, avec l'horisontale ou la verticale.

CERCLE. Arc de 10 dégrés.	HAUTEUR. Base. Tangente.	558540 70996 12694	Arcs correspondans dans l'Elipse. 7 : 14′
ARC de 20 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	258178 67657 26205	14 : 41′
ARC de 30 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	150000 62354 41569	22 : 34′
ARC de 40 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	91296 55155 60413	31 : 8′
ARC de 50 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	53937 46281 85805	40 : 38′
ARC de 60 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	28868 36000 124705	51 : 17′
ARC de 70 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	12449 24626 197807	63 : 11′
ARC de 80 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	3063 12502 408161	76 : 14′
ARC de 90 dégrés.	Hauteur. Base. Tangente.	Infinie. Base 72000 Infinie.	90 dégrés.

PROPOSITION TROISIE'ME.

Maniere de trouver les Angles des tangentes avec la verticale, ou l'horisontale pour les arcs des Voussoirs d'une Voute parabolique correspondants aux arcs des Voussoirs d'une Voute en plein ceintre, dont le diamétre est égal à l'axe de la parabolique.

Il faut trouver, comme dans la précédente, les côtés AM, MD, (*Fig. 99.*) du triangle AMD de la parabole MCDH; nous sçavons par la proprieté de la parabole, que la soûtangente AM est double de l'abcisse CM; or CM est connu; car du Sinus total CF, si nous en ôtons MF, nous aurons l'abcisse CM, mais MF dans le cercle CBN, est égale à BK, Sinus droit de l'arc BN, que l'on compare avec l'arc DH de la parabole, il n'y a donc qu'à ôter du Sinus total CF, le Sinus droit KB de cet arc, pour avoir CM, dont le double est égal à AM.

Pour connoître maintenant MD, nous avons par la proprieté de la parabole CF, CM : : $\overline{HF}^2$, $\overline{MD}^2$, & par conséquent $\sqrt{CF}$, $\sqrt{CM}$: : HF, MD (*Chapitre premier, Section premiere de la seconde Partie*), il n'y a donc qu'à tirer la racine du grand axe de la voute & de l'abcisse CM, & chercher une quatriéme proportionnelle à ces deux racines, & à la demi base HF de la voute, pour avoir MD; connoissant les deux côtés AM, MD, dans le triangle rectangle AMD, *par la Trigonométrie*, nous en connoissons les trois angles; c'est de cette maniere que j'ai calculé de 10 en 10 dégrés, tous les angles des tangentes de la parabole CDH, avec la verticale AF, ou l'horisontale FN, en supposant les deux lignes CF, FH, de la même grandeur que dans l'élipse; on peut voir les lignes qui ont servi à la construction des tables de la voute éliptique & parabolique; & pour mieux faire la comparaison de ces trois courbes, je les ai mises toutes trois sur un même plan avec les angles correspondants aux arcs du cercle de l'élipse & de la parabole, *dans la Fig. 98.*

Quant aux voutes en tiers point, & surbaissées, il est évident que les angles de leurs tangentes, avec leurs verticales, sont égaux aux angles au centre formé avec les rayons, & l'horisontale comme dans la voute en plein ceintre.

TABLES des côtés des Triangles formés par les Tangentes, les verticales, les ordonnées, de dix en dix degrés de la voûte parabolique, pour la connoissance des angles des Tangentes avec l'horisontale & la verticale.

Arc de degrés dans le Cercle.	Sous tang.	200000	Angles de la tangente avec la verticale dans la parabolique.	Arc de 50 degrés.	Sous tang.	46792	36 dég. 40
	Abcisse.	100000			Abcisse.	23396	
	Ordonnée.	72000			Ordonnée.	34828	
	Tangente.	36000	19 dég. 48'		Tangente.	74464	
Arc de 10 degrés.	Sous tang.	165272	21 dég. 36'	Arc de 60 degrés.	Sous tang.	26796	44 dég. 31
	Abcisse.	82636			Abcisse	13396	
	Ordonnée	65451			Ordonnée.	26354	
	Tangente.	39603			Tangente.	98350	
Arc de 20 degrés.	Sous tang.	131596	23 dég. 46'	Arc de 70 degrés.	Sous tang.	22062	55 dég. 42'
	Abcisse.	65798			Abcisse	11031	
	Ordonnée.	58403			Ordonnée.	1768	
	Tangente.	44380			Tangente.	136584	
Arc de 30 degrés.	Sous tang.	100000	26 dég. 59'	Arc de 80 degrés.	Sous tang.	3040	68 dég. 24'
	Abcisse.	50000			Abcisse.	1520	
	Ordonnée.	50911			Ordonnée.	8876	
	Tangente.	50911			Tangente.	291973	
Arc de 40 degrés.	Sous tang.	71144	31 dégr. 4'	Arc de 90 degrés.	Sous tang.	0	90 dégrés.
	Abcisse.	35722			Abcisse.	0	
	Ordonnée.	43032			Ordonnée.	0	
	Tangente.	60231			Tangente.	Indéfinie.	

PROPO-

PROPOSITION QUATRIE'ME.

Les Léviers des arcs des Voutes en plein ceintre depuis la clef vers l'impoſte, ſont entr'eux dans la raiſon des Sinus verſes de leurs arcs de complémens.

DE'MONSTRATION.

Le vouſſoir KF (*Fig.* 100.), reſiſte à la pouſſée du vouſſoir agiſſant DF, par la direction FR, qui eſt la tangente au point F de cet arc KF, & la perpendiculaire KH ſur la direction FR, ſuppoſé qu'il n'y eût point de piédroit, ſera le lévier de la pouſſée du vouſſoir agiſſant DF : ſi nous faiſons AE parallele à la tangente FR, RH prolongée en E parallele à AF, il eſt évident, *par la définition des Sinus*, que KE eſt le Sinus de l'arc KF complément de l'arc DF ; & que par conſéquent EF ſera le Sinus verſe de l'arc KF: il faut donc démontrer que EF = KH, ce qui eſt auſſi évident à cauſe des côtés EF, KH, paralleles, *par la conſtruction*, renfermés entre les deux EK, FH auſſi paralleles, *par la conſtruction ;* d'où il ſuit que les léviers qui ſont dans la raiſon des KH, ſeront auſſi dans celle des EF, c'eſt-à-dire des Sinus verſes des arcs KF complément de l'arc DF, C. Q. F. D.

Il ſuit de cette Propoſition que les léviers des arcs des vouſſoirs des voutes ſurbaiſſées, ſont auſſi dans la raiſon des Sinus verſes de leur complément ; la voute ſurbaiſſée n'étant qu'un arc ABC (*Fig.* 101.), en plein ceintre LABG, dont les léviers par conſéquent ſont en raiſon des Sinus verſes NC = GE, des arcs CG, qui en ſont les complémens.

Il ſuit encore que les léviers d'une voute ſurbaiſſée proche l'impoſte A & C, ſont aux léviers de la voute en plein ceintre vers ſon impoſte G & L, comme le Sinus verſe CN = EG, de l'arc C, G à zero ; ce qui eſt bien évident, puis qu'au point G, la voute en plein ceintre n'a point de léviers, n'ayant point de complément.

Il ſuit encore que les léviers des arcs ſemblables d'une voute ſurbaiſſée, & d'une voute en plein ceintre, qui ſont ſur une même ligne KH, ſont entr'eux en raiſon des diamétres KH, GL, des deux voutes KNH, ABC, puiſque leurs Sinus verſes CN, MN, des arcs ſemblables CG, NH, ſont dans la raiſon des Sinus totaux IG, IH.

Il ſuit que les arcs ſemblables des voutes en plein ceintre de differens diamétres, ont des léviers differens de leurs diamétres, ce qui est évident, puisque les léviers ou les Sinus verses de leurs arcs semblables de complément sont dans cette raison.

Nous ferons le même raisonnement pour les voutes en tiers point, puisqu'elles ne sont autre chose que des arcs AG, AC (*Fig.* 102.), en plein ceintre CAH, BAG; de sorte que connoissant les léviers des arcs d'une voute en plein ceintre CMG, nous connoîtrons ceux des arcs semblables des deux voutes surbaissées NO, & en tiers point CAG, puisqu'ils seront entr'eux en raison des diamétres CG, RF, BG.

Nous avons examiné les poussées des voutes sans piédroits; mais lorsqu'on les éléve sur des piédroits, il y a une bien plus grande différence entre les léviers des arcs semblables des voutes de differentes courbes; c'est ce que nous allons examiner dans les Propositions suivantes.

PROPOSITION CINQUIE'ME.

Les Léviers des arcs semblables des Voutes en plein ceintre surbaissées, & en tiers point, élévées sur des piédroits, sont entr'eux en raison des hauteurs de leurs piédroits, en faisant abstraction de celle de leurs voussoirs.

DE'MONSTRATION.

Les arcs étant semblables, les tangentes BF, ZY (*Fig.* 100.), seront semblablement inclinées à l'horisontale ZAR; & si nous tirons la parallele EKQ, à la tangente de l'arc, son lévier KH ou R, &c. son égal, puisqu'ils sont les côtés opposés d'un rectangle, K&, sera le lévier du voussoir KF, & le lévier P&, sera celui du même voussoir DF élevé sur des piédroits KP; nous n'examinons ici que le lévier PR; car de quelque hauteur que soit le piédroit KP, ou KM, le lévier KH, TL, R&, ne change point, il n'y a donc que le lévier PR, MT, qui change à proportion que les piédroits sont plus ou moins hauts.

A présent considérons que les deux triangles KMT, KPR, sont semblables; puisqu'ils ont chacun un angle droit, & un angle commun MKT; & par conséquent les deux côtés MT, PR paralleles; donc nous avons KP, KM : : PR, MT : C. Q. F. D.

Si nous joignons à la ligne KH ou à TL, R&, ses égales, le lévier MT ou PR, nous aurons les léviers ML, P&, du voussoir DF sur les piédroits KM, ou KP.

Il suit enfin que les léviers des arcs DF, des voussoirs d'une voute circulaire élevée sur des piédroits, sont aussi entr'eux en raison des rapports des tangentes KS = FS, de l'arc *n*K, moitié de l'arc KF ; ce qui est évident *par la Geométrie*, puisque les lignes KS des piédroits prolongés KP, étant tangente au rayon AK, rencontrera au point S l'autre tangente FN : de sorte que FS = KS, & par conséquent les arcs F*n* & K*n*, qui répondent à ces deux tangentes FS, KS égales, seront égaux ; or nous aurons KS, KH : : SM, ML : : SP, P& : : KM, MT : : KP, PR, à cause du lévier KH, parallele aux léviers ML, P&, & de l'angle commun KSH ; mais la raison de KS, KH, est égale à celle de la tangente de la moitié de l'arc KF au Sinus verse de l'arc KF : donc les léviers ML, P&, sont dans cette raison. C. Q. F. D.

L'on peut dire de même que les léviers des voussoirs DF des voutes surbaissées, & en tiers point, élevées sur des piédroits, sont entr'eux en raison des rapports des tangentes KS, de la moitié de l'arc correspondant KF au Sinus verse de ce même arc KF, en leur appliquant ce même raisonnement que nous venons de faire pour les voutes en plein ceintre.

A cause des deux triangles semblables BAF, SKH, puisqu'ils ont AB, SK paralleles, & AF, KH aussi, & que les côtés BF, SH, sont dans le même alignement, il suit qu'on aura aussi AB, AF : : KS, KH ; c'est-à-dire dans le rapport de la sécante AB du voussoir DF au Sinus total AE : d'où il resulte que l'on aura aussi AB, AF : : SM, ML : : SP, P&, puisque KS, KH : : SM, ML : : SP, P&, ce qui nous indique que les léviers des arcs des voussoirs DF, sont dans la raison inverse de leurs propres sécantes AB ; car si on nomme (a) le Sinus total, & (s) la sécante, & (p) le piédroit, il est certain qu'on aura $s, a :: p, \frac{ap}{s}$ pour le lévier ; mais les $\frac{ap}{s}$, qui en font les expressions, sont tous évidemment dans la raison inverse des (s), c'est-à-dire des sécantes, puisque les ap sont constantes.

PROPOSITION SIXIE'ME.

La raiſon des Léviers des Vouſſoirs infinis des Voutes dont les diamétres ſont différens, & qui ſont élevés ſur des piédroits différens, eſt compoſée des diamétres des cercles des rapports des tangentes de la moitié du complément aux Sinus verſes des arcs de complément des Vouſſoirs & de la hauteur des piédroits, ou bien de l'inverſe des Sécantes des arcs des Vouſſoirs (à la place des rapports des tangentes du demi complément aux Sinus verſes de leurs complémens), ou bien du Sinus même verſe de leurs complémens.

DE'MONSTRATION.

La raiſon des léviers des vouſſoirs ſans piédroits des arcs ſemblables des voutes de différens diamétres eſt égale à celle de leurs diamétres, *par la ſuite de la Propoſition quatriéme*, & celle des léviers des arcs différens ſur un même piédroit dans chaque voute, en raiſon des rapports des tangentes du demi complément des vouſſoirs, *par la précédente*, ou bien du Sinus verſe de l'arc de ſon complément; donc celle des arcs différens des voutes de différens diamétres ſur un même piédroit, ſera compoſée de la raiſon des diamétres & des rapports des tangentes du demi complément aux Sinus verſes des arcs de leurs complémens, ou bien de l'inverſe des ſécantes des arcs des voutes, ou ſi l'on veut des Sinus mêmes verſes des arcs des complémens; mais l'augmentation des léviers des arcs ſemblables des voutes ſur différens piédroits, eſt en raiſon de la hauteur des piédroits qu'on leur ajoute *par la Propoſition cinquiéme*, donc la raiſon des arcs différens des voutes de différens diamétres élevés ſur des piédroits différens, eſt compoſée des diamétres des voutes des rapports des tangentes d'un demi complément aux Sinus verſes des complémens des arcs des vouſſoirs, & de la même hauteur des piédroits, ou à la place des rapports des tangentes au Sinus verſe, on peut ſubſtituer la raiſon des Sinus verſes des complémens des arcs des vouſſoirs, comme auſſi l'inverſe de la ſécante des vouſſoirs même, C. Q. F. D. On prend toujours les arcs des vouſſoirs en commençant de la clef, en deſcendant vers l'impoſte, ce qu'il faut bien remarquer; on pourroit également les prendre en remontant de l'impoſte vers la clef, & pour lors on prendroit le Sinus verſe de l'arc même, ce qui revient à une même choſe.

La même démonſtration doit s'étendre ſur les différens arcs des voutes ſurbaiſſées, & en tiers point élevées ſur des piédroits différens, puiſqu'elles ſont des arcs des voutes en plein ceintre d'un plus grand diamétre, comme nous l'avons remarqué.

PROPOSITION SEPTIE'ME.

Trouver les Léviers effectifs de tous les différens Vouſſoirs des Voutes d'une courbe circulaire, & de différente eſpéce.

DE'MONSTRATION.

Juſqu'à préſent nous n'avons conſideré que les rapports des léviers des arcs DF (*Fig.* 103.), différens des différentes voutes, & nous les avons trouvés entr'eux en raiſon des Sinus verſes des arcs FM de complément; mais nous n'avons pas donné la valeur effective du lévier MH, mais ſeulement le rapport qu'il avoit à la tangente GM de la moitié de l'arc FM: de ſorte que nous n'avons conſideré que la ligne qui en eſt la tangente; maintenant pour trouver la valeur abſolue de la ligne MH, nous avons le triangle rectangle *Gip*, dont nous connoiſſons l'angle *Gpi*, complément de celui de l'arc du vouſſoir FM ou *ipl* ſon égal; il n'y a donc qu'à trouver le côté *Gp*, lequel étant compoſé de *Mp* hauteur des piédroits, & de GM tangente de l'angle GCM, lequel ſera la moitié de l'arc du vouſſoir FM, *par le troiſiéme Livre d'Euclide*, nous n'avons donc qu'à les ajouter enſemble pour avoir la valeur effective de PG, parce que la tangente GM n'eſt pas connue en grandeur abſolue, il ne reſte plus qu'à la chercher par cette analogie, comme le Sinus total a la valeur CM connue: ainſi la tangente de la moitié de l'angle FCM a la valeur effective MG, laquelle ajoutée au piédroit PM donne GP.

Maintenant que nous connoiſſons G*p* dans le triangle rectangle *Gpi*, nous connoiſſons les angles; car l'angle *Gpi* eſt le complément de *ipl* égal à FCM connu; & par conſéquent *pGi* complément de *Gpi*, ſera égal à l'arc FM qui eſt connu, nous connoiſſons encore *Gp*, nous trouverons les autres côtés auſſi bien que le lévier *pi*, *par la Trigonométrie*, comme nous le verrons dans les exemples ſuivans.

C'eſt de cette maniere qu'on doit connoître tous les léviers effectifs des vouſſoirs d'une voute circulaire; mais comme nous n'avons besoin que des léviers correspondans aux reins d'une voute, puisque nous ne la considerons plus que comme deux corps, dont l'un fait la puissante agissante, & l'autre la résistante; nous ne chercherons ici que les léviers des reins de chaque voute différente, afin d'en faire la comparaison par celle de leurs léviers; & pour cela nous supposons que les voutes soient d'une égale hauteur sous clef, en comprenant celle des piédroits, & d'une égale largeur entre leurs impostes.

Nous supposons le rayon de la voute en plein ceintre de 18 pieds, l'angle DCF de ses reins sera de 45 dégrés: la moitié 22 : 30', dont la tangente 41421 sera égale à GM: maintenant on aura cette analogie pour trouver sa valeur effective 100000 pieds, 18 : : 41421 pieds, 7 pouces, 5 lignes, lesquels joints à la hauteur des piédroits de 13 pieds, donnent 20 pieds, 5 pouces, 5 lignes, pour la ligne G*p*: pour avoir le lévier *pi*, nous avons cette analogie, *par la Trigonométrie*, comme la sécante de l'angle de complément de l'arc des reins de 45 dégrés, 141411, 100000 Sinus total, 20 GP : 5 : 5, 14 pieds, 5 : 6, la raison de cette analogie est évidente, *par la suite de la Proposition cinquiéme*, puisque nous avons AC, CF : : GP, PI, & que la raison de AC, CF, est égale à celle de la sécante de l'arc du voussoir DF au Sinus total.

Pour connoître le lévier correspondant à l'arc des reins de la voute en tiers point, nous connoissons le rayon lequel est supposé ici de 26 pieds, la hauteur sous clef 26 pieds, sa largeur entre les deux impostes 36 pieds; il faut chercher l'arc des reins CD (*Fig.* 104.); dans le triangle rectangle CFH, nous connoissons les deux côtés CF, CH; car CF est la moitié de la racine quarrée de $\overline{GM}^2 = \overline{23}^2$ pieds + de $\overline{CM}^2 = \overline{18}^2$ pieds, laquelle sera de 30 pieds $\frac{1}{2}$, dont la moitié sera 15 : 3 : 0, à présent, *par la Trigonométrie*, nous connoîtrons l'angle CHF, dont l'arc CD est la mesure, par cette analogie CF, CH : : Sinus total, à la sécante de l'angle FCH, dont le complément sera un arc CD de 35 dégrés 55'.

La tangente OC de la moitié de l'arc DC, lequel est de 17 : 57' est 32396, la hauteur des piédroits est de 5 pieds; car la hauteur sous clef étant égale, c'est-à-dire de 31 pieds, le rayon *g*M étant de 26 pieds, il n'en reste que 5 pour les piédroits, lesquels joints à la hauteur de la tangente reduite à sa valeur absolue, laquelle est 5, 9, 11, par la régle précédente, donne 10 : 9 : 11 pour OB.

Pour trouver le lévier AB, comme la sécante du Sinus de complément de l'arc DC des reins, lequel est de 54 dégrés 5 minutes, au Sinus total ; ainsi le côté OB au lévier AB : 170491, 100000 : : 1059 : 11, 6 : 4 : pour le lévier AB de la voute en tiers point, ce qui est évident *par la suite de la Proposition cinquième*.

Quant au lévier de la voute surbaissée, il est un peu plus difficile à trouver, parce qu'à mesure que le rayon de la voute est plus grand que celui de la voute en plein ceintre la ligne PC (*Fig.* 105.), au lieu d'être tangente à l'arc CDF, n'en est plus ni tangente, ni sécante, ni Sinus, comme la seule figure le montre sans discours, il faut chercher auparavant la ligne AQ, comme si c'étoit une voute en plein ceintre QFL.

Pour cela nous cherchons l'arc CF, comme dans la voute en tiers point ; car dans le triangle rectangle COS, nous connoissons CO, le rayon de la voute que nous supposons ici de 26 pieds, CS égal à IK = 18 pieds, nous connoîtrons par conséquent l'angle OCS, *par la Trigonométrie*, dont le complément 43 dégrés 49′ donne l'angle COS ; si nous prenons le complément de la moitié, nous aurons l'angle OED, dont l'arc DCQ de 68 dégrés 5′, est la mesure, & la tangente de la moitié de cet arc de 34 dégrés $2'\frac{1}{2}$, est 67536, laquelle reduite à sa valeur absolue, *par la régle précédente*, donne 17 pieds 6 pouces 8 lignes, pour la ligne AQ ou AD, & nous aurions la solution du Problême si le point d'apui étoit au point Q, au lieu d'être au point P, ce qui nous donnera une plus grande ligne EP, dont il nous faut trouver la différence EM : dans le triangle rectangle AEM, nous connoissons l'angle EAM = à son alterne DVO, lequel est complément de QOD ; nous connoissons aussi le côté AM égal à PQ, lequel est la différence du rayon OP au rayon QO, laquelle est de 8 pieds, & nous trouvons 7 pieds 8 pouces 1 lignes, pour la différence EM, laquelle ajoutée à la ligne AQ ou FM, 22 : 6 : 8 donne 30 pieds 2 pouces 9 lignes pour la ligne PE.

Dans le triangle rectangle EBP, nous connoissons l'angle EPB = à son alterne DOF, lequel est complément de QOD, de 21 : 54 : nous connoissons encore le côté PE, &, *par la Trigonométrie*, nous trouverons pour BP, 21 pieds 9 pouces 8 lignes, qui sera le lévier correspondant à l'arc des reins de la voute surbaissée CFG, qui a une même largeur entre les impostes, & même hauteur sous clef que la voute en plein ceintre précédente.

Il est aisé de démontrer par cette Proposition de combien les voutes en tiers point diminuent leurs poussées, & de combien les voutes surbaissées l'augmentent, & cela à proportion que le rayon sera plus grand que celui de la voute en plein ceintre; de sorte que leurs léviers en seront plus grands ou moindres dans la raison des Sinus verses des arcs différens *par la Proposition quatriéme;* mais ces léviers augmentent & diminuent dans les arcs même semblables dans la raison des rayons des arcs (*par le Corollaire quatriéme*); ce qui change de beaucoup les léviers de la voute surbaissée, outre le changement qu'ils ont par les arcs des reins, qui sont plus grands dans la voute surbaissée que dans la voute en plein ceintre.

D'ailleurs dans la voute surbaissée, il faut examiner que ce changement devient encore plus grand par rapport à l'éloignement du point d'apui; car plus le point P sera éloigné du point Q, plus la ligne BP sera encore plus grande que le lévier QX; mais le lévier QX est déja changé dans la raison du Sinus verse de l'angle de 45 dégrés de l'arc des reins de la voute en plein ceintre au Sinus verse de l'arc de 68 : 5', outre cela le Sinus verse de 68 : 5' de l'arc des reins de la voute surbaissée au Sinus verse d'un arc semblable de 68 : 5', dans la voute en plein ceintre est comme le rayon OP, au rayon OQ, donc la raison du lévier PB de la voute surbaissée CFG au lévier des reins de la voute en plein ceintre, est composée de celle des deux diamétres, de celles des Sinus verses de leurs arcs différens, & de celle de la ligne VQ à la ligne VP.

Si nous comparons cette voute surbaissée à la voute en tiers point, en faisant le même raisonnement, la différence en sera plus grande; d'où il faut conclure que la voute surbaissée de même largeur entre les impostes que la voute en plein ceintre, a infiniment plus de poussée que celle-ci, & que la voute en tiers point de même largeur entre les impostes, & de même hauteur sous clef que la surbaissée en a beaucoup moins.

PROPOSITION HUITIE'ME.

Trouver les Léviers effectifs des arcs des reins des Voutes paraboliques & éliptiques, dont le petit axe est égal à celui d'une Voute en plein ceintre, aussi bien que les hauteurs sous clef.

DE'MONSTRATION.

Nous avons vû comme on pouvoit calculer tous les angles des tangentes

tangentes avec les verticales & avec les horisontales des points infinis des voussoirs des voutes éliptiques & paraboliques, *dans les Propositions seconde & troisiéme*, ce qui nous donnera à présent la connoissance des léviers correspondans à l'arc de leurs reins, ausquels il faut déterminer une valeur absolue selon leurs dimensions ; mais comme nous ne considerons que deux voussoirs dans les voutes, pour en examiner les poussées ; nous ne chercherons que l'arc de leurs reins pour en trouver le lévier correspondant.

Par les proprietés de l'élipse nous avons CM, BM :: BM, AM, (*Fig.* 106.) c'est-à-dire 16, 25 :: 25, 39 $\frac{1}{16}$; dans le triangle AMK, à cause des côtés CD, MK, nous avons AC, CD :: AM, MK ; c'est-à-dire 23 pieds, 13 pieds 8 pouces :: 39 pieds $\frac{1}{16}$, 23 pieds 2 pouces 1 ligne ; il faut remarquer que CM, CD, sont connus mécaniquement avec l'échelle du plan & le compas ; & par conséquent AC = AM — CM connues, le sera aussi ; dans le triangle rectangle LHK, nous connoissons le côté KL de 5 pieds 2 pouces 1 ligne, qui est la différence de KM à ML ; de plus nous connoissons l'angle KLH égal à l'angle MAK du triangle AMK, puisqu'ils sont tous deux complémens de l'angle LKH, donc nous connoissons les deux côtés AM, MK ; & par conséquent l'angle MAK = à l'angle HLK de 30 dégrés 54', nous connoissons d'ailleurs KL de 5 pieds 2 pouces 1 ligne, &, *par la Trigonométrie*, LH de 4 pieds 7 pouces, pour le lévier correspondant à l'arc du voussoir BD des reins de la voute éliptique BDL, dont le grand demi axe est de 25 pieds comme dans la voute surbaissée, & le petit demi axe de 18 pieds, qui est la largeur commune entre les deux impostes des 5 voutes.

Nous avons examiné la poussée de la voute éliptique sans piédroit, pour voir la différence des léviers & des arcs des reins des differentes voutes, il nous reste encore 6 pieds pour la hauteur des piédroits LR dans le triangle rectangle LRT, nous connoissons le côté LR, & l'angle LRT = à l'angle HLK connu de 59 dégrés 6', nous aurons donc deux triangles semblables LRT, LHK : pour trouver le lévier RT, l'on aura cette analogie suivante : si Tot. LR :: si de l'angle TLR, RT = 3 pieds 11 lignes, on aura pour RN 7 pieds, 7 pouces & 11 lignes, en joignant RT à TN = LH = 4 pieds 7 pouces pour tout le lévier du voussoir des reins de la voute éliptique, dont la hauteur sous clef est de 31 pieds, compris 16 pieds de la hauteur des piédroits, & la largeur entre les deux impostes de 36 pieds.

Quant aux léviers des voutes paraboliques, nous connoiſſons par la nature des paraboles la hauteur de la ſoûtangente AR (*Fig.* 107.), double de l'abciſſe RB correſpondante à l'arc parabolique BS des reins, ou du milieu de la voute : nous meſurons mécaniquement par le moyen de l'échelle du plan de la voute parabolique BSF, la ligne BR, qui eſt en raiſon de neuf pieds, & par la nature des paraboles AR = 18 pieds : pour trouver RS, nous avons BC, BR : $\overline{CF}^2$, $\overline{RS}^2$, ou en nombre 25 pieds, 9 pieds, 224 pieds quarrés, $116 + \frac{16}{25}$; ce qui donne 10 pieds $\frac{4}{5}$ pour RS ; à préſent pour connoître l'angle RAS, dans le triangle rectangle ARS, nous connoiſſons les deux côtés AR de 18 pieds, RS de 10 pieds $\frac{4}{5}$, &, *par la Trigonométrie*, par conſéquent l'angle RAS de 29 dégrés 40'.

Dans le triangle ACH, à cauſe de RS parallele à CH, nous avons AR, RS : : AC, CH, ou en nombre 18 pieds, 10 pieds, $+ \frac{2}{5}$: : 34 pieds, 20 pieds $+ \frac{2}{5}$, & par conſéquent en ôtant CF = 18 pieds de la ligne CH reſte 2 pieds $+ \frac{2}{5}$ pour FH.

Dans le triangle rectangle FGH, nous connoiſſons le côté FH, l'angle GFH = RAS ; & par conſéquent, *par la Trigonométrie*, le lévier FG de 2 pieds 1 pouce 3 lignes de la voute parabolique ſans piédroit, auquel il faut ajouter l'augmentation du lévier KE par les piédroits KF de 6 pieds d'hauteur.

A cauſe des triangles rectangles ſemblables FGH, KEN ou KEF, puiſqu'ils ont toujours un angle égal GFH, KFE, EKN : dans le triangle FEK, nous connoiſſons KF, & les angles, & par conſéquent, *par la Trigonométrie*, KE de 2 pieds 0 pouces 11 lignes, lequel joint au lévier FG donne 4 pieds 2 pouces 2 lignes, pour le lévier KP de la voute parabolique, de même hauteur ſous clef, & de même largeur entre les impoſtes que les précédentes. On pourra voir la differente pouſſée de ces cinq ſortes de voutes dans la table ſuivante.

Pouſſées des Voutes de différentes Courbes de 31 pieds d'hauteur ſous clef, & de 36 pieds entre leurs impoſtes.

	pieds,	pouces,	lignes.
En plein ceintre,	14	5	7
Surbaiſſées,	21	9	8
En tiers point,	6	4	0
Eliptiques,	7	7	11
Paraboliques,	4	2	2

Ce seroit ici l'endroit de donner la régle pour l'épaisseur des piédroits, afin de mettre en équilibre les deux puissances agissantes & résistantes de la voute ; mais comme cette partie de mon ouvrage ne regarde qu'en général la nature des courbes & celle des percussions des bombes ; je m'en rapporte à la Formule de Mr. Belidor dans sa Mécanique des voutes, Science des Ingenieurs, tome premier, qui traite parfaitement de cette matiere, & qui suffit pour équilibrer les voutes sur leurs piédroits, de toutes sortes d'édifices militaires, & dont la connoissance est importante pour cette matiere : ceux qui font profession du Génie & de l'Artillerie, ont la connoissance des ouvrages de Mr. Belidor, & sur tout de la Science des Ingénieurs : il seroit inutile de traiter cette matiere ; pour mon sujet, parce que l'on suppose de ce côté que les voutes soient construites, & par conséquent dans leurs équilibres contre les percussions, & qu'on examine seulement de quelle façon cet équilibre peut resister, ou peut être dérangé par le choc des bombes.

SECTION SECONDE,

Des Percussions des Bombes tirées sous toutes sortes d'élévations d'un quart de cercle sur les Voutes en plein ceintre.

CHAPITRE PREMIER.

De la force absolue du choc des Bombes, en supposant qu'elles frappent toujours par leur centre de gravité, en prenant la Bombe pour un seul point.

LA force absolue du choc d'un corps, doit être considerée dans le plein comme dans le vuide, de même qu'on a consideré les projections : cette question est la même précisément que celle de la résistance de l'air : les Auteurs qui ont traité de l'Artillerie, n'ont pas entierement satisfait sur cet article ; ils n'ont point fait de différence de la force du choc d'un boulet dans son but en blanc, à celle d'une bombe dans sa chûte : cependant lorsque le boulet frappe de but en blanc ; il n'agit pas de la même façon que lorsqu'il est tiré à toute volée, & qu'il retombe sur l'horison, comme cela feroit, fi l'on ne fait aucune différence de la viteffe des deux chocs.

En faifant abftraction de l'étendue d'un corps qu'on prend pour un point, la force du choc inftantanée d'un corps eft exprimable par le produit de fa maffe par fa viteffe ; car plus la viteffe du corps mû qui frappe a de péfanteur abfolue, & plus celui qui lui réfifte doit auffi employer de force pour le repouffer, & conferver fon équilibre.

Si nous fuppofons que le poids foit toujours le même, la force abfolue du choc inftantanée d'un corps, fera dans la raifon de la viteffe inftantanée avec laquelle le mobile fera mû dans l'inftant du choc : or pour trouver cette viteffe dans le but en blanc, nous avons dit (*Chapitre premier*, *Section premiere de la feconde Partie*), que la viteffe AI (*Fig.* 34.), ne changeoit jamais quelque direction qu'on eût donné à la piéce : de forte qu'en la pointant par tous les angles d'élévation qu'on peut prendre dans la circonférence d'un demi cercle, dont le point A de batterie feroit le centre, la viteffe d'impulfion feroit toujours égale au Sinus total (*a*), pris fur la direction.

La viteffe du choc étant la même par toutes fortes de directions, il fuit que fi le plan eft frappé par un angle d'incidence droit, il fera toujours frappé avec la même force (*a*), fi on fuppofe que la ligne AI, foit oblique au plan comme la ligne 4B fur la ligne BF ; alors il eft évident que la force du choc avec la viteffe A1, ou 4B fur la ligne BF, feroit dans la raifon de la ligne B16, perpendiculaire au plan, parce que la viteffe B4 fe reduit par rapport à ce plan à la ligne B16, qui eft le Sinus de l'angle d'incidence 4BF ; c'eft dans ce fens feulement qu'on peut dire que la force du choc eft toujours dans la raifon des Sinus des angles d'incidence ; ce qui eft vrai dans le plein comme dans le vuide, & en confiderant même le point de percuffion dans un globe, qui frappe un plan, on un autre globe (*comme nous l'avons vû dans le Chapitre fixiéme*), dans la diftance de la portée du but en blanc feulement.

Si nous avons égard au changement que l'accéleration de la gravité doit apporter à la viteffe A1 d'impulfion, à mefure que les tems de la durée du mouvement, & que les directions AM changent, la force du choc ne fera plus dans la raifon des Sinus des angles d'incidence 4BF, que dans de certains cas ; & dans des autres la force fera plus grande ou moindre, quoique l'angle d'incidence foit toujours égal, auffi bien que la puiffance qui a mis le mobile en mouvement, parce que la viteſſe change à chaque inſtant.

Pour trouver cette viteſſe, il faut ſe rappeller ce que nous avons dit (*Chapitre premier, Section premiere de la ſeconde Partie*); le mobile parcourt par ſon impulſion l'eſpace A1, & par la gravité l'eſpace 11 dans le premier inſtant : de ſorte qu'il doit ſuivre la direction A1 avec la viteſſe AA; il parcourt dans le ſecond inſtant l'eſpace 1P par ſon impulſion, l'eſpace P2 par ſa gravité, & par le mouvement compoſé de ces deux viteſſes, il parcourt l'eſpace A2, en ſuivant la direction A2 : de ſorte qu'à chaque inſtant les viteſſes du mobile ſont AA, A2, 23, &c. & par conſéquent la force du choc ſera telle d'inſtant en inſtant.

Nous avons vû que le mobile en partant du point A (*Fig.* 39.), avec la viteſſe A1, parcourt le Sinus total (a) A1 par ſon impulſion, 1P par ſa gravité, & AP par le mouvement compoſé; & que la hauteur 1C, à laquelle il ſe ſeroit élevé (ſi la gravité ne l'avoit abaiſſé de la chûte 1P) étoit exprimable par le Sinus (s) de l'angle d'élévation 6AG : l'eſpace AP ſera la diagonale du rectangle ACP, & par conſéquent $AP = \sqrt[2]{\overline{AC}^2 + PB^2}$; mais $Ap = a$ $Ac = c$ Sinus de complément de l'élévation 1AC, $1P = x$ qui eſt le nombre des inſtans de la durée du mouvement : donc $PC = s - x$ & ſon quarré $\overline{PC}^2 = ss - 2sx + xx$; en rendant les valeurs $AP = \sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ ſera l'expreſſion de la viteſſe AP, ou PB, BH, &c. du mobile en montant au point H, où la viteſſe eſt égale à cs, parce que $x = s$, & par conſéquent $ss + ss - 2ss = 0$.

En deſcendant du point H, où le mobile ceſſant de monter, commence à deſcendre à l'infini vers les points G & o; conſiderons que dans le triangle BEG, la ligne $EI = s$ la ligne $EG = x$ $BI = c$, BG ſera la viteſſe du choc au point G quelconque, à la fin d'un nombre déterminé d'inſtans (x), à cauſe du triangle rectangle BIG, le quarré de la viteſſe $\overline{BG}^2 = \overline{BI}^2 + \overline{IG}^2$ ou $\sqrt{\overline{BI}^2 + \overline{IG}^2} = BG$; mais $IG = EG - EI = x - s$: donc $\overline{BG}^2 = ss - 2sx + xx$; $\overline{BI}^2 = c^2$: donc en ſubſtituant les valeurs on aura $BG = \sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ pour la viteſſe du choc au point G : on auroit de même la viteſſe du choc au point o, par cette formule qui eſt générale pour exprimer la viteſſe du choc à chaque inſtant par une direction élevée AB : on voit que la viteſſe du choc à chaque inſtant en deſcendant du point H aux points A & G de part & d'autre, ſera la même dans des tems égaux, puiſque $c = CA$, & de même $c = CG$; $iG = ic$, comme nous l'avons vû *dans le Chapitre ſixiéme, Section premiere de la ſeconde Partie*, puiſque les arcs AP des paraboles (*Fig.* 61.), parcourus par le mobile en montant, ſont égaux aux arcs PN des paraboles parcourus en deſcendant; la force du choc diminuera en montant, & au contraire augmentera en deſcendant : de ſorte qu'au point N ſur l'horiſontale, elle ſera préciſément égale à la viteſſe du premier inſtant, puiſque $x = 2s$, & que $\sqrt{cc + ss} = a$ dans un inſtant comme dans l'autre; car $-2sx + xx = 0$; c'eſt dans ce ſeul cas qu'on peut dire que les chocs, par des projections faites dans le vuide, ſont dans la raiſon des Sinus des angles d'incidence, parce que la viteſſe abſolue MN du choc eſt toujours la même, quelque élévation qu'on puiſſe donner à la piéce; car on aura toujours $\sqrt{cc + ss} = a$; mais ſi l'on cherche la viteſſe du choc à l'infini par la direction élevée AC au point o (*Fig.* 39.), on voit que les lignes 1o, étant plus grandes que $2s$, parce que x eſt plus grand; par conſéquent la viteſſe Go exprimable par la formule $\sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ croîtra à l'infini, & la force abſolue du choc croîtra auſſi : dans ce ſens là on ne peut pas dire que les forces des chocs ſoient dans la raiſon des angles d'incidence.

La force abſolue du choc par une direction verticale élevée, décroît à chaque inſtant, elle eſt exprimable par $a - 2x$: donc lorſque $a = 2x$, $a - 2x = 0$ en fera l'expreſſion; & par conſéquent le mobile tombera pour lors, & ſera mû par ſa ſeule gravité.

La viteſſe abſolue ou la force du choc par une direction horiſontale AM (*Fig.* 34.), ſera exprimable à chaque inſtant par la diagonale AA, A2, 23. Nous avons vû que la viteſſe d'impulſion, par la direction horiſontale AM, eſt ſur l'horiſontale même dans la raiſon du Sinus total (a), à cauſe du triangle rectangle AIA, IP2, 2P3, on aura $\overline{AP}^2 + \overline{P2}^2$ pour le quarré de la viteſſe du choc à chaque inſtant; mais $AP = a$, $P2 = x$: donc $\sqrt{aa + xx}$ ſera l'expreſſion de la force abſolue du choc à la fin d'un nombre déterminé d'inſtans x, dans tous les cas de cette direction horiſontale AM, les forces des chocs par des angles égaux d'incidence ne ſeront jamais égales, à moins que les tems x de la durée du mouvement ne ſoient égaux.

J'ai démontré *dans le Chapitre quatriéme, Section premiere de la ſeconde Partie*, que dans la direction abaiſſée RH (*Fig.* 49.) la viteſſe de la chûte à chaque inſtant étoit $S + x$, c'eſt-à-dire le Sinus oF de l'angle oLF ; plus l'espace parcouru FL par la gravité $= x$ à cause du triangle rectangle LoL, on aura $\overline{LL}^2 = \overline{Lo}^2 + \overline{oFL}^2$; mais Lo est égal au Sinus (c) de l'angle de complément à celui de l'abaissement BRH : donc $\overline{Lo}^2 = CC\ \overline{oFL}^2 = xx + ss + 2sx$; en substituant les valeurs, $\sqrt{cc + ss + 2sx + xx}$ sera l'expression de la force absolue du choc au point L quelconque : lorsque la direction RH sera la même, la force absolue du choc à chaque instant croîtra toujours, quoique les angles d'incidence soient égaux : lorsque la direction est plongeante comme RQ, la force absolue du choc est $\sqrt{aa + xx + 2ax} = a + x$; cette vitesse est la plus grande de cette puissance (lorsque les percussions se font à la fin d'un tems égal), par quelque direction qu'elle puisse agir.

On ne considére ordinairement que les chocs qui se font par une direction élevée A6 (*Fig.* 39.), sur un plan horisontal AG au point G : si nous prenons les espaces BI infiniment petits, à cause de la grandeur BI toujours constante, la lettre a s'évanouira dans la formule : donc $\sqrt{cc + ss - 2sx + xx}$ se reduit à celle-ci $\sqrt{oo + ss + oo}$, puisque $cc = o$, & que $2s = x$, dans le tems que la percussion se fait au point G : donc $2sx = xx$; & par conséquent $+ ss - 2sx + xx = o$: il suit que la vitesse du choc au point G se reduit à $\sqrt{ss} = s$: si l'on suit cette formule pour tous les cas des projections, on tomberoit dans l'inconvenient que la vitesse initiale au point du but en blanc d'un boulet, seroit moindre que la vitesse du choc au point G, lorsqu'il retombe au niveau de la batterie ; ce qui est peu vraisemblable : si l'on suit la formule précédente pour le même cas, la vitesse initiale (a) seroit toujours égale à celle de la chûte au point G; par quelque direction qu'on puisse donner à la piéce : de sorte que la force absolue du choc d'une bombe qui frapperoit perpendiculairement sur un plan incliné au point G, sous une élévation d'un dégré, seroit précisément égale à la force absolue de cette même bombe, qui frapperoit aussi perpendiculairement le même plan différemment incliné au point G par une élévation de 90 dégrés ; ce qui me paroit peu raisonnable, & peu conforme à la pratique ; la formule précédente $\sqrt{ss} = s$, me paroit plus convenable pour exprimer le choc d'une bombe, parce que le choc de la bombe lorsqu'elle retombe, agit bien plus par sa gravité que par son impulsion ; & par conséquent ce choc devoit être dans la raison des racines s des hauteurs ss.

CHAPITRE SECOND.

Sur la force relative des percussions des Bombes, par rapport à l'angle d'incidence sur des Voutes qui ne sont pas couvertes d'un massif de Maçonnerie.

NOUS supposons dans tout ce Chapitre que la courbe de l'extrados des voutes, est de la même nature de celle de son intrados; & nous allons examiner la différence des forces de ces percussions, selon la différence des élévations & des points de percussion sur la voute.

PROPOSITION PREMIERE.

La force absolue de la percussion d'un corps sous une même élévation, sur une Voute dont l'estrados est circulaire, est à la force respective comme le Sinus total de complément de la différence qu'il y a entre l'arc du point où se fait la percussion & l'arc de l'élévation du Mortier.

DE'MONSTRATION.

L'on suppose qu'une mobile frappe sur un plan selon la tangente de la parabole de la projection au moment qu'il le frappe.

L'on suppose encore que la ligne de projection soit dans le plan du cercle vertical de la voute où se fait la percussion : nous venons de voir que la force absolue d'une percussion, est en raison du Sinus total au Sinus de l'angle d'incidence ; mais cet angle d'incidence DCF (*Fig.* 108.), est le complément de DCG ; or l'angle DCG ou BCA son égal, est la différence des deux angles CAB égal à l'élévation du mortier, & CBM ou de l'arc CM, du point C où se fait la percussion ; donc la force absolue d'une bombe sous une élévation sur un point C quelconque d'une voute, est en raison du Sinus total, au Sinus de complément de la différence de l'angle de l'élévation du mortier, à l'arc CM du point de la percussion. C. Q. F. D.

PROPOSITION SECONDE.

Si un corps frappe sur differens points d'une Voute, il ne la frappera jamais avec la force absolue qu'il a sous cette élévation, que lorsque l'arc compris entre le point de la percussion & l'imposte, sera égal à l'arc de l'angle de sa direction.

DE'MONSTRATION.

Cette Proposition n'est qu'une conséquence évidente de la précédente ; car puisque la différence des deux arcs est zero, son complément sera donc égal à 90 dégrés ; & par conséquent la percussion absolue sera dans toute la force que le corps qui frappe puisse acquerir sous cette élévation, puisqu'elle est dans la raison du Sinus total au Sinus total. C. Q. F. D.

PROPOSITION TROISIE'ME.

Les percussions des corps sous une même élévation, sur tous les points infinis de l'estrados d'une Voute, sont entr'elles dans la raison des Sinus des angles de complément, de la différence de l'arc de l'angle de la direction, à l'arc du point de la percussion sur la Voute.

DE'MONSTRATION.

La force absolue d'une percussion sur un point P (*Fig.* 109.), est à sa force respective comme le Sinus total est au Sinus de l'angle d'incidence au point P, *par la Proposition premiere*, & la force absolue de la percussion faite au point C, est à la force respective dans la raison du Sinus total, au Sinus de l'angle d'incidence au point C : donc les antecédens étant égaux, elles resteront dans la raison de leurs conséquens, c'est-à-dire dans la raison des Sinus de leurs angles d'incidence.

Mais ces angles d'incidence, *par la Proposition premiere*, sont les complémens de la différence de l'arc OF de l'élévation du mortier, à l'arc AP de la percussion au point P, ou de l'arc OF de l'élévation du mortier à l'arc AC de la percussion au point C : donc elles sont dans la raison que nous avons dit, &c. C. Q. F. D.

L'on suppose toujours que la ligne OQP ou OQC de projection, soit dans le plan du cercle vertical ACP des points P & C des percussions, à moins qu'on ne dise le contraire.

PROPOSITION QUATRIE'ME.

Les forces respectives des percussions d'un même mobile sous différentes élévations, sur tous les points infinis de l'estrados d'une Voute, sont entr'elles en raison du Sinus de leurs angles d'incidence.

DE'MONSTRATION.

Les forces absolues sous differentes élévations, sont égales, *par le Chapitre précédent*, & nous venons de voir que sous une même élévation, les respectives sont à l'absolue dans la raison de leurs angles d'incidence, *par la troisiéme Proposition de ce Chapitre*: donc la force absolue sous chaque élévation étant toujours la même, les forces respectives seront dans la raison des angles d'incidence. C. Q. F. D.

PROPOSITION CINQUIE'ME.

Les forces respectives des percussions faites par toutes sortes de Bombes de differens poids, sous toutes sortes d'élévations, & sur tous les points infinis de l'estrados d'une Voute, sont entr'elles en raison composée du poids de la Bombe, & du Sinus de l'angle d'incidence.

DE'MONSTRATION.

Par la précédente, les forces respectives des percussions d'une même bombe sous differentes élévations, & par tous les points infinis de l'estrados, sont en raison des Sinus des angles d'incidence; mais les percussions des bombes de differens points sous une même hauteur, & avec un même angle d'élévation d'incidence, sont en raison de leurs poids; donc la force respective des percussions des bombes de differens poids, est en raison composée des Sinus des angles d'incidence, & de leurs poids. C. Q. F. D.

PROPOSITION SIXIE'ME.

Toutes les percussions des Bombes sur un même alignement horisontal, pris sur l'estrados d'une Voute circulaire oblongue sous la même élévation de Mortier, & tirée d'un même point, sont approchamment égales.

DE'MONSTRATION.

Les percussions sous une même élévation sur des arcs égaux de la voute sont égales, puisque les arcs de percussion étant égaux, les complémens de leurs différences avec celui de l'élévation *b*BD (*Fig.* 111.), le seront aussi, &, *par la premiere de cette Section*, par conséquent les percussions par les projections B*b*C, qui sont dans cette raison: il suffit donc de prouver que les arcs AC des percussions sur les points C sont égaux; ce qui est bien évident, puisque la ligne CCC étant horisontale, elle sera parallele à l'imposte AAA de la voute; & par conséquent les courbes AC, AC, AC, renfermées entre les deux paralleles, seront égales. C. Q. F. D.

Il y a cependant une petite différence à faire entre les percussions, c'est que les bombes partant toutes d'un même point de batterie, les lignes de projection BC ne seront point égales, & formeront par conséquent des angles d'incidence plus aigus à mesure qu'elles frapperont sur un point plus éloigné du mortier; ce qui arrive, lorsque l'angle de la projection, avec la ligne horisontale, sera plus aigu, & les angles d'incidence étant plus aigus, les percussions en seront differentes, *par la premiere de cette Section*; mais comme la longueur AAA ordinaire d'une voute comparée à la distance AB du mortier, d'où l'on tire la bombe est de petite conséquence, ces lignes de projection peuvent passer pour égales, & par conséquent leurs angles d'incidence en seront presque égaux.

Cette Proposition est veritable, soit que la ligne de direction soit dans le plan, ou non, d'un des cercles verticaux de la voute.

PROPOSITION SEPTIE'ME.

Toutes les percuſſions d'une Bombe tirée d'un même point ſous une même élévation, faites ſur une même ligne horiſontale de l'eſtrados d'une Voute circulaire oblongue, ſont aux percuſſions de la même Bombe tirée du même point ſous la même précédente élévation; ſur une autre ligne horiſontale de l'eſtrados de la même Voute, plus proche ou plus éloignée de l'impoſte, dans la raiſon des Sinus de complément des différences des deux arcs de la percuſſion, & de celui de l'élévation de la Bombe.

DE'MONSTRATION.

Les percuſſions faites ſur différens points d'un arc vertical ACH, ſous la même élévation aux points C & H, ſont dans la raiſon du Sinus total, au Sinus de complément de la différence des deux arcs de percuſſion AC, AH, à celui de l'élévation *b*D, *par la Propoſition troiſiéme de cette Section;* mais toutes les percuſſions faites ſur la ligne horiſontale CCC, ſont égales entr'elles, *par la ſixiéme de cette Section*, & toutes celles qui ſont faites ſur l'horiſontale GH, le ſont auſſi entr'elles, *par la même;* donc toutes les percuſſions faites ſur l'alignement horiſontal CCC, feront à toutes les percuſſions faites ſur un autre alignement horiſontal GH, comme le Sinus de complément de la différence des arcs de percuſſion AC, AH, à celui de l'élévation *b*D.

PROPOSITION HUITIE'ME.

Les percuſſions des Bombes de different poids, ſous differentes élévations, tirées d'un même point, ſur un même alignement horiſontal de l'eſtrados d'une Voute en plein ceintre, ſont entr'elles en raiſon compoſée des Sinus de complément des différences des arcs d'élévation à celui de la percuſſion, & du poids des Bombes.

DE'MONSTRATION.

Les percuſſions faites ſur le cercle vertical ACD (*Fig.* 112.), ſous deux élévations differentes au point C, ſont entr'elles dans la raiſon compoſée du Sinus de complément de la différence des arcs d'élévation à celui de la percussion, & du poids de la bombe, *par la Proposition cinquiéme de cette Section ;* mais toutes celles que l'on peut faire sous les mêmes élévations, sur un même alignement horisontal, sont égales entr'elles, *par la Proposition sixiéme ;* donc elles sont dans la même raison. C. Q. F. D.

PROPOSITION NEUVIE'ME.

Toutes les percussions des Bombes de differens poids sous differentes élévations, par tous les alignemens horisontaux d'une Voute en plein ceintre, & du même point de Batterie, sont entr'elles en raison composée du poids de la Bombe, & des Sinus de complément des différences des arcs d'élévation aux arcs de percussion.

DE'MONSTRATION.

Généralement toutes les percussions faites par toutes sortes de bombes sous toutes sortes d'élévations du même point, par tous les points infinis du cercle vertical ACH de l'estrados, sont entr'elles en raison composée des Sinus des angles d'incidence; c'est-à-dire de complément des différences des arcs de percussion à ceux d'élévation, *par la cinquiéme ;* mais les percussions, le long du même alignement horisontal CCC de la voute, sont dans la même raison que celles qui sont faites par la même bombe, sous la même élévation au point C du cercle vertical AC, de cet alignement CCC, *par la Proposition sixiéme ;* donc elles seront toutes dans cette même raison, l'on en peut dire autant de l'alignement horisontal HG, & de tous les autres alignemens infinis horisontaux, qu'on peut prendre sur l'estrados de la voute; donc elles seront toutes dans cette même raison. C. Q. F. D.

L'on peut remarquer que toutes les percussions infinies qui sont faites sur tous les points infinis des lignes horisontales élémentaires de la surface de la voute, sous toutes sortes d'élévations de tous les points de batterie, sont approchamment semblables à celles qui sont faites de la même maniere, & du même point de batterie dans un point semblable C du cercle vertical ACD, également éloigné de l'imposte A, par un arc AC, comme la ligne horisontale CCC.

Quoi qu'en général toute percussion soit en raison du produit de son poids, par la vitesse absolue, & du Sinus de son angle d'incidence, les angles d'incidence ne ſont pas toujours les mêmes, & égaux aux complémens de la différence de l'arc de percuſſion à celui de l'élévation, & cela dans les plans inclinés : de ſorte que dès que la projection de la bombe ne ſera pas dans le cercle vertical de la voute, ou perpendiculaire à une horiſontale d'un plan incliné, l'angle d'incidence viendra plus aigu, comme nous le verrons dans les Propoſitions ſuivantes, & cela à proportion que le plan de la projection ſera plus oblique à l'horiſontale du plan incliné : de ſorte que ſi cette projection eſt parallele, ou dans l'alignement même des impoſtes de la voute à berceau, cet angle d'incidence ſera plus aigu de toute la déclinaiſon du plan incliné, ainſi que nous l'allons démontrer.

PROPOSITION DIXIE'ME.

Si l'on tire une Bombe de pluſieurs points de differente Batterie, ſous une même élévation, ſur un même point d'un plan incliné, les percuſſions en ſeront inégales.

DE'MONSTRATION.

Il n'eſt queſtion que de prouver que les angles d'incidence, ſelon la projection AB (*Fig.* 112.), parallele aux piédroits FG, ou ſelon les projections perpendiculaires CB, ou obliques MB, à la ligne horiſontale FG, ſont différens.

Puiſque la même bombe a été tirée ſous la même élévation, les deux courbes de la projection AOB, COB, MOB, ſeront égales; & ſi nous ſuppoſons le point B du niveau aux points A, M, C, & que nous nous imaginions que la courbe AOB ait tourné horiſontalement ſur le point fixe B, ſur la ligne horiſontale AB en BC, nous conſidererons que la ligne DB du plan KF, eſt horiſontale; & par conſéquent l'angle d'incidence RBA de la projection AOB, ſera égal à celui de l'élévation; mais l'angle d'incidence 3BG de la projection MOB eſt plus grand, parce que la ligne MB étant horiſontale par la ſuppoſition, elle ſera inclinée à la ligne inclinée GK ou BG du plan : donc cet angle d'incidence ſera plus grand que l'angle de la projection AOB; & par conſéquent la percuſſion de la projection MOB, ſera auſſi plus grande que la percuſſion par la projection AOB, puiſqu'elles ſont dans la raiſon des angles d'incidence, *par la troiſiéme.* C. Q. F. D.

On

On voit que l'angle d'incidence 3BG, eſt plus grand que l'angle 3RBP d'élévation de tout l'angle PBG de l'inclinaiſon du plan KF avec l'alignement MPB : de ſorte qu'à meſure que les points de batterie s'approcheront depuis A vers la ligne de direction CNB perpendiculaire à une horiſontale BD, la différence de l'angle d'incidence ſera égale à la déclinaiſon de la ligne KG avec l'horiſontale, & à meſure que la projection ſe rapprochera de la ligne ADB, cette différence diminuera : & ſi l'on ſuppoſe que le point de batterie tourne depuis ADB en XBC, cette différence ira en augmentant juſqu'au point X diametralement oppoſé à NC ; & cette différence augmentera de toute l'inclinaiſon du plan : de ſorte qu'au point X, il ne reſtera pour l'angle d'incidence que la différence qu'il y a entre l'arc de l'élévation, & celui de l'inclinaiſon du plan : & au point B de la percuſſion par la projection C, O, B, NC, il y aura pour l'angle d'incidence tout l'arc de l'élévation, & tout celui de l'inclinaiſon du plan ; & enfin ce qu'on vient de dire de la moitié du cercle qui comprend tous les points infinis de batterie qu'on peut faire à l'entour du point B de la percuſſion, du côté du point A, ſe doit entendre de l'autre demi-cercle qui comprend les autres points de batterie du côté du point L.

Il eſt encore évident que ſi la ſomme de l'arc d'élévation, & de celui de l'inclinaiſon du plan, ſurpaſſe un angle droit, le complément a 180 dégrés ſera l'arc de l'angle d'incidence.

PROPOSITION ONZIE'ME.

Si l'on tire une Bombe ſous une même élévation, par différens points de Batterie pris à l'entour d'un même point pris ſur l'eſtrados d'une Voute oblongue, les angles d'incidence en ſeront inégaux.

DE'MONSTRATION.

Il faut imaginer au lieu d'une tangente BC (*Fig.* 113.), un plan BF perpendiculaire au rayon du cercle vertical de la voute au point A, & pour lors au lieu d'une voute, nous ne conſiderons plus que les percuſſions faites NA, DA, AR, à l'entour du point A du plan incliné BF, &, *par la Propoſition précédente*, à meſure que les points de batterie N, D, R, tournent à l'entour d'un plan incliné, les percuſſions NTA, DTA, RTA, ſont inégales. C. Q. F. D.

Il faut remarquer que l'angle d'incidence ſur un plan incliné, doit être confideré en deux manieres differentes; à fçavoir dans le plan de la courbe même de la projection, lequel fe mefure par une perpendiculaire, ou un arc pris dans le plan de cette courbe, comme les arcs 1, 2, 12, 1, 2, en fecond lieu entre le plan de la courbe RTA, & le plan incliné BF, lequel plan eft toujours incliné au plan de la courbe de projection, excepté lorfque cette projection eft perpendiculaire aux horifontales, ou aux impoftes PO, comme la direction D, A, ou lorfque cette projection eft dans l'alignement horifontal VV, qui traverfe la clef V de la voute; & pour lors la courbe de projection eft perpendiculaire au plan horifontal VV, d'une largeur infiniment petite, qui traverfe la clef de la voute.

Le premier de ces deux angles fe confidére, comme l'angle d'une projection perpendiculaire aux piédroits, ou d'une projection qui leur foit oblique, ou d une projection parallele, ou dans l'alignement des piédroits; la perpendiculaire fur les piédroits, comme AD, aura un angle d'incidence plus grand que la projection parallele, lorfque le complément de la différence de l'arc de percuffion à l'arc d'élévation, fera plus grand que l'angle de l'élévation du mortier; & cette projection perpendiculaire aux piédroits, aura un angle d'incidence plus petit que la projection parallele aux piédroits, lorfque le complément de la différence de l'arc d'élévation à l'arc de percuffion, fera moindre que l'angle d'élévation du mortier; ce qui eft tout évident; car l'angle d'incidence d'une projection, qui eft dans le plan du cercle vertical, eft égal au complément de la différence de l'arc de percuffion, à celui d'élévation, *par la Propofition premiere*, & l'angle d'incidence de la projection parallele aux piédroits, eft toujours égal à celui de l'élévation, *par la fuite de la Propofition dixiéme.*

Quant à l'angle de l'inclinaifon du plan de la courbe de projection RTA fur le plan incliné BF, il eft évident qu'il eft toujours le complément de l'angle de l'inclinaifon du plan BF avec l'horifontale BQ; puifque le plan de la projection RTA, eft toujours perpendiculaire à l'horifon, & parce que le complément de l'angle ABQ, eft toujours égal à l'angle ou à l'arc de percuffion AD, *par la Propofition premiere, Chapitre fecond de la premiere Section*, il s'enfuit que l'angle d'inclinaifon de la projection RTA, parallele à l'impofte fur le plan incliné BF, eft toujours égal à l'arc de percuffion.

PROPOSITION DOUZIE'ME.

La force d'une percussion sur un Plan incliné par une projection parallele à une horisontale, est dans la raison du Sinus de l'arc de l'élévation.

DE'MONSTRATION.

La force absolue ND sous l'élévation CRD (*Fig.* 114.), est à la force respective NM dans la projection parallele à une horisontale BY du plan incliné AB, comme le Sinus total au Sinus de l'angle d'incidence; mais cet angle d'incidence NDC sur l'horisontale DC, est égal à l'angle RCD de l'élévation, *par la suite de la Proposition dixiéme;* donc la force absolue est à la force respective, comme le Sinus total au Sinus de l'élévation: si le plan AB étoit horisontal, comme le plan EX, la proposition seroit absolument veritable; mais à cause de l'inclinaison de la ligne MV, qui croise à angle droit l'horisontale PE, la bombe ne frappera point le plan par son point M; mais bien au point V, lequel point V sera éloigné de M d'autant de dégrés que l'horisontale 4z, sera inclinée à la ligne ADy du plan AB: donc la force absolue, qui est déja en raison du Sinus total au Sinus d'élévation par l'obliquité de la ligne ND sera encore variée par l'obliquité de la ligne MV, avec le plan de la courbe de la projection, ou par l'emplacement du point V de percussion dans la bombe, comme nous le verrons: à présent qu'on suppose le poids de la bombe réuni dans son centre de gravité: de sorte qu'on ne considére que le choc d'une ligne sur un plan; cette proposition est veritable; mais dès qu'on aura égard au point V de la bombe, par lequel le plan AB est frappé: on fera des réflexions nouvelles qui changera tous les rapports des forces des chocs.

PROPOSITION TREIZIE'ME.

L'on ne peut tirer une Bombe perpendiculaire sur aucun point d'un Plan incliné, de quel point de Batterie qu'on la tire, & sous quelque élévation que ce soit qu'on la tire, que par une projection qui soit dans un alignement perpendiculaire à une ligne horisontale du Plan incliné, & sous un angle égal au complément de l'inclinaison du Plan avec l'horisontale.

DE'MONSTRATION.

Pour que la bombe tombe perpendiculairement sur le plan incliné MN (*Fig.* 115.), il faut que la projection soit perpendiculaire à la ligne horisontale FD au point A de percussion, & à la ligne AP inclinée, qui coupe l'horisontale au point de percussion A, à l'angle droit ; & pour lors, *par le onzième Livre d'Euclide*, la ligne perpendiculaire aux deux FD, AP, le sera à tout le plan NM, il est déja évident que les courbes des projections AOC, AOB, sont toutes perpendiculaires à la ligne FD; puisqu'elle est horisontale, & qu'elles sont toutes perpendiculaires à l'horison ; il n'est donc plus question que de prouver que la projection perpendiculaire à l'horisontale FD, l'est aussi à la ligne AP, puisque l'angle OAM (*Fig.* 116.), qu'on suppose égal à l'angle OAB ou OAC, est complément de DAB, de l'inclinaison du plan NM; les deux angles OAM, BAD, feront ensemble un angle droit ; & par conséquent l'angle OAB sera droit. C. Q. F. D.

Il ne suffit pas de démontrer que cette percussion soit perpendiculaire au plan, il faut encore prouver qu'il n'y en peut pas avoir d'autres que celle-ci, qui puisse être perpendiculaire au plan incliné ; & pour le prouver, imaginons nous que le plan de la courbe de projection perpendiculaire tourne sur le point de percussion A, depuis C en B ; nous avons vû, *par la Proposition onzième*, que toutes les percussions faites depuis différens points de batterie ; à l'entour d'un même point A d'un plan incliné sont inégales ; donc elles ne seront plus droites. L'on en dira de même de tous les autres points A, que l'on peut prendre sur le plan incliné ; & par conséquent l'on ne peut faire aucunes autres projections de cette nature, que celles qui sont perpendiculaires à l'horisontale d'un plan incliné, & font un angle égal au complément de l'inclinaison du plan. C. Q. F. D.

PROPOSITION QUATORZIE'ME.

L'on ne peut tirer une Bombe de quelque élévation, & de quel point de Batterie qu'on la tire perpendiculairement sur l'estrados d'une Voute à berceau ou oblongue, que d'un point de Batterie pris dans l'alignement du Plan d'un cercle vertical de la Voute sur lequel se fait la percussion, & que sous une élévation égale à l'arc de la percussion.

DE'MONSTRATION.

Si nous supposons au lieu d'une tangente AE (*Fig.* 117.), au point A de percuſſion un plan perpendiculaire au rayon AD, *par la précédente*, on ne peut tirer perpendiculairement ſur la voute une bombe, que par une direction perpendiculaire à une horiſontale PM de ce plan FE, & ſous un angle de complément de l'inclinaiſon du plan FE avec l'horiſontale ; mais cet angle de complément de l'inclinaiſon AE, eſt égal à l'arc AG de la percuſſion, à cauſe de l'angle droit au point A, & tous les cercles verticaux AG, ſont perpendiculaires à toutes les horiſontales PM, du plan incliné qu'ils coupent à angles droits, auſſi bien que les horiſontales PM de la voute, puiſque ce ſont les mêmes lignes ; donc la projection CBA, ou CB*a*, qui eſt perpendiculaire à la ligne horiſontale PM, du plan incliné FE, ſera dans le plan d'un cercle vertical correſpondant de la voute, & ſous l'élévation égale à l'arc de percuſſion AG, & de la même maniere que nous avons démontré, que l'on ne peut en tirer d'autres perpendiculairement ſur le point A, que dans cet alignement, & ſous cette élévation ſur le plan incliné FE, nous démontrerons la même choſe de tous les autres points de cette voute. C. Q. F. D.

Il ſuit de cette propoſition qu'on ne peut battre une voute oblongue avec la force abſolue d'une bombe, que d'une batterie compriſe entre les deux cercles verticaux PG, MN, qui terminent la voute, puiſque les percuſſions abſolues doivent être perpendiculaires, & qu'elles ne peuvent être perpendiculaires, que dans cet alignement : il ſuit en ſecond lieu que le deſſus de la voute PM, le long de la clef des voutes en plein ceintre, eſt le plus violemment battu des bombes, puiſque de quel côté qu'on tire la bombe ſous une élévation de 90 dégrés, ou approchante, elle la frappe perpendiculairement ou approchamment.

Il ſuit enfin qu'à meſure qu'on deſcend de la clef vers l'impoſte, les percuſſions abſolues s'y font par des élévations toujours moindres, parce qu'étant abſolues elles doivent être perpendiculaires, il faut que l'élévation ſoit égale à l'arc de percuſſion ; or cet arc étant plus petit, à meſure que le point de percuſſion eſt plus proche de l'impoſte, l'élévation en ſera donc plus petite, la bombe s'élévera par conſéquent moins haut ; il faudra tirer la bombe de plus près : & la percuſſion qui eſt en raiſon de la racine des hauteurs des bombes, en prenant la formule $\sqrt{oo + ss + o} = S$, (*Chapitre premier de cette Section*, ſera moindre : de ſorte que les percuſſions abſolues augmentent en remontant de l'impoſte à la clef, dans la même raiſon qu'elles diminuent, en deſcendant de la clef à l'impoſte.

PROPOSITION QUINZIE'ME.

Les percussions des Bombes tirées d'un même point, sous une même élévation sur tous les points infinis d'un cercle horisontal d'une Voute sphérique, sont toutes differentes entr'elles, & il n'y en a qu'une à sçavoir celle dont le Plan de projection passe par le centre de la Voute qui puisse être absolue.

DE'MONSTRATION.

Nous considérons la voute sphérique composée d'une infinité de cercles horisontaux BC, DMF & NLP (*Fig.* 118.), qui en font les élémens, ou comme une infinité de cercles verticaux ABD, ASN, ACP, qui en font les élémens; or tous ces cercles infinis par leurs intersections, forment une infinité de plans infiniment petits, tous differemment inclinés à l'horison, & au point o de la batterie, lesquels plans nous pouvons encore considerer comme les élémens de la voute sphérique.

Nous avons vû, *dans la Proposition treiziéme*, que l'on ne peut tirer une bombe perpendiculairement sur ces plans inclinés, tels que M, que par une direction perpendiculaire à l'horisontale du plan, & sous un angle de complément de l'inclinaison du plan avec l'horisontale, & que ces percussions sous la même élévation OGB, OGD, OGM, à mesure qu'elles sont plus obliques à l'horisontale du plan incliné M, deviennent beaucoup plus petites; maintenant nous n'avons qu'à remarquer que dès que la bombe va frapper sous une même élévation d'un même point O de batterie sur différens points, tels que D, Q, ou M, d'un même cercle horisontal DM, QF, de la voute sphérique, c'est la même chose que si des points K, O, ou R, pris dans un cercle K, O, R, à l'entour du point M, l'on tiroit une bombe sur le plan incliné M, sous la même élévation, puisque les angles d'incidence en seront égaux: donc on ne peut frapper sur différens points du cercle horisontal, quoique sous la même élévation, & du même point O de batterie, sans que la percussion ne varie: maintenant si nous considerons que la percussion perpendiculaire est la plus forte, & que la bombe ne frappe perpendiculairement au point M, que pour une projection qui soit perpendiculaire aux horisontales du plan incliné M, du point de la percussion, & parce que cette perpendiculaire à l'arc ou à l'horisontal, passe par le centre de l'arc, *par le troisiéme d'Euclide;* donc la plus forte percussion sous cette même élévation, qu'on puisse faire du point O sur cette voute sphérique, sera celle qui se fait par une direction OMA, qui passe par le centre de la voute en A, C. Q. F. D.

Il suit encore que si une bombe part de tous les points infinis CMN (*Fig.* 119.), qu'on peut prendre dans un cercle à l'entour d'une voute, les percussions faites de la même maniere depuis un point C ou M, sur tous les points d'un cercle horisontal D de la voute, sont semblables à toutes les autres percussions faites de la même maniere, de tous les autres points du cercle CMN, sur tous les points d'un même cercle D de la voute; on en peut dire autant des points infinis de la voute.

Il suit encore qu'il n'y a que la percussion d'une bombe qui part sous une projection, dont le plan soit dans le cercle vertical sur lequel se fait la percussion qui puisse être absolue; puisqu'elle ne peut passer par le centre de la voute, qu'elle ne soit dans le cercle vertical du point de percussion.

PROPOSITION SEIZIE'ME.

De quelque point de Batterie qu'on tire une Bombe, sous quelque élévation qu'on la tire, la Bombe ne peut frapper une Voute sphérique avec sa force absolue que dans un seul point.

DE'MONSTRATION.

Nous avons vû, par rapport aux cercles horisontaux, qu'elle ne peut frapper à droit & à gauche du point directement opposé à la batterie, sans que la percussion s'affoiblisse, *dans la Proposition précédente*, & qu'elle ne peut frapper au-dessus ou au-dessous du point de percussion dans le cercle vertical, sous une même élévation, sans que la percussion ne varie, *par la Proposition troisiéme;* & parce que les intersections infinies des cercles horisontaux, & des verticaux, font les élémens de la voute sphérique, l'on ne peut concevoir qu'une bombe la puisse frapper, qu'elle ne frappe sur un de ces cercles, & par conséquent sans que la percussion ne varie. C. Q. F. D.

Il suit de ces deux dernieres Propositions, qu'il n'importe de quel point pris circulairement à l'entour de la voute que la bombe parte ſur une voute ſphérique, puiſque les percuſſions ſous toutes les élévations poſſibles, & ſur tous ces points infinis faits d'un point quelconque, ſont égales aux percuſſions ſous toutes les élévations poſſibles, & ſur tous ces points infinis de la voute faites de tous les autres points de cet arc pris à l'entour de la voute.

Il ſuit, en ſecond lieu, que ſi de chaque point de batterie l'on tire une bombe ſous toutes les élévations poſſibles, il n'y aura qu'un quart de cercle vertical de la voute ſphérique qui puiſſe être battu avec la force abſolue des percuſſions; & ce quart de cercle ſera celui qui eſt dans l'alignement compris entre le point de batterie, & le centre de la voute ſphérique.

L'on voit l'avantage que la voute ſphérique a de ce côté ſur la voute oblongue; car la voute oblongue a toute ſa moitié oppoſée aux violentes percuſſions, ſur l'étendue d'une batterie égale à la longueur de ſes piédroits, & qu'elle peut être battue perpendiculairement ſur toute l'étendue de ſa clef de tous les points des batteries qu'on peut dreſſer à l'entour : au lieu que la voute ſphérique, ne peut être battue avec la force abſolue d'une projection perpendiculaire, que ſur un ſeul point de ſa clef, veritablement de tous les points infinis de batterie de la campagne; mais il n'y a qu'un quart de cercle vertical expoſé aux violentes percuſſions, & même d'un ſeul point de batterie.

CHAPITRE TROISIE'ME,

Des percuſſions des Bombes ſur les Voutes, dont l'eſtrados eſt couvert d'un maſſif de Maçonnerie.

NOUS avons conſideré juſqu'à préſent les percuſſions ſur les plans inclinés de toutes les tangentes infinies qui compoſent les élémens des eſtrados des voutes, ou bien ſur un ſeul plan incliné; & à préſent nous les conſidererons comme faites ſur un plan incliné, & en même tems ſur tous les points infiniment petits qui ſont les élémens de l'eſtrados d'une voute, en examinant qu'elle eſt la nature de la percuſſion d'une bombe tirée ſur le couvert d'une voute, & ce qui ſe communiquera de ſon mouvement à ſon intrados; nous ſçavons déja que les percuſſions des bombes ſur un plan incliné, & tirées ſous la même élévation du mortier, ſont en raiſon

raiſon des angles d'incidence, & que pour que la bombe frappe ce plan avec la force abſolue de cette élévation, il faut que l'angle de l'élévation ſoit égal au complement de celui de l'inclinaiſon du plan avec l'horiſontale, *par la Propoſition troiſiéme;* de ſorte que pour diminuer la force abſolue de toutes les percuſſions des bombes, qu'on peut tirer ſous toutes ſortes d'élévations depuis tous les points infinis de batterie, ſur tous les points infinis qui ſont les élémens de ſon eſtrados, depuis les reins vers la clef où elle eſt expoſée aux plus violentes percuſſions: il eſt évident qu'il n'y a qu'à donner toute l'inclinaiſon poſſible au couvert de la voute, puiſque la percuſſion de chaque élévation ne pouvant être abſolue ſans être ſous une direction perpendiculaire au couvert, & ne pouvant être perpendiculaire au plan du couvert, que ſous une direction égale au complément de cette inclinaiſon, plus l'angle d'inclinaiſon ſera grand, plus ſon complément ſera petit; & par conſéquent la hauteur de la bombe ſera moindre, & par conſéquent auſſi ſa percuſſion; eu égard à ſa hauteur & à ſa péſanteur, que je conſidere plus que la force de l'impulſion dans les bombes, toutes les autres percuſſions faites ſous une élévation differente, que celle du complément de l'inclinaiſon du plan peuvent bien être plus grandes que celles-ci, par rapport au poids de la bombe; mais elles ne ſeront jamais perpendiculaires au plan du couvert, *par la Propoſition troiſiéme;* & par conſéquent leurs percuſſions ne ſeront jamais faites avec la force abſolue du poids de la bombe ſous cette élévation; de ſorte que ſi l'on pouvoit faire le couvert infiniment incliné, ſans qu'il en arrivât aucun inconvenient: les percuſſions des bombes deviendroient enfin preſque inſenſibles; mais en toutes choſes la nature nous a preſcrit des bornes qu'il eſt toujours dangereux de paſſer: ſi on les éléve trop, leur pointe s'affoiblit, & on les expoſeroit trop, ou au vent ou au canon, s'il s'agit des voutes militaires qui ſont l'objet de cet ouvrage; il faut donc un juſte milieu, & l'inclinaiſon un peu plus grande de 45 dégrés, eſt plus que ſuffiſante pour mettre les voutes à l'abri des violentes percuſſions; parce que ne pouvant plus pointer le mortier que ſous un angle moindre de 45 dégrés, il eſt certain que la bombe ne pouvant plus s'élever qu'au deſſous de la moitié de ſa ſublimité, perdra déja une bonne partie de la force de percuſſion du côté de la force du choc, par rapport à ſon poids ou à ſa gravité accelerée, & par rapport à la viteſſe abſolue d'impulſion d'une charge plus grande, à meſure que d'un même point de batterie on tire ſous differentes élévations, comme on le verra bien-tôt *dans la table des forces abſolues du choc d'une bombe ſur un même but :* il eſt vrai que le couvert d'une voute oblongue laiſſe l'angle de ſon fête expoſé aux percuſſions abſolues, puiſqu'il peut être battu le long de cette horiſontale par les percuſſions approchantes de cette percuſſion abſolue de 90 dégrés de tous les points de batterie ; mais ſi nous réflechiſſons que la bombe doit être tirée de bien près, à cauſe de la petite amplitude ſous cette élévation, qu'il faut d'ailleurs que le plan formé par ſon axe, & par celui de ſa direction ſoit préciſément perpendiculaire ſur cette ligne du fête, & que pour peu que la bombe la frappe d'un point hors du plan formé par ſon axe, & par celui de ſa direction, la force abſolue de la percuſſion en eſt beaucoup diminuée, l'on concevra que de dix mille bombes, à peine en tomberoit-il une qui puiſſe la frapper par ce point, qui ſeroit celui de ſa gravité ; & il faudroit bien être inſenſé, pour tirer les bombes ſous cette élévation, dans l'eſperance d'en jetter une de dix mille ſur le fête, tandis que toutes les autres qui iront en deſſous perdront infiniment de leurs forces.

Outre l'affoibliſſement de la percuſſion, par la diminution de l'angle de l'élévation, il y en a encore un autre fort conſiderable ; c'eſt que la percuſſion de la bombe qui eſt abſolue ſur le plan incliné du couvert par ſon angle droit d'incidence, ne l'eſt pas toujours à l'intrados de la voute comme nous l'allons voir.

Conſiderons la voute avec ſon couvert, comme nous l'avons conſideré au commencement de cet ouvrage, comme deux vouſſoirs, dont l'un NAD (*Fig.* 120.), fait la puiſſance réſiſtante, & l'autre NFB, fait la puiſſance agiſſante : conſiderons encore cette puiſſance NFB, comme un coin qui tend à écarter les piédroits AO, & à les ſeparer de la voute : la bombe qui frappe ſur le couvert NB, ſera la force qui chaſſe le coin NBF : or examinons la tête de ce coin pour connoître cette force : ſi le deſſus de la voute étoit horiſontal, comme la ligne NFN, alors les percuſſions perpendiculaires ſur la tête NN du coin, le frapperoient avec leurs forces abſolues ; mais le coin de la puiſſance agiſſante NBF eſt en pointe ; puiſque ce n'eſt autre choſe que les deux pans du couvert : donc les percuſſions perpendiculaires ſur la ſurface de la tête du coin NBF, ne le ſont point ſur la ſurface de la tête horiſontale NFN ; & par conſéquent elles ſeront aux précédentes ſur la tête inclinée NB, dans la raiſon du Sinus total, à celui de l'élévation, lequel eſt égal à l'angle d'incidence ſur la tête horiſontale NFN, lequel angle eſt égal au complément de l'inclinaiſon du plan BN avec l'horiſontale FN, lorſque l'angle d'incidence ſur le pan du couvert NB eſt droit.

Nous avons ſuppoſé la ligne NFN droite: mais à préſent nous examinerons la ligne circulaire de l'intrados, parce qu'au lieu d'un coin NMN, nous avons un coin vuidé en deſſous NPFqN, les bombes ne peuvent abattre la voute, qu'en ébranlant les vouſſoirs qui la compoſent, leſquels n'étant pas d'une piéce, mais de pluſieurs vouſſoirs taillés en coin, feront tous autant de differentes puiſſances qui agiront différemment, ſelon que ces coins ſeront frappés plus ou moins directement; il n'eſt donc plus queſtion que d'examiner quel eſt l'angle d'incidence que la direction de la bombe prolongée forme ſur la tangente de leurs eſtrados, ou bien ſur celle des intrados des vouſſoirs, y ayant peu de différence d'un angle à l'autre; l'on s'apperçoit d'abord que lorſque la bombe frappera au point N, qui eſt celui de l'attouchement du plan du couvert ſur l'eſtrados de la voute, la percuſſion NM perpendiculaire au plan incliné NB, le ſera auſſi au vouſſoir, & que pour lors la percuſſion ſera dans la force abſolue de cette élévation, ce qui ne peut arriver que dans ce ſeul cas.

Mais à meſure que la percuſſion s'approchera ou s'éloignera du point d'attouchement N vers l'impoſte, ou la clef, la percuſſion abſolue faite perpendiculairement ſur le plan incliné NB, ne le ſera point par rapport à la tangente du vouſſoir ſur lequel elle doit continuer ſon mouvement; & cette percuſſion s'affoiblira dans la raiſon de la différence des angles d'incidence qu'elle forme ſur la tangente RV, qui répond au point d'interſection R du cercle vertical NR, ſur lequel ſe fait la percuſſion, par la projection *xys* au point S, avec la ligne de direction SRM prolongée.

Nous avons vû, *dans la treiziéme Propoſition du Chapitre précédent*, que ces angles d'incidence ſont les complémens de la différence de l'arc de la percuſſion à celui de l'élévation AMN, lequel eſt toujours déterminé, lorſque la percuſſion eſt perpendiculaire ſur le même couvert incliné AB; puiſque cet angle AMN eſt toujours le complément de l'inclinaiſon BAM du couvert AB avec l'horiſontale AM; or la force abſolue d'une bombe, par rapport au choc de ſa gravité accelerée, lorſqu'elle eſt tirée ſous l'élévation de 90 dégrés, eſt déja diminuée par l'inclinaiſon BN du couvert, en raiſon du Sinus total (*a*), au Sinus d'élévation (*s*), *par le Chapitre premier* *de la Section premiere de la seconde Partie ;* mais à présent elle diminue encore en raison du Sinus total à celui de l'angle d'incidence sur la tangente VR du voussoir ; donc la plus grande force totale absolue de la gravité d'une bombe tirée sous l'élévation de 90 dégrés (laquelle je nomme toujours ainsi, parce qu'avec la même charge , c'est sa plus grande force) sur une voute couverte d'un massif de maçonnerie, comparée à une moindre force absolue de sa gravité , par une direction perpendiculaire au plan du couvert, diminue en raison composée du Sinus total au Sinus de l'élévation ; c'est-à-dire du Sinus total, au Sinus de complément de l'inclinaison du couvert AB avec l'horisontale AM, & de rechef de celle du Sinus total, au Sinus de complément de la différence de l'arc d'élévation à celui de la percussion, qui est celui de son incidence sur la tangente VR du voussoir correspondant.

Nous supposons néanmoins que la bombe a été tirée sous une direction perpendiculaire au plan du couvert NB ; mais si elle a été tirée sous une autre direction, les percussions ne sont plus dans cette même raison, & sont encore de rechef beaucoup affoiblies, sur tout si on la tire sous une élévation moindre que celle de complément de l'inclinaison du plan ; ce qui est bien évident en ce cas là, puisque l'élévation étant moindre, la percussion de la gravité accelerée en sera moindre, & n'étant pas perpendiculaire au plan du couvert AB, le Sinus de l'incidence sera moindre, outre la diminution que doit apporter le point correspondant de percussion sur l'estrados qui se trouve au-dessus ou au-dessous du point N d'attouchement du plan du couvert.

Nous avons déja vû *dans la Proposition seconde*, que les percussions des bombes sous differentes élévations, sont en raison composée de celle de leur poids, & de celle de leur Sinus d'incidence, & (si nous n'avons égard qu'à la gravité accelerée) de celle de leur Sinus d'élévation : la bombe perdra donc de sa force, par rapport à l'obliquité AM, en raison de la différence qu'il y a entre la différence des racines des deux hauteurs, & la différence des deux Sinus d'incidence ; c'est-à-dire dans la raison de la différence qu'il y a entre la différence des Sinus de l'angle d'élévation ACD à celui de l'élévation MDO, & la différence du Sinus total AM, au Sinus MB de l'angle d'incidence MAB.

En second lieu, par rapport à la communication du mouvement de la percussion sur le voussoir, à mesure que le point Q de percussion sera éloigné du point A de l'attouchement du couvert

GF sur la voute ; il y aura encore une seconde diminution de force dans la raison du Sinus de complément de la différence de l'arc de percussion OAQ, à celui de l'élévation OAm, par la direction mC parallele à MD ; donc la force absolue de la percussion VQ, sous l'élévation MDO ou mCO, son égale sur le point Q, est à la force respective en raison composée de celle du Sinus total, au Sinus d'incidence sur le couvert, & de rechef de celle du Sinus total, au Sinus de complément de la différence de l'arc OAQ de percussion sur le point Q, à celui OQm de l'élévation OCm ou ODM son égale ; & par conséquent la percussion VQ est diminuée sur la tangente Qb de toute la différence du Sinus total au Sinus d'incidence, au point x sur le couvert AG, & de rechef dans celle du Sinus de complément de la différence de l'arc OAQ de percussion à l'arc OQm de l'élévation mCO ou MDO son égale ; la force de la percussion au point Q, par la direction MD ou mC, aura donc diminué de toute la diminution de l'angle d'incidence VXE, par rapport à l'angle droit de plus qu'elle n'auroit diminué, si la voute n'eût pas été couverte d'un massif de maçonnerie FAG.

Généralement les forces des percussions absolues de toutes les bombes qu'on peut tirer sur tous les points infinis des plans des couverts différemment inclinés sur des voutes, & depuis toutes sortes de points de batterie, sous toutes les élévations possibles, sont en raison composée des racines des hauteurs, si l'on n'a égard qu'à la gravité accelerée selon la formule $\sqrt{ss + oo} = s$, du poids des bombes, des Sinus des angles d'incidence sur le plan incliné, & des Sinus de complément de la différence des arcs correspondans de percussion aux arcs d'élévation ; d'où il suit que lorsque les projections sont perpendiculaires aux plans du couvert, les percussions sur tous les points infinis du couvert par rapport aux voussoirs, sont égales en tout aux percussions faites sous la même élévation, sur tous les points correspondans semblables infinis de l'arc de la voute sans couvert, à cause de l'angle d'incidence NAF, qui sera toujours droit sur le couvert ; & si les percussions ne sont pas perpendiculaires au plan du couvert, elles seront diminuées sur le couvert, par rapport aux percussions faites sur un point semblable du voussoir de la voute sans couvert, dans la raison du Sinus d'incidence sur le plan du couvert AG.

Lorsque l'élévation est plus grande que le complément de l'inclinaison du plan, la direction ne sera jamais perpendiculaire sur le plan du couvert, à cauſe de l'angle ACO, qui eſt toujours égal à l'élévation d'une projection perpendiculaire, & du rayon AC, qui eſt toujours perpendiculaire à la tangente AG, qui eſt le couvert même : pour lors aucune percuſſion ne pourra être dans la force abſolue de ſon élévation ſur le couvert, puiſqu'elle ne ſera pas perpendiculaire ; mais ſur le vouſſoir la direction *m*C ſera perpendiculaire au vouſſoir, quoi qu'elle ne ſoit point au couvert, & toute la force par conſéquent imprimée au couvert au point *m*, ſe communique ſans diminution au vouſſoir ; ce qui arrivera ſeulement, lorſque l'arc de percuſſion OQM ſera égal à celui de l'élévation OC*m*.

Tout ce que nous venons de dire des voutes en plein ceintre, qui ſont couvertes d'un maſſif de maçonnerie, ou qui ſont ſans couvert, doit être appliqué aux ſphériques, auſſi bien qu'aux voutes en tiers point, ſurbaiſſées, éliptiques & paraboliques, avec cette différence que les unes ſupportent des couverts ſans diformité plus aigus que les autres, & qu'elles forment des angles d'incidence différent : en inclinant les couverts des voutes pour les dérober au choc violent des hautes élévations, lorſqu'on tire d'un même point de batterie, on diminue encore la force abſolue du choc dans la raiſon de la viteſſe initiale d'une charge à la viteſſe initiale de l'autre charge, quoi qu'avec une même élévation : car on va voir que pour tirer d'un même point par toutes les élévations du quart de cercle ſur un même but, on eſt obligé d'augmenter les charges à meſure que les amplitudes augmentent par chaque élévation.

CHAPITRE QUATRIE'ME,

Sur la force absolue & relative des percussions d'une Bombe tirée sur un Plan incliné par toutes sortes d'élévations, d'un même point de Batterie avec différentes charges.

COMME l'on ne peut tirer sur un même but une même bombe avec une même charge d'un même point de batterie, que par une ou deux élévations : il est naturel qu'on ne sçauroit y tirer par toutes les élévations differentes du quart de cercle, qu'en changeant la charge du mortier ; or si l'on change la charge du mortier, nous venons de voir dans le Chapitre précédent, qu'en changeant la charge, ou la vitesse d'impulsion, les chocs par des élévations égales avec deux differentes charges sur un point C, (*Fig.* 122.) sont dans la raison des vitesses initiales : nous avons vû que les vitesses initiales, sont la racine du diamétre qui renferme les projections, *dans le Chapitre septième, premiere Section de la seconde Partie ;* il n'est plus question que de trouver le diamétre qui renferme la projection sous chaque élévation sur un même point C.

Je nomme s la sécante de chaque élévation t, la tangente, je dis que la force absolue (a) du choc par chaque élévation, est exprimable par $\sqrt{\frac{ss}{t}} = a$.

DE'MONSTRATION.

Soit la distance AC, de laquelle on veut tirer une bombe en pointant le mortier par tous les dégrés d'élévation du quart de cercle, par les directions AL, AB, AD, AE, &c : il faut chercher les diamétres AH, AG, AF, AM, de chaque cercle, qui comprend les projections par chacune de ces directions : nous avons démontré, *dans la seconde Partie, Section premiere du Chapitre septième*, que CB, AB : : AB, BH, que DC, AD : : AD, AF, &c.

En prenant la distance AC pour Sinus total, & tirant la ligne verticale CE à l'infini, elle sera un côté de chaque triangle des projections ABC, ADC, &c. qui jettent la bombe sur le point C, par toutes les élévations infinies, puiſqu'elle eſt perpendiculaire à l'horiſon ſur le point C, & que du point C, on ne peut élever qu'une verticale, *par la Geométrie.*

Donc les côtés CL, CD, CB, CF, ſeront les tangentes des angles d'élévation LAC, DAC, BAC, &c. & les lignes AL, AB, AD, AE, &c. en ſeront les ſécantes par rapport au même Sinus total AC, *par la Trigonométrie :* or toutes ces lignes ſont connues en ſubſtituant la valeur des lignes CB, AB, on aura $t, s :: S, \frac{ss}{t} = a$. C. Q. F. D.

Il n'y a donc qu'à diviſer le quarré de la ſécante de chaque élévation par ſa tangente, pour avoir le diamétre du cercle correſpondant à cette projection, dont la racine $\sqrt{\frac{ss}{t}} = a$, donnera la force abſolue du choc au point C par chaque élévation, avec chaque charge differente de poudre correſpondante.

Au lieu de prendre $\sqrt{\frac{ss}{t}} = a$, pour avoir la racine du diamétre du cercle ALH ou ABG, &c. qui comprend la projection, par chaque élévation AL, AB, AD, AE, AM, &c. on prendra une proportionnelle à cette racine qui ſera dans ſon même rapport, pour en faciliter le calcul comme on le va voir.

Suppoſons que le diamétre AH ſoit celui du cercle HLA, qui comprend la projection HLA par la direction AL, qui forme ſur l'horiſontale AC, l'angle LAC de 45 dégrés; je nomme $\frac{a}{2}$ la diſtance propoſée quelconque AC, par rapport au diamétre AH, parce qu'elle en eſt la moitié, comme nous l'avons vû *dans la ſeconde Partie :* je nomme S la diſtance AR, qui eſt l'amplitude ou la portée ſous l'élévation AE, ſans augmenter la charge de poudre : nous avons vû que cette amplitude AR eſt dans le rapport du Sinus d'un angle qui ſeroit double de l'angle d'élévation EAC ou du produit (CS) du Sinus d'élévation par ſon complément (*Section premiere, Chapitre premier de la ſeconde Partie.*)

Nous avons vû auſſi (*Section premiere, Chapitre ſixiéme de la ſeconde Partie*), que les portées AR, AC, ſous chaque élévation AE quelconque, ſont dans la raiſon doublée des viteſſes initiales de la bombe; c'eſt-à-dire dans la raiſon des diamétres mêmes AH, AM, qui comprennent les projections : donc puiſque la diſtance AC, *par l'Hipotéſe*, eſt toujours la même, on aura toujours $\frac{a}{2}$

pour

pour la valeur de la portée ſous chaque élévation AE quelconque, lorſqu'on augmente la charge de poudre ; on aura par conſéquent aa pour la valeur du diamétre AH, qui eſt double de cette portée.

On aura auſſi le Sinus de l'arc double de l'élévation que je nomme s, pour l'expreſſion de la portée AR, ſous chaque élévation, avec une même charge AH.

Dans chaque triangle EAC, qAR par chaque élévation AE, on aura cette analogie AR, AC : : AH, AM, *par la proprieté du cercle*, à cauſe des ſegmens ſemblables ALq, ANE.

En changeant les expreſſions on aura $s, \frac{a}{2} : : a, \frac{aa}{2s}$; ce qui nous indique qu'il n'y a qu'à diviſer le quarré $aa = 10000$, par $2s$, c'eſt-à-dire par le double de l'amplitude AR de chaque élévation AE, par rapport à une même charge AH, pour avoir l'expreſſion du diamétre AM du cercle ANM, qui comprend la projection AEC, par chaque élévation AE, lorſqu'on change la charge ; ce calcul eſt plus facile à faire, que celui qu'il auroit fallu faire pour diviſer le quarré ss de la ſécante d'élévation par ſa tangente t.

C'eſt ſur ce principe que j'ai calculé la table ſuivante des forces abſolues du choc d'une bombe, qu'on tireroit ſous toutes les élévations du quart de cercle, en-deſſus ou en-deſſous de celle de 45 dégrés, en augmentant les charges de poudre, & en tirant du même endroit ſur un même but.

Dans la premiere & ſeconde colonne on trouve l'angle d'élévation en-deſſus & en-deſſous de 45 dégrés : dans la troiſiéme colonne on trouve le diamétre AM du cercle qui comprend la projection ſous cette élévation AM correſpondante à cette cellule : dans la quatriéme colonne on trouve la racine $(\sqrt{\frac{aa}{s}})$ de ce diamétre AM, laquelle eſt égale à la viteſſe abſolue de la bombe, ou à la force abſolue du choc par cette élévation.

Au lieu de prendre $\frac{aa}{2s}$ pour l'expreſſion des diamétres, on a pris $\frac{aa}{s}$: ce qui n'en trouble point le rapport.

TABLE des Forces absolues du choc d'une Bombe qu'on tireroit sous toutes les élévations du quart de Cercle en dessus ou en dessous de celle de 45 degrés, en augmentant les charges de poudre, & en la tirant toujours du même endroit sur un même but.

Dégrés d'élevation.		Diamétre du Cercle.	Vitesse absolue du Choc.	Dégrés d'élévation.		Diamétre du Cercle.	Vitesse absolue du Choc.
1	89	286532	535	25	65	13054	114
2	88	143216	378	26	64	12690	112
3	87	95693	309	27	63	12360	111
4	86	71839	268	28	62	12062	109
5	85	57603	240	29	61	11792	108
6	84	48100	219	30	60	11547	107
7	83	41339	203	31	59	11326	106
8	82	39123	197	32	58	11125	105
9	81	32362	179	33	57	10946	104
10	80	29239	170	34	56	10785	103
11	79	26695	163	35	55	10641	103
12	78	24588	156	36	54	10514	102
13	77	22810	151	37	53	10402	102
14	76	21299	145	38	52	10306	101
15	75	20000	141	39	51	10223	101
16	74	18871	136	40	50	10154	$100 + \frac{154}{201}$
17	73	17882	133	41	49	10097	$100 + \frac{97}{201}$
18	72	17035	130	42	48	10055	$100 + \frac{55}{201}$
19	71	16241	127	43	47	10024	$100 + \frac{24}{201}$
20	70	15556	124	44	46	10006	$100 + \frac{6}{201}$
21	69	14945	122	45	45	10000	100
22	68	14394	119				
23	67	13902	117				
24	66	13457	116				

TABLE des Angles d'Incidence d'une Bombe qu'on jetteroit sous les Elévations diverses du quart de Cercle de 10 dégrés en 10 dégrés sur les Voussoirs d'un demi Cercle vertical de la Voûte de 10 dégrés en 10 dégrés, en supposant que le Plan de ce demi Cercle vertical de la Voûte soit dans le Plan de la Projection.

ARCS DES VOUSSOIRS DE 10 DEGRÉS EN 10 DEGRÉS, A COMMENCER DE L'IMPOSTE VERS LA CLEF.

Elévation des Piéces de 10 dégrés en 10 dégrés.

Angles d'incidence, & leurs Sinus.

Dégrés	1	10	20	30	40	45	50	60	70	80	90
1	90 10000	81 9876	71 9455	61 8746	51 7771	46 7193	41 6560	31 5150	21 3583	11 1908	1 1745
10	81 9876	90 10000	80 9818	70 9396	60 8660	55 8191	50 7660	40 6427	30 5000	20 3420	10 1736
20	71 9455	80 9848	90 10000	80 9848	70 9396	65 9063	60 8660	50 7660	40 6427	30 5000	20 3420
30	61 8746	70 9395	80 9818	90 10000	80 9848	75 9659	70 9396	60 8660	50 7660	40 6427	30 5000
40	51 7771	60 8660	70 9396	80 9848	90 10000	85 9961	80 9848	70 9396	60 8660	50 7660	40 6427
45	46 7193	55 8191	65 9063	75 9659	85 9961	90 10000	85 9961	75 9659	65 9063	55 8191	45 7071
50	41 6560	50 7660	60 8660	70 9396	80 9848	85 9961	90 10000	80 9848	70 9396	60 8660	50 7660
60	31 5150	40 6427	50 7660	60 8660	70 9396	75 9659	80 9848	90 10000	80 9848	70 9396	60 8660
70	21 3583	30 5000	40 6427	50 7660	60 8660	65 9063	70 9396	80 9848	90 10000	80 9848	70 9396
80	11 1908	20 3420	30 5000	40 6427	50 7660	55 8191	60 8660	70 9396	80 9848	90 10000	80 9848
89	2 349	11 1908	21 3583	31 5150	41 6560	46 7193	51 7771	61 8746	71 9455	81 9876	89 9998

Percussions faites sur les Arcs du quart de Cercle, qui est du côté de la Batterie.

Angles d'incidence, & leurs Sinus.

Dégrés	91	100	110	120	130	135	140	150	160	170	180
1	0 0										
10	9 1564	0 0									
20	19 3255	10 1736	0 0								
30	29 4848	20 3420	10 1736	0 0	Incidences impossibles.						
40	39 6293	30 5000	20 3420	10 1736	0 0						
45	44 6946	35 5735	25 4226	15 2588	5 8716	0 0					
50	49 7547	40 6427	30 50000	20 3420	10 1736	5 8716	0 0				
60	59 8571	50 7660	40 6427	30 5000	20 3420	15 2588	10 1736	0 0			
70	69 9335	60 8660	50 7660	40 6427	30 5000	25 4226	20 3420	10 1736	0 0		
80	79 9816	70 9396	60 8660	50 7660	40 6427	35 5735	30 5000	20 3420	10 1736	0 0	
89	88 9994	79 9816	69 9335	59 8571	49 7547	44 6946	39 6293	29 4848	19 3255	9 1564	0 0

Percussions faites sur le quart de Cercle qui est du côté opposé à la Batterie.

Cette table précédente ne nous donne que la force abſolue du choc par chaque élévation avec de differentes charges de poudre; il nous reſte encore à donner la table de la force des percuſſions, à meſure que les plans inclinés différemment ſont choqués, ſous des angles d'incidence plus ou moins aigus ſous chaque élévation.

Je cherche auparavant l'angle d'incidence : je ſuppoſe pour cela, qu'un demi-cercle d'une voute, lequel ſeroit dans le plan de la projection, ſoit frappé ſous chaque élévation, ſur chacun de ſes dégrés; je conſtruis une table qui me donne l'angle d'incidence ſur la tangente de chacun de ces dégrés de la voute ſous chaque élévation.

Nous avons démontré (*Propoſition troiſiéme, Chapitre ſecond, Section ſeconde de la troiſiéme Partie*), que cet angle d'incidence eſt égal à celui de complément de la différence de l'arc de percuſſion à l'arc d'élévation. C'eſt ſur ce principe qu'on a calculé la table ſuivante, *des angles d'incidence d'une bombe qu'on jetteroit, ſous les élévations diverſes du quart de cercle de* 10 *en* 10 *dégrés, en ſuppoſant que le plan de ce demi-cercle vertical de la voute, ſoit dans le plan de la projection.*

On auroit pû calculer cette table pour tous les dégrés du quart de cercle, & pour tous les arcs de la voute, comme on l'a fait dans la table précédente; mais pour abréger on ne l'a calculé que de 10 en 10 dégrés: ce qui ſuffit, pour faire voir la diverſité des angles d'incidence, à meſure qu'on change les élévations des piéces, ou l'inclinaiſon des tangentes.

L'on peut ſuppoſer un plan incliné au lieu d'une tangente, & l'on auroit les angles d'incidence ſur des plans différemment inclinés, ſous une même élévation de mortier.

Lorſque l'on tire une même bombe avec une même charge ſous differentes élévations, le même demi-cercle ALH comprendra toutes les projections; & par conſéquent la viteſſe abſolue *a* du choc, qui eſt dans la raiſon de la racine de ce diamétre AH, ſera toujours la même; mais à meſure que les bombes frapperont une même tangente de la voute en plein ceintre, les angles d'incidence en ſeront differens : les chocs qui ſont dans la raiſon des Sinus de ces angles d'incidence ſeront auſſi différens.

L'on trouve le Sinus de chaque angle d'incidence dans chaque cellule.

Le premier des deux nombres de chaque cellule eſt celui des dégrés de l'angle d'incidence d'une bombe qui frapperoit ſous cette élévation un arc de la voute correſpondant à cette cellule, ou bien qui frapperoit un plan incliné, dont l'inclinaiſon ſeroit égale à celle de la tangente de cet arc, ſoit qu'on tire avec une même charge de poudre, ou avec differentes charges.

Le ſecond nombre de chaque cellule exprime la force du choc de la bombe ſous cette élévation correſpondante à la cellule, ſur ſon arc correſpondant, ou bien ſur un plan incliné, dont l'inclinaiſon ſeroit égale à celle de la tangente de cet arc, en ſuppoſant que la charge de poudre ſoit toujours la même, & qu'on approche ou qu'on éloigne la batterie, à meſure qu'on change l'élévation de la piéce, pour tirer ſur un même but.

Il eſt facile de tirer des deux tables précédentes la conſtruction de la table ſuivante, *des forces des percuſſions des bombes tirées ſous toutes les élévations de* 10 *en* 10 *dégrés, ſur les arcs ou vouſſoirs d'un demi cercle vertical de la voute de* 10 *en* 10 *dégrés, en ſuppoſant que le demi cercle eſt dans le Plan de la projection, & qu'on tire d'un même point de batterie, ſur un même but, en augmentant les charges de poudre à meſure qu'on éleve la piéce, en-deſſus ou en-deſſous de la direction de* 45 *dégrés*; car nous venons de voir que la force abſolue du choc ſur un même point C, ſous differentes élévations d'une même bombe, eſt en raiſon des racines des diamétres AF, AG, &c. $=\sqrt{\frac{aa}{s}}$; la force reſpective eſt en raiſon compoſée du poids des bombes, & des Sinus des angles d'incidence (*Chapitre premier, Section ſeconde de la troiſiéme Partie*): donc la force reſpective d'une bombe tirée ſous differentes élévations ſur un même point C, avec differentes charges ſur un même plan incliné, eſt en raiſon compoſée de la racine des diamétres AK. AH, &c. ($\sqrt{\frac{aa}{s}}$), du Sinus de l'angle d'incidence, & du poids de la bombe: or ſuppoſant toujours qu'on jette une même bombe, il faut multiplier cette racine $\sqrt{\frac{aa}{s}}$, par le Sinus d'incidence pour chaque cas: puiſque nous avons cette analogie, comme le Sinus total 10000, au Sinus de l'angle d'incidence ſur la tangente; ainſi la racine $\sqrt{\frac{aa}{s}}$ du diamétre AK, AH, de la bombe à la force de la percuſſion de ce point: on trouve dans la premiere table précédente *des forces abſolues d'une bombe, &c.* la raiſon du diamétre, ou la force abſolue du choc ſous chaque élévation. On trouve

TABLE des Forces des Percussions des Bombes tirées sous toutes les Elevations de 10 en 10 dégrez sur les Arcs ou Voussoirs d'un demi Cercle vertical de la Voûte de 10 en 10 dégrez, en supposant que le demi Cercle est dans le Plan de la Projection, & qu'on tire d'un même point de Batterie sur un même But en augmentant les charges de Poudre, à mesure qu'on éleve la piece en dessus ou en-dessous de la direction de 45 dégrez.

ARCS DES VOUSSOIRS DES VOUTES DE 10 DEGRÉS EN 10 DEGRÉS.

Elévation des Piéces de 10 degrés en 10 degrés.

Dégrés des Arcs, à commencer de l'Imposte de la Voûte vers la Clef.			1	10	20	30	40	45	50	60	70	80	90
Dégrés d'élévation.	Diamétres.	Racines des Diamétres.	Force du Choc de la Bombe sur les Voussoirs.										
1	286532	535	53 50000	52 83660	50 58425	46 79110	41 57485	38 48255	35 09600	27 55250	19 16905	10 20780	0 93090
10	29239	170	16 78920	17 00000	16 69060	15 97320	14 72200	13 92470	13 02200	10 92590	8 50000	5 81400	2 95120
20	15556	124	11 72420	12 21152	12 40000	12 21152	11 65104	11 23812	10 73840	9 49840	7 96948	6 20000	4 24080
30	11547	107	9 35822	10 5372	10 53736	10 70000	10 53736	10 33513	10 05372	9 26620	8 19620	6 87689	5 35000
40	10154	100 ¾	7 82928	8 72495	9 46647	9 92186	10 07500	10 03570	9 92186	9 46647	8 72495	7 71745	6 47520
45	10000	100	7 19300	8 19100	9 06300	9 65900	9 96100	10 00000	9 96100	9 65900	9 06300	8 19100	7 07100
50	10154	100 ¾	6 60920	7 71745	8 72495	9 46647	9 92186	10 03570	10 07500	9 92186	9 46647	8 72495	7 71745
60	11547	107	5 51050	6 87689	8 19620	9 26620	10 05372	10 033513	10 53736	10 70000	10 53736	10 05372	9 26620
70	15556	124	4 44292	6 20000	7 96948	9 49840	10 73840	11 23812	11 65104	12 21152	12 40000	12 21152	11 65104
80	29239	170	3 24360	5 81400	8 50000	10 92590	13 02200	13 92470	14 72200	15 97320	16 74160	17 00000	16 74160
89	286532	535	1 86715	10 20780	19 16905	27 55250	35 09600	38 48255	41 57485	46 79110	50 58425	52 83660	53 48930

Percussions faites sur les Arcs de quart de Cercle, qui est du côté de la Batterie.

Dégrés d'élévation.	91	100	110	120	130	135	140	150	160	170	180
	Force du Choc de la Bombe sur les Voussoirs.										
1	0										
10	2 65880	0									
20	4 03620	2 15264	0	Percussions impossibles.							
30	5 18736	3 65940	1 85752	0							
40	6 34019	5 3750	3 44565	1 74902	0						
45	6 94600	5 73500	4 22600	2 58800	0 87100	0					
50	7 60360	6 47520	5 03750	3 44565	1 74902	0 87753	0				
60	9 17097	8 19620	6 87689	5 35000	3 65940	2 76916	1 85752	0			
70	11 57540	10 73840	9 49840	7 96948	6 20000	5 24024	4 24080	2 15264	0		
80	16 68720	15 97320	14 72200	13 02200	10 92590	9 74950	8 50000	5 81400	2 95120	0	
89	53 46790	52 51560	49 94225	45 85485	40 37645	37 16110	33 66755	25 93680	17 41425	8 36740	0

Percussions sur le quart de Cercle qui est du côté opposé à la Batterie.

dans la table précédente, *des angles d'incidence d'une bombe, &c.* le Sinus d'incidence correspondant : on les a multipliés l'un par l'autre, & ce produit donne la force du choc.

Il ne reste plus qu'à diviser ces produits qui sont l'expression de la force du choc par 10000, en retranchant les quatre dernieres figures : j'en ai retranché 5 (ce qui revient au même), afin qu'on puisse voir plus facilement les différences de leurs rapports.

Le premier nombre de chaque cellule de cette table donne la quantité absolue du choc : le second nombre de chaque cellule donne une fraction dont le dénominateur est = 100000.

C'est de cette façon que sera construite la table suivante, afin de faire voir les différences des chocs sur les differentes voutes, à mesure que les voutes en sont plus ou moins inclinées, afin de pouvoir prendre la courbe qui leur convient le mieux, pour les dérober aux violentes percussions : l'on peut aussi s'en servir pour trouver l'angle d'élévation, qui donne le plus grand choc sur un plan incliné, dont l'inclinaison seroit égale à celle de la tangente de cet arc quelconque déterminé de la voute.

On auroit aussi pû calculer cette table pour tous les dégrés d'élévation du quart de cercle, & pour tous les dégrés des arcs de la voute, comme on l'a fait pour la table précédente, *de la force absolue du choc, &c*; mais la table en eût été embarrassante; ainsi on ne l'a calculée que de 10 en 10 dégrés : ce qui suffit.

On trouve dans la premiere colonne horisontale de la table précédente, *des forces des percussions sur tous les arcs des voussoirs d'un quart de cercle, &c.* l'arc déterminé du voussoir qu'on a supposé être frappé, ou bien un plan dont l'inclinaison seroit égale à celle de cet arc.

Dans la premiere colonne verticale on trouve les dégrés différens d'élévation en-dessus ou en-dessous de 45 dégrés.

Dans la seconde colonne on trouve les racines de ces diamétres, qui sont les vitesses initiales de la bombe avec cette charge, lesquelles nous avons nommées $\sqrt{\frac{aa}{s}}$. cette racine exprime la vitesse que la poudre doit donner à la bombe, pour chasser le mobile à cette même distance sous chaque élévation.

Dans les vingt-deux colonnes verticales on trouve la force du choc de la bombe sur chaque arc déterminé de la voute, sous chaque élévation du mortier.

Par exemple je veux sçavoir quelle est la force de la percussion d'une bombe tirée ſous l'élévation de 18 dégrés ſur un arc de 30: je trouve dans la ſeconde cellule de la premiere colonne le nombre de 10 dégrés; & dans cette ſeconde colonne horiſontale au-deſſous de l'arc de 30 dégrés (qu'on trouve dans la premiere colonne horiſontale), le nombre $\frac{15}{97320}$ ou $15 + \frac{97320}{100000}$ m'indique la force du choc par cette projection.

L'uſage de cette table eſt auſſi facile qu'utile & curieuſe; elle eſt univerſelle pour tous les cas poſſibles, pour toutes ſortes de diſtances au niveau de la batterie, & pour toutes ſortes de plans inclinés.

On voit d'un coup d'œil l'angle d'élévation qui donne un plus rude choc, par rapport à chaque inclinaiſon differente d'un plan; il ne reſte plus qu'à chercher la charge convenable au mortier, pour porter la bombe ſous cette élévation ſur le même but, ce qu'on cherche ainſi.

Je ſuppoſe que l'on connoiſſe la portée du mortier ſous une élévation quelconque, avec une charge moyenne de poudre, afin qu'on puiſſe l'augmenter ou la diminuer, en ſe ſervant de nos mortiers ordinaires, dont on n'a pas coutume de remplir les chambres.

L'on ſuppoſe auſſi que l'on connoit la viteſſe que la poudre imprime aux mobiles à proportion de chaque charge de poudre, comme on l'a vû *dans la premiere Partie*, & qu'on le traitera plus au long dans le ſecond volume.

Cela ſuppoſé, je dis comme la viteſſe $\sqrt{\frac{aa}{s}}$, qui donne la plus forte percuſſion ſur le plan, ou la tangente inclinée dans les tables; ainſi cette viteſſe connue de la poudre (de la charge moyenne & connue du coup d'épreuve qui eſt auſſi connu), eſt à la viteſſe de la charge qu'on doit trouver.

Il ne reſte plus qu'à chercher cette quantité de poudre qui correſpond à cette viteſſe, elle ſera la charge du mortier qu'on doit pointer ſelon l'élévation qui donne le plus grand choc.

A meſure que les diſtances ſont plus grandes, les charges deviennent exhorbitantes par les hautes & par les baſſes élévations; car à meſure qu'on élevera les mortiers au-deſſus ou au-deſſous de 45 dégrés, il faut que les forces de la poudre augmentent, pour que la bombe tombe auſſi loin que ſous l'élévation de 45 dégrés, avec une charge moindre: ce qui eſt évident, puiſque la portée ſous l'élévation de 45 dégrés, avec une même quantité de poudre, eſt la plus grande : il ſuit de-là que pour frapper un plan incliné avec la plus grande force abſolue du choc de ſa bombe, il faut ſe rapprocher du but, changer toujours le mortier autant qu'il eſt poſſible, & le pointer ſous l'élévation qui donne le plus grand choc ſur le plan incliné, s'il eſt poſſible, ou ſon élévation qui approche le plus de celle-ci.

L'on verra déja par cette table une partie de la diminution des forces des percuſſions ſur une voute, qui eſt couverte d'un maſſif de maçonnerie; puiſque ce couvert oblige à battre la voute ſous une élévation moindre; il n'y a donc qu'à prendre la ligne de gauche à droite des percuſſions des voutes ſous l'élévation égale au complément de l'inclinaiſon du couvert, & l'on voit combien les percuſſions dans cette ligne ſont moindres que les percuſſions ſupérieures ſous une plus grande élévation.

J'y ai mis d'un côté les percuſſions du quart de cercle vertical GF (*Fig. XII.*), du côté de la batterie, & de l'autre les percuſſions qui ſont faites ſous chaque élévation, ſur le quart de cercle vertical GM, oppoſé à la batterie, par où l'on voit que les percuſſions diminuent inſenſiblement juſqu'à zero, lequel point ſera toujours un arc égal à la ſomme de 90 dégrés, & de l'arc de l'élévation : de ſorte que l'élévation de 10 dégrés ne peut battre qu'un arc de 100 égal à 10 dégrés de l'élévation, & à 90 dégrés : ce qui eſt évident, puiſque la différence de 100 à 10 étant 90, ſon complément ſera 0, & par conſéquent la percuſſion ſera nulle, & en-deſſus de 100 juſqu'à 180, les percuſſions ſont impoſſibles; car ajoutant à l'arc CF, l'arc de 90 dégrés CG*i*, la projection H*i* étant parallele à la projection CD, puiſqu'elle eſt la même, l'angle CD*i* étant droit, l'angle alterne D*il* le ſera auſſi; & par conſéquent la projection H*l* ſera tangente au point *i*; & par conſéquent on ne peut plus concevoir aucune projection entre M*il*, qui ſoit parallele à H*l*, ſans qu'elle coupe le cercle *i*M : dans les colonnes verticales qui prennent de haut en bas, l'on trouve les percuſſions de 10 en 10 dégrés d'élévation ſur un même point du demi cercle vertical de la voute en plein ceintre; & dans les colonnes horiſontales, qui prennent de gauche à droite, on trouve ſous chaque élévation de mortier de 10 en 10 dégrés toutes les percuſſions faites ſur les différens points du cercle vertical de la voute.

Cette table ne comprend que les percuſſions faites ſous une direction perpendiculaire à l'horiſontale du plan incliné; nous allons maintenant donner auſſi une table pour les percuſſions ſous une direction oblique à l'horiſontale du plan incliné, avec une même charge; mais il faut pour cela examiner encore mieux le méchaniſme des percuſſions.

CHAPITRE CINQUIE'ME.

De la Mécanique des percuſſions des Bombes, dans lequel on examine l'éfort d'un Plan contre la force du mouvement d'une Bombe, & les différens points des percuſſions ſur la ſurface des Bombes contre les Plans.

A Préſent qu'on ne conſidére plus le choc d'une ligne, mais celui d'un corps ſphérique, nous allons examiner les différences que les points de percuſſion pris ſur la ſurface de ces corps ſphériques, qui frappent ſur une voute, ou ſur un plan, doivent apporter; car de ce que nous avons établi dans le Chapitre précédent, il paroit que les angles d'incidence étant égaux ſous les mêmes élévations, les percuſſions doivent être égales ſur toutes ſortes de plans; mais il y a des réflexions à faire là-deſſus, que peu de perſonnes ont fait.

PROPOSITION PREMIERE.

Si une Bombe frappe un Plan horiſontal ſous toutes ſortes d'élévations, & de toutes ſortes de points de Batterie, elle le frappera toujours au même point de la direction de ſa gravité.

DE'MONSTRATION.

De quelle maniere que parte la bombe (*Fig.* 123.), ſon poids & ſa figure ſeront toujours de même; & de quelle maniere qu'elle ſorte du mortier, elle prendra toujours ſon équilibre; & par conſéquent la direction GP de ſa gravité ne variera jamais, & ſera toujours au même point P, d'autant qu'étant plus épaiſſe à ſon culot P, que vers l'empoulette R: une fois qu'elle a pris ſon équilibre, elle ne peut plus ſe balancer ſur ſon axe PG, *par les Mécaniques;* il n'eſt donc queſtion que de prouver qu'elle frappera toujours le plan

plan horisontal par son axe PG de gravité : ce qui est évident, puisque ne pouvant frapper le plan horisontal, que par son point d'attouchement, *par le troisiéme Livre d'Euclide*, elle doit former un angle droit GPC sur l'horisontale, ou la tangente PC du point de percussion ; mais parce que la direction PG est toujours perpendiculaire à l'horison par la nature des graves, & que PC est supposé horisontal, il s'ensuit que GP est toujours perpendiculaire au point P du plan, & parce que du centre de la bombe on ne peut tirer qu'une perpendiculaire au point P du plan de la bombe ; ce sera donc l'unique point qui puisse frapper sur le plan. C. Q. F. D.

PROPOSITION SECONDE.

Si une Bombe frappe d'un même point de Batterie, sur le même point d'une ligne inclinée, qui soit dans le Plan de sa projection, sous toutes les élévations possibles, elle le frappera toujours par le même point de sa surface.

DE'MONSTRATION.

Puisque la bombe doit frapper la ligne DN (*Fig.* 124.), qui est dans le plan de sa projection, il faut que le point C de sa percussion soit celui de l'attouchement ; & par conséquent que BC soit perpendiculaire au point C de son attouchement sur la ligne inclinée ND, elle ne peut donc plus le frapper par le point P de la direction de sa gravité, qui ne peut être perpendiculaire à une inclinée ; ce point C sera éloigné de P de tout l'arc PC de l'angle PBC, ou de son alterne CFD, à cause des deux paralleles BP, DF ; mais l'angle CFD, à cause de l'angle droit DFN, est le complément de l'arc de percussion OC, & est égal à l'angle CNF de l'inclinée NC avec l'horisontale NF, puisqu'ils sont tous deux complément de l'angle NDF, lequel angle CNF est toujours le même, puisqu'on suppose le même point C de percussion sur la voute, si c'est un cercle ou la même inclinaison CNF, si c'est une ligne inclinée, par conséquent l'arc PC sur la bombe sera toujours le même, à quelle hauteur que s'éléve la bombe, puisque le point P, *par la précédente*, ne variera point non plus que l'angle PBC ou DNF son égal. C. Q. F. D.

PROPOSITION TROISIE'ME.

Trouver le point de percuſſion d'une Bombe tirée ſnr un Plan incliné, d'un point de Batterie oblique à l'horiſontale du Plan.

Suppoſons qu'on ait tiré la bombe ſans élévation, & du but en blanc du point A (*Fig.* 125.), au point F du plan incliné GH, par une direction AF perpendiculaire à la ligne horiſontale DQ du plan incliné; la bombe le frapperoit au point F, qui eſt celui de ſa direction AF, ſi elle frappoit l'horiſontale PG, qui termine la ſurface du plan incliné; & ſi on tourne la batterie en B, la bombe ne frappera plus PG par le point F de ſa direction perpendiculaire ACF, & ce point F, qui eſt dans la bombe, ſera autant éloigné du point précédent F, que le point O l'eſt du point O, à cauſe des deux angles alternes OCO, *f*CF; & parce que l'angle *f*CF eſt complément de l'angle d'incidence CEF, il s'enſuit que le complément de l'arc AB ou OO, ſera l'angle d'incidence CEF, & que le complément de l'incidence ſera l'arc *f*F de la diſtance du point de direction *f*, au point F de la percuſſion, ſur le grand cercle OO*f*F de la bombe.

A préſent ſi nous conſiderons que la bombe ne peut frapper le plan, que par un point d'attouchement, & par conſéquent que le rayon CF doit être perpendiculaire à ce plan, nous verrons que par une direction horiſontale AF, elle ne peut frapper une horiſontale DQ quelconque dans le plan incliné GH par un grand cercle horiſontal; puiſque le plan GH étant incliné, une horiſontale AF ou *xy* ne peut lui être perpendiculaire; il faut donc que la bombe frappe le plan dans un point au-deſſous du grand cercle horiſontal *f*OOF; pour le trouver, ſuppoſons un grand cercle vertical qui paſſe par le point N de la direction de gravité de la bombe, & par le point F ſur ſon grand cercle horiſontal, éloigné du point *f* de ſa direction oblique B*f*, d'autant de dégrés qu'en contient l'arc AB ou OO.

Au lieu de conſiderer le cercle ONF*f* comme horiſontal, conſiderons-le comme s'il étoit ce cercle vertical; pour lors je dis que le point F de percuſſion dans le cercle vertical ſera éloigné du point N de la direction de gravité, d'autant de dégrés pris ſur ce cercle vertical NF, que la ligne inclinée GR avec l'horiſontale Gz en contient; or je dis que la bombe frappera ce plan par ce point ; & je prouve d'abord que c'est là son point d'attouchement, en prouvant qu'elle est perpendiculaire à une horisontale du plan incliné, & à la ligne inclinée qui la croise au point F de son attouchement.

Il est déja évident que le rayon CF est perpendiculaire à l'horisontale DQ, & puisque nous avons tiré un cercle vertical du point N au point F, ce cercle sera aussi perpendiculaire à l'horisontale du plan incliné; & par conséquent son secteur NV, qui est partie du plan du cercle vertical NFDO, *par le onziémé Livre d'Euclide ;* si nous nous ressouvenons que nous avons fait NV dans le cercle vertical égal à l'inclinaison du plan GD, avec l'horisontale Gz, la ligne CV, *par la précédente*, sera donc perpendiculaire à la ligne inclinée du plan ; &, *par le onzième Livre d'Euclide*, par conséquent a tout le plan incliné. C. Q. F. D.

Il suit de cette proposition, que lorsque la batterie change à tout autre point B, le point de percussion change aussi dans la bombe ; mais de quelle élévation que parte la bombe d'un même point de batterie A ou B, sur le plan incliné, elle le frappera toujours par un même point de chaque même point de batterie ; ce qui est bien évident, puisque de quelque hauteur que la bombe tombe, les plans de toutes les projections sous toutes les élévations, formeront un même angle d'incidence avec une horisontale du plan ; & par conséquent le point F ne changera point dans le cercle horisontal ; & de même de quelque hauteur que tombe la bombe, l'inclinaison du plan RGz ne changera jamais, ni par conséquent le point V de l'arc VF, pris dans le cercle vertical de la bombe, lequel en est le complément.

Il suit encore que si une bombe part d'un même point, quoique sous une même élévation, sur tous les points infinis d'un même cercle horisontal d'une voute sphérique, elle ne le frappera jamais au même point V pris dans la bombe, puisque le point F changera dans le grand cercle horisontal de la bombe, à mesure que l'angle d'incidence CEF changera, comme il doit changer, à mesure que les points des percussions changeront sur le cercle horisontal de la voute, par la differente inclinaison des tangentes ; mais l'arc NV, pris dans le cercle vertical de la bombe, sera toujours de la même grandeur, & ne fera que rouler à l'entour de l'axe de la direction de gravité DQ : de sorte que si la bombe frappe d'un même point de batterie sur tous les points infinis d'un même cercle horisontal de la voute, elle le frappera sur tous les points infinis d'un même cercle horiſontal de la bombe, & ce cercle dans la bombe ſera d'autant de dégrés au-deſſous d'un grand cercle horiſontal de la bombe, que le cercle horiſontal frappé de la voute ſera au-deſſus de ſon impoſte, & le point F (*Fig.* 126 & 127.), dans le cercle horiſontal de la bombe, ſera éloigné du point *f* de la direction du mortier, d'autans de dégrés que le point F dans le cercle horiſontal de la voute, ſera éloigné du point *f* de la direction ſur la voute : de ſorte que ſi la bombe frappe la voute de F en 2 (*Fig.* 126.), les points de percuſſion ſur la bombe ſeront de F en B (*Fig.* 127.).

Si la voute eſt frappée de 2 en O, les points de percuſſion ſur la bombe ſeront de B en E; & ſi la voute eſt frappée de O en 6, les points de percuſſion ſur la bombe ſeront de E en C; enfin ſi la voute eſt frappée de 6 en F, les points de percuſſion ſur la bombe ſeront de C en F, & parce qu'on peut prendre ſous le cercle vertical PRSQ de la bombe, autant de cercles horiſontaux CF, BE, qu'il y a des points infinis dans le cercle vertical NMFO du globe de la voute ſphérique; il s'enſuit que ſi une bombe frappe une voute ſphérique 206FNO, par tous ces points infinis, la bombe la frappera par tous ſes points infinis de ſon hémiſphére CFBE, S; car tous les points de percuſſion ſur le cercle vertical de la voute ONMF, ſeront ſemblablement placés ſur le cercle vertical BSQ de la bombe, & tous les points des percuſſions ſous les directions obliques qui ſeront ſur les cercles horiſontaux de la voute, ſeront ſemblablement placés ſur un ſemblable cercle horiſontal de la bombe.

L'on voit auſſi que ſi le cercle horiſontal 206F de l'impoſte de la voute eſt battu par tous ſes points infinis, les points de percuſſion ſeront ſemblablement placés ſur tous les points infinis du grand cercle horiſontal CFBE de la bombe.

REMARQUE.

Il faut obſerver qu'il y a deux directions differentes dans la bombe : la premiere direction eſt celle de ſon impulſion, qui eſt celle que nous avons conſideré juſqu'à préſent comme PC (*Fig.* 128.) : la ſeconde c'eſt celle de la gravité, comme OF.

Ces deux directions ſont toujours dans le plan de la projection ARM, AP, OC de la bombe : ſi elle tombe ſur un plan horiſontal ſous l'élévation de 90 dégrés, pour lors il ne reſte que la ſeule direction de sa gravité BF (*Fig.* 129.), & elle frappe le plan selon cette direction avec toute sa force absolue ; mais dans tous les autres cas la bombe ne peut frapper un plan avec sa force absolue ; car elle perdra, ou de la force de sa direction d'impulsion OM (*Fig.* 128.), ou de la force de la direction de gravité OF, ou de l'une & de l'autre.

Lorsque la bombe frappe obliquement un plan horisontal FN (*Fig.* 129.), par une projection oblique MN, elle le frappe toujours au même point F de sa gravité BF; & par conséquent avec toute la force absolue de cette direction; mais elle ne le frappera pas avec la force absolue de la direction d'impulsion MN, ce qui en diminue la percussion.

Lorsque la bombe frappe un plan incliné perpendiculairement par une direction OM (*Fig.* 128.), elle le frappe avec toute la force absolue de la direction d'impulsion OM; mais elle ne le frappe pas avec la force absolue de la direction de gravité OF.

Lorsque la bombe frappe sur un plan vertical, comme seroit une muraille ou une tour ronde, sous une élévation de 90 dégrés, alors il ne lui reste qu'une direction qui est celle de sa gravité; & elle touche seulement la verticale sur son grand cercle horisontal : de sorte que cette percussion AB (*Fig.* 130.), au point C, sera nulle, puisque la ligne FD ne s'oppose nullement à la direction AB de sa gravité, & qu'elle n'a plus de direction d'impulsion sous cette élévation.

Si la bombe frappe un plan vertical FD, par une projection, dont le plan soit perpendiculaire à une horisontale du plan vertical sous une élévation moindre de 90 dégrés, elle le frappera toujours au même point C de son grand cercle horisontal, sous quelle élévation qu'elle porte, pourvû que ce soit du même point de batterie, comme nous l'avons vû, pour lors elle perd toute sa force de sa direction de gravité AB, & ne le frappe qu'avec une partie bien affoiblie de son impulsion à proportion que l'angle d'incidence ACF = ODF sera aigu.

Il faut observer ici que si la bombe tombe entre deux plans verticaux GS, FD, comme seroit un puits sous une même direction, de sorte qu'elle puisse les frapper tous deux à la fois, le plan GRS du côté de la batterie, sera moins frappé que le plan FD, qui lui est opposé, quoique l'angle DOR d'incidence, ou MRG soit égal à l'angle d'incidence ODF ou ACF, parce que la muraille FD resiste bien plus au mouvement de la bombe qui va de O à D, que ne lui resiste la muraille OS, qui ne s'oppose aucunement à son passage; car l'impulsion OD l'emporte vers D dans le moment de sa percussion, sans que la muraille OS y puisse causer aucun obstacle, & sa gravité l'emporte vers B, sans qu'elle puisse non plus s'y opposer; & par conséquent la muraille GRS ne souffre aucun éfort contre le choc de la bombe : au lieu que la muraille DF empêche la bombe d'aller vers D, où elle ne peut aller sans la renverser.

Il faut faire la même observation sur un plan incliné; quoique les angles d'incidence BCM, ALM (*Fig.* 131.), fussent supposés égaux, & que la bombe s'élevât à la même hauteur, la percussion AL est plus forte que la percussion BC, à cause de la résistance du plan NM, contre la bombe qui est plus grande que la résistance MP contre la percussion BC; car il faut, ou que le corps MN, qui lui résiste, céde, ou que la bombe se brise, ou si les ressorts peuvent jouer, qu'elle ressaute vers LF; c'est-à-dire qu'elle retourne en arriere contre la direction de son impulsion, à moins qu'elle ne s'arrête, & qu'elle retombe par sa gravité; car le corps NM lui resiste, & s'oppose entierement à sa direction vers X; au lieu que le plan MP ne s'y oppose que fort obliquement; car la la bombe a moins de peine de détourner sa direction de C en D, que de L vers F, puisque son mouvement la porte de ce côté.

Lorsque la bombe frappe obliquement un plan incliné, nous venons de voir qu'elle le frappoit sur un petit cercle horisontal, autant éloigné de son grand cercle horisontal, que le plan est incliné vers la verticale, & sur un point D éloigné du point A de la direction AC (*Fig.* 132.) d'autant de dégrés que le point C de la batterie l'est du point M, ou ce qui est la même chose du complément ABD de son angle d'incidence BAD; or à mesure que le plan FN est moins incliné avec l'horisontale PF, le point C sera plus proche du grand cercle vertical de la bombe, & à mesure que la direction d'impulsion AC sera plus oblique à l'horisontale GN du plan incliné, le point D sera plus éloigné du point A, dans le cercle horisontal de la bombe; mais on démontrera dans le Chapitre suivant que plus ce point D sera hors du plan MRB de la projection, ou des deux directions RBC d'impulsion, & BL de la direction de gravité, & plus les directions perdront de leurs forces.

Pour rendre la chose plus sensible, supposons que la bombe ne frappe le plan incliné qu'au bord d'un couvert infiniment incliné avec la verticale AB (*Fig.* 133.), elle le frappera sur un point X infiniment proche de son grand cercle horisontal, & sur un point X infiniment éloigné de son point Q de sa direction de gravité PQ; de sorte que la direction de gravité sera quasi tangente au couvert, puisqu'elle le frappe quasi sur son grand cercle horisontal 1, 2, 3; le point X du couvert ne s'oppose aucunement au mouvement de gravité de la bombe PQ; puisqu'elle le frappe par son grand cercle horisontal; il s'oppose aussi fort peu à son mouvement d'impulsion MN; parce que le point X de percussion de la bombe est éloigné du point F de la bombe, presque de 90 dégrés; il se fait donc un lévier qui a son point d'appui au point X, sur lequel s'appuye la bombe; mais toute la bombe est emportée violemment par son impulsion MN imprimée à toutes ses parties vers N, par la direction 3z ou MN; elle est encore emportée par la direction de gravité PQ, imprimée à toutes ses parties vers M; il se fera un second lévier 1PX, qui a son point d'apui en X, la bombe se balancera donc sur son axe 1G vers O, par son mouvement de gravité, & cessera d'agir sur X: elle se balancera aussi en même tems sur son axe OX sur le même point d'apui X vers 7, par la direction de son impulsion 3F; de sorte qu'elle s'échappe du point X, & reprend son premier équilibre RX, en continuant sa course vers z, sans se détourner de beaucoup, & avec une petite résistance; car il n'y a presque que le seul équilibre interne des parties de la bombe qui s'y oppose, semblable à deux fardeaux d'un poids infini, qui seroient aux extrémités d'une balance: un seul grain de sable est capable de les mettre en mouvement avec une force infiniment petite: de même la bombe étant équilibrée sur son axe 1G ou oX, rencontre une résistance en X: elle céde dabord & tourne sur son axe; car il importe peu au mouvement acceleré de la bombe, que le point 1 soit plus haut ou plus bas; & il importe encore moins au mouvement d'impulsion de la bombe, que ce point 1 marche devant ou derriere, puisqu'un boulet parfaitement rond voltige incessamment, tandis qu'il tombe du haut en bas, où qu'il est tiré horisontalement ou obliquement, jusqu'à ce qu'il soit en repos, sans que cela détruise tout son mouvement: le point X a peu d'éfort à faire pour changer cette disposition de la bombe; & par conséquent la cause de l'éfort sera petite; mais la cause de cet éfort ne vient pas de la percussion de la bombe: donc cette percussion sera fort petite; si le point de la percussion au contraire est dans le plan de sa projection, alors la bombe ne se peut plus balancer ainsi sur son axe de gravité, puisque rien ne dérange son équilibre; il est pourtant vrai que la bombe peut se balancer sur l'axe de son impulsion; puisqu'il est libre en haut de suivre son mouvement, & qu'il est retenu en bas par le plan; mais ces sortes de projections sont ordinairement sur des plans horisontaux, par des élévations moindres de 90 dégrés, ou sur des plans verticaux ou inclinés, sous une élévation moindre de 90; mais par une direction perpendiculaire à une horisontale du plan, & pour lors le corps s'oppose au mouvement de l'impulsion.

L'on voit par là combien une voute sphérique est moins sujette aux violentes percussions que la voute oblongue, puisqu'il n'y a que le cercle vertical qui est dans le plan de sa projection, qui puisse être battu directement, & que les points de percussion de la bombe seront tous hors de son cercle vertical de sa projection, dès qu'elle frappera la voute sphérique hors du cercle vertical, qui est dans le plan de la projection de la bombe; ainsi que nous le verrons encore plus au long dans la suite de cet ouvrage.

REMARQUE SECONDE.

Si une bombe part sous une élévation plus grande que l'angle d'inclinaison du plan avec la verticale, son point d'attouchement O (*Fig.* 134.), sera en-dessus du point G de sa direction; car puisque l'angle de l'élévation ABP est plus grand que l'angle OPX de l'inclinaison du plan avec la verticale, son complément PXB sera moindre que l'angle PXO, qui est le complément à l'angle OPX: donc l'arc G8 sera plus petit que l'arc O8; & par conséquent le point G sera en-dessus du point O d'attouchement. C. Q. F. D.

Si elle part sous une élévation égale à l'inclinaison OPX du plan OP avec la verticale PX, le point d'attouchement sera au point O de la direction RO, & si elle part sous un angle d'élévation, par la direction MN moindre que l'angle OPX, le point O de l'attouchement sera en-dessous du point N de la direction, ce qui se démontre de la même maniere.

Si le plan incliné *zp* est du côté opposé à la batterie, il y aura cette différence que la direction ne peut jamais être perpendiculaire au plan incliné, & que son angle d'incidence en sera toujours aigu, son élévation doit être plus grande, ou tout au moins égale

égale à l'inclinaiſon du plan *zp* avec l'horiſontale *p*, &c. mais le point z d'attouchement dans la bombe ſera toujours également éloigné du point 8 de la direction de gravité de la bombe d'autant de dégrés qu'en contiendra l'angle d'inclinaiſon *zp* avec l'horiſontale *p*, & le point z d'attouchement ſera en-deſſus du point de la direction d'impulſion ; & de même que nous l'avons obſervé dans la voute : ſi l'élévation eſt égale à l'inclinaiſon du plan, le point de percuſſion dans la bombe ſera éloigné de 90 dégrés du point de la direction, qui ſera pour lors parallele par conſequent au plan incliné *zp* : ſi la bombe part ſous un angle moindre, la percuſſion ſera impoſſible.

Lorſque le point d'attouchement O eſt en-deſſous du point N de la direction d'impulſion, la bombe aura ſon point d'apui au point O ; & pour lors il faut examiner le lévier recourbé MXO, la direction d'impulſion MXN pouſſe la bombe contre RF, & le plan la repouſſe contre R ; de ſorte que n'y ayant rien qui empêche la bombe de ſe mouvoir ſur ſon point O ; elle s'éléve ſur ce point d'apui en s'approchant contre F, & ſon axe V8 ſe balance, de ſorte que V s'approche de F, & 8 s'éloigne de G; la direction de gravité VP agit auſſi de ſon côté ; car il ſe fait un autre lévier recourbé CXO, qui a ſon point d'apui en O, & tout le poids, & toute la viteſſe acquiſe de la bombe agiſſent violemment, pour la faire deſcendre vers z ; de ſorte qu'elle tend à faire contrebalancer V8 de F en V, & à faire deſcendre M vers C, & V vers A; mais nous venons de dire que la direction d'impulſion MXN agit dans un ſens contraire ; donc il ſe doit faire ici une deſtruction de force, & la bombe ſe trouve balancée ſur ſon point O, ſur le plan qui ſoutient cet éfort ; & par conſéquent la réſiſtance qu'il doit oppoſer eſt plus grande, &, *prenant les cauſes pour les effets*, les percuſſions plus fortes ; au contraire ſi le point d'attouchement O, eſt en-deſſus du point G, il y aura une bien moindre réſiſtance du côté du mouvement de la bombe.

Il faut conſiderer ici le lévier recourbé AXO, qui a ſon point d'apui en O, & la direction d'impulſion pouſſe la bombe vers B, pour la faire deſcendre vers P ; de ſorte que les deux forces, & d'impulſion & de gravité, agiſſent de concert contre la bombe, pour la pouſſer vers P, puiſque le lévier CXO de la gravité de la bombe a auſſi ſon point d'apui en O, & pouſſe la bombe par la direction de gravité VP, pour la faire deſcendre en P ; & cela avec autant plus de viteſſe, que la direction d'impulſion AB eſt moins inclinée avec la verticale VX, & que la bombe tombe de plus haut : quelle résistance peut apporter le point O ? fort peu ; car il importe peu pour le mouvement de gravité VP de la bombe, que le point C soit plus haut ou plus bas, elle se balancera donc comme nous l'avons déja dit sur son axe de gravité VP sur son point O, qui s'échappe du point O du plan, & laisse voler la bombe de O vers P, ou bien la fera ressauter, si les ressorts des corps peuvent jouer ; & parce que la bombe ne s'arrête pas sur ce point O, ce point ne fait qu'un petit éfort contre la bombe ; & par conséquent la percussion, *en prenant les causes pour les effets*, sera moindre. C. Q. F. D.

REMARQUE TROISIE'ME.

Puisqu'à mesure que la bombe frappera le plan incliné AM (*Fig.* 135.), par une direction GF inclinée à la ligne horisontale AC du plan, nous avons vû qu'elle le frappe dans un point B éloigné du point N de son impulsion, d'autant de dégrés qu'en contient l'angle FDB complément de l'angle d'incidence DFB ou 3D4 son égal : les éforts des impulsions des bombes contre les plans, seront donc dans la raison du Sinus de l'arc QN ou O4 son égal, ou ce qui est la même chose du Sinus de l'angle d'incidence DFB.

Si la bombe frappoit le plan par une direction QD5 parallele à l'horisontale du plan, l'éfort de l'impulsion seroit nul, si la bombe n'avoit point d'élévation, & l'éfort de la gravité seroit nul, si le plan étoit vertical ; il ne restera donc pour lors, & de l'une & de l'autre de ces deux forces, qu'autant que la bombe partira sous une plus grande élévation, & que le plan sera incliné avec la verticale.

Si la bombe étoit élevée de 90 dégrés, n'ayant plus de mouvement d'impulsion, pour lors il ne resteroit que sa direction de gravité, qui seroit dans la raison du Sinus de son arc vertical entre son grand cercle horisontal, & le point de son attouchement, à mesure qu'elle partira sous une élévation au-dessus de la direction horisontale, en s'approchant de la direction verticale de 90 dégrés, elle reprendra la force de la gravité & de son impulsion, jusqu'à ce qu'étant élevée à 90 dégrés, il ne lui reste plus que sa gravité : l'élévation de la bombe entre donc dans la composition de la raison de son mouvement, & de gravité & d'impulsion.

La force d'une percussion sur un plan incliné FR (*Fig.* 137.), ſous une direction perpendiculaire PC2 à une horiſontale OL du plan incliné, eſt en raiſon du Sinus de l'arc vertical compris entre le grand cercle horiſontal 1, 3, 2. de la bombe, & ſur ſon point O d'attouchement (ou bien du Sinus de l'angle FQA de l'inclinaiſon du plan avec ſa verticale, que nous avons démontré être égal à l'arc O2,), & du Sinus d'incidence de la direction G*b* ſur la ligne inclinée *b*K du plan RF.

Car par rapport au mouvement d'impulſion G*b*, elle eſt en raiſon du Sinus de complément de l'arc 2B, c'eſt-à-dire du Sinus de l'angle C*b*L d'incidence, comme on vient de le voir, & par rapport à la gravité CM, elle eſt en raiſon du Sinus de l'arc O : 2 ſur le grand cercle vertical 1BO2, compris entre le grand cercle horiſontal 1, 3, 2 de la bombe, & le point O d'attouchement; ainſi qu'on vient de le remarquer.

REMARQUE QUATRIE'ME.

Puiſque la bombe ſe balance ſur ſon point d'apui A (*Fig.* 138.), lorſque ſa direction, ou de gravité CG, ou d'impulſion NM, ne ſont point dans ſon point A d'attouchement; il s'enſuit que plus ce point A ſera éloigné du point G de gravité, plus le lévier CD, qui répond au point A ſera grand; or plus ce lévier ſera grand, plus le lévier DX le ſera auſſi; & par conſéquent la bombe apuyera moins ſur le point A par ſa gravité; & cela dans la raiſon de CV, ou CX à CD; puiſqu'il ne reſte que le ſegment AVQD, contre QBGGA, & le lévier DX contre le lévier DV; or plus le point A ſera près de G, plus la gravité CG fera d'éfort contre A; on comprend que l'éfort que la gravité fait ſur le plan au point A, ſera dans la raiſon des lignes AD ou CF; puiſque plus ces lignes ſeront grandes, plus le point A ſera près du point G; & par conſéquent plus le lévier DA ſera grand, auſſi bien que le ſegment AVQD, qui doit équilibrer le mouvement contre QXGA : mais les lignes AD, ne ſont autres que le Sinus des arcs AV, & les arcs AV ne ſont autres eux-mêmes que les arcs correſpondants à ces lignes; donc la force de la bombe, par rapport à la direction de la gravité, augmentera ou diminuera à meſure que les Sinus des arcs AV augmenteront ou diminueront.

En ſecond lieu, plus le point A d'attouchement ſera éloigné du point M de l'impulſion, plus le lévier C5 ou A1 ſon égal ſera long; mais plus 5C ſera grand, plus 2, 5 ſera petit; & par conſéquent le lévier 3, 5 sera beaucoup plus grand que 5, 2; & le segment XBQAGX, qui doit être équilibré par l'impulsion NM, contre le segment x2GAX, sera beaucoup plus grand que celui-ci; or plus le point A est proche du point M, & plus la ligne 5A sera grande, aussi bien que 2, 5; mais plus 2, 5, sera grand, & plus la force de l'impulsion le sera aussi : l'on voit de même comme la force d'impulsion augmentera à mesure que ces lignes A5 ou 1C augmenteront; mais les lignes 1C ou A5 sont les Sinus de complément des arcs AM; donc la force de percussion, par rapport à l'impulsion, augmentera ou diminuera à mesure que les Sinus de complément des arcs AM, où ce qui est la même chose, à mesure que les Sinus des angles d'incidence de la projection d'impulsion NM, sur le plan incliné, augmenteront ou diminueront, puisque cet angle est le complément de l'arc AM.

Nous avons vû, *dans cette Proposition troisiéme*, que les points de percussion rouleront à l'entour du cercle correspondant de la bombe, à mesure que les percussions se feront à l'entour du cercle horisontal de la voute correspondant, l'angle d'incidence diminuera sur le cercle horisontal de la voute (*Fig.* 126.), en même raison qu'il diminuera depuis F à 6, il diminuera de F à 2; & dans la même raison qu'il diminuera de 2 vers O, il diminuera aussi de 6 vers O; de sorte qu'à mesure que la percussion s'approchera du point O, l'angle d'incidence sous cette élévation sur ce cercle au point O, qui est diametralement opposé au point F, sera reduite à zero, parce que sa direction sera parallele à la tangente du cercle au point O : si la bombe frappe la voute sur un autre cercle, au-dessus de son cercle correspondant à cette élévation ; c'est-à-dire qui soit moins éloigné de l'imposte de la voute, ou du grand cercle horisontal de la bombe, que l'arc de complément de l'élévation : alors la bombe frappera sur ce cercle jusqu'à un certain point X, au-delà duquel la percussion sur ce cercle horisontal de la voute & de la bombe sera impossible, parce que l'inclinaison de la tangente avec l'horisontale, sera plus grande que celle de la direction de la bombe avec l'horisontale, *par le Chapitre précédent* : pour trouver ce point X, au-delà duquel la bombe ne pourroit plus frapper sur un cercle horisontal de la voute sous une même élévation : j'ai construit une table des angles de la tangente de la courbe de projection sur la ligne oblique du plan incliné correspondant, & lequel est tangent au point de percussion du cercle de la voute, qui est dans le plan de la projection : or pour connoître la valeur de cet angle, nous sçavons qu'il est égal (dans la projection EAB (*Fig.* 139.), perpendiculaire à l'horisontale du plan), à l'angle ABC, qui est celui de l'élévation, & à l'angle CBM, qui est celui de l'inclinaison du plan avec l'horisontale CB; &, *par la onziéme Proposition du Chapitre premier, Section seconde de cette troisiéme Partie*, nous savons que lorsque la parabole de projection EPBC, a tourné horisontalement sur son point B de E en F, par un angle EBF de 90 dégrés, l'angle d'incidence FBO est égal à celui de l'élévation ABC; de sorte qu'il diminuera de toute l'inclinaison CBM; or cette diminution se fait également & proportionnellement au nombre des dégrés de l'arc ENF; il n'y a donc qu'à voir combien elle diminuera à chaque dégré de sa circonvolution ENF, supposons que l'angle CBM soit égal à 90 dégrés, l'angle diminuera de 80 dégrés, à mesure qu'il s'approchera de E vers F, c'est-à-dire de $\frac{8}{9}$ par dégrés, & par conséquent de 8 dégrés sur 9.

Supposons l'élévation de 30 dégrés au point 2 (*Fig.* 140.), il ne lui doit rester que cet angle d'élévation: de sorte qu'il ne peut diminuer de 2 à 4, que de cette élévation de 30 dégrés, pour trouver l'arc 2X de circonvolution correspondant à ces 30 dégrés de diminution; on doit dire, 80 de diminution donnent 90 dégrés de circonvolution, que doivent donner 30 dégrés de diminution; on trouvera qu'ils donneront 33 dégrés $\frac{3}{4}$ de circonvolution, lesquels joints à 90, qu'il y a de 1 à 2, le point X sera donc éloigné de 123 dégrés $\frac{3}{4}$ du point 1, ou de 33 $\frac{3}{4}$ du point 2, la bombe ne fera que raser la ligne de l'inclinaison du plan au point X, *dans la Fig.* 126; & par conséquent elle est nulle, & de X à O les percussions sont impossibles; c'est sur ce principe que l'on a calculé la table suivante des angles d'incidence des projections obliques sur un cercle horisontal d'une voute sphérique, ou des percussions obliques sur une ligne horisontale également éloignée des impostes de la voute oblongue, ou à berceau; car les percussions faites du point *m* de batterie (*Fig.* 141.), sur un point X, du cercle horisontal d'une voute, sont égales aux percussions faites de la même maniere du point *n* de l'arc semblable *mn* opposé à l'angle X R*g*, ou semblable à l'arc X*g* du cercle de la voute, sur le point *g* de la tangente AB, pris sur le plan dans l'alignement du centre R, & du point *m* de la batterie directe R*m*; c'est-à-dire que si l'on tire sur un plan incliné AB, par une projection perpendiculaire à l'horisontale AB du plan incliné, & que l'on tire sur le même point *g*, du point 12, l'angle A*gn* sera égal à l'angle *m*XO.

de la projection oblique *m*X sur l'arc *g*X, semblable à l'arc *mn*, faite du point *m* sur le point X, & autant de points différens *n* on prendra sur l'arc, & même tout le cercle *m*, *n*, *o*, &c. (de sorte que les points soient semblables à d'autres points X du cercle horisontal de la voute), les percussions faites sur le point semblable X, du cercle de la voute du point de batterie *m*, seront semblables aux percussions faites depuis le point *n* pris sur la courbe *m*, *n*, *o*, sur un même plan AB : il suffit, pour le démontrer, de faire voir que l'angle A*gn* sera égal à l'angle d'incidence *mxo* ; ce qui est évident, le côté *n*X est égal au côté *mg*, puisque si des deux lignes R*n*, RM, égales comme rayons du grand cercle *mn*, *no*, nous en ôtons les lignes égales RX, R*g*, & restera les lignes égales *n*X, *gm* ; le côté A*g* est la tangente de l'arc *g*X ; le côté X*o* est la tangente du même arc *g*X ; donc ils sont aussi égaux : le côté *gn* est aussi égal au côté *m*X ; car dans le triangle *n*R*g*, R*xm*, R*n*, R*m*, sont égales, RX, R*g*, comme rayons du même cercle, le sont aussi ; l'angle XR*g* leur est commun ; donc *xm*, *ng* sont égales : donc les trois côtés du triangle A*ng* sont égaux aux trois côtés du triangle *m*X*o*, & par conséquent les angles aussi. C. Q. F. D.

Il suit que si l'on tire sur un même point X (*Fig.* 142.), de tous les points d'un cercle M & N, pris à l'entour de ce point sous une même élévation, les percussions faites sur ce même point X, sous cette élévation, de tous les points du cercle MN, dont le centre est le point X, seront égales à toutes les percussions faites sous la même élévation, depuis un même point F de batterie (*Fig.* 143.), sur tous les points du cercle horisontal ADC de la voute sphérique, lequel cercle doit être supposé autant éloigné de l'imposte, que l'inclinaison du plan X *de la Fig.* 142. *précédente*, avec la verticale contient de dégrés.

Car les percussions étant supposées dans la raison des Sinus des incidences, & les angles d'incidence étant égaux, les percussions en seront égales.

Il suit encore que si l'on tire d'un point F, sous toutes les élévations possibles, sur tous les points du cercle vertical GXD ou GXM de la voute sphérique, les percussions seront semblables à celles qui seront faites sur tous les points infinis de la voute oblongue, sous toutes les élévations possibles, depuis le semblable point M & N, pris sur le cercle MN des batteries, *de la Fig.* 142, si du point F l'on tire sur tous les points infinis de la voute sphérique, sur toutes les élévations, les percussions seront semblables à toutes les percuſſions qu'on peut faire ſur tous les points infinis de la voute oblongue, *de la Fig.* 142, ſous toutes les élévations poſſibles, & de tous les points infinis de batterie qu'on peut prendre à l'entour; car toutes les percuſſions MX, NX, *dans la Fig.* 142, faites d'un même point de batterie ſur tous les points infinis de la voute oblongue, ſont égales aux percuſſions faites de la même maniere ſur ſon cercle vertical, *par la Propoſition neuviéme, Chapitre premier de la ſeconde Partie,* & toutes celles qui ſont faites ſur les points ſemblables du cercle vertical DXG, MXG du point F, ſur la voute ſphérique, ſont ſemblables aux percuſſions faites de la même maniere ſur un cercle vertical 1y5 ou 3y5, *de la Fig.* 142, ou quelqu'autre de la voute oblongue (car ici les différens cercles verticaux n'importent en rien, puiſque toutes les percuſſions faites d'un même point ſur un point ſemblable des verticaux, & faites de la même maniere dans la ſphérique, que dans la voute oblongue ſont égales); mais d'un point de batterie N éloigné de M, d'autant de dégrés que le cercle vertical DGX eſt éloigné de M ſur la voute ſphérique; de ſorte que l'arc DM ſoit ſemblable à l'arc MN *de ſa Fig.* 142.

L'on voit quelle différence il y a des percuſſions d'une batterie ſur la voute ſphérique, & la voute oblongue; puiſque tous les points de la voute oblongue peuvent être battus d'un même point M (*Fig.* 142.), avec toute la force des percuſſions faites ſur le cercle vertical GXM de la voute ſphérique oppoſé à la batterie; au lieu qu'à celle-ci, il n'y a que le cercle vertical qui puiſſe être battu avec la force de tous les cercles verticaux de la voute oblongue, & tous les autres perdent infiniment de leurs forces, comme nous le verrons dans la table ſuivante, *des angles d'incidence des bombes tirées ſous toutes les élévations ſur un cercle vertical, &c.*

Je n'ai pas donné dans ces tables, pour les cercles horiſontaux, les éforts des percuſſions, comme je l'ai fait pour le cercle vertical dans la précédente, parce qu'il ſuffit de connoître l'angle d'incidence, dont le Sinus eſt le rapport de la force du choc ſur un arc d'un cercle horiſontal.

Les cellules qui ſont dans les colonnes horiſontales de gauche à droite, indiquent la diminution de l'angle d'incidence ſous un même dégré d'élévation, à meſure que la bombe frappe un arc different du cercle horiſontal d'une voute ſphérique.

L'on voit dans la colonne verticale du bas en haut, la diminution de l'angle d'incidence ſur un même arc d'un cercle horisontal, sous les differentes élévations de 10, de 20, de 30, &c. dégrés.

La premiere colonne marque les percussions sur une voute oblongue, d'un point de batterie perpendiculaire à l'imposte de la voute, lesquelles sont égales sur toute l'étendue de la voute à celles de cette colonne, dont le dessus commence par zero, c'est-à-dire que la batterie n'est point oblique.

L'on peut voir la différence des percussions sur une voute sphérique avec celle qui est oblongue, en comparant la premiere colonne des angles d'incidence avec toutes les autres, qui sont à droite de celle-ci.

Cette table *des angles d'incidence des bombes tirées sous les élévations de* 10 *en* 10 *dégrés, sur les arcs d'un cercle horisontal de* 10 *en* 10 *dégrés, éloigné de l'imposte d'une voute sphérique de* 10 *&* *de* 30 *dégrés*, est fondée sur ce principe; l'on considére l'angle d'incidence de la bombe sur l'arc vertical de la voute qui est dans le plan de projection; cet angle est formé par la tangente de la parabole de la projection, & par la tangente de l'arc de la voute qui est dans le plan de la projection: le premier nombre de chaque cellule marque le nombre des dégrés de cet angle; & lorsque l'arc vertical de la voute sur lequel se fait la percussion est dans le plan de la projection, pour lors cet angle est le complément de la différence de l'arc de l'élévation à l'arc de percussion; comme si nous cherchons cet angle d'incidence sur un arc de 10 dégrés, par une bombe tirée sous l'élévation de 30 dégrés, on trouve dans la cellule qui répond à ces deux nombres 110 = 70 dégrés, pour cet angle d'incidence d'une bombe tirée sous l'élévation de 30 dégrés à 10 dégrés est 20 dégrés, dont le complément est 70; de sorte que cette tangente de la courbe de la projection sous l'angle de 30 dégrés, formera un angle de 70 dégrés sur la tangente de l'arc de 10 dégrés qui est dans le plan de la projection.

A présent, comme l'on doit connoître l'angle d'incidence sous cette même élévation de 30 dégrés, sur tous les points du même cercle horisontal éloigné de l'imposte de la voute de 10 dégrés, lesquels changeront à mesure que les arcs verticaux de percussion s'éloigneront du cercle vertical de la voute, qui est dans le plan de la projection, ainsi que nous l'avons démontré dans la raison des dégrés même du cercle horisontal: on considére pour cela l'angle d'inclinaison de la tangente de l'arc de percussion, lequel étant éloigné de l'imposte de 10 dégrés, aura par conséquent un angle

TABLE des Angles d'Incidence des Bombes tirées sous les Elévations de 10 en 10 Dégrés sur les Arcs d'un Cercle horisontal de 10 en 10 Dégrés, éloigné de l'Imposte d'une Voûte sphérique de 10 Dégrés.

ANGLES D'INCIDENCE SUR LE CERCLE DE 10 EN 10 DE'GRE'S.

Elévations des Bombes de dix en dix Dégrés.

0	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
10	90	$81:\frac{1}{9}$	$72:\frac{2}{9}$	$63:\frac{3}{9}$	$54:\frac{4}{9}$	$45:\frac{5}{9}$	$36:\frac{6}{9}$	$27:\frac{7}{9}$	$18:\frac{8}{9}$	10	$1:\frac{1}{9}$	0 $101:\frac{1}{4}$							
20	100	$91:\frac{1}{9}$	$82:\frac{2}{9}$	$73:\frac{3}{9}$	$64:\frac{4}{9}$	$55:\frac{5}{9}$	$46:\frac{6}{9}$	$37:\frac{7}{9}$	$28:\frac{8}{9}$	20	$11:\frac{1}{9}$	$2:\frac{2}{9}$	0 $112:\frac{1}{2}$					Per	
30	110	$101:\frac{1}{9}$	$92:\frac{2}{9}$	$83:\frac{3}{9}$	$74:\frac{4}{9}$	$65:\frac{5}{9}$	$56:\frac{6}{9}$	$47:\frac{7}{9}$	$38:\frac{8}{9}$	30	$21;\frac{1}{9}$	$12:\frac{2}{9}$	$3:\frac{3}{9}$	0 $123:\frac{3}{4}$				cussions	
40	120	$111:\frac{1}{9}$	$102:\frac{2}{9}$	$93:\frac{3}{9}$	$84:\frac{4}{9}$	$75:\frac{5}{9}$	$66:\frac{6}{9}$	$57:\frac{7}{9}$	$48:\frac{8}{9}$	40	$31:\frac{1}{9}$	$22:\frac{2}{9}$	$13:\frac{3}{9}$	$4:\frac{4}{9}$	0 135:			impossi	
50	130	$121:\frac{1}{9}$	$112:\frac{2}{9}$	$103:\frac{3}{9}$	$94:\frac{4}{9}$	$85:\frac{5}{9}$	$76:\frac{6}{9}$	$67:\frac{7}{9}$	$58:\frac{8}{9}$	50	$41:\frac{1}{9}$	$32:\frac{2}{9}$	$23:\frac{3}{9}$	$14:\frac{4}{9}$	$5:\frac{5}{9}$	0 $146:\frac{1}{4}$		bles.	
60	140	$131:\frac{1}{9}$	$123:\frac{2}{9}$	$113:\frac{3}{9}$	$104:\frac{4}{9}$	$95:\frac{5}{9}$	$86:\frac{6}{9}$	$77:\frac{7}{9}$	$68:\frac{8}{9}$	60	$51:\frac{1}{9}$	$42:\frac{2}{9}$	$33:\frac{3}{9}$	$24:\frac{4}{9}$	$15:\frac{5}{9}$	$6:\frac{6}{9}$	0 $157:\frac{1}{2}$		
70	150	$141:\frac{1}{9}$	$132:\frac{2}{9}$	$123:\frac{3}{9}$	$114:\frac{4}{9}$	$105:\frac{5}{9}$	$96:\frac{6}{9}$	$87:\frac{7}{9}$	$78:\frac{8}{9}$	70	$61:\frac{1}{9}$	$52:\frac{2}{9}$	$43:\frac{3}{9}$	$34:\frac{4}{9}$	$25:\frac{5}{9}$	$16:\frac{6}{9}$	$7:\frac{7}{9}$	0 $168:\frac{3}{4}$	
80	160	$151:\frac{1}{9}$	$142:\frac{2}{9}$	$133:\frac{3}{9}$	$124:\frac{4}{9}$	$115:\frac{5}{9}$	$106:\frac{6}{9}$	$97:\frac{7}{9}$	$88:\frac{8}{9}$	80	$71:\frac{1}{9}$	$62:\frac{2}{9}$	$53:\frac{3}{9}$	$44:\frac{4}{9}$	$35:\frac{5}{9}$	$26:\frac{6}{9}$	$17:\frac{7}{9}$	$8:\frac{8}{9}$	0 180
90	170	$161:\frac{1}{9}$	$152:\frac{2}{9}$	$143:\frac{3}{9}$	$134:\frac{4}{9}$	$125:\frac{5}{9}$	$116:\frac{6}{9}$	$107:\frac{7}{9}$	$98:\frac{8}{9}$	90	$81:\frac{1}{9}$	$72:\frac{2}{9}$	$63:\frac{3}{9}$	$54:\frac{4}{9}$	$45:\frac{5}{9}$	$36:\frac{6}{9}$	$27:\frac{7}{9}$	$18:\frac{8}{9}$	10

ANGLES d'Incidence des Bombes tirées sous les Elévations de 10 en 10 Dégrés sur les Arcs d'un Cercle horisontal de 10 en 10 Dégrés, éloigné de 30 Dégrés de l'Imposte d'une Voûte sphérique.

ANGLES D'INCIDENCE SUR UN CERCLE HORISONTAL DE 10 DE'GRE'S EN 10 DE'GRE'S.

Elévations des Bombes de dix en dix Dégrés.

0	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
10	70	$63:\frac{1}{3}$	$56:\frac{2}{3}$	50:	$43:\frac{1}{3}$	$36:\frac{2}{3}$	30	$23:\frac{1}{3}$	$16:\frac{2}{3}$	10	$3:\frac{1}{3}$	0 105							
20	$80:\frac{2}{3}$	$73:\frac{1}{3}$	$66:\frac{2}{3}$	60	$53:\frac{1}{3}$	$46:\frac{2}{3}$	40	$33:\frac{1}{3}$	$26:\frac{2}{3}$	20	$13:\frac{1}{3}$	$6:\frac{2}{3}$	0 120						
30	90	$83:\frac{1}{3}$	$76:\frac{2}{3}$	70	$63:\frac{1}{3}$	$56:\frac{2}{3}$	50	$43:\frac{1}{3}$	$36:\frac{2}{3}$	30	$23:\frac{1}{3}$	$16:\frac{2}{3}$	10	$3:\frac{1}{3}$	0 135				
40	100	$93:\frac{1}{3}$	$86:\frac{2}{3}$	80	$73:\frac{1}{3}$	$66:\frac{2}{3}$	60	$53:\frac{1}{3}$	$46:\frac{2}{3}$	40	$33:\frac{1}{3}$	$26:\frac{2}{3}$	20	$13:\frac{1}{3}$	$6:\frac{2}{3}$	0 0			
50	110	$103:\frac{1}{3}$	$96:\frac{2}{3}$	90	$83:\frac{1}{3}$	$76:\frac{2}{3}$	70	$63:\frac{1}{3}$	$56:\frac{2}{3}$	50	$43:\frac{1}{3}$	$36:\frac{2}{3}$	30	$23:\frac{1}{3}$	$16:\frac{2}{3}$	10	$3:\frac{1}{3}$	0 165	
60	120	$113:\frac{1}{3}$	$106:\frac{2}{3}$	100	$93:\frac{1}{3}$	$86:\frac{2}{3}$	80	$73:\frac{1}{3}$	$66:\frac{2}{3}$	60	$53:\frac{1}{3}$	$46:\frac{2}{3}$	40	$33:\frac{1}{3}$	$26:\frac{2}{3}$	20	$13:\frac{1}{3}$	$6:\frac{2}{3}$	0 180
70	130	$123:\frac{1}{3}$	$116:\frac{2}{3}$	110	$103:\frac{1}{3}$	$96:\frac{2}{3}$	90	$83:\frac{1}{3}$	$76:\frac{2}{3}$	70	$63:\frac{1}{3}$	$56:\frac{2}{3}$	50	$43:\frac{1}{3}$	$36:\frac{2}{3}$	30	$23:\frac{1}{3}$	$16:\frac{2}{3}$	10
80	140	$133:\frac{1}{3}$	$126:\frac{2}{3}$	120	$113:\frac{1}{3}$	$106:\frac{2}{3}$	100	$93:\frac{1}{3}$	$86:\frac{2}{3}$	80	$73:\frac{1}{3}$	$66:\frac{2}{3}$	60	$53:\frac{1}{3}$	$46:\frac{2}{3}$	40	$33:\frac{1}{3}$	$26:\frac{2}{3}$	20
90	150	$143:\frac{1}{3}$	$136:\frac{2}{3}$	130	$123:\frac{1}{3}$	$116:\frac{2}{3}$	110	$103:\frac{1}{3}$	$96:\frac{2}{3}$	90	$83:\frac{1}{3}$	$76:\frac{2}{3}$	70	$63:\frac{1}{3}$	$56:\frac{2}{3}$	50	$43:\frac{1}{3}$	$36:\frac{2}{3}$	30

angle de 10 dégrés pour l'inclinaiſon de ſa tangente avec la verticale, *par la Propoſition premiere, Chapitre ſecond de la premiere Section de cette troiſiéme Partie ;* & par conſéquent ſon complément 80 dégrés, ſera l'angle d'inclinaiſon de cette tangente avec l'horiſontale ; & parce que l'angle d'incidence diminuera de tout cet angle d'inclinaiſon du plan avec l'horiſontale, ſur un arc de 90 dégrés du cercle horiſontal : il s'enſuit que pour trouver la diminution de cet angle d'incidence de 10 en 10 dégrés ſur le cercle horiſontal, il faut faire cette analogie 90, 80 : : 10, 8, $+\frac{8}{9}$; c'eſt-à-dire comme le quart de cercle de 90 dégrés, eſt à la diminution totale de toute l'inclinaiſon du plan de 80 dégrés ; ainſi l'arc de 10 dégrés ſera à la diminution de l'incidence ſur cet arc, laquelle ſera de 8 dégrés $\frac{8}{9}$ de 10 en 10 dégrés : il ne reſte plus qu'à ôter cette différence de l'arc de 110 dégrés, pour avoir l'angle d'incidence ſur ce 10^e^ dégré du cercle horiſontal 101 & $\frac{1}{9}$, & de rechef ſi l'on ôte cette différence $8+\frac{8}{9}$ de $101+\frac{1}{9}$, on aura l'angle d'incidence ſur le 20^e^ dégré du cercle horiſontal, lequel ſera $92+\frac{2}{9}$; & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'il ne reſte rien ; on continuera à ôter 8 dégrés $\frac{8}{9}$ de l'angle d'incidence, pour l'angle d'incidence immédiatement ſuivant de 10 en 10 dégrés.

C'eſt de cette maniere qu'on a trouvé tous les autres angles d'incidence par toutes les élévations de 10 en 10 dégrés ſur ce cercle horiſontal éloigné de 10 dégrés de l'impoſte d'une voute ſphérique.

Lorſqu'on eſt parvenu à zero, on trouve dans cette cellule au-deſſous du zero un nombre, lequel marque l'arc du cercle horiſontal, ſur lequel ſe termine la percuſſion poſſible ſur ce cercle : par exemple par l'élévation de 30 dégrés, on voit que l'on ne peut battre que 123 dégrés $\frac{3}{4}$ de ce cercle, tandis que par l'élévation de 80, on le bat tout entier.

Il y a 20 colonnes dans chaque page : dans la premiere on trouve les dégrés d'élévation : dans la ſeconde on trouve les dégrés d'incidence ſur les points du cercle vertical AVN (*Fig.* 144), qui eſt dans le plan de la projection FMQ ; dans les autres colonnes on trouve les angles d'incidence ſur les arcs différens du demi cercle horiſontal QRCB de la voute de 10 en 10 dégrés, en ſuppoſant que les bombes partent toutes d'un même point F ; & par conſéquent les percuſſions, ſelon les angles d'incidence ſur l'autre demi cercle horiſontal QDB de la voute, ſeront égales à celles qui ſont faites ſemblablement ſur ce demi cercle QRCB.

Les premieres cellules de chaque colonne marquent le nombre des dégrés de l'arc horisontal QP, sur ce cercle horisontal CBDR.

Dans la page suivante de cette table, on trouve de 10 en 10 dégrés les incidences sur un cercle horisontal de la voute sphérique, éloigné de son imposte de 30 dégrés ; ce qui change l'inclinaison de l'horisontale avec la tangente de l'arc vertical de cette percussion, laquelle sera de 60 dégrés : de sorte qu'au lieu de diminuer de 10 en 10 dégrés, de 8 dégrés $+ \frac{8}{9}$, comme dans la page précédente, les incidences diminueront de 6 dégrés & deux tiers, de 10 en 10 dégrés ; car nous avons 90, 60 :: 10, $\frac{600}{90} = \frac{60}{9} = 6 + \frac{2}{3}$; de sorte que les différences d'une incidence à l'autre seront de $6 \frac{2}{3}$, de 10 en 10 dégrés.

Dans la premiere colonne, le premier angle d'incidence sous l'élévation de 10 dégrés sera de 70, parce que la différence de 10 à 30 est 20, dont le complément est 70 : ensuite si l'on ôte $6 + \frac{2}{3}$, on aura $63 + \frac{1}{7}$ pour l'angle de l'incidence, sous l'élévation de 10 dégrés sur l'arc de 10 dégrés de ce cercle horisontal, qui seroit éloigné de l'imposte de 30 dégrés ; en retranchant toujours 6 dégrés & $\frac{2}{3}$ de chaque angle d'incidence, on aura l'angle d'incidence de 10 en 10 dégrés immédiatement suivant ; & ainsi de suite par toutes les autres élévations, en cherchant l'angle d'incidence de la premiere colonne zero du cercle vertical, & ôtant $6 + \frac{2}{3}$; jusqu'à ce qu'il reste zero, on trouvera les angles d'incidence sous cette élévation sur les arcs du cercle de 10 en 10 dégrés.

Ces deux cercles suffisent pour servir d'exemple sur la diminution de cet angle d'incidence : on peut continuer ces tables pour tous les cercles horisontaux, qui font les élémens d'une voute sphérique, & qui seroient éloignés de l'imposte pour un arc, depuis zero dégrés, jusqu'à 90, de la même maniere qu'on a calculé ces deux tables pour des cercles éloignés de 10 & de 30 dégrés de l'imposte.

On a supposé que l'angle d'incidence diminue proportionnellement aux dégrés du cercle horisontal sur lequel se fait la percussion ; car on a vû que c'étoit la même chose, soit qu'on plaçât la batterie B au tour de la voute A (*Fig.* 145.), considerée pour un point, soit qu'on laissât la batterie au point B, & frappant sur tous les points du cercle horisontal de la voute A, les angles d'incidence en seront égaux ; c'est sur quoi roule tout le principe des tables.

CHAPITRE SIXIE'ME.

Sur la composition de la force absolue du choc d'une Bombe, en ayant égard à son point de percussion.

J'AI suivi jusqu'à présent les principes communément reçus sur la force des percussions, en supposant que les chocs se faisoient toujours par la rencontre de deux lignes sur un seul point de leur extrémité : mais dès que l'on ne fait plus abstraction de la surface & de l'étendue des corps qui se choquent, on doit faire de nouvelles considerations qui doivent faire changer les rapports des percussions : je n'examine que ce qui interesse mon sujet, à sçavoir le choc des corps sphériques sur des voutes, ou sur des plans différemment inclinés : voici quelle est ma pensée, & mon sistême sur la force du choc de ces corps, & sur celle de l'impression qu'ils font sur les plans & sur les voutes qui sont frappées.

Si un globe A est mû avec une vitesse AB, par une direction AE (*Fig.* 136.), s'il frappe un globe C au point B, je dis qu'il le frappe avec la force NB, & qu'il lui communiqueroit la force BH sur cette direction, si rien ne le déterminoit à prendre une direction differente ; ce que je démontre ainsi.

Le globe A poussé par la direction AE, doit frapper selon le Sinus de son angle d'incidence AEF ou NBF, formé par la direction AE, NB sur la tangente FE au point B d'attouchement, & par conséquent de percussion ; mais cet angle BEA est le complément à l'angle AEB, à cause de l'angle droit au point B : donc l'arc NB, qui est le complément à l'arc BP, mesurera l'angle BEA ; & par conséquent le Sinus NB, par rapport au Sinus total AP, mesurera ou exprimera le choc du globe A sur la ligne FE, par l'angle d'incidence AEB. C. Q. F. D.

En second lieu, le globe C ne peut être frappé au point B, que par le choc du globe A ; & par conséquent par la force BH = NB, ou AM : mais parce qu'il ne peut suivre la direction BH, & qu'il suit la direction BC, qui passe par son centre de gravité C, la force BH doit être reduite à la force BG, puisque la ligne GH perpendiculaire au rayon BC, est parallele à la tangente FE du point B de percuſſion ; & par conſéquent cette force ſe doit détruire, il ne doit reſter que la force BG.

A cauſe des deux triangles rectangles & ſemblables ABN, BGH, puiſqu'ils ont les angles au ſommet NBA, GBH égaux, on aura AB, BN :: BN = BH, BG: donc ſi je nomme NB = BH (s), parce que cette ligne eſt égale au Sinus de l'arc OB, ſi je nomme (a) le Sinus total AB, on aura $a, s :: s, \frac{ss}{a}$ = BG, qui ſera l'impreſſion ou l'effet du choc ſur le globe C au point B, par le globe A qui le frappe par la direction AE ou NB.

Si la force AP (A) AM (a) étoient inégales, & ſi la direction étoit la même, le choc au point B, par chacune de ces deux forces, ſeroit dans la raiſon des forces même, c'eſt-à-dire comme le Sinus total AP (A), au Sinus total AM (a).

Quelque direction qu'on eût donné au globe A, comme ce ſeroit la direction AO, s'il avoit frappé avec la même force AP = AO, au même point B, le globe C par la direction ML, il le frapperoit avec la force MB, au lieu de le frapper avec la force BH, ou NB ; ce qui ſe démontre comme le cas précédent ; & l'on fera voir que le globe C ſera frappé au point B, par la force BM, ſuivant la direction ; mais comme la diſpoſition de ſon centre de gravité l'emporte par la direction BC, comme auparavant, la force BM ou BL, ſera reduite à la force CG, ou LR, ou SM, parallele à la tangente FE, qui n'agiſſent point.

On aura, comme auparavant, AO, ou AB, BM :: LB ou CH, CG: mais BM eſt le Sinus de l'arc BP, lequel eſt complément à l'arc OB & AO, où AB eſt le Sinus total : donc $a, s :: s, \frac{ss}{a}$ = BS ou CG, laquelle ſera l'expreſſion de l'effet du choc que reſſent le globe C au point B, par la force AO, & par cette direction AO.

Si la force totale AP, AO, par chaque direction AP ou AO, étoit égale, les chocs ſur un même point B, ſeroient toujours dans la raiſon des s, & leur impulſion ſur le globe C, dans celle des $\frac{ss}{a}$.

Si la force AN, AM, par ces deux mêmes directions AN, AP, étoit inégale, le choc par la force AN, ſuivant la direction AO, ſera au précédent par la force AO, comme le Sinus VX, par rapport au Sinus total AN, eſt au Sinus BM, par rapport à la force ou le Sinus total AO ; car à cauſe des triangles ſemblables AVX, ABM, on aura AV, AB :: VX, BM, ou $a, A :: s, \frac{As}{a}$.

De même la force du choc sur le point B, par la force AM, sera à la précédente force du choc par la force AP, comme 34, NB, ou comme AM, AP ; car à cause des triangles semblables A34, ANB, on a comme auparavant AM, AP : : 34, NB.

Si un globe A est poussé par deux directions AO, AP ; de sorte que l'angle OAP soit droit, & que les forces AO, AP soient égales ; je dis que dans quelque point B qu'il frappe le globe C, la force du choc, par ces deux forces, sera toujours égale ; car sa percussion par la direction AO, sera $=$ MB, la percussion par la direction AP, sera $=$ NB ; la force composée AB, sera $= \sqrt{\overline{NB}^2 + \overline{BM}^2}$; or tous les rectangles AB qu'on peut faire dans un quart de cercle, auront toujours la même hipoténuse ou le même rayon qui exprime la force composée : donc cette force sera toujours égale.

Je dis encore que l'impression ou l'effet du choc sur le globe C, sera aussi la même ; car les lignes BH, HC, seront toujours égales aux lignes AM, MB, comme je l'ai démontré auparavant : donc les diagonales BC seront toujours égales aux diagonales AB, qui expriment la force de l'impression du choc.

Nous avons vû que la force AP ne donne que la force NB, par l'éloignement du point B de percussion au point P de la direction AP, que la force AO, n'a donné que la force BM sur le point B, à cause de l'*éloignement* de ce point de percussion au point O de la direction AO. Voila le changement que le point de percussion sur le globe A peut causer dans la force du choc ; & cela dans la raison du Sinus de complément de l'arc BP, & de l'arc OB, ce qu'il faut bien remarquer ; car plus le point B sera proche du point E de la direction AP, & plus le choc correspondant NB (qui est le Sinus de l'arc de complément OB à l'arc BP) sera grand ; de même plus le point B de percussion sera proche du point O de la direction AO par la force AO, & plus le choc correspondant BM, qui est le Sinus de l'arc BP complément à l'arc OB sera grand, ce qu'il faut bien remarquer : nous avons vû aussi que le choc BM sur la direction AB ou BC, se reduit à BS ou BR, & que le choc AM ou BH, se reduit à AS ou BG ; voilà le changement que la direction fait dans l'impression, ou l'effet du choc sur le globe C, ce qu'il faut bien remarquer.

Puisqu'on suppose que l'arc OBP est droit, si l'on nomme le choc BM, (s) lequel est le Sinus de l'arc BP : NB sera le Sinus de complément à cet arc BP, & doit être nommé (c) : donc AS ou

RC, qu'on a trouvé $= \frac{ss}{a}$ sera $= \frac{cc}{a}$ en mettant c à la place du Sinus s : la ligne SB ou CG sera $= \frac{ss}{a}$ comme auparavant ; puisque c'est le même arc BP, OP ; & par conséquent le même Sinus $c = s$ & $s = s$; mais $cc + ss = aa$; car le Sinus total a, est égal à la somme du quarré du Sinus s, & de son complement c ; donc $\frac{cc+ss}{a} = a$, & comme $\frac{cc}{a} + \frac{ss}{a}$ est la somme des deux chocs, ou l'impression totale qu'il faut sur le globe C, il suit que l'effet de chaque choc sur le point B du globe C, est en raison doublée de la force s ou c de ce choc ; cependant la somme totale, ou l'effet total $\frac{ss}{a} + \frac{cc}{a} = a$ est toujours le même, & dans la raison même de la force (a) composée des deux chocs.

Si le corps A est mû par deux forces, à sçavoir par la force MB. suivant la direction AP, & par la force BM, suivant la direction AO, le choc du corps A sur le corps C au point B, doit être considerée ainsi.

Le choc par la force NB ou AM, est au choc par la force AP, suivant la même direction, comme NB est à 34, ou comme C, $\frac{cc}{a}$.

Le choc par la force MB ou AY, est au choc par la force AP ou AO, suivant la même direction AO, comme BM est à VX, & sera exprimable par la ligne VX ou $\frac{ss}{a}$: donc au lieu du rectangle A3BM, qui représentoit la parallelogramme des forces AO, AP, suivant ces mêmes directions, on aura le triangle A3B4 pour la force AM au lieu du triangle ANB, & on aura le triangle AVX pour la force AY ou BM, au lieu du triangle ABM ; on aura $\frac{C^4}{aa}$ pour le quarré de la force du choc 3, 4, correspondant à la force NB, par la direction AP, & on aura $\frac{S^4}{aa}$ pour le quarré du choc VX correspondant à la force MB, suivant la direction AO; mais si l'on forme un rectangle de ces deux forces, de sorte que AM (*Fig. XXI.*), soit $=$ 3, 4, & que MC $=$ VX, & BM $=$ BM, en faisant le triangle ABM égal au triangle ABM *de la Fig.* 136. Si l'on tire du point C, la perpendiculaire OC sur la direction AB ; je dis que l'impulsion du choc AC, ou son effet par rapport à ces deux forces composantes sur le corps C, est reduit à la force AO ; car la force composée AC, est égale à la force AO $+$ OC ; mais la force OE, comme parallele, n'agit point sur la tangente

FE : cette façon d'examiner la force d'un choc est bien differente de celle qu'on suit ordinairement, & nous conduit à des rapports bien différens.

Si toute la vitesse MB agissoit sur le point B, & toute la vitesse BM aussi, alors la force du choc seroit toujours égale à la force composée AB, dès que les directions AO, AP, formeroient un angle droit OAP; quelque point B de percussion qu'on puisse prendre (ainsi que je l'ai établi *dans le premier Chapitre de cette Section*), en supposant que la force NB agissoit toujours totalement sur le point B, parce qu'on prenoit le globe A pour un seul point ; mais comme il est évident qu'à mesure que le point B se trouve plus proche ou plus loin du point de direction de chaque force, le choc doit varier ; on voit qu'en prenant la chose telle qu'elle est en elle-même la supposition sur laquelle l'autre méthode est fondée, n'est pas assez éxacte.

Comme l'on peut dire que la force NA, représente celle de l'impulsion, laquelle est toujours dans la raison du Sinus de complément de l'élévation, *par le Chapitre premier, Section premiere de la seconde Partie ;* si je la nomme C, la ligne BM doit aussi représenter celle de la gravité du globe, lorsqu'il retombe au niveau de la batterie, laquelle est toujours égale au Sinus de chaque élévation, *par ce même Chapitre ;* & que je nomme S, la direction de l'impulsion de la bombe sur l'horisontale est toujours perpendiculaire à la direction AO de la gravité, qui est toujours verticale : donc l'arc OBP sera de 90 dégrés : l'on doit par conséquent appliquer au choc d'une bombe, sur un globe, ce que nous venons de dire : le choc sur le point B, par sa gravité, sera exprimable par $\frac{ss}{a}$ & son quarré par $\frac{s^4}{aa}$, le choc sur le point B, par l'impulsion sera exprimable par $\frac{cc}{a}$, & son quarré par $\frac{c^4}{aa}$.

La force composée des deux chocs sera exprimable par AC (*Fig. XXI.*), suivant cette direction AC, elle sera donc exprimable par $\sqrt{\frac{c^4+s^4}{aa}}$; mais par la direction AC, qui change en AB, par la construction des voussoirs d'une voute, ou par la proprieté du globe A, la force composée AC, qui exprime cette impression sur le corps C, doit être encore reduite à la force AO.

On a supposé que l'angle d'incidence soit droit sur la tangente FE ; car quand cet angle ne sera pas droit, nous verrons bien-tôt les changemens que cela doit causer dans les effets des chocs sur les voutes.

Cette maniere d'examiner la force du choc d'un globe, eſt beaucoup plus conforme aux expériences, & convient à tous les cas, tant en général qu'en particulier; au lieu que celle qu'on ſuit ordinairement n'y convient pas.

Je vais l'appliquer ſeulement à trois cas, pour faire voir qu'elle convient avec l'autre méthode, dès que l'on peut ſuppoſer avec fondement que la bombe frappe par ſon centre de gravité, & qu'elle n'y convient pas quand on ne peut pas la ſuppoſer; je prends pour premier cas celui de la force du choc dans le but en blanc; & pour le ſecond, je prends le choc ſur un plan oblique par une direction élevée ſur un plan vertical, ou ſur un plan horiſontal.

1°. Par la force du choc dans le but en blanc, on a la force a=AP ou AO (*Fig.* 136.), parce qu'il n'y a qu'un mouvement d'impulſion à conſiderer, lequel eſt toujours égal par toute ſorte de direction AO ou AP; or ſous quelque élévation qu'on tire la bombe, la force du choc du but en blanc, qu'on ſuppoſe former un angle droit ſur la tangente FBE, ſera toujours exprimable par a, & ſon quarré par aa, celle du choc de la bombe hors du but en blanc, lorſqu'elle retombe au niveau de la batterie, eſt exprimable par $\frac{c^4}{aa}$, à l'égard de l'impulſion, & $\frac{s^4}{aa}$ à l'égard de la gravité: ſuppoſons que la force compoſée de ces deux, ſoit = AC, *de la Fig. XXI.* $= \sqrt{\frac{c^4 + s^4}{aa}}$, celle du but en blanc ſera exprimable par $\sqrt{cc + ss} = a$; je prends ces deux quarrés $\frac{c^4 + s^4}{aa}$, & $aa = cc + ss$, je les multiplie tous deux par aa, ce qui n'en trouble point le rapport, j'ai $c^4 + s^4 = aacc + aass$; & je ſubſtitue à la place de aa, $cc + ss$; & j'ai $ccaa + ssaa = c^4 + s^4 + 2ccss$ pour le quarré de la force compoſée de la bombe dans le but en blanc: lequel excede celui de la force compoſée de la bombe, lorſqu'elle retombe ſur l'horiſon par une direction élevée (quelle qu'elle ſoit) de $2ccss$: au lieu que les deux forces ſeroient égales, ſi on n'a point égard au point de percuſſion des globes: ainſi que je l'ai démontré *dans le premier Chapitre de cette Section*: cependant il eſt certain par l'expérience qu'elles ne le ſont point: ſi nous reduiſons la force compoſée AC du choc à la force AO, elle ſeroit encore moindre, comme cela eſt ainſi; car la force d'un boulet de canon, lorſqu'il eſt tiré de but en blanc, eſt beaucoup plus grande, que quand il retombe au niveau de la batterie à haute volée.

2°. Soit la direction MO (*Fig. XXII.*), d'une bombe A, tirée du point

point M sur la voute, ou soit le globe C qui en est frappé au point B, la direction OBN soit parallele à la tangente BN du point B de percussion : il est certain que si l'on considére le mouvement composé par la tangente OB, de la parabole de la projection de la bombe, cette tangente étant la même que celle des deux globes, la percussion est nulle au point B, puisque l'angle d'incidence est nul; ce qui resulte de nos principes ordinaires, en supposant que les globes A & C se choquent par leur centre de gravité; mais si je considére ces deux globes tels qu'ils sont, je dis que le point B de percussion est encore frappé par la direction BF de la gravité de la bombe, laquelle est exprimable par $\frac{ss}{a}$ suivant la direction BF, & à cause de la direction CB, par laquelle elle agit contre le globe C, elle doit être reduite à la force KB : car si l'on tire la perpendiculaire KP sur le rayon CB, à cause des triangles semblables BPC, BKP, on aura CB, BP : : BP, KB, ou en rendant les valeurs, $a, \frac{ss}{a} : : s, \frac{sss}{aa}$; la direction KP est nulle, parce qu'étant parallele à la tangente BN, elle n'agit point sur elle; mais le quarré de la force BP est égal au quarré de la force KP, plus à celui de la force KB, laquelle agit totalement par la direction BC sur le corps C, par la nature du globe, comme nous l'avons vû : on voit que cette méthode de composer la force des chocs des globes, est plus naturelle que celle qu'on suit ordinairement.

3°. Soit une direction AM (*Fig. XXIII.*), d'une bombe A, qui frappe un globe ou une voute CB au point B de sa clef: de sorte que la tangente BM soit horisontale, l'impulsion horisontale AN = zero, parce que l'arc NB est de 90 dégrés, & par conséquent son complément = o.

L'impulsion de la gravité AB, par cette direction = a, parce que la gravité frappe au point B de la direction, & qu'elle agit totalement, puisque le complément à l'arc zero dégrés = 90 dégrés; mais nous avons vû que cette gravité sous chaque élévation agit dans la raison du Sinus de l'élévation, dans l'instant que la bombe tombe sur l'horisontale de la batterie: donc la force du choc sera = s sur le point B: si nous décomposons la force totale AM, en deux forces AB, BM.

La force BM n'agit point, parce qu'elle est parallele à la tangente du point de percussion, il ne reste que la force AB, laquelle est le Sinus EF d'incidence, par rapport au Sinus total AB ou AF: dans ce cas les deux méthodes conviennent, parce que le point B de percussion se trouve dans la direction AB de la gravité (ce qui est la même chose que s'il étoit dans son centre par rapport à cette force), & parce que la gravité n'agit aucunement.

Soit de même une bombe A (*Fig. XXIII.*), poussée par une direction AM, comme auparavant, contre un globe NC qu'elle frappe par un point N de son grand cercle horisontal; comme la gravité NP n'agit pas, & qu'il n'y a que l'impulsion AN qui agisse, le globe C sera frappé avec la force totale AN de l'impulsion, parce que le point N de percussion se trouve à l'extrémité de la direction AN: donc la force d'impulsion agira totalement sur ce globe C; & comme la direction NC, par laquelle il ressent l'effet de l'impulsion ne change pas, il est frappé avec toute la force AN d'impulsion, laquelle est égale au Sinus du complément de l'élévation ANB = C, *par le premier Chapitre de cette Section.*

Ces deux méthodes s'accordent dans ce cas comme dans le précédent, parce que la force agit contre le corps C sur le point N de sa direction: on voit effectivement que la ligne AE est le Sinus de l'angle d'incidence AFE ou AIN, par rapport au Sinus total AF : ce qui est évident.

Il resulte de ce que nous venons de voir, que la force absolue du choc au point F, sera toujours décomposée dans celle de la gravité, & dans celle de l'impulsion.

La force de la gravité, par rapport à un même Sinus total (c'est-à-dire sous une même élévation), sera généralement dans la raison du Sinus EF de l'arc vertical NF, compris entre le grand cercle horisontal NGKL de la bombe, & le point F de percussion: or ce point F sera toujours le même, par quelque élévation que parte la bombe sur un même plan incliné, dont l'inclinaison est déterminée : il sera éloigné du grand cercle horisontal AN de la bombe, d'autant de dégrés que l'angle d'inclinaison du plan NP avec la verticale en contient, *par la Proposition troisiéme, Chapitre précédent.*

L'éfort de l'impulsion, par rapport à un même Sinus total, sera aussi généralement dans la raison du Sinus AE ou HF de l'arc vertical BF, lequel Sinus est le rayon du petit cercle horisontal FOPSF de la bombe : or nous avons vû que ce Sinus HF est toujours le Sinus de l'arc FB, complément à l'arc FN; c'est-à-dire celui de l'inclinaison du plan B3 avec l'horisontale, *Proposition troisiéme, Chapitre précédent.*

Sous quelque élévation que la bombe parte, ces deux rapports seront toujours les mêmes ; mais le Sinus total AB & AN de la force de la gravité, & de celle de l'impulsion, changeront, à sçavoir celle de la gravité dans la raison du Sinus d'élévation, & celle de l'impulsion dans la raison de son Sinus de complément : je nomme s le Sinus d'élévation, c son Sinus de complément : si le Sinus de l'inclinaison du plan avec l'horisontale, & u le Sinus de l'inclinaison du plan avec la verticale.

La force de la gravité sera $\frac{su}{a}$, & celle de l'impulsion sera $\frac{ch}{a}$: car pour la premiere on prendra s pour le Sinus total, & l'on dira, comme le Sinus total a est à s Sinus d'élévation ; ainsi le Sinus u de l'inclinaison du plan avec la verticale est à $\frac{su}{a}$: de même la force absolue de l'impulsion sera c, & l'on dira comme le Sinus total a est à la force c d'impulsion ; ainsi le Sinus h de l'inclinaison du plan avec l'horisontale sera à $\frac{ch}{a}$ pour l'expression absolue de chaque choc, suivant la direction verticale & horisontale, par une percussion faite sur un arc NQ d'un cercle vertical de la voute C, lequel seroit dans le plan de la projection.

A mesure que la batterie tourne à l'entour d'un même plan incliné $b3$, ou que d'un même point de batterie la bombe frappe differens arcs d'un même cercle horisontal POFS de la bombe, nous avons vû, *Proposition troisiéme, Chapitre précédent*, que le point de percussion F tourneroit dans le petit cercle horisontal POFSP, & que la force de percussion de l'impulsion sur l'arc horisontal, étoit dans la raison des Sinus HX, HV des arcs RS, RT, complémens aux arcs SF, TF, &c : c'est pour cela qu'on a pris le Sinus AE ou HF de l'inclinaison du plan avec l'horisontale, pour le Sinus total dans le calcul de la table des angles d'incidence sur les arcs d'un cercle horisontal d'une voute sphérique C, *dans le Chapitre précédent* ; ce qui a déja été montré, & se pourroit facilement démontrer par cette méthode présente.

Dans l'expression $\frac{ch}{a}$, $\frac{su}{a}$, h & u sont constantes, dès que l'inclinaison est déterminée c & s, peuvent varier par trois causes, à sçavoir par la direction, par la force de la charge, & par la durée du mouvement, *Chapitre premier de cette Section* : pour avoir la force absolue du choc à chaque instant, il faut trouver la force de l'impulsion & celle de la gravité pour chaque instant, eu égard à ces trois causes en nommant 9 l'éfort de la gravité 1, celui de l'impulſion dans chaque cas & à chaque inſtant, on aura generalement $\frac{gu'}{a}$ pour l'expreſſion de la force abſolue du choc de la gravité dans cet inſtant, & dans ce cas; & on aura $\frac{1h}{a}$ pour celle de l'impulſion: en ſuivant les regles *du Chapitre premier de cette Section*, dont l'application eſt facile à faire à cette méthode.

L'on ne conſidere en tout cela les percuſſions que dans le vuide, il y auroit encore des conſiderations à faire dans le plein; car la force de la gravité, lorſque la bombe retombe ſur l'horiſon, ne ſera pas la même que dans le vuide; ainſi lorſqu'on dit que les percuſſions ſont dans la raiſon des angles d'incidence, lorſqu'elles ſont faites au niveau de la batterie par une bombe qui tombe ſur un plan incliné; on ſuppoſe que l'angle de la tangente de la parabole ſoit égal à celui de l'élévation de la bombe, ce qui ne ſeroit pas tel dans le plein, comme nous l'avons déja remarqué *dans le Chapitre premier de cette Section;* car une bombe qu'on juge devoir retomber par un angle de ſon élévation, par exemple de 45 dégrés retombe peut-être par un angle de 60, & même plus, ainſi que j'en ai fait pluſieurs expériences; alors la méthode ordinaire *du premier Chapitre de cette Section*, qui eſt déja fauſſe par la ſuppoſition que le corps frappe toujours par ſon centre de gravité, devient encore plus fauſſe par la ſuppoſition qu'on fait de l'angle d'incidence, qui eſt tout autre qu'on le ſuppoſe.

Il eſt bien plus dangereux d'errer ſur la force du choc d'une bombe, que d'errer ſur ſa portée, en negligeant les circonſtances qui en déterminent les rapports; car l'œil redreſſe un Canonier ou un Bombardier, dès qu'il voit que ſon coup n'eſt pas juſte il le redreſſe, & même chacun là-deſſus ſuit une certaine routine particuliere; mais lorſqu'il donne un dégré d'élévation pour un autre, pour ruiner ou écraſer un édifice, il ne s'apperçoit pas ſi l'effet du choc eſt plus rude ſous l'une que ſous l'autre; je penſe qu'il ſeroit très important de s'appliquer à l'examen de toutes les circonſtances qui déterminent la force abſolue du choc d'une bombe.

L'obliquité de la tangente de chaque arc de la courbe de projection, à meſure que la bombe la parcourt à chaque inſtant de la durée du mouvement, n'apporteroit aucune différence dans la force du choc d'une bombe pour ma méthode, ni dans le plein ni dans le vuide; car les directions des deux forces de la gravité & d'impulſion, ſe croiſent toujours à angle droit, & ſont les mêmes par conséquent dans le plein comme dans le vuide à chaque instant ; parce que je ne considére que la direction horisontale pour le choc par la force d'impulsion ; & je ne considére que la direction verticale pour le choc par la force de la gravité.

Comme l'angle d'inclinaison d'un plan est déterminé dans le plein comme dans le vuide, il n'y auroit que les hauteurs ausquelles la bombe s'éléveroit ou s'abaisseroit de moins dans le plein que dans le vuide à chaque instant, qui puisse varier la force du choc de la gravité dans le plein : de même il n'y auroit que l'espace horisontal que la bombe parcourt de moins dans le plein que dans le vuide à chaque instant, qui puisse varier la force du choc par rapport à l'impulsion : il ne seroit pas fort difficile de déterminer & l'un & l'autre par des expériences comme je l'ai dit *dans le dernier Chapitre de la seconde Section :* pour lors on pourroit construire des tables très-éxactes, & encore plus utiles sur la force des percussions d'une bombe sous toutes sortes d'élévations, sur un plan incliné par toutes sortes d'inclinaison, en supposant une même bombe & une même charge : de sorte que les plans seroient supposés situés à la distance de chaque amplitude sous chaque élévation, & que par leurs inclinaisons differentes, la bombe les pourroit frapper par toutes sortes d'angles d'incidence, depuis 0 à 90 dégrés par chaque élévation : je croirois plus qu'inutile la peine qu'on pourroit prendre à calculer ces tables, sans avoir égard aux points des percussions des bombes, & à la résistance de l'air.

CHAPITRE SEPTIE'ME,

De la Mécanique des Percussions des Bombes, sur les Plans & les Voutes.

Dans lequel on examine la Mécanique de la démolition d'une Voute par l'éfort de la Bombe, & la résistance des Plans & des Voutes contre le choc des Bombes.

JUSQU'A présent nous avons consideré la force de la voute seulement contre la poussée, & l'éfort des bombes sur les surfaces des plans, par rapport à leurs élévations & leurs obliquités, sans avoir égard à la résistance des voutes & des plans ; c'est déja un prodige de voir qu'une masse de pierre aussi considerable, que toutes celles qui composent une voute, se soutienne en l'air contre leur propre poids ; mais c'en est un bien plus grand de voir ces masses monstrueuses se soutenir dans leurs équilibres, & dans leurs arrangemens, contre l'éfort terrible d'une bombe qui tombe dessus avec une si grande vitesse, qu'elle semble en devoir être écrasée.

Puisque le but de cet ouvrage est de décider sur la nature des courbes plus convenables, pour mettre les voutes à l'abri des violentes percussions, & de les affermir contre l'éfort des bombes, il a fallu de necessité entrer dans le détail de la maniere dont la bombe agit sur une voute pour l'écraser, & en même tems la résistance qu'elle oppose à ses secousses pour se soutenir, afin de voir de quel côté il y a plus de résistance & moins de secousses dans une construction que dans l'autre ; il faut examiner à fonds les directions des puissances agissantes, & celles des résistances ; & pour cela il faut décider de quelle maniere la voute peut se détruire : lors qu'étant équilibrée sur ses piédroits contre sa poussée, le voussoir frappé cédant à la violence du choc de la bombe, tout l'arrangement de la voute peut se détruire ; sçavoir si le voussoir qui reçoit l'impression du choc peut s'enfoncer contre son centre, ou s'il oblige les autres à remonter ; s'il tend à renverser toute la voute sur son point d'apui, ou à en séparer seulement quelques voussoirs.

Pour le faire avec plus de facilité, je suppose une voute à l'entour de la terre qui lui soit concentrique : nous avons dit, *dans la Proposition troisiéme, Chapitre premier, Section premiere de cette troisiéme Partie*, que les voussoirs G, F, à K, L, sont en équilibre, lorsque leur pésanteur absolue est dans la raison des différences des tangentes 12 : 23 (*Fig.* 146.), de leurs arcs *a*, K, L, &c : supposons ici que la sphére MPN, SO : soit un canal creux qui retienne tous ces voussoirs, & au lieu de pierres qu'ils soient de liqueurs gélées & dures ; car n'importe pour l'équilibre de quelle matiere que soient les voussoirs, ils péseront toujours dans la raison de leurs poids, & supposons que ces liqueurs soient toutes de différens poids, dans la raison des différences des tangentes 12, 23, &c. des arcs des voussoirs, ils seroient tous en équilibre si le centre E de la voute étoit sur la surface de la terre E, tel que sont ceux des voutes dont nous avons parlé jusqu'à présent ; mais à cause que ce centre est celui de la terre, tous les joints des voussoirs *a*M concourant au centre E, seront tous verticaux ; & par conséquent leur gravité agira en tous également, & avec toute sa force absolue; puisque dans les voutes dont nous avons parlé, il ne faut augmenter le poids des voussoirs, à mesure qu'ils sont éloignés de la clef, qu'autant que les joints *a*M sont moins inclinés avec la verticale; pour le démontrer, puisque nous supposons que ces liqueurs soient congelées & extrémement dures, nous aurons des voussoirs de glace extrémement polis, & tous separés les uns des autres, qu'il faut considérer comme autant de petits coins qui agissent les uns contre les autres.

Si nous ôtons le canal MM, AO, SN, &c. qui les soutenoit, il est certain que ces voussoirs ne subsisteront plus ainsi dans cet arrangement; car ceux qui seront plus pésans, forceront ceux qui sont plus legers à remonter, ce qui est évident; puisqu'ils agissent entr'eux avec toute la force absolue de leurs pésanteurs: si nous remettons le canal MM, *a*OSN à sa place; & si nous supposons que toutes ces glaces soient liquefiées & mélangées parfaitement, il n'y a pas de doute qu'elles ne fussent dans un parfait équilibre, puisqu'elles seroient équidistantes du centre de la terre: supposons à présent qu'elles soient égales comme auparavant, & que l'on ôte le canal qui les soutient, les voussoirs seront les mêmes, & ne changeront pas plus de figure que si le canal les soutenoit, & qu'elles ne fussent point glacées; car faisant tous un éfort égal par leur gravité, qui est égale dans tous contre le centre F de la terre, ils se soutiendront mutuellement.

Or si nous considerons cette voute dans la vigueur de son équilibre, je dis que la moindre percussion dérange cette voute; car les voussoirs de glace étant extrémement polis, sont autant de coins égaux qui agissent les uns contre les autres, par la force de leur gravité contre un même centre; tandis que cette force sera égale, l'équilibre subsiste; dès qu'elle sera inégale, la plus pésante oblige la plus legere à remonter; pour le démontrer, supposons que le voussoir A (*Fig.* 147.), devienne plus leger: pour lors tous les autres voussoirs RM & O, qui font éfort contre les voussoirs collateraux B & C, feront aussi éfort contre A aux points G & G; car nous pouvons considerer dans l'état de l'équilibre B & C, comme un corps que le coin A tend à fendre, & qui lui resiste avec autant de force que A le presse: de sorte que si nous augmentons l'éfort du coin A, le corps B & C doit ceder, & le coin A doit descendre; & si le coin A est plus leger, le corps B & C le repousse, & A doit remonter.

Supposons que le voussoir A devienne plus leger, il remontera donc, & à mesure qu'il remonte, il cesse d'appuyer sur les voussoirs collateraux B & C, & de s'opposer à leur gravité vers F; & par conséquent ceux-ci descendront; mais à mesure que les voussoirs B & C descendent, leurs joints G & G s'approchent l'un de l'autre, & cessent de s'opposer à la gravité des voussoirs R & M, & ainsi des autres; & puisque tout cet éfort se fait en même tems, tous les voussoirs BCRMO se précipitent tous en même tems contre F, & parce que leur gravité est égale, ils parcourent des espaces égaux en des tems égaux; & par conséquent arrivent tous ensemble sous les mêmes cercles concentriques, on pourroit remarquer bien des choses curieuses sur leurs mouvemens; mais cela n'importe en rien pour mon sujet.

L'on peut considerer la mer, & toutes les surfaces des eaux sur la terre, comme une voute de la nature de celle-ci, composée d'une infinité de voussoirs égaux infiniment petits, qui se soutiennent mutuellement en équilibre : dès que l'air cesse par l'aspiration d'une pompe, ou autre machine de péser sur un de ces voussoirs, le voussoir allegeré remonte, & tous les autres descendent; & dès que l'air pése plus sur un de ces voussoirs par le poids de l'atmosphére, ou d'une pompe refoulante, tous les autres voisins remontent, & celui-là descend; & cela à proportion des surfaces des voussoirs.

Nous n'avons parlé jusqu'ici que d'un arc annulaire à l'entour de la terre; mais si nous supposons une voute orbiculaire composée de tous ces voussoirs glacés, quoi qu'un voussoir remontera, l'équilibre subsistera; & quand il y aura un voussoir trop pésant, il fera remonter les quatre voussoirs collateraux, jusqu'à ce qu'il ait pû passer en-dessous de l'intrados, pour se précipiter sur la terre; & pour lors les voussoirs élevés seulement redescendront, & tout subsistera comme auparavant; ce qui n'arriveroit pas ainsi sur une voute oblongue, comme nous le remarquerons après que nous aurons examiné ce qui doit arriver sur une voute, dont le centre est sur la surface de la terre.

Supposons donc que la voute soit comme nous l'avons supposé au commencement des liqueurs de différens poids, dans la raison des différences des tangentes des voussoirs, & qu'elles soient glacées, elle subsistera; ainsi puisqu'elle sera en équilibre, *par la Proposition troisiéme, Chapitre premier, Section premiere de cette troisiéme Partie*; or je dis que cette voute, telle que nous l'avons considerée

conſiderée dans cette premiere Section, ne peut jamais être en équilibre contre le choc des bombes ; puiſqu'un ſeul grain de ſable de plus ou de moins ſur les vouſſoirs, feroit, ſelon la raiſon de l'équilibre, remonter ou deſcendre le vouſſoir auquel on l'aura ajouté ou ôté, comme nous avons vû que cela arrive dans une voute concentrique à la terre, avec cette ſeule différence que lorſqu'un des vouſſoirs de la voute excentrique à la terre deſcend, ou remonte, toute la voute ſe détruit ; mais quant aux vouſſoirs, dès qu'il y en a un de plus leger, il remontera ; & s'il y en a un de plus péſant, il fera remonter ſon inférieur : ſi la voute étoit ſphérique, quoique excentrique à la terre, il n'y auroit que les vouſſoirs allégerés ou appéſantis, qui remonteroient ou qui deſcendroient, & tous les autres ſubſiſteroient, ſans aucun dérangement, tout comme dans la voute concentrique à la terre.

Car ſuppoſé même que la percuſſion ſoit aſſez violente, pour faire remonter tous les vouſſoirs de la voute, les vouſſoirs collateraux s'échaperont les premiers, puiſqu'ils péſent beaucoup moins que toute la voute, ils ne pourront jamais réſiſter à tout cet éfort, & s'éleveront ; pour lors tous les autres vouſſoirs collateraux des arcs de la voute oblongue, dont les vouſſoirs ſont tombés, n'ayant plus aucun obſtacle contre la gravité, s'abattront par leur propre poids les uns après les autres, bien loin de s'élever, & tout l'ordre de la voute ſe détruira entiérement, parce que les rayons des vouſſoirs n'étant pas verticaux comme dans les voutes concentriques à la terre, leurs figures ne leur empêchent pas de tomber tous enſemble, & de la détruire, au lieu que dans la voute ſphérique tous les autres vouſſoirs des arcs mêmes, dont les vouſſoirs ſont échapés, ſe ſoutiennent dans leur arrangement, parce qu'ils ſont taillés en coin, & que les arcs s'arcbouttent les uns contre les autres, comme dans la voute concentrique à la terre.

L'on doit conclure qu'une voute de quelque forme & figure qu'elle ſoit, ne peut jamais être en équilibre par la conſtruction de ſes vouſſoirs, de quelque courbe qu'ils ſoient contre le choc des bombes, puiſqu'on ne ſçauroit ajouter ou retrancher aucune quantité d'un vouſſoir, ſans ôter ou ajouter proportionnellement cette quantité aux autres vouſſoirs, ſans déranger l'équilibre ; & comme les percuſſions augmentent le mouvement ou l'éfort cauſé par la péſanteur du vouſſoir, elles feront le même effet que ſi l'on augmentoit le poids des vouſſoirs ; & par conſéquent feront remonter les vouſſoirs inférieurs : d'où il faut conclure qu'il eſt impoſſible de faire une voute ſur tout oblongue à l'épreuve de la bombe de pluſieurs vouſſoirs parfaitement polis, ſans frottement & ſans mortier.

Il faut donc voir à préſent comme les bombes agiſſent ſur une voute, avec frottement & mortier : le frottement doit ſans doute reſiſter beaucoup ; mais il ne reſiſtera qu'à un certain point, puiſque l'on peut ſuppoſer un éfort ſi violent, que les parties crochues qui ſe retiennent l'une & l'autre ſe briſeront, & pour lors le vouſſoir frappé fera remonter ſes voiſins, & le mortier s'abat : le mortier y fait beaucoup auſſi de ſon côté, puis qu'uniſſant les vouſſoirs les uns aux autres, & étant compoſez dans leurs jonctions d'une infinité de parties crochues qui ſe retiennent les unes aux autres, il faudroit un choc bien violent pour ſurmonter cette réſiſtance : l'on peut cependant ſuppoſer un éfort ſi violent, qu'il ſurmontera cette réſiſtance; mais ce ne ſera jamais le vouſſoir voiſin qui remontera, mais elle ſe rompra en quelqu'autre endroit, comme nous l'allons voir.

Pour bien agiter cette queſtion, il n'y a que la nature qui la puiſſe décider ; car il s'agit de ſçavoir quel éfort eſt plus grand, ou celui qui doit forcer le vouſſoir frappé à ſe détacher de celui qui le ſuit immédiatement, ou à ſéparer la voute en quelqu'autre endroit plus éloigné du point de percuſſion ; & pour l'examiner, conſiderons que le vouſſoir frappé B agit par une direction AB (*Fig.* 148.), perpendiculaire à un rayon BX, pour tendre à ſéparer la voute B8H du vouſſoir B : on doit donc conſiderer cet éfort, comme une puiſſance qui pouſſe de B en A à l'extremité du lévier BH, qui a ſon point d'apui en H : ſi l'on ſuppoſe qu'il ſe rompe en H, ou à l'extrémité du lévier MC & NF : ſi l'on ſuppoſe qu'il doive ſe rompre ſur le point d'apui C & F, plus le lévier BH, CM, FN, ſeront longs, plus la puiſſance appliquée à leur extremité B, M & N aura de force.

Suppoſons que la puiſſance qui pouſſe contre le vouſſoir D ou G, ſoit capable de le rompre en quelque endroit, & que la réſiſtance du corps de la voute, à ne point ſe rompre, ſoit égale par tout ; ce ſera dans celui qui ſouffrira ſon plus grand éfort ; & par conſéquent dans le point H, où le lévier BH ſera plus grand ; ſuppoſé que la ſection de la ſéparation ou rupture ſoit égale par tout ; mais parce que cette ſection dans les piédroits, eſt ordinairement plus large que dans les vouſſoirs CB, BF, la réſiſtance de la tenacité ſera dans cet endroit, d'autant plus grande que la ſuperficie y sera plus grande; car si nous considerons le corps B8H, comme un voussoir d'une seule pierre, ou de plusieurs pierres tellement liées ensemble par le mortier, qu'elle n'en fasse qu'une: cette rupture sera d'autant plus difficile à faire, que la superficie de la section ou séparation sera grande, & que le lévier sera court, & d'autant plus facile que cette section sera petite, & que le lévier en sera long: supposons cette superficie égale pour ne s'attacher qu'à l'examen du lévier; il est vrai que la section 10:11, étant parallele à la direction ABN, la puissance appliquée au lévier A:10, selon la direction AB, agit plus directement contre la surface 10:11, que le lévier BH, selon la même direction AB, n'agit contre la surface H3, & que le poids O de la puissance résistante, que nous supposons réunis dans son centre de gravité étant plus grand, il résistera plus à l'éfort que la bombe fera pour le soûlever, que le poids C que nous supposons aussi réuni dans le centre de gravité du voussoir B, 10 ne résistera à l'éfort qui le doit soûlever; mais le lévier A10 est beaucoup moindre que le lévier BH de toute la ligne HX; mais le poids O suspendu au centre de gravité, est plus grand que le poids C: de sorte qu'il est difficile de prouver que le corps de la voute ne puisse jamais se rompre à la section 10:11; car cela dépend des hauteurs des piédroits & de leur largeur, qui approchent ou éloignent le point H d'apui, & augmentent ou diminuent tous les léviers, & dépend encore des points B de percussion, qui à mesure qu'ils sont plus ou moins proches de la clef, augmentent ou diminuent les léviers H3:10:*m*, & les poids O & C.

Nous dirons donc que la force du choc sur un point quelconque B, est à la résistance aux points quelconques tels que *z*, 10, *p*, ou H, comme le produit du choc de la bombe par le bras du lévier correspondant A:10, *b*H, &c, est au produit du poids du voussoir compris entre le point de percussion B, & le point quelconque de rupture tels que *z*, 10, *p*, H, par son bras de lévier correspondant tels que 10, M, H3, &c, en supposant les superficies des sections égales: & si elles sont inégales, les differentes résistances des differentes ruptures 10, 11, *pq*, H3, seront dans la raison composée de la superficie des sections, du poids des corps à soûlever, & des léviers correspondans M10, H3: nous supposons toujours que la voute se rompra plûtôt dans les joints des pierres, que de rompre la pierre, parce que nous supposons que la tenacité du mortier soit moindre que la tenacité des parties de la pierre.

A mesure que le point de percussion B sera plus proche ou plus éloigné de la clef, les léviers BH augmenteront & diminueront; il est encore évident qu'à mesure que les sections seront obliques à la direction AB, les ruptures par ces sections en seront plus difficiles : de sorte que la rupture 10 : 11, faite à l'extrémité de l'arc B10, qui sera toujours égal à 90 dégrés, étant parallele sera plus facile; & le point B de percussion qui est dans la ligne HX, tirée du point d'apui H, au centre X de la voute, sera toujours le point qui fournit un plus grand lévier BH dans chaque voute; car supposons que la bombe frappe au point H (*Fig.* 149.), en-dessus ou en-dessous du point B qui est dans l'alignement de XM, tirez le lévier CM perpendiculairement à la direction HC, tirez du centre X la ligne XR parallele à la direction CH, & tirez le rayon HX : si des lignes BM, CD, nous ôtons XB ou XH & RC égales, il nous restera les deux XM, RM; mais XM, comme hypoténuse, est plus grande que RM : donc la toutte BM sera plus grande que la toutte CM.

Comme la percussion doit aussi distribuer son éfort sur le voussoir inférieur HF, il est certain que souvent elle doit agir aussi sur celui-ci, selon la même direction CH, mais différemment à la verité; car cette direction HN (*Fig.* 150.), étant oblique au lévier H*b*, elle n'aura pas la même qu'elle auroit, si elle agissoit perpendiculairement sur le lévier *b*H, qui sera reduit par son obliquité à la force du lévier *b*N, *par les Mécaniques;* de sorte que si l'arc CF de percussion joint à celui qui mesure l'angle C*b*B, font ensemble un angle droit, le choc de la bombe sur le point C, n'agira plus pour écarter le voussoir CF, puisque la direction C*b* pour lors devenant parallele, & dans le même alignement du lévier C*b*. elle appuyera sur son point *b* d'apui, & tout l'éfort se fera sur le seul voussoir CH *p*QB.

J'ai dit qu'il falloit que l'angle C*b*B, & l'arc de percussion ensemble fissent un angle droit; car l'angle CFX est égal à l'angle C*b*B & CFX, étant complément de CFX, qui est l'arc de percussion, l'angle *b*CX sera droit; & par conséquent le lévier C*b* sera parallele à la direction C*b*, puisqu'ils sont tous deux dans le même alignement.

Si l'arc de percussion est moindre que le complément de l'angle C*b*B, la direction de la percussion agira entre le point *b* d'apui, & le piédroit de la voute, & ne fera qu'apuyer sur la base *b*6 des contreforts & des pièdroits; & par conséquent sera nulle contre ce vouſſoir pour l'écarter : ſi l'arc de percuſſion *p*Q eſt plus grand que ce complément, la direction PN agira en dehors du point d'apui *b*; & par conſéquent tendra auſſi à écarter les deux parties *p*Q*b* & *p*H6.

On trouvera le point C en tirant une tangente C*b* du point d'apui *b* au cercle de la voute FMQ ; de ce point C dépend beaucoup la force de l'éfort des percuſſions des bombes ſur les vouſſoirs de la voute ; car plus ce point C ſera proche de l'impoſte, plus l'arc CM du reſte de la voute vers la clef M ſera grand ; & par conſéquent les percuſſions qui ſe feront ſur chaque point infini, depuis C vers M, agiront doublement contre la voute, puiſqu'elles agiſſent contre les deux parties à la fois, & ſupérieures & inferieures, réſiſtantes ſur les points d'apui *b* des deux piédroits de la voute : d'où il ſuit évidemment que plus le point *b* d'apui ſera loin du point 6 ou du point B des piédroits, & plus l'arc CF ſera grand ; & par conſéquent la voute moins expoſée aux éforts des percuſſions, puiſqu'elles n'agiſſent point contre cette partie ; plus au contraire ce point *b* d'apui ſera proche du point 6, ou B des piédroits ; & plus l'arc CF ſera petit, & par conſéquent l'éfort de la percuſſion ſur la voute, ſera plus grand ; puiſque les percuſſions agiront ſur un plus grand nombre de vouſſoirs inférieurs, en même tems qu'elles agiſſent ſur les vouſſoirs ſupérieurs ; il réſulte évidemment de là que plus les piédroits ſont hauts, comme auſſi plus le rayon XM de la voute eſt grand, & plus il faut éloigner le point d'apui *b* du point 6 ou B, pour que les percuſſions agiſſent moins violemment qu'elles n'agiront ſur les grandes voutes, & élevées ſur des piédroits plus hauts, de plus que ſur les petites voutes élevées ſur des piédroits moins hauts.

Comme il ſeroit trop incommode, & diſpendieux d'augmenter l'épaiſſeur des piédroits ſur toutes les hauteurs, on peut ſeulement augmenter leurs fondations, en leur donnant plus d'empattement, ou bien mettre des contreforts *b*6, ce qui en éloigne le point d'apui *b*, qui ſe fait à leur extrémité.

Il faut remarquer que nous avons toujours déterminé la direction *p*N, par laquelle le vouſſoir frappé *p* tendoit à écarter la voute, & que nous avons conſideré cette direction *p*N, comme une tangente au point de percuſſion, parce que nous conſiderons le vouſſoir frappé, comme un coin qui agit ſur le reſte de la voute pour l'écarter ; cependant les directions d'impulſion ne ſeront pas toujours perpendiculaires aux tangentes *p*N des points de percuſſion, &

ſouvent n'agiront pas ſur les coins par la direction *p*X, qui eſt perpendiculaire à leurs tangentes ; & pour lors par conſéquent l'éfort du choc de la direction de la bombe n'agira que ſur la partie *p*Q ou *p*M de la voute qui ſe trouve du côté oppoſé à la direction ; mais il faut conſiderer que cet éfort agira ainſi ſur ce coin en particulier pour ſa rupture, & que cet éfort ſur le coin ſera dans la raiſon des angles d'incidence ; mais ſi l'on ſuppoſe que la tête du coin frappé *p* réſiſte à l'éfort de rupture, pour lors s'il s'enfonce contre X, il ne ſçauroit s'y enfoncer ſans que ſes faces *p*T n'agiſſent ſur celles du vouſſoir ſupérieur, & de celui qui lui eſt inférieur ; c'eſt dans ce ſens-là ſeulement qu'on entend que les directions des vouſſoirs qui tendent à écarter la voute, par la force du choc qui leur a été imprimée, ſont toujours celles des tangentes *p*N des vouſſoirs frappés ; il eſt évident que cet éfort par lequel le vouſſoir frappé *p* tend à écarter la voute, & la ſeparer, agit ſelon la direction *p*N ; & que ſi tout le corps frappé n'étoit compoſé que d'une piéce qui ne paroîtroit pas, la bombe n'agiroit ſur lui que pour le renverſer du côté oppoſé à la batterie.

L'on voit donc que quoique le lévier *pb* ſoit plus grand, néanmoins ſi l'on conſidére l'obliquité de l'inclinaiſon *pb*B ſur la baſe des piédroits, plus cet angle *pb*B ſera aigu, & plus le vouſſoir ſupérieur *p*MH*6* réſiſtera à la percuſſion *p*G : de ſorte qu'il vaut mieux que l'arc inférieur CF, qui répond à la tangente C*b*, qui paſſe par le point *b* d'apui ſoit plus grand ; car il reſtera un arc CM moindre, contre lequel les percuſſions qui agiſſent ſur le vouſſoir ſupérieur agiront auſſi.

L'on voit auſſi qu'en dérobant le reſte CM de la voute, depuis ce point C vers la clef M aux violentes percuſſions, combien on diminue la force des éforts qui tendent à écarter les piédroits de la voute : ſi la voute pouvoit gliſſer ſur les piédroits, on voit que le plus violent éfort ſeroit celui du choc d'une bombe qui tomberoit verticalement ſur la clef au point M ; mais la profondeur des fondations & la bonne maçonnerie remedient à cet inconvenient.

L'on voit de même que ſi le premier vouſſoir de l'impoſte tendoit à gliſſer ſur ſon impoſte, il faudroit une force infinie, pour la mettre à l'abri d'une percuſſion d'une bombe qui tomberoit deſſus la clef verticalement ; d'où il ſuit que dans les voutes de magaſins à poudre, & dans les voutes des édifices qu'on veut mettre à l'abri des bombes ; il faudroit que le premier voussoir AC fût taillé avec une partie du piédroit A6.

Lorsque la bombe ne tombe pas verticalement sur la clef, l'éfort agira toujours plus violemment à faire glisser les voussoirs, ou les piédroits, qu'à les rompre, mais avec moins de violence que si la direction de la bombe eût été perpendiculaire sur la clef, en supposant qu'elle tombe de la même hauteur, ce qui est évident sans autre.

Il n'est pas si facile de trouver la quantité du mouvement de cet éfort, comme il est facile d'en trouver les rapports ; ce qui dépend de la differente force du mortier, & des pierres ; & quoi qu'à force d'expérience & de raisonnement, on puisse parvenir à en trouver toute la résistance absolue, comme on a trouvé celle des bois & des cordes que l'on romp à force de les ployer, ou de les tirer ; jusqu'à présent l'on n'a encore fait aucune expérience suffisante, qui nous puisse diriger à une connoissance éxacte de cette force absolue.

Nous pouvons pourtant avancer que ces forces sont très grandes, & qu'elles excédent de beaucoup les forces des puissances capable de soutenir tout le fardeau de la voute ; car il est bien plus facile de renverser toute la voute, supposé qu'elle ne soit accrochée à rien qui la retienne, & qu'elle ne résiste que par l'éfort de sa pésanteur, que de la rompre & de la séparer à force de pousser ses voussoirs semblables à une piéce de bois ou de pierre inclinée, qu'il est bien plus facile de renverser de P (*Fig.* 151.) en A, que de la rompre dans aucune section CD, à force de pousser de P vers A.

D'ailleurs nous n'avons consideré qu'un arc de la voute ; mais sur une voute entiere, il faut considerer que cette résistance qui provient de la tenacité du mortier est infiniment plus grande, puisque la superficie de cette section est infiniment plus grande ; il semble qu'il est plus facile à l'éfort de la bombe de séparer toute la voute sur toute la longueur d'une ligne parallele à l'imposte, que d'en détacher un arc du haut en bas, semblable à une piéce de bois AC, qu'il est plus facile de rompre par une section CD, qui traverse tout le corps du bois que de la rompre de A en M, à cause de la plus grande tenacité : les bombes donc ne peuvent pas agir selon cette direction, à moins que le mortier n'ait pas fait bonne prise ; & si la prise n'est pas bonne, le choc de la bombe n'agira pas non plus ainsi sur la voute pour la détruire ; puisque le mortier étant frais, les vouſſoirs ne ſont pas aſſez liés enſemble, pour ne faire qu'un ſeul corps, ils ſe détacheront les unes des autres par la ſecouſſe de la bombe, & ſeront obligés de deſcendre ou de remonter, & l'arrangement s'en détruira.

On ne peut donc convenir avec probabilité que les démolitions des voutes ſe faſſent de cette maniere; il eſt bien vrai que l'éfort de leurs pouſſées peut en quelque choſe participer de cette nature; mais ſi la voute eſt bien faite, ſon vouſſoir, eu égard au grand frottement, ne remontera pas, comme nous le verrons, & la voute ne ſe détruira pas non plus ainſi.

Les voutes ſe détruiſant par le choc des bombes comme la coque d'un œuf qui étant frêle, & d'une épaiſſeur très petite, par rapport au rayon de ſa ſphéricité, ſe briſe, s'écraſe & s'enfonce, de même la pierre étant d'une matiere fragile, & le mortier n'ayant pas une épaiſſeur ſuffiſante, les ſecouſſes de la bombe ébranlent toutes les parties du vouſſoir, font degravoyer le mortier, & l'eſtrados n'étant pas ſuffiſamment plus large que l'intrados, l'aiſſaiſſement du mortier cauſé par la péſanteur de la bombe, & le poids de la voute, auſſi bien que le briſement 1 : 2 du vouſſoir (*Fig.*152.) qui étant de biais, n'empêche point à la partie 1 : 2 : 5 de tomber, & celle-ci abattue : le vouſſoir 3 : 2 : 6 ne ſe ſoutient plus ſur le vouſſoir 3 : 2 : 5, ni par conſéquent les vouſſoirs collateraux à ceux-ci, & la bombe paſſe, & entre dans la voute; & cela d'autant plus facilement, que le vouſſoir aura moins d'épaiſſeur, que le rayon de la voute ſera plus grand, que le mortier ſera plus frais, plus dégravoyé, & la pierre plus caſſante, & que la bombe frappera plus directement avec une plus grande force; & quoique la bombe ne frappe ſur un ſeul point d'un vouſſoir, de quelque maniere qu'elle frappe la voute, cependant par l'inégalité des ſurfaces des eſtrados des vouſſoirs qui ne ſont pas de cette rigueur mathématique de la théorie, elle frappera ſur pluſieurs parties du vouſſoir, & ce vouſſoir ſur les collateraux, & la voute s'écraſe.

L'on voit donc que le coin plus ou moins aigu y contribue de bien peu, puiſqu'il n'a l'avantage qu'autant que la voute peut ſe partager, ce qui n'arrive pas dans les voutes bien proportionnées, ou que le coin collateral peut plus facilement remonter, puiſque la même facilité qu'il aura à entrer, celui qui monte aura la même difficulté à remonter; & d'ailleurs à cauſe du frottement les vouſſoirs ne pouvant plus remonter, il faut conclure que le coin plus aigu ou moins, y contribue de bien peu, puiſque la bombe n'agit

point

point ſur la voute comme ſur un arbre qu'on veut déchirer; mais comme ſur une coque de noix ou de verre que l'on veut tirer : l'on voit auſſi qu'il eſt impoſſible qu'une voute ſe ſoutienne ſans mortier, & ſur tout ſans frottement contre le choc des bombes, à moins que les vouſſoirs ne ſoient taillés différemment qu'on ne les taille : on voit encore combien il eſt important de dozer bien le mortier, & de bien tailler les vouſſoirs, & ſurtout de leur donner beaucoup de queue, afin que leurs eſtrados ſoient de beaucoup plus larges que leurs intrados, outre l'avantage qu'ont les vouſſoirs d'une plus grande épaiſſeur pour reſiſter à l'éfort du choc qui tend à les briſer.

On voit auſſi qu'une voute d'un grand diamétre doit demeurer plus longtems ceintrée ; car juſqu'à ce que le mortier ait fait une parfaite priſe ; il n'a jamais la force de reſiſter, & au poids de gravité, & à leurs pouſſées ; & ſi ſur chaque vouſſoir nous ſuppoſons ſeulement l'affaiſſement d'une ligne, ſi la voute eſt d'une grande étendue entre ſes impoſtes, on aura autant de lignes que de vouſſoirs, ce qui ſur la quantité de pluſieurs vouſſoirs peut lui être nuiſible ; il ne faut pas non plus que les vouſſoirs appuyent beaucoup ſur les ceintres ; car il ſe forme des vuides dans les joints des pierres le long de toute la maçonnerie par la diſſipation de l'humide, à meſure que le mortier ſéche ; & ſi ces pierres ne peuvent prendre un certain affaiſſement, il reſte des vuides plus grands lorſque le mortier en eſt dégravoyé par les ſecouſſes, ou par les eaux qui y croupiſſent, & qui donnent une plus grande facilité au choc de les écraſer ; il eſt à propos de laiſſer les voutes ceintrées quelque tems, afin que le mortier ne puiſſe pas ſouffler, & la voute s'élargir, & que lorſqu'elles ſont lachées, le mortier ait encore une certaine humidité pour pouvoir encore ſe comprimer davantage, & faire une liaiſon plus ſolide.

Il eſt bien rare, comme nous l'avons vû, que la voute ſe puiſſe ainſi détruire ; car les pierres étant en bonne liaiſon, elles s'acrochent les unes aux autres, & étant bien taillées, & le mortier ayant fait bonne priſe, on ne ſçauroit détacher un arc entier qu'en ébranlant toute la machine par l'augmentation de la réſiſtance cauſée par la ténacité : de ſorte que la maçonnerie étant bonne, la voute s'écraſera plutôt que de ſe détacher ainſi ; c'eſt donc uniquement de l'épaiſſeur de la voute, & de la bonne coupe des pierres que dépend la réſiſtance contre le choc des bombes ; parce qu'en augmentant l'épaiſſeur de la voute, il faut augmenter celle des piédroits pour la maintenir dans son équilibre : il suit qu'une voute de quelque courbe qu'elle soit, dès qu'elle sera équilibrée contre sa poussée, & suffisamment épaisse, & bien construite contre le choc, résistera également : mais il n'en sera pas de même de la poussée & de la force absolue du choc sur ses voussoirs ; car à mesure que les léviers seront moindres, les poussées le seront aussi ; & à mesure que les tangentes formeront un angle aigu avec les verticales, les angles d'incidence seront moindres ; & par conséquent les percussions, à mesure que les tangentes qui passent au point d'apui seront plus grandes, les percussions n'agiront plus que sur le voussoir supérieur, dont la résistance est beaucoup plus grande ; d'où il suit qu'il est très important de dérober aux violentes percussions des hautes élévations de la bombe, le reste de la voute depuis ce point de percussion, dont le lévier est tangente en le couvrant d'un bon massif de maçonnerie, pour que les angles d'incidence en soient plus aigus ; & par conséquent les chocs sur le reste des voussoirs supérieurs au point de percussion en soient moindres ; il reste donc à examiner les courbes qui donnent de moindres léviers, & de moindres angles d'incidence, pour sçavoir celles qui resisteront le plus au choc des bombes.

CHAPITRE HUITIE'ME,

Dans lequel on examine la Courbe & la Figure la plus convenable contre le choc des Bombes, pour les Magasins à Poudre.

CE Chapitre n'est qu'une répétition de tout ce que nous avons déja démontré ; car la voute sphérique diminue infiniment les percussions de plus que toute autre figure : la base circulaire dans toutes sortes de voutes, est donc sans contredit la plus solide : d'autant qu'outre qu'elle diminue la force de la percussion, elle résiste doublement à l'éfort de la percussion. Il est vrai que les bases circulaires contiennent peu de poudre, à moins que d'élever extrêmement leurs voutes : ce qui les expose trop au choc du canon, & les met en vûe des batteries des mortiers ; car une voute oblongue se prolonge autant qu'on le veut ; & quoique la largeur entre les impostes soit égale à celle d'une voute sphérique, celle-là contiendra plus de poudre que celle-ci ; mais à cela on répondra que les grands magasins à poudre ne sont pas les meilleurs, à cause des accidens qui peuvent survenir : il vaut beaucoup mieux les distribuer à l'entour de l'enceinte, que d'exposer la place, les habitans, & de risquer les ruines & les dommages des maisons, des meubles, des vins que peut causer l'incendie d'une si grosse quantité de poudre renfermée dans un seul magasin.

Quant à la courbe, on ne sçauroit nier que la voute surbaissée soit la plus imparfaite, parce qu'elle est frappée par les violentes percussions, sous les grandes élévations approchantes de 90 dégrés ; outre cela les léviers étant plus longs, il faudra beaucoup de maçonnerie pour équilibrer ces piédroits contre la poussée des voussoirs ; d'ailleurs le rayon de cette voute étant plus grand, l'intrados sera quasi égal à l'extrados, à moins de les faire d'une grande épaisseur, les reins en sont battus par un angle beaucoup plus grand que ceux des autres voutes.

La voute en plein ceintre est fort bonne avec un couvert de 90 dégrés à l'angle du fête ; mais lorsqu'elle n'est pas couverte, elle a tout le dessus du fête le long d'un arc de 20 dégrés de chaque côté, qui sera exposé aux violentes percussions : les léviers en seront déja plus petits qu'à la voute surbaissée, quoique plus grands que ceux de la voute en tiers point éliptique & parabolique, en les supposant toutes d'une même hauteur sous clef, & de même largeur entre leurs impostes : ses reins ne sont battus que par un angle de 45 dégrés.

La voute en tiers point a beaucoup moins de poussée, ses reins sont battus par un angle moindre de 45 dégrés : de sorte que sans couvert elle est beaucoup meilleure que la voute en plein ceintre par rapport à la poussée & à la force des percussions, eu égard aux angles d'incidence.

La voute éliptique & parabolique ont des léviers moindres : leurs reins sont battus par un angle moindre de 45 dégrés, & la clef ou le fête n'est exposée que par un petit espace aux violentes percussions : les angles des tangentes avec la verticale étant plus aigus, les léviers & les angles d'incidence des violentes percussions seront moindres : de sorte qu'avec un couvert ce sont les meilleures ; cependant par rapport à la coupe des pierres & à la commodité du magasin, l'on peut s'en tenir à la voute en plein ceintre sphérique couverte.

Il faut encore remarquer que la voute sphérique a beaucoup moins de pouſſée que les autres, parce qu'elle n'eſt autre choſe qu'un cone vuide *a*DB (*Fig.* 153.), dont la pointe *a*bM eſt beaucoup moins péſante, que la partie réſiſtante *b*DFBM; au lieu que dans la voute oblongue AFNB, la partie agiſſante ACPN, eſt beaucoup plus péſante par rapport à la partie réſiſtante CPFB, que dans le cone.

L'eſpace conique *ab*M eſt auſſi plus petit que l'eſpace rectangulaire A*c*N*p*; & par conſéquent la voute ſphérique préſente un moindre eſpace aux bombes que la voute oblongue; ce qui n'a pas beſoin de démonſtration, la ſeule figure ſe démontre: & comme il eſt plus facile de tirer ſur une grande étendue que ſur une petite, il ſera par conſéquent plus facile de tirer une bombe ſur la partie agiſſante d'une voute oblongue d'un magaſin dont la baſe ſeroit égale à la baſe circulaire d'un autre magaſin, que ſur la partie agiſſante de ſa voute ſphérique.

SECTION TROISIE'ME,

Sur la Mécanique du Pointement.

CHAPITRE PREMIER.

Du But en Blanc, pour quel effet on s'en ſert, de l'uſage auquel on doit deſtiner les Piéces ſelon les occaſions, & la maniere de s'en ſervir, tant du côté des aſſiégeans, que du côté des aſſiégés.

IL eſt de la derniere importance pour la théorie du pointement de connoître la veritable portée du but en blanc des piéces: les Canoniers juſqu'à préſent nous ont donné une connoiſſance très imparfaite; car ils ont crû que le but en blanc d'une piéce n'étoit autre que ſa portée horiſontale, en la pointant de niveau, en ſuppoſant le but dans un parfait niveau avec la volée de la piéce: de ſorte que de cette façon il n'y auroit plus de but en blanc, dès qu'il faudroit élever ou abaiſſer la piéce en ajuſtant l'axe de ſa volée au but: le but en blanc n'eſt donc autre choſe que l'eſpace CB (*Fig.* 154.), que le mobile parcourt par ſon impulſion, tandis que par la gravité il parcourt un eſpace AB peu ſenſible: de ſorte qu'en alignant l'axe rectiligne de la velée de la piéce au but A, le mobile parvienne à ce but sans décliner par sa gravité d'une hauteur sensible AB; d'où il suit que soit que le but A soit au niveau de la batterie, la piéce a également sa portée du but en blanc, puisque la direction horisontale élevée ou abaissée, ne change point la vitesse initiale, *par la seconde Partie de cet Ouvrage;* & que la gravité étant la même en des tems égaux, ces espaces parcourus AB seront toujours égaux: il n'y a que les espaces horisontaux CG, CF, qui seront inégaux à mesure que les directions AC seront plus ou moins inclinées à l'horisontale CF, à sçavoir dans la raison des Sinus des complémens des angles d'inclinaison AGF; ce qui est évident, *par la seconde Partie.*

Comme la gravité du mobile n'est jamais oisive, il suit évidemment qu'à la rigueur mathématique il n'y a point de but en blanc; puisque le mobile tombera toujours au-dessous du point A de la direction CA de l'axe de la piéce, à moins qu'il ne s'éleve par quelqu'autre cause quelconque, en sortant de la piéce, au-dessus de sa direction; ce dont nous faisons ici abstraction.

L'on convient avec Galilée & ses Sectateurs, que la gravité n'est jamais oisive; mais comme l'on ne convient point qu'elle ne soit pas suspendue, & que les mobiles ne demeurent pas plus à parcourir par la gravité la ligne AB, pendant le tems de leur mouvement, lorsqu'ils sont mûs par une force quelconque, que lorsqu'on les laisse tomber librement livrés à leur propre gravité du point A; l'on ne convient pas non plus que de quelque vitesse que partent les mobiles, ils ne puissent jamais parcourir un espace CB considerable, tandis que par la gravité suspendue ils parcourent un espace BC insensible; d'où il faut conclure, *par la seconde Partie*, que les vitesses initiales étant beaucoup plus grandes que les vitesses des instans suivans, les portées du but en blanc peuvent & doivent être considerables par rapport aux portées absolues des piéces sous leurs plus hauts dégrés des portées; au lieu que dans l'hypotése de Galilée, il est certain qu'il ne sçauroit y avoir aucune portée du but en blanc, & qu'il faut recourir à des raisons suspectes, pour expliquer d'où vient qu'une piéce tirée horisontalement, porte à une distance considerable son mobile.

L'Académie de Florence a fait une expérience qui nous prouve ce que je viens de dire: une piéce de fer de sept livres & un tiers de calibre, chargée de quatre livres de poudre fine (pointée de but en blanc), ce qui veut dire ici horisontalement (selon l'opinion commune) tirée du dessus de la hauteur de la tour du vieux Fort de Livourne, haute de cinquante brasses au-dessus de la mer, le boulet est parvenu à la distance de deux tiers de mille dans le tems de quatre vibrations & demi; & ayant laissé tomber de la même hauteur de cinquante brasses de la batterie le même boulet, c'est-à-dire du même poids, il employa seulement quatre vibrations pour tomber: si le mouvement étoit égal & regulier; c'est la neuviéme partie de deux tiers de mille, ou deux vingt-septiémes de mille que le boulet a parcourus de plus qu'il ne devoit parcourir.

Je ne m'attache point à cette expérience, parce qu'il auroit fallu pouvoir tirer de dessus une hauteur beaucoup plus considerable, pour rendre les différences des tems de la durée totale du mouvement plus sensibles: d'ailleurs il est certain qu'à mesure que la vitesse d'impulsion se détruit, celle de la gravité des mobiles mûs s'approche toujours plus de la vitesse de gravité acquise, lorsqu'ils tombent verticalement: ce seroit donc seulement la vitesse initiale qui fait le but en blanc d'une piéce qu'il faudroit examiner; ce qui est assez difficile à cause du peu de durée du mouvement dans le but en blanc, qui ne donneroit pas le tems aux différences de se rendre sensibles.

L'on prend pour la portée du but en blanc environ deux pieds pour les canons, & un pied environ pour les armes à feu, comme fusils, mousquetons, carabines, &c. la portée du but en blanc est cet espace AC, que parcourt le mobile par l'impulsion, tandis qu'il parcourt l'espace AB d'un pied ou deux par la gravité.

Les difficultés qu'on a trouvées sur la portée du but en blanc, & qui ont donné lieu à plusieurs contestations, ne viennent que de la façon des piéces; car les uns ont voulu que ce but en blanc fût la rasante CDB (*Fig.* 155.) des métaux; les autres au contraire l'axe NM*b* prolongé de la piéce.

Si les points avoient leurs surfaces extérieures paralleles à leurs noyaux; c'est-à-dire que l'épaisseur FM du métal à la volée, fût égale à l'épaisseur CN, à la culasse la rasante du métal CFA, seroit parallele à l'axe NM; & par conséquent il n'y auroit qu'à pointer la piéce par la rasante CF au point A, au-dessus du but *b*: on y trouveroit un grand avantage; car lorsqu'il s'agit de battre violemment pour renverser & faire une brêche, on s'apercevroit d'abord qu'on seroit hors de la portée du but en blanc, lorsqu'en pointant la piéce au point A, élevé de la hauteur de deux pieds environ au-dessus du but *b*, le boulet feroit le bas ; & que par conséquent il faudroit élever la volée pour que le boulet allât au but ; ce qui en diminue considerablement la force de la percussion, comme nous l'avons vû *dans la seconde Partie de cet Ouvrage*.

Il n'y auroit qu'à faire une portion ACDF de la plate bande (*Fig.* 156.) de la volée de la même épaisseur de celle de la culasse ; ce qui ne seroit d'aucun obstacle ni inconvenient, comme les mires qu'on a supprimé, ainsi qu'on le verra bien-tôt.

Mais comme les piéces ne sont pas ainsi construites, & que la plate-bande au contraire de la volée est plus basse que celle de la culasse ; eu égard aux éforts des inflammations qui y sont moindres qu'ailleurs, comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie* ; il suit que pour assigner la volée NM (*Fig.* 155.) au point *b*, en se servant de la rasante CD, au lieu de viser le point *b*, il faut viser beaucoup au-dessous, ou plus ou moins, selon les dimensions de la piéce ; car plus la longueur de l'arc NM sera grande, en supposant les épaisseurs DM, CN, les mêmes dans toutes les piéces, & moins le point B sera en-dessous du point A ; plus au contraire la longueur de l'axe MN sera petite, en supposant les mêmes épaisseurs CNDM, & plus le point B sera au-dessous du point A ; ce qui est évident à cause des triangles semblables CDF, CBA ; puisqu'ils ont les côtés FD, AB paralleles, & l'angle commun FCD : donc CF, FD : : AC, AB ; & par conséquent plus CF sera grand, moins AB le sera ; & plus CF sera petit, & plus AB sera grand ; puisque $CF \times AB = FD \times AC$; or ce rectangle $FD \times AC$ est fixe, parce qu'on suppose l'épaisseur FD fixe & déterminée, aussi bien que la distance AC de la batterie au but : donc $\frac{FD \times AC}{CF} = AB$; la valeur AB sera plus grande ; ce qui est évident : il suit que l'on ne sçauroit fixer pour toutes les piéces d'un même calibre la hauteur AB, que l'on doit prendre en-dessous du but, en se servant de la rasante des métaux, puisqu'elle est indéterminée, & qu'elle dépend du rapport des longueurs des piéces & de leurs épaisseurs, aussi bien que des vitesses initiales de leurs mobiles qui sont toutes indéterminées.

Il faut porter sur le devant de la piéce la hauteur FD, pour égaliser l'épaisseur FM de la volée à l'épaisseur CN de la culasse ; & pour lors en faisant avec un bout de bougie, ou avec du bois, une petite cheville de la hauteur FD (de sorte que FM = CN,), qu'on attache sur la volée avec un peu de cire ; on n'a qu'à viser le long de la ligne CF, pour alligner la volée NM au but *b*.

Comme jusqu'à présent l'on a eu une connoissance très imparfaite du but en blanc, on n'a pas eu des regles assurées pour en connoître la veritable portée: de sorte que les uns mettant le but plus près de la piéce, trouvoient qu'il falloit prendre toute la hauteur de la platte-bande de la culasse au-dessus de l'axe de la piéce pour la porter sur la volée, comme FM: les autres au contraire qui ont placé le but plus loin de la piéce, soutiennent qu'il faut faire l'épaisseur de la volée moindre que celle de la culasse CN de la piéce: tous s'autorisent par l'expérience.

Dès que la piéce est dans la veritable distance AC de son but en blanc, il faut porter sur la ligne FM, égale à la CN de la culasse de la piéce, & dès que l'on est en-delà de cette portée, il faut diminuer l'épaisseur FM vers la volée à mesure qu'on s'éloigne du but *b*.

Soit la distance AC (*Fig. suivante*), la portée précise du but en blanc de la piéce NM, la hauteur *b*B au-dessous du but *b*, selon les dimensions de cette piéce NM, sera celle qu'il faut viser au dessous du but par la rasante CB.

Je dis qu'à mesure qu'on approchera la piéce depuis le point N au point *b*, les hauteurs *b*B seront moindres, & par un inverse à mesure qu'on éloignera la piéce du point *b*, en se rapprochant du point N, les hauteurs *b*B augmenteront; car les dimensions de la piéce NM étant les mêmes, soit que le but *b* se rapproche ou non, il suit que l'angle ACB de la rasante avec le rayon AC parallele à l'axe NM de la piéce, sera la même, & à cause de l'angle CAB, formé par la verticale AB sur une parallele AC, à la même ligne de l'axe prolongée NM*b*, qui sera toujours le même; il s'ensuit qu'on aura CF, DF : : CA, AB; donc à mesure que AC $=$ *b*N sera plus grand, AB $=$ A*b* $+$ *b*B le sera aussi; & au contraire à mesure que AC $=$ *b*N sera moindre, par le rapprochement du but ou de la piéce, les hauteurs *b*B de la rasante en-dessous du but seront moindres, puisque A*b* est toujours égal à CN.

Si l'on éloigne la piéce ou le but au-delà de cette portée *b*N, je dis en second lieu que si l'on vise par la rasante CD des métaux, pour pointer la piéce au point *b*, il faudra prendre une hauteur moindre *b*B au-dessus du but en haussant la piéce: de sorte que de peu à peu il faudra que la rasante CDB des métaux vise au but même *b*, & ensuite à mesure qu'on s'éloignera du but, il faudra élever la rasante des metaux, jusqu'à ce que l'axe de la piéce forme

l'angle

l'angle d'élévation de sa plus grande portée, à mesure qu'en éloignant la piéce ou le but, on s'approchera de sa plus grande portée; car la gravité abaissant le boulet en-dessous de la direction de l'axe de la piéce; il est évident, *par la seconde Partie*, qu'il faut reparer par l'élévation de l'axe de la piéce la hauteur AB, que la gravité du mobile lui fait parcourir, en l'éloignant de la direction de l'axe de la piéce.

L'on voit donc qu'il est très important de connoître cette portée de but en blanc, puisqu'à mesure que la piéce s'approche du but le long de la distance AC de cette portée, il faut hausser la piéce; tandis qu'au contraire hors de cette portée AC, à mesure que la piéce s'éloigne du but, il faut hausser la volée.

Il est en second lieu important de connoître cette portée AC, d'autant que lorsqu'il s'agit d'abattre & de renverser, il faudroit être dans cette portée précise AC, autant qu'il est pratiquable: parce que plusieurs Phisiciens prétendent que dès que la bale est dehors de la piéce, elle a moins de force que lorsqu'elle en est à une certaine distance AC; ainsi le choc du mobile sera plus rude dans la distance AC du but en blanc, que dans aucune distance moindre; & il est certain que le choc du même mobile sera moindre lorsque les distances de la piéce au but seront plus grandes que la distance AC; car les vitesses diminuant à chaque instant, les percussions absolues ne seront plus dans la raison des vitesses initiales, à cause de la destruction qui s'en est faite à chaque instant; mais elles seront seulement dans celle des vitesses de l'instant précis de la percussion; & par conséquent les vitesses étant exprimables par $a - \frac{x}{q}$, *par la seconde Partie*; il est évident qu'à mesure qu'on éloigne la piéce du but b, il faut la soulever; & à mesure qu'on éléve sa volée, on augmente le tems x de la durée du mouvement; & par conséquent les valeurs de $a - \frac{x}{q}$ deviendront toujours moindres, aussi bien que les percussions absolues, qui avec un même mobile sont dans la raison des $a - \frac{x}{q}$: en supposant même l'angle d'incidence toujours droit.

Il faut pour lors de toute necessité augmenter la charge des piéces; ce qui les tourmente beaucoup, & les met plutôt hors de service, ou bien tirer beaucoup plus de coups pour faire l'effet qu'on se propose.

Si les densités & tenacités des métaux étoient toujours homogénes, on auroit facilement la connoissance de la portée AC précise & absolue du but en blanc, en se servant d'un mobile, d'une poudre, en un mot d'une charge précisément homogéne ; mais la difficulté de ces conditions étant déja connue, *par la premiere Partie*; il est impossible de déterminer ces portées AC de chaque piéce, dont les dimensions mêmes seroient précisement égales ; ce qui n'est pas.

Dans la pratique lorsqu'on tire sur l'ennemi, il n'est pas necessaire de niveller la piéce ; il faut seulement avoir égard aux dimensions de la piéce, ce que l'expérience indique approchamment ; il faut pour le premier coup faire le bas, afin de voir la correction pour le coup suivant, en élévant ou abaissant la volée, à mesure que le coup aura été bas ou trop haut ; ce qu'on ne pourroit voir, si le boulet passe au-dessus du but sans rencontrer aucun obstacle, parce qu'alors on ne verra rien qui nous indique sa trace ; on ne sçauroit sans tatonner rencontrer la correction du coup suivant : cependant lorsqu'on tire avec une piéce qu'on n'a point encore reconnue ou observée, & qu'il est dangereux de plonger sur la tranchée qui est entre la place & la batterie, il faut niveller la piéce ; c'est-à-dire égaliser le métal de la platte-bande de la volée, à celui de la platte-bande de la culasse, & tenir plutôt le haut que le bas, afin que l'on puisse éviter de nuire à la tranchée, & en même tems voir la correction pour le coup suivant.

Lorsqu'on connoit la piéce, on ne la nivelle plus ; mais les premiers coups on s'en tient un peu plus bas, à cause de l'air condensé dans la piéce qui soutient le boulet, & fait qu'il décline moins de sa direction, par sa gravité, que dans les coups suivans ; à mesure que le métal par les trémoussemens de ses parties, & l'échaufaison des inflammations résiste moins aux extensions ; & par conséquent diminue les portées des piéces, *par la premiere Partie*.

On se serviroit également des mortiers pour tirer de but en blanc, tout comme on se serviroit des canons & des fusils, spingardes & carabines, pour tirer à toute volée, ainsi qu'on le pratique avec le mortier : mais c'est l'usage auquel on destine les piéces qui décide de la façon de s'en servir ; car ordinairement on ne tire le mortier que pour ruiner & écraser ; & pour lors il faut de toute necessité élever les volées, parce que les mobiles tombent de haut en bas avec de plus rudes secousses.

L'on ne se sert ordinairement du canon, que pour abattre & renverser, & pour lors il faut s'en servir de necessité de but en blanc, aussi bien que des fusils, & de toutes les autres armes à feu, dont les tirs qui perdent de leurs forces, & même de leurs justesses, dès que l'on s'en sert hors de la portée du but en blanc, ne font pas le même effet qu'on en désire; ainsi dans les écoles on doit faire pointer les mortiers par toutes sortes de directions, de même qu'on doit faire pointer les canons ordinairement dans le but en blanc.

Il faut cependant sçavoir se servir du canon de la même maniere qu'on se sert des mortiers; & même il seroit bon aussi de s'exercer avec les armes à feu en leur donnant un peu d'élévation; car lorsqu'on tire sur une troupe, sur un camp, sur une flote, l'on est obligé d'élever les piéces, pour que les bales & les boulets puissent atteindre l'ennemi, lesquelles ne laissent pas de les incommoder, & de les mettre hors de combat; & l'on peut tirer des avantages considerables du canon à ricochet, tant du côté des assiegés que des assiégeans : on devroit s'y exercer plus qu'on n'a fait.

L'on se sert aussi du mortier à ricochet, en mettant le mortier sur un affus à peu près semblable à celui d'un canon, & pointant depuis 8 à 12 dégrés d'élévation avec $\frac{1}{4}$ de la charge tout au plus: ces batteries se placent à 70 toises de l'angle du chemin couvert dans l'alignement des banquettes, & font un effet terrible sur l'ennemi, pour le chasser du chemin couvert, lorsqu'on veut en faire l'attaque, pour en rendre la défense moins opiniâtre, sur tout lorsque les branches des chemins couverts qu'on enfile sont d'une grande étendue, comme celles des aîles d'un ouvrage à corne, à ténaille ou à couronne; car pour lors on auroit un grand feu direct & horisontal, & très meurtrier à soutenir ; au lieu que trois piéces du mortier de 6 à 8 pouces bien executées, sont capables de mettre en desarois cette troupe, & d'en épargner le feu qu'on devroit soutenir dans l'attaque: les éclats de ces bombes incommodent beaucoup, & servent à briser les palissades des traverses du chemin couvert : l'inquiétude de trois bombes qui enfilent continuellement la banquette est bien difficile à supporter.

L'on se sert aussi des mortiers de but en blanc, lorsqu'on est logé sur la contrescarpe, pour agrandir la brêche, & en faciliter la rampe; car le canon ayant abattu les terres de la brêche à un certain point, les boulets ne font plus que soufler la terre, parce qu'elle ne leur résiste plus, sans que cela applanisse la brêche : on tire des bombes avec des mortiers qu'on pointe de but en blanc, lesqu'elles s'enterrent facilement dans ces terres soulevées, & par leurs éclats servent de fourneaux pour enlever la terre, aussi bien que par le vent de la charge même de la bombe.

L'on peut se servir dans cette occasion des aubus avec avantage; mais ordinairement on s'en sert pour inquiéter une troupe en rase campagne, & se faire jour dans l'endroit de la ligne qu'on veut percer : on s'en sert du but en blanc, & à ricochet; mais ordinairement à haute volée, selon les cas & les circonstances de l'occasion.

Lorsqu'on tire sur une troupe, il faut tacher d'enfiler les rangs de la ligne autant qu'il est possible, & ne pas craindre de faire le bas; le ricochet ou canon sur un terrein pierreux fait un grand ravage sur l'ennemi, & l'inquiéte d'une maniere à l'obliger d'abandonner le poste, sur tout lorsqu'on a plusieurs piéces & bien servies.

On ne bat un boulet rouge que pour incendier, ou pour battre un magasin à poudre; on pointe la piéce d'une façon que le boulet coule librement au fonds sur le bouchon de la poudre, sans qu'il soit besoin de l'aider avec le refouloir, à cause des accidens du feu qui pourroit prendre à la charge; ce qu'on doit éviter autant qu'il est possible : il faut pour cela proportionner la distance du but à la batterie, à la charge de la piéce, & avoir grand soin de refouler sur la poudre avec un gazon verd & humide, & de passer l'écouvillon humide immédiatement devant que d'y laisser aller le boulet rouge, afin que s'il y reste quelques grains de poudre le long de la volée, le boulet ne puisse l'enflammer, & communiquer le feu à la charge.

Quand on bat une muraille, une fenêtre murée, ou les piédroits d'un magasin à poudre à la portée du but en blanc, pour pouvoir faire jour au boulet rouge ; il faut choisir son amplacement de la batterie au-dessous du niveau de l'endroit qu'on veut battre, s'il est possible; mais si l'on est obligé de pointer horisontalement la piéce : pour cela il faut avoir un coin de mire fixe, par le moyen d'un boulon traversé à l'entretoise de la culasse sur l'affut, de sorte qu'il ne puisse jamais varier; on tient la piéce élevée par le moyen d'un lévier qu'on traverse sous le ventre de la piéce, d'une maniere qu'on puisse le dégager sur le champ, dès que le boulet est au fond, afin que la piéce se pointe d'elle-même, par rapport à l'élévation de la volée.

On voit qu'il y a toujours à craindre des accidens facheux, lorsqu'on tire à boulet rouge, & qu'il est impraticable de tirer de haut en bas, pour battre avec la force de la portée du but en blanc; car il faut mettre un bouchon sur le boulet pour le retenir, & par conséquent l'enfoncer avec le refouloir; ce qui est trop dangereux, quelques précautions qu'on puisse prendre contre les accidens, en se servant des affuts ordinaires.

Lorsqu'on bat une flotte, des magasins de bois, de vivres, ou à poudre, un camp, ou un parc d'artillerie, qui sont à portée d'être battus à boulets rouges, il est avantageux pour lors de tirer à boulet rouge, autant qu'il est possible, & jamais sans necessité.

La principale attention que le Commandant d'Artillerie doit avoir dans un siége, est de ne pas laisser employer inutilement les munitions; car la plûpart des Canoniers en veulent aux guérites, aux tours élevées, aux pointes des clochers, & aux batimens; ce qui ne conclud rien du tout pour le but qu'on se propose.

Les premieres batteries doivent battre directement les embrasures de la place; & pour cela l'on pointe en-dessous du cordon; on doit destiner à chaque piéce l'embrasure qu'elle doit battre, & autant qu'on le peut, on doit faire battre la même embrasure par deux piéces tout au moins, afin de prendre la superiorité de feu sur celui de cette embrasure; il faut ordonner que l'on batte continuellement le même endroit, jusqu'à ce que la batterie de l'ennemi soit démontée; en tirant de cette façon on y trouve de grands avantages pour l'économie des munitions, & on épargne le tems & le sang des braves Soldats & Canoniers, par la vitesse & la justesse avec laquelle on tire; car on s'accoutume à prendre le défaut de la piéce, & ensuite tous les coups portent à l'embrasure; ce qui fait taire la piéce de l'ennemi, qui ne peut plus tirer qu'avec perte, difficulté & retardement.

Quand l'ennemi a des Cavaliers qui plongent dans la tranchée, il faut d'abord dresser les batteries contre ce Cavalier, en s'en approchant d'une distance convenable, pour que l'on puisse enfiler l'embrasure, & en même tems ajuster son coup, & frapper avec violence le merlon des piéces que l'on veut mettre hors de service; il ne faut point épargner le nombre des piéces dans ces occasions, où l'on ne sçauroit jamais trop en avoir; on en brûle moins de poudre; on perd moins de tems & d'hommes: choses très précieuses pour la réussite de l'entreprise; il faut donc opposer à chaque embrasure deux ou trois piéces tout au moins, afin que dès la premiere journée, ou de la seconde tout au plus, la batterie du Cavalier soit impraticable; la chose est toujours ordinairement facile; car d'où l'on découvre l'on est découvert; & par conséquent les Cavaliers étant pour découvrir la campagne, en sont toujours découverts: une batterie de mortier est d'un grand avantage, pour inquiéter & troubler le service de la batterie du Cavalier.

Lorsqu'on bat en brêche il faut prendre un alignement AB, (*Fig.* 157.) environ la moitié de toute la hauteur de la muraille endessous du cordon CD, & battre en droite ligne le long de cet alignement, en distribuant à chaqne piéce l'espace 1, 2, 3, &c. qu'elle doit battre: ensuite l'on remonte de bas en haut le long des lignes ACBD, que l'on bat de même: deux batteries croisées, & une troisiéme à plomb font merveille dans ces occasions: l'avantage qu'on y trouve est d'épargner les munitions; car dès que l'on a coupé ainsi la piéce ABCD, elle tombe presque d'ellemême tout à coup, en faisant quelques décharges de toutes les piéces des trois batteries toutes à la fois; & par conséquent on épargne tous les trous qu'il eût fallu faire sur tous les points de sa surface.

Lorsqu'on veut avoir trois batteries de cette façon, pour faire brêche; il est évident qu'il faut que l'emplacement soit à une certaine distance de la muraille qu'on veut battre, & qu'il faut battre le plus vite, & ensemble autant qu'il se peut; car la résistance de la muraille étant au-dessus de l'éfort de la sécousse d'une piéce, ou deux, sera enfin inférieure à l'éfort de la sécousse du nombre déterminé de piéces qui l'heurteroient toutes à la fois; car on peut multiplier le nombre des boulets à un point, que leurs percussions unies & instantanées renverseront la muraille d'une seule décharge; tandis que ce même nombre déterminé de boulets tirés l'un après l'autre ne la renverseront jamais, & qu'il en faudroit un nombre infiniment plus grand, parce qu'à chaque coup la résistance sera toujours supérieure à leurs éforts; & par conséquent si l'on suppose un roc inflexible, & d'une dureté invincible que l'on veuille renverser, l'on voit qu'un nombre infini de boulets tirés l'un après l'autre, sont incapables de le renverser pendant tout un tems infini qu'ils le battront; tandis qu'au contraire un nombre déterminé, & par conséquent infiniment moindre, le renverseroit du premier coup s'ils le frapoient tout à la fois; c'est une économie préjudiciable au bien des entreprises, que de chicanner sur le nombre des piéces qu'on doit mettre en batterie, puisqu'il y a un si grand avantage à tirer le plus vite, & le plus grand nombre de piéces qu'il se peut, tout à la fois.

Lorsqu'on a peu de piéces, il faut s'en servir avec adresse, & se regler selon la force qu'on a, & selon le tems & l'occasion; mais quand on en a le moyen, on devroit toujours s'en servir autant qu'il est necessaire pour prendre la superiorité de feu sur celui de l'ennemi, & executer ce que l'on veut faire.

Dans l'occasion d'une bataille sur tout, ou de quelques affaires de conséquence, le Commandant de l'Artillerie doit avoir une grande attention à destiner son Artillerie pour le bien commun de l'affaire. Il ne faut point que l'Artillerie cherche son avantage particulier, mais que tous les postes en détail & en général, concourent ensemble au bien général de l'action: il faut opposer des batteries à celles de l'ennemi, pour en inquiéter le service, les aubus à cartouche, lorsqu'on est à portée, y sont avantageux: les boulets à ricochets, ou ramés de but en blanc, y sont fort necessaires; quant aux batteries qui sont destinées à faire jour pour percer dans la ligne, il faut qu'elles soient triples autant qu'on le peut; croisées, une à plomb qui buttent directement; les boulets à chaines, ramés ou creux, aussi bien que les aubus y font de grands ravages, & sur tout à cartouche; il faut que ces batteries ne répondent jamais au feu de celles de l'ennemi qui les inquiéte, mais qu'elles battent la ligne pour faire jour, sur tout lorsqu'il s'agit de repousser une colonne qui se présente pour percer notre ligne, ou donner un assaut; c'est au Général du poste de couvrir ces batteries par un feu violent & continuel de mousquetterie, comme aussi au Commandant en chef de l'Artillerie de pourvoir par d'autre Artillerie, qu'il doit opposer à celle de l'ennemi qui inquiettent celle-ci.

L'on ne doit jamais mettre toute l'Artillerie dans quelque occasion que ce soit à la premiere ligne; & dans les Siéges il faut toujours en avoir de reserve dans le parc, pour prevenir tout ce qui peut arriver; car dans un Siége l'ennemi peut faire un coup de désespoir, forcer la tranchée, & enclouer toutes les piéces: de sorte qu'il est necessaire d'en avoir de reserve pour ces cas qui sont très rares, mais ne sont pas impossibles: dans une bataille si l'on a toute l'Artillerie sur une seule premiere ligne, & qu'elle soit forcée, outre l'embarras qu'elle donne, & la confusion qu'elle jette dans cette ligne, c'est que la seconde est sans défense: au lieu que ſi elle avoit de l'Artillerie elle tiendroit ferme, & ſoutiendroit ſa ligne renverſée, qui peut ſe rallier derriere celle-ci, & revenir à la charge remporter une victoire dont l'ennemi ſe croyoit déja aſſuré.

Quoique ſouvent l'Artillerie ne puiſſe trouver des emplacemens favorables, il faut toujours avoir des batteries, parce qu'ordinairement les troupes, & même bien des Généraux ſe croyent ſans reſſource, dès qu'ils n'ont point d'Artillerie: de ſorte que quoi qu'une batterie ſoit preſqu'inutile, elle ne laiſſe pas de les raſſurer: au commencement de l'affaire il faut que l'Artillerie faſſe un feu violent & précipité; cela donne de la terreur à l'ennemi, le trouble, & le met en confuſion: en même tems anime notre troupe à l'attaquer avec chaleur; il ne faut pourtant pas tirer en vain pour vouloir trop ſe précipiter; quoique l'on entende les plaintes ordinaires de la troupe, de ce qu'on ne tire pas auſſi vite qu'elle ſouhaitteroit; il faut toujours prendre ſes meſures, & attendre l'occaſion de tirer avec plus de ſuccès, en leur faiſant comprendre l'avantage qu'il nous en revient.

La grande attention du Commandant en chef de l'Artillerie, eſt de prendre ſes précautions pour la diſtribution éxacte & diligente des munitions tant à la Troupe qu'à l'Artillerie: de maniere qu'elle n'en puiſſe jamais manquer, faute de les avoir trop voulu épargner, ni qu'elle ne puiſſe ſe perdre & s'égarer, pour les avoir trop prodiguées: il doit toujours ſe conſerver une reſerve pour une retraite ou échec, ou pour être en état d'entreprendre avec avantage ſur l'ennemi après leur défaite; & pour pouvoir profiter des ſuites de la victoire, ſans leſquelles les victorieux n'en tirent pas plus d'avantage que les vaincus, dès qu'on ne les cherche pas, & qu'on ne ſçait pas les diviſer & les rompre pour en voir la fin, & ſe rendre maître de l'Artillerie, de leurs convois, & des poſtes qui peuvent les trouver dans leurs retraites.

C'eſt dans ces occaſions qu'un Prince trouve à ſe dédommager des payes qu'il a données pendant tout un ſiécle, quelquefois au corps des Commiſſaires de l'Artillerie, ſans avoir tiré aucun ſervice pendant des trente ans de paix; & c'eſt auſſi dans ces occaſions qu'il paye chérement l'économie de ces emplois inutiles pendant la paix, mais ſi précieux en tems de guerre, & dont la capacité ne peut s'acquerir que pendant la paix, & qui ne peuvent ſe perfectionner que dans la guerre.

Quant aux batteries des mortiers dans un Siége, elles ne doivent

vent ordinairement être employées que contre les batteries, & les défenses de l'ennemi : celles des pierriers ne doivent être employées que dans la troisiéme parallele, pour inquiéter l'ennemi dans ses batteries, & sur tout dans les ouvrages extérieurs, & par tout d'où on veut les chasser pour y faire son logement.

Lorsqu'on bat une Place appartenante à une République, dans laquelle les habitans sont interessés, & ont voix dans les déliberations des Conseils de guerre, il faut battre vigoureusement à boulets rouges, à bombes, & à feux d'artifice, & lentement avec le canon; car il est naturel à chacun de penser à la conservation de ses maisons, de sa famille, & de sa propre vie; & pour obstiné que soit un peuple, il est difficile qu'il resiste à l'attache qu'il a pour son bien, & à l'amour propre de son sang, lorsqu'il peut en éviter la perte, sur tout lorsqu'il est assuré d'une honnête & inviolable capitulation.

Il y auroit au contraire de la cruauté à incendier une Place où le peuple n'a point de voix dans les déliberations des Conseils de guerre, à moins qu'il n'ait donné lieu à une represaille, ou qu'il n'ait violé le droit des gens, & de la guerre; mais il est toujours nécessaire & avantageux de battre à boulets rouges, & à bombes, les quartiers qui sont près des magasins à poudre, des provisions, des vivres & des bois, lorsqu'on sçait où ils sont, à moins qu'on ne soit assuré de prendre la Place avec peu de perte; car pour lors il en faut conserver les munitions comme les siennes propres, puisqu'elles seront utiles pour la continuation de la guerre.

Lorsque les batteries à mortiers ne sont que pour jetter la terreur, & l'épouvante dans un ravelin, dans un bastion, une place basse, ou un tenaillon, il ne faut se servir que des grenades royales, ou des bombes de 7 à 9 pouces, parce qu'elles suffisent, & qu'elles s'enterrent moins; & par conséquent leurs éclats font plus d'effet, & la dépense en est moindre: dans cette occasion il faut toujours tirer par les moindres élévations, afin que tout le tems que la bombe tombe en mouvement, elle donne une nouvelle inquiétude à l'ennemi; car dès qu'elle est en l'air il craint qu'elle n'éclate; si elle s'approche de lui, il en craint le choc & l'éclat; & dès qu'elle est à terre, le peril en est plus imminent; outre cela en tirant par les basses élévations, elle ne s'enterre point du tout; & par conséquent ses éclats en sont plus meurtriers; car lorsqu'elle s'enterre trop, elle jette de la terre aux environs, & il n'y a que quelques éclats de la partie supérieure de la bombe, qui vont même tomber souvent loin de l'endroit que l'on veut inquiéter; sans nuire à personne : tout le reste de la bombe faisant son effet contre la terre.

Il est de la derniere importance de sçavoir regler le tems de fusées des bombes dans ces occasions; car pour tirer par les basses élévations, il faut tirer de près, & par conséquent lorsque la bombe est en l'air : si elle crêve, elle incommode la batterie ou la tranchée, autant que l'ennemi ; & si elle fuse longtems à terre, devant que d'éclater, elle donne le tems à la troupe de se mettre sous des abris, ou de se jetter ventre à terre, ou même de l'étouffer.

Il faut pour cela avoir des fusées d'un tems précisément égal, autant qu'il est possible, & connoître le nombre des paroles de leurs durées; comme les tems du mouvement des projections sous differentes élévations, avec une même force de jet, sont dans la raison des Sinus des élévations, *par la premiere Section de la seconde Partie;* on peut avoir une table des tems correspondans au nombre des paroles sous chaque élévation que le mobile employe à faire son mouvement de la batterie au but; soit ce nombre de paroles de la durée totale de la fusée = 50, soit le tems que le mobile employe à faire son chemin sous une élévation quelconque = 30 paroles; il est évident qu'il faut compter vingt paroles, devant que de faire donner feu au mortier, si l'on veut que la bombe ne crêve précisément que dans l'instant qu'elle touche terre : si l'on veut qu'elle crêve à la hauteur de quelques toises, au-dessus de la tête de l'ennemi; il faut compter 22 à 24 paroles, ce qu'il est facile d'indiquer pour tous les dégrés d'élévation, *selon la seconde Partie:* par cette analogie, le Sinus de l'angle d'élévation connue, est au nombre connu des paroles pendant la projection sous cette élévation, comme le Sinus sous une élévation quelconque déterminée, est au nombre des paroles, pendant cette projection, qu'on cherche; il suffit donc de compter les paroles de la durée totale du mouvement, sous un coup d'épreuve quelconque, pour la construction de cette table. Je l'ai mis en usage avec succès plusieurs fois: l'instrument que j'ai donné dans la premiere partie, indique le nombre des instans de la durée du mouvement pendant chaque projection.

Il faut avoir grande attention de ne pas trop charger les bombes lorsqu'on tire de près, & sur tout lorsqu'on jette la bombe sur une hauteur au-dessus du niveau de la batterie, & de n'y pas employer de la bonne poudre, crainte d'en partager les éclats avec l'ennemi, parce que la bombe éclatant dans un endroit beaucoup plus élevé que celui de la batterie, il eſt évident que les éclats qui ſeront chaſſés par des angles égaux d'élévations, iront beaucoup plus loin à proportion de cette hauteur, que les éclats ſemblables d'une autre bombe qui ſeroit chaſſée de la même maniere & avec une même charge, mais d'un endroit moins élevé, ou au niveau de la batterie; il faut auſſi avoir attention lorſqu'on laiſſe filer pluſieurs paroles à la fuſée dans le mortier, d'avoir un Canonier prêt à donner le feu au mortier, dès que l'on compte la derniere parole, & de faire tenir la tête & tout le corps baiſſé aux deux Bombardiers, qui ſont deſtinés à donner feu à la bombe & au mortier, afin que ſi la bombe éclate dans le mortier, ils n'en ſoient pas incommodés.

Quand on tire ſur une Flotte, ſur une digue, ſur une écluſe, ou ſur une chauſſée, ſur les arches d'un pont, ou ſur des voutes à bonnes épreuves, il faut tirer au contraire par les hautes élévations, par une direction déterminée, en ſe ſervant de la table de la Section précédente, où l'on trouve la force de la percuſſion, ſelon les inclinaiſons des plans frappés & les élévations des mortiers; il faut alors ſe ſervir des bombes de 12 à 17 pouces, ſelon la force & la réſiſtance des buts qu'on ſe propoſe de frapper.

Quand il s'agit de tirer avec préciſion ſur un même endroit, juſqu'à ſa deſtruction totale, il faut charger avec grande attention, avoir des plates-formes doubles toutes de poutrelles à deux rangs, qui ſe croiſent en échiquier; donner toujours la même élévation, & aſſurer le mortier d'une maniere inébranlable ſur l'affuts, parce que le moindre dérangement eſt de conſéquence; il faut auſſi tous les jours mêler enſemble toute la poudre dont on a beſoin pour charger le mortier, la bien faire ſécher, ſe ſervir de la plus fine & de la plus forte, & avec la moindre charge qu'il eſt poſſible: de ſorte néanmoins qu'elle ſoit ſuffiſante, pour y porter la bombe à la hauteur qu'il faut ſur cette diſtance; il faut choiſir les bombes bien ajuſtées au calibre, & les mieux coulées, les péſer pour qu'elles ſoient égales autant qu'il eſt poſſible, & lorſqu'elles ne le ſont pas, mettre dedans de la terre, ou du ſable, ou du plomb pour les égaliſer toutes à un même poids commun pour un même mortier; il faut péſer exactement les charges dans le parc, & faire des cartouches cachetés, afin qu'on puiſſe exécuter plus vîte le mortier ; & pour lors on eſt aſſuré d'un bon ſuccès, ſur tout lorſqu'on ſe ſervira des affuts tels que je les propoſe, & qu'on aura des mortiers à chambre ſphérique, dont la chambre ſera toujours pleine ; il n'y a pour cela que cette difficulté qu'il faut fixer & déterminer la diſtance de la batterie à proportion de l'élévation du mortier, ſelon l'inclinaiſon du plan à fraper dans un alignement perpendiculaire à une horiſontale de ce plan, *par la Section précédente de cette troiſiéme Partie ;* ce qui n'eſt pas de conſéquence, puiſqu'il eſt facile, ſur tout dans la plaine, de choiſir ces emplacemens ; il ne faut jamais mettre de la terre, ni du fourrage dans la chambre, & la bombe doit toujours être placée de façon que ſon axe de gravité ſoit alligné avec celui de la chambre du mortier ; il faut ſur tout bien prendre garde que le feu ne manque jamais à propos à la charge de la bombe ; car il eſt fâcheux, & très pernicieux, qu'une bombe qui tombe bien à propos ne faſſe pas ſon effet ; comme l'emplacement de ces batteries eſt déterminé, les bombes ſont ſujettes à traverſer la tranchée & leurs éclats, lorſqu'elles crévent en l'air juſqu'à moitié chemin, s'en partagent toujours avec l'ennemi. Au Siége de Pizzichiton notre Commandant fut obligé d'envoyer avertir à nos batteries de ceſſer de tirer, parceque toute la nuit les bombes crévoient en l'air, ou ne crévoient point du tout par le défaut des fuſées : en hyver ſur tout quand il gêle, il eſt bien difficile d'éviter cet accident à cauſe du bois de la fuſée, qui romp facilement & ſe crêve à la chaleur de l'inflammation de la fuſée.

Quand on bat des endroits étendus, comme un ouvrage à corne, la place d'armes d'une Citadelle, un grand baſtion, il n'eſt pas abſolument néceſſaire de s'aſſujetir à tant de précautions qui ſont fort ennuyeuſes, & qui occupent un nombre conſiderable de perſonnes qui en ſont chargées ; mais il faut toujours avoir égard de choiſir des bombes bien faites, autant qu'il ſe peut égales pour chaque mortier, & de donner toujours le même dégré & la même charge pour atteindre un même but, dès qu'on l'a reconnu bon ; on ſe ſert dans ces occaſions des mortiers à chambres poires & coniques.

Dans un bombardement où il faut tirer à une grande diſtance, l'on ſe ſert ordinairement des mortiers à chambres ſphériques ou paraboliques, qui portent plus loin.

L'on bombarde un Château, ou une Place dans deux occaſions : la premiere lorſqu'on ne veut pas prendre la peine de faire un Siége en forme, & qu'il n'eſt queſtion que d'un coup de main. ſoit que les habitans de la Place ſoient d'intention ou d'un génie capable d'entreprendre ſur la garniſon, quand ils ſe verront brûler dans leur Ville, ſoit que la garniſon ne ſoit pas en état de ſe défendre, & qu'elle n'ait pas des abris à pouvoir ſe mettre à couvert, & en même tems défendre ſes murailles; pour lors une bombe ou deux tirées à propos ſuffiſent pour les faire rendre : la ſeconde occaſion eſt lorſqu'on veut prendre une Ville peuplée & marchande, dont la défenſe de la brêche ſeroit trop meurtriere, & que les habitans ne ſont pas d'humeur de le ſouffrir; alors il faut diſpoſer ſes batteries de façon que le feu puiſſe prendre dans cinq ou ſix quartiers à la fois, & ſur tout proche des rues marchandes, où il y a le plus de richeſſes; il ne faut pourtant pas les incendier tout à coup, crainte que le déſeſpoir ne les irrite; & que ne voyant plus de reſſource, & n'ayant plus rien à perdre, ils ne vengent leurs ruines par un deſeſpoir généreux.

Quand on bombarde une Ville qui a violé la fidelité ou le droit de la guerre, & des gens, & qu'on n'eſt point diſpoſé à faire quartier, il faut diſtribuer ſes batteries de façon que chacune batte ſon quartier; & pour lors il faut battre à boulet rouge, pour empêcher le ſecours de ceux qui veulent arrêter l'incendie en même tems, embraſer les couverts & les magaſins des matériaux combuſtibles; il faut que ce ſoit un déluge infernal qui ne donne point de tems à l'ennemi pour ſe reconnoître, & qui porte le feu, la terreur, la confuſion & le carnage tout à la fois, pour ôter le conſeil & la déliberation, & les livrer tout à coup à un déſeſpoir & à un abandon général: dans ces occaſions il faut retrancher ſes batteries, & mettre une forte garde tout à l'entour de la place, oppoſer un grand feu aux remparts, & ſe tenir toujours prêt, les armes à la main & en bon ordre, pour ſoutenir la fureur du peuple en cas de ſortie.

Dans ces occaſions, comme il n'eſt queſtion que de tirer ſur de vaſtes étendues, il n'eſt beſoin d'aucune regle, ni d'aucune précaution ſi exacte; tous les coups réuſſiſſent dans un endroit ou dans l'autre; il faut toujours achever de remplir la chambre avec de la terre & du fourrage, & ſe ſervir de tampon lorſqu'on en a, parceque cela épargne beaucoup la poudre, & ſur tout lorſque les endroits à battre ſeront hors de la portée de la chambre remplie à toute charge; car alors à force de comprimer, de temponner, & de mettre de la terre à l'entour de la bombe, on pourra y atteindre ; étant de la derniere importance de ne laiſſer aucun azile dans la place, & que tous ſe reſſentent de la terreur & de la confuſion, pour qu'on ne puiſſe déliberer dans aucun endroit en ſûreté.

Dans les retraites d'une Armée, il faut toujours poſter l'Artillerie de poſte en poſte, pour ſoutenir les Troupes qui défilent, & pour tenir en arriere l'ennemi, en croiſant les chemins par des abattues d'arbres, afin de pouvoir plus chicanner l'ennemi, & donner le tems à la Troupe de défiler ; il ne faut cependant pas abandonner l'Artillerie qu'à la derniere extrémité ; car ſa perte eſt toujours honteuſe, humiliante & pernicieuſe ; mais lorſqu'on aura de certains poſtes avantageux, & de difficiles accés, d'où l'on tire une grande défenſe pour donner le tems à la retraitte ; on peut s'y défendre juſqu'au dernier moment, à tout peril, & à tout riſque d'être obligé de l'abandonner ou d'être forcé : en un mot l'Artillerie doit toujours regarder le bien général de l'affaire, & non ſon avantage propre ; il n'eſt pas queſtion de faire des coups éclatans, comme de partager un homme, de démonter une piéce, &c. il faut tirer où il eſt néceſſaire pour le bien de l'affaire.

Quant au ſervice des piéces dans une Place aſſiegée, le Commandant en chef de l'Artillerie doit toujours concerter avec le Commandant de la Place, pour la diſtribution, préparation & exécution de tout ce qui concerne l'Artillerie.

Il faut prendre garde de ne pas s'amuſer à tirailler dans les commencemens ; mais auſſi il faut avoir une grande attention à ne pas laiſſer aborder impunément pour reconnoître la Place ; comme le ſont toujours les Généraux en chef, qui étant chargés du ſecret du Prince, & les premiers Ingénieurs, & Officiers généraux de l'armée, qui communiquent avec lui ſes deſſeins, qui viennent faire ordinairement les découvertes, on ne ſçauroit prendre trop de précautions pour les éloigner de la Place, & les troubler dans leurs découvertes ; car une découverte heureuſe & exacte de ces ſortes de perſonnages influe toujours un grand déſavantage aux aſſiégés ; il faut pour cela avoir un plan éxact de la Campagne, & que tous les Officiers des batteries ſachent précisément les diſtances des endroits remarquables qu'on peut battre de leurs poſtes ; qu'ils ſachent le pointement qu'il faut faire pour y atteindre un but, ſoit à la portée du but en blanc, ſoit en élévant les piéces, & ſe ſervant d'un inſtrument pour regler les élévations, afin que chaque piéce de chaque batterie étant pointée à un endroit de paſſage pour la découverte, on puiſſe attendre que l'ennemi s'y préſente pour y donner feu : lorſque l'ennemi ſe préſentera en quelque endroit, il faut avoir dans chaque batterie une piéce légére, ou deux toutes chargées, qu'on puiſſe pointer vîte pour tirer deſſus : au commencement du Siége, devant que l'ennemi ait formé ſes lignes, aux premieres approches de l'Armée, on peut s'exercer à tirer quelque volée ſous pretexte de découverte de quelque curieux, pour ſe regler ſur le pointement qu'on pourra faire alors ſur la veritable découverte, & dès que la Canonier ou Officier a le bonheur de faire un beau coup, il faut que le Gouverneur l'en faſſe recompenſer ſur le champ : cela donne de l'émulation pour le reſte du Siége à l'Artillerie, & anime toute la garniſon par l'eſpérance d'une récompenſe pour les belles actions.

Dans les commencemens il ne faut pas tirer avec les groſſes piéces; il faut ſe ſervir tout au plus des piéces de 8 à 4 livres de France, parce qu'il eſt inutile, pour tuer un homme, de tirer une ſi groſſe piéce, qui conſume beaucoup de proviſion, & lorſqu'on veut faire un bon coup, il eſt difficile de le faire avec des piéces moindres de quatre livres, parce que rarement elles ſont juſtes.

Il faut avoir auſſi des batteries de mortier à l'entour de la Place, pour battre les maiſons qui ſont à portée de la Place, quand il y en a, dont l'ennemi ſe ſert pour la découverte, pour les parcs, & pour les quartiers, ce ſont toujours de beaux coups, & d'importance, de pouvoir en éloigner les perſonnes pour qui elles ſont deſtinées, & leur perte eſt toujours à l'avantage de la Place, autant qu'elle eſt nuiſible à l'ennemi.

La grande attention que doit avoir un Officier Commandant de l'Artillerie dans une Place aſſiegée, c'eſt de ne pas laiſſer ouvrir impunément la tranchée : ſi l'on avoit ſoin de patrouiller à l'entour d'une Place, juſqu'à l'ouverture de la tranchée, par des petits pelotons qui ſe ſoutiennent les uns & les autres, on auroit peine à dérober cette premiere nuit, qui ſeroit ſi funeſte à l'ennemi, ſi la Place en ſçavoit profiter ; outre les précautions qu'on peut prendre par des épies fidéles aſſurées par le gain conſiderable qu'il y a à faire pour eux, s'ils ont le bonheur d'avertir fidélement, & à tems, par des ſignaux concertés avec le Commandant de la Place, & avec celui de l'Artillerie, & leſquels ne ſont pas ici de mon détail, on auroit outre cela l'attention de tirer continuellement des bales illuminaires à la portée de l'ouverture de la tranchée, on verroit infailliblement de quel côté elle s'ouvre : on peut aussi, par le mouvement de l'ennemi, qu'on découvre des clochers avec des lunettes à longue vûe, dont on devroit toujours avoir bonne provision dans une Place, on peut découvrir par la disposition de l'Armée, du quartier général, & du parc le côté de l'attaque ; & même la connoissance de la guerre, la situation des Troupes, l'état des affaires en général dans la Province, dont un bon Gouverneur devroit être parfaitement informé, à quel prix qu'il en coute, suffisent pour conjecturer heureusement du côté que se devra faire l'attaque, longtems devant qu'elle se fasse ; ce qui lui sert à preparer sa défense ; dès qu'on se doute, ou qu'on est informé des desseins de l'ennemi, il faut disposer ses batteries de mortiers & de canons, & faire avancer sur angles des chemins couverts, & même au-delà des glacis des petites piéces, que l'on pointe les unes horisontalement, les autres un peu plus élevées, & les autres moins, chargées à boulets ramés, enchaînés, & tirer continuellement des flancs collateraux de l'attaque de tous les deux fronts, même de tous les endroits des trois fronts qui peuvent plonger sur le poste de l'attaque : de cette façon on fera sentir à l'ennemi, qu'il doit aller bride en main, qu'il ne doit pas mazetter la garnison qu'il attaque ; ce qui le dispose à la verité de prendre bien ses précautions ; mais aussi le retarde, & donne le tems à la Place de faire sa disposition pour la défense des chemins couverts, pour la distribution de ses munitions, pour l'arrangement des vivres, & la défense des déhors, qu'il fait payer bien chérement à l'ennemi : tout ce premier succès de la premiere idée de la défense d'une Place, si important, dépend uniquement du Commandant en chef de l'Artillerie, & de sa disposition : il faut dès-lors tirer continuellement des feux d'artifices pour éclairer sur les travaux de l'ennemi : s'il y a quelque maison remplie de bois ou de fourrage aux environs de la tranchée, il faut tacher d'y donner le feu avec des bombes & des boulets rouges, pour éclairer sur la tranchée ; ce sont des coups de la derniere importance, qui sont très précieux pour la défense, pour l'honneur & pour la réputation de la Place ; on ne sçauroit jamais prendre trop de précautions pour s'en assurer ; & on ne sçauroit jamais trop harceler l'ennemi, pour le rebuter, & pour retarder son premier travail.

Le Commandant de l'Artillerie dès-lors doit travailler à ses batteries

batteries avec toute diligence, & dès la petite pointe du jour qu'il reconnoît la tranchée, comme les ouvrages ne sont jamais achevés, lorsqu'on se conduit de la façon que je viens de le dire pour l'interrompre, on tire avec les piéces de 24 & de 12 de France pour la renverser, sur tout sur l'emplacement des batteries, ce doit être un feu continuel de canon & de mortiers à bombe, & même les petites piéces au-delà des glacis, peuvent se couvrir avec des gabions farcis, & faire un feu continuel de ricochet pour l'inquiéter dans la tranchée ; il ne faut point craindre pour ces piéces jusqu'à ce que les batteries de l'ennemi soient achevées ; car s'il veut venir les insulter, elles sont sous le feu de la Place, il en paye chérement la victoire, s'il la remporte ; & il ne faut point se faire une honte mal fondée de les voir enlever au prix qu'il lui en coutera, quand on aura pris ses mesures pour les bien défendre : si l'ennemi dresse aussi de son côté une batterie volante, elle sert d'amusement à la place, & à former les Canoniers, pour tirer juste & reconnoître leurs piéces, ce qui leur sera d'un grand avantage, lorsqu'ils auront à tirer sur les premieres batteries.

Il faut faire prendre des points de vûe, pour battre la nuit suivante, & fixer les dégrés & les charges des piéces afin de continuer à inquiéter l'ennemi, & à retarder le progrès de sa tranchée ; c'est dans ces premieres journées que l'assiégé a tout l'avantage sur l'assiégeant : le Commandant de l'Artillerie doit en sçavoir profiter ; au lieu qu'ordinairement il semble que la Place s'endorme ; & que sous le pretexte de conserver les munitions pour la défense de la Place, elle ne tire point, ou ne tire que fort peu ; dès que les batteries des assiégeans sont établies, celles de la Place sont d'abord démontées : les batteries en brêche se font, & la Place se rend avec toutes ses munitions à l'ennemi ; voilà à quoi aboutit toute cette folle économie ; il faut à la verité se regler sur les provisions de la Place, mais quand on a de quoi tirer, il faut tirer beaucoup dans ces occasions : l'on tire aussi les petites piéces sur la Troupe, sur les charois, & toujours avec les grosses, dès qu'il s'agit de renverser les gabions & les épaulemens des batteries ; ce qu'on ne sçauroit faire avec les petites piéces.

A mesure que l'ennemi approche de la Place, le Commandant de l'Artillerie doit avoir soin de disposer ses batteries de mortiers & de pierriers, les quaissons, fourneaux, fougasses, &c.

& de préparer les barils foudroyants, & ſur tout les faſcines goderonnées, les tourteaux, bales incendiaires & illuminaires, & autres artifices; choſes très utiles, & qu'on ne pratique néanmoins que rarement.

Dès que l'ennemi eſt à portée de la cartouche, le Commandant de l'Artillerie doit faire diſtribuer ſes cartouches, ſous pretexte de ſorties & de fauſſes allarmes, la Place tâche d'attirer la garde de la tranchée ſous le feu des batteries qu'on lui fait eſſuyer meurtriérement: les pierriers dès-lors ne doivent ceſſer de tirer; & comme l'on uſe de retorſion du côté de l'aſſiégeant, il faut avoir des abris dans les poſtes étroits, contre les pierres, & la bombe, autrement la garniſon n'a pas plus d'avantage, & même moins de ce côté que l'aſſiégeant.

L'on tire ordinairement les pierres avec des chambres coniques, parce que les tirs en ſont plus juſtes: plus l'ennemi avance, & plus le Commandant de l'Artillerie doit redoubler ſes feux & ſes défenſes, à meſure qu'une piéce eſt démontée: au lieu de ſe rebuter, il faut vîte la recharger, & recommencer avec plus d'obſtination & de vigueur; mais ordinairement les Places ne ſont jamais aſſez pourvûes de tout ce qui leur eſt néceſſaire: les garniſons ſont foibles, les Soldats d'Artillerie en petite quantité, avec peu d'Officiers, qui ſe trouvent d'abord harracés, & hors de ſervice, faute d'être relevés; quelquefois à peine a-t'on du monde pour ſervir diligemment le quart des piéces que l'on a en batterie; & il faut laiſſer toutes ces belles diſpoſitions inéficaces malgré l'attention, la valeur, & la volonté d'un habile Commandant: une Place qui devroit reſiſter quatre mois tout au moins, ſe rend dans quinze jours tout au plus: les Places ne coutent rien à l'ennemi: les munitions s'en conſervent: il profite de l'Artillerie, & de tout ce qu'il y a dans la Place, tandis que l'Armée & les forces du Prince ſe détruiſent, celles de l'ennemi ſe conſervent, s'augmentent; ce qui l'anime, & lui donne tout le loiſir & la commodité de faire la conquête des autres; quoi qu'on puiſſe dire contre la dépenſe qu'il en coute, pour certaines proviſions qui paroiſſent inutiles à ceux qui ſont chargés de l'économie; ce n'eſt pas là le but des premiers Ingénieurs, & des premiers Généraux, qui ont fait bâtir les Places avec tant de dépenſes, & tant de défenſes; car le but veritable d'une Place, eſt de diſputer un terrein pas à pas, & de le faire payer cher à l'ennemi à mesure qu'il s'en rend maître ; afin que la longueur des Siéges, la fatigue de l'Armée, la perte des hommes, jointe aux maladies, & aux désertions inséparables des attaques meurtriéres, puissent donner le tems au secours, aux négociations, & aux préparatifs de la guerre dans le reste de l'état ; dès que les Places ne sont pas pourvûes, & que les garnisons ne sont pas telles qu'elles devroient être : bien loin de tendre à ce but, elles tendent à un autre tout contraire, puisqu'elles ne coutent rien à l'ennemi, & qu'il en tire de grands secours par les provisions qu'il y trouve, & qui lui servent à prendre les autres.

CHAPITRE SECOND.

Des dérangemens qui empêchent aux Mobiles de suivre le Pointement des Piéces, & des moyens d'y remedier.

SI l'on doit avouer que les régles que la théorie a données pour ajuster les tirs de nos bouches à feu, sont souvent démenties par l'expérience ; il faut aussi avouer qu'on prend rarement les précautions qu'elles indiquent ; on voudroit faire des épreuves, mais on s'y neglige d'une façon que lorsque les coups ne sont pas tels qu'on les attend, on ne peut jamais s'assurer si cela provient du défaut des principes qu'a enseigné la théorie, ou du défaut & de la négligence de la pratique : on se sert des poudres qui ne sont pas homogénes, de bombes & des boulets inégaux ; on refoule inégalement ; on a des affuts mal construits ; on donne un dégré d'élévation pour un autre ; on assure mal la piéce sur ses coins de mire ; on suppose une piéce bien coulée qui aura quantité d'imperfections ; & l'on voudroit que la pratique répondît à la théorie : chose impossible ! nous devons examiner à présent en détail les accidens qui doivent faire varier les tirs des bouches à feu : nous ne parlerons plus de ce que fait la différence des poudres, de leurs inflammations, de leurs arrangemens & compressions, du refoulement, des inégalités du métal, de l'inégalité du calibre des mobiles par rapport à leurs piéces, parce que nous l'avons déja traité amplement *dans la premiere Partie* ; il nous reste seulement à voir les moyens de remedier à ces accidens, autant qu'il eſt pratiquable, & de connoître les défauts qui proviennent par le dérangement des plates-formes, l'emplacement des tourillons, & par les défauts des affuts.

Lorſque la bombe eſt ſur la plate-forme qu'on ſuppoſe bien nivellée, & ſur ſon affus qu'on ſuppoſe parfait; mais que le noyau de la piéce n'étoit pas bien placé dans la chappe du moule, quand on l'a coulée; & la volée par conſéquent ne ſe trouve pas bien partagée au milieu des métaux : ce qui fait qu'en prenant la raſante AO (*Fig.* 158.) des métaux, ſur la ſurface extérieure par le point A de ſa lumiére, l'axe de la piéce qui eſt toujours la ligne de direction, ne ſe trouve plus dans le plan du pointement; & pour lors le mobile, au lieu d'aller au point qu'on ſe propoſe, s'en éloigne, ou ſur la droite, ou ſur la gauche, ſelon la direction de l'axe de la piéce qu'il ſuivra toujours, tout le reſte étant tel que la théorie le ſuppoſe, ce qui fait que l'on croit que le coup n'a pas répondu au pointement; pour éviter ce dérangement qui eſt très commun & très facile à remédier; il faut faire mettre un dégorgeoir bien droit à plomb dans la lumiére de la piéce, & au rayon du Soleil réflechi par le moyen d'un miroir ordinaire qu'on préſente à ſa volée, on reconnoit à la bouche ſi le dégorgeoir prend le milieu de la volée; & enſuite reconnoiſſant la lumiére ſur la plate-bande de la culaſſe, on la prend pour l'extrémité de l'axe de la piéce; on met un rondeau de bois à la volée bien ajuſté à ſon calibre, dont on prend le centre; enſuite avec un perpendicule d'une ſoye unie & deliée, on fait paſſer la verticale O*b*F au centre *b* de la volée, & on prend le point O ſur la plate-bande de la volée, lequel répond au point A de la lumiére, ſi elle eſt bien placée, & repréſente le point de l'autre extrémité de l'axe de la piéce: la ligne AO ſur la ſurface de la piéce eſt dans le plan de la projection; & par conſéquent celle de ſa direction.

Lorſque la lumiére eſt mal placée, il faut corriger ſur la plate-bande de la culaſſe, pour avoir un autre point N, qui repréſente l'extrémité de l'axe de la piéce, par lequel tirant un rayon viſuel NOP au point O pris ſur la volée, ce rayon ſera dans le plan de la projection de cette piéce; & par conſéquent celui de ſon pointement, *par la Geometrie.*

Il ſuit que ſi l'on fait paſſer une verticale A*a* par le point *a*, & un autre OF par le point *b* des extrémités de l'axe de la volée d'une piéce quelconque (soit que cet axe soit bien placé dans la piéce, soit qu'il soit mal placé dans la piéce), les points N & O pris sur les plates-bandes de la piéce, sont toujours dans le plan de sa projection; d'où il résulte évidemment que lorsque la plate-forme n'est pas nivellée, ou plus généralement, que par quelqu'autre manquement que ce soit, lorsque le rectangle A*a*, *b*O n'est pas perpendiculaire à l'axe des tourillons de la piéce : ce rectangle sera cependant toujours dans le plan de la projection de cette piéce; & par conséquent le rayon visuel AO ou NO, sera toujours celui du pointement, en faisant abstraction de l'élévation de l'axe *ab* de la piéce.

Lorsqu'on reconnoit que les tourillons de la piéce ne sont pas horisontalement placés sur la plate-forme, d'où que cela provienne, si l'on ne peut y remedier, il faut faire passer une verticale O*b*, *a*A, ou *b*M, *a*N, par le moyen d'un perpendicule par les extrémités de l'axe de la piéce; & pour lors le pointement AO ou NM, sera dans le plan de la projection.

L'on voit que si au lieu d'avoir pris les points N & M, on eût suivi la direction AO, le boulet fût allé à la droite du but, puisque la déclinaison de l'axe NO vise à la droite du but R.

Si ce défaut provient seulement des métaux de la piéce, le coup est corrigé, & sera également juste, en faisant abstraction du recul; mais s'il provient des roues de l'affus, ou du panchement de la plate-forme, alors le pointement est incorrigible de ce côté; car il ne suffit pas de redresser la piéce en prenant la direction AO : au lieu de prendre la direction AO, il faut encore empêcher que le canon dans son recul, ne recule pas plus facilement du côté que la roüe est plus basse (ou que la plate-forme panche), que du côte où elle s'éleve (ou bien où la roüe est plus haute); car si le boulet, comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie*, est encore dans la piéce lorsque le balancement de la force mouvante qui le chasse agit contre la culasse de la piéce qui en produit le recul; il est évident que l'affus ayant plus de facilité à descendre qu'à monter, le mobile probablement se détournera de sa direction, & se portera du côté que la plate-forme est plus élevée; à moins qu'un autre accident ne corrige ce défaut par un autre opposé; car si par le défaut du boulet, ou de la charge, le centre de gravité du boulet n'est pas dans l'axe de la volée de la piéce; il se peut faire qu'un défaut contraire précisément égal corrige le précédent, & que ce coup fût juste ; ou si le défaut étoit encore de la même nature, il seroit encore plus faux, ou si le défaut étant contraire est plus grand que le précédent, le boulet au lieu d'aller à droit iroit à gauche ; mais toujours moins que si par le défaut du recul, il n'eût point été porté à droit, le frottement de l'affus sur les plates-formes par l'inégalité des surfaces qui se frottent l'une contre l'autre, peut aussi détourner la piéce de sa direction, ce qui est évident.

Lorsque l'axe des tourillons n'est pas perpendiculaire au plan de la projection de la piéce, par le défaut de l'encastrement sur l'affus, en corrigeant le coup par le moyen du rayon NM, le coup sera juste ; car tout le reste étant dans la précision de la théorie, la piéce reculera également, & par conséquent suivra la direction de l'axe qui est dans le plan de la projection : on entend ici que l'axe de la piéce soit parallele à celui de l'affus, mais qu'un tourillon est plus enfoncé que l'autre, ce qui en dérange le nivellement.

Lorsque les tourillons ne seront pas perpendiculaires au plan A*b* de la projection, par le défaut des roües inégales, & dont le centre est juste ; alors quoi qu'on corrige le coup par le rayon visuel NM, ainsi que nous venons de le dire, il est évident que tout le reste étant dans la précision de la théorie, la grande roüe faisant plus de chemin que la petite dans son recul, détournera le mobile de sa direction MN, pour le porter du côté que se trouve la plus grande roüe ; il est assez difficile de corriger cette inégalité, aussi bien que toutes celles qui proviennent d'une cause qui tend à détourner la piéce de sa direction dans son recul, comme ce seroit encore, si l'axe FG (*Fig.* 159.) des tourillons de la piéce, n'est pas perpendiculaire à l'axe AB du milieu des flasques de l'affus ; & que celui-ci ne le soit pas aussi à l'essieu CD de l'affus, comme aussi si l'axe des tourillons FG étoit oblique à l'axe de la piéce ; car pour lors il est évident que quelque pointement NM, *dans la Fig.* 158. que l'on prenne sur la piéce, ce rayon NM, ordinairement ne sera pas dans l'alignement MQ du recul ; & par conséquent le mobile se démontrera selon la direction MQ, au lieu de suivre la direction de l'axe de la piéce, ou celle de l'axe de l'affus.

Si les inégalités des métaux détournent la piéce dans son recul de la direction de son axe, comme nous l'avons vû *dans la pre-*

miere Partie, l'on ne ſçauroit y remedier non plus que dans tous ces cas, qui détournent les piéces dans leurs reculs de la direction de l'axe de la volée, à moins qu'on ne gêne les flaſques & les roües par le moyen d'un chaſſis, ainſi que nous le verrons.

Lorſque les mobiles ſont mal faits, & que leur centre de gravité eſt mal placé par rapport à celui de leurs figures, on ne ſçauroit y remédier, à moins de faire enſorte que ce centre ſe trouve dans l'axe de la direction de la volée des piéces, ou bien à moins qu'on ne connoiſſe l'angle d'inclinaiſon BAC (*Fig.* 160.) de la direction AFB, que doit prendre le mobile par la ſituation du centre F de gravité, avec la direction de l'axe AGC, qui paſſe par le centre de la figure du mobile, & qui devroit être dans le plan de la projection, ce qui n'eſt pas; car pour lors en le connoiſſant, au lieu de pointer au point C, il n'y a qu'à pointer par un angle d'inclinaiſon CAD au point D, en prenant la direction AD, au lieu de la direction AC; il eſt évident que ce changement n'apportant aucun obſtacle au mobile, pour le détourner de ſa direction AFB, il la ſuivra, puiſque rien ne change dans la piéce, pour l'avoir pointée au point D, au lieu du point C, l'angle de déclinaiſon CAD étant égal à l'angle BAC par la ſuppoſition, la direction AFB par conſéquent tombera ſur AC où eſt le but, ce qui eſt évident, *par la Geométrie;* mais comme il eſt très-difficile de connoître, & de placer ce centre de gravité du mobile dans la piéce, on peut prendre patience lorſqu'on rencontre cet accident; car quelque régle qu'on ſuive, quand on ne connoit point l'amplacement du centre de gravité dans le mobile: ce point de gravité ſera tantôt à droit, tantôt à gauche, d'autres fois ſe trouvera placé juſte dans la piéce: de ſorte que quoique même on ſe ſerve du même boulet ou de la même bombe, de quelque diligence qu'on uſe, à moins que la fortune ne s'en mêle, jamais les directions ne feront égales, quoi qu'avec un même pointement; mais en ſe ſervant du même mobile avec grande attention, & qui ſoit d'un calibre bien ajuſté à la piéce: ſi cela arrive, on peut conclure que cela provient du centre de gravité du mobile mal placé dans la piéce.

Puiſque cela eſt ainſi, l'on voit qu'on ne ſçauroit trop prendre de meſures pour s'aſſurer d'avoir des boulets & des bombes parfaitement bien coulées, & égales pour chaque calibre.

Dans les chambres des mortiers, ou généralement dans les chambres des piéces, dont le calibre de la chambre eſt different de celui de la piéce : ſi l'axe de la piéce n'eſt pas préciſément dans l'alignement de l'axe de la chambre, les coups n'en ſeront jamais juſtes ; mais comme la ſituation des deux axes ne varie jamais, ſi l'on ſe ſert du même mobile, & que tout le reſte ſoit dans la préciſion de la théorie, alors il eſt facile d'y remédier; car il n'y a qu'à pointer l'axe de la volée de la piéce au point M, de ſorte que l'angle DAC ſoit égal à l'angle CAM ; il eſt évident pour lors, *par la Geométrie*, que la direction AD, que le mobile prend, par ce défaut tombera ſur la direction AC, qui conduit au but C.

De ſorte que ſi un mortier fait toujours détourner la bombe du même côté, nonobſtant les précautions que l'on prend pour toutes les conditions requiſes à un bon pointement, on peut conclure que l'axe de la chambre n'eſt pas aligné avec celui de ſa volée : ordinairement l'obliquité de l'axe de la chambre fait que cet axe n'eſt pas perpendiculaire à l'axe des tourillons ; & parce que cet axe des tourillons doit être ordinairement perpendiculaire à la direction du recul de l'affus ; il ſuit évidemment que le mortier reculera ordinairement du côté oppoſé à celui où va tomber la bombe, parce que l'affus doit ſuivre la direction de la bombe même dans ſon recul AP : il eſt évident que ſi la bombe va à la droite du but C en D, l'affus par la direction AP ira à la gauche du côté oppoſé.

Si les mobiles ne ſont pas d'un même poids ni d'un même calibre, il eſt très difficile d'y remédier ; cependant ſi les boulets ne ſont pas de calibre, & qu'ils ayent trop de vent, ce qui eſt fort pernicieux pour les piéces, & les rend d'abord fauſſes & évaſées par le long & continuel balottement du boulet dans la volée, qui à ſon débouché ſe peut détourner en tout ſens, par toutes les directions infinies qu'on peut prendre dans la ſolidité d'un cone tronqué ABC (*Fig.* 162), par les angles des réflexions, ſelon les angles d'incidence des balottemens du boulet ſur le bord de la volée à leur débouché : ſi cela arrive cependant, il n'y a d'autres remédes que de les enveloper avec du linge, du gros drap, ou de la peau, afin que le centre de gravité ſe trouve dans l'alignement de l'axe de la piéce ; l'on peut remarquer l'impreſſion des boulets ſur la ſurface de la volée, après avoir tiré pluſieurs coups de ſuite avec des boulets qui ont trop de vent.

Quant

Quant aux bombes, lorſqu'elles ont trop de vent, il faut mettre des écliſſes de bois au lieu de la terre, quand il s'agit de tirer avec plus de préciſion: de ſorte que leur centre de gravité, qu'on ſuppoſe dans l'axe de leur figure, ſoit dans l'axe du mortier.

Lorſque les bombes ne ſont pas d'un poids précis, pourvû que leur calibre ſoit juſte, il eſt facile d'y remédier en mettant dans la charge du ſable, ou du plomb, pour en égaliſer le poids.

Si les coins de mire ne ſont pas affermis, il eſt évident que les portées ne ſeront jamais préciſes par rapport aux diſtances; car le mobile fera quelquefois le haut, d'autres fois le bas, & quelquefois il atteindra le but de ſorte qu'on ſera toujours obligé de tâtonner; cé défaut eſt beaucoup plus conſiderable pour les mortiers, que pour les canons; car ſi l'on tire par les baſſes élévations, & que le mortier ſe ſoûléve, les portées ſont beaucoup plus grandes qu'on ne le ſuppoſe, ſi l'on tire par les hautes élévations; & ſi les bombes partent encore ſous une plus grande élévation, par le ſoûlevement du mortier, elles ſont beaucoup moindres, qu'elles ne le devroient être; puiſque outre le retardement de la viteſſe de l'impulſion, qui eſt dans la raiſon des ($\frac{ss}{q}$) quarrés, des Sinus des élévations, elle diminue encore dans la raiſon des $cs - \frac{ss}{q}$. *Seconde Partie. Section troiſiéme.*

Pour éviter ce défaut, il faut premierement affermir les plates-formes des batteries ſur un fonds ſolide, autant qu'on le peut, & faire un double rang de poutrelles ou de gros madriers; en ſecond lieu il faut avoir des mortiers chargés de métal, ſur tout pour la dotation des Places, où il eſt important d'avoir des mortiers excellens pour leurs défenſes, qui puiſſent porter juſte ſur les batteries des aſſiégeans; 3°. Il faut avoir des affus lourds proportionnés au poids des mortiers, & à la ſecouſſe de la charge; 4°. Il faut s'aſſurer que les coins de mire ne varient point, & que l'on puiſſe fixer le mortier d'une maniere inébranlable ſous toutes les élévations poſſibles.

Si nous réflechiſſons ſur toutes ces conditions, nous avoüerons que de la façon que ſont faits aujourd'hui les affus des mortiers, il ſemble qu'on n'y ait eu aucun égard; car les uns ſont faits d'une maniere qu'on ne peut pointer le mortier, que ſous les élévations depuis l'angle de 25 dégrés, juſqu'à celui de 90, les autres ne peuvent même tirer que depuis 45 à 90, par l'élévation des crapaudines, ou des couffinets qui n'en permettent pas davantage ; de forte que s'il eft queftion de tirer par les baffes élévations, ou de tirer par des directions horifontales ou abaiffées, on ne peut plus l'exécuter avec ces fortes de mortiers, ils font prefque tous faits d'une façon, qu'on n'eft jamais affuré du dégré fous lequel on veut faire partir la bombe : voilà fans doute le fujet pour lequel les gens d'une fimple pratique décrient la théorie de toutes les régles qu'on peut leur donner ; parce qu'ils trouvent que c'eft prefque auffi-tôt fait de tâtonner dans l'occafion, que de s'en fervir ; ce qui ne leur arrive que par leur propre négligence à exécuter les régles qu'on leur donne, en prenant de plus fages précautions ; il paroit que l'invention des premiers affus de mortier (eu égard à cette confideration) étoit plus parfaite que la nôtre ; car au moins on pouvoit donner toutes les élévations qu'on vouloit au mortier, mais on n'avoit pas pris affez de précautions pour s'en affurer, & pour les affermir : je propofe une façon d'affus pour les mortiers, laquelle eft folide, & avec lefquels on peut tirer par tous les dégrés d'élévation depuis 0 à 90 dégrés, fans craindre aucune variation, & même par des directions abaiffées, autant qu'on peut en avoir befoin dans la pratique.

Quant aux piéces de canon, il eft facile de les affurer fur les affus, il y a peu de changement à faire ; il fuffit d'empêcher la piéce de s'aboucher, & d'empêcher les coins de mire de s'échapper de deffous la culaffe ; car à mefure que la culaffe s'appuye fur le coin de mire DGF (*Fig.* 163.), par l'éfort de la force motrice qui doit chaffer le boulet de la piéce, le coin s'échappe en s'approchant du point K, c'eft la raifon pour laquelle malgré le pointement d'un bon Canonier, l'on voit tant de coups extravagans & qui font le haut.

Si l'on refléchit fur ces deux accidens, nous avoüerons auffi de bonne foi qu'il femble qu'on n'y ait pas penfé ; car de la façon que font faits les coins de mire aigus, de maniere que les piéces n'appuyent que légérement deffus un feul point, l'on voit d'abord qu'il eft impoffible de s'affurer d'un coup jufte, & que cela dépend bien autant pour le moins de la fortune du Pointeur que de fon adreffe ; puifque deux coups également pointés par le même Canonier, & également chargés avec une même piéce, font fi différens l'un de l'autre ; l'un fera jufte, & l'autre s'échappera en-deſſus du but ; le troiſiéme au contraire fera le bas, & donnera à terre, ſans qu'il y ait aucune différence dans les pointemens & dans les charges ; bien plus quelquefois un coup qui dévroit être trop élevé va donner à terre, tandis que celui qu'on peut juger devoir faire le bas, paſſera au-deſſus du but lorſqu'on tire à la diſtance de 200 toiſes de France.

Pour éviter cet inconvenient, qui eſt très commun & facile à remédier, il n'y a qu'à faire les enchaſſemens des tourillons des piéces en-deça du but des flaſques des affus de deux calibres de la piéce de plus qu'on ne le pratique ordinairement, auſſi bien que celui de l'eſſieu de l'affus ; & faire une couliſſe dans les flaſques, afin de pouvoir y mettre un couſſinet d'apui ſous le ventre de la piéce après qu'elle eſt pointée ; ce qui lui empêchera de faire le bas, il faut faire à l'entretoiſe KFMN (*Fig.* 164.) de la culaſſe, ſur lequel les coins de mire appuyent un retient AFK, pour que le premier coin de mire ADG ne puiſſe s'échapper en arriere ; il faut donner outre cela peu de chute 2B au coin de mire, afin que la culaſſe de la piéce appuye deſſus plus rudement, & faire les coins de mirre auſſi larges que l'entretoiſe du repos eſt longue : de ſorte que GC = EN, afin qu'il ne puiſſe ſe détourner ni à gauche ni à droite, la figure ſeconde montre les changemens qu'on a fait aux affus de canon, auſſi bien que leur deſcription ; j'en ai fait l'expérience, elle m'a parfaitement réuſſi avec des piéces qu'on ne pouvoit regler ſans cette précaution.

Quoique cette précaution ne ſoit pas abſolument néceſſaire ; pour toutes ſortes de piéces, on ne riſque rien de la prendre dans tous les affus, & ſi elle n'eſt pas toujours utile, elle ne peut jamais nuire.

Quant aux dérangemens occaſionnés par une cauſe quelconque qui détermine la piéce à reculer d'un côté plutôt que de l'autre, il faut faire un chaſſis qui la gêne, & l'oblige toujours à reculer ſelon la ligne de direction du pointement ; bien entendu que l'axe du milieu de l'affus ſoit parallele au rayon du pointement ; on trouve la deſcription, les dimenſions & l'uſage de ce chaſſis à la fin de ce volume (*Fig.* 171.) : quoique le rayon viſuel du pointement ne ſoit pas parallele à l'axe du milieu de l'affus : le chaſſis en génant la piéce dans ſon recul, fait toujours que l'axe de la piéce recule parallelement, & rend les détournemens inſenſibles, comme on le peut voir dans la deſcription du chaſſis ; on ne sçauroit pourvoir aux dérangemens causés par la diversité des inflammations des charges, quoi qu'avec une même & précise quantité de poudre homogéne, qu'en se servant des chambres sphériques toujours pleines pour les mortiers, & d'une poudre dont la charge de la hauteur d'un seul calibre soit suffisante pour les canons; on trouvera à la fin de ce volume la description, les dimensions des canons & des mortiers, & celles de leurs affus : il est libre à chacun d'en juger comme il trouvera à propos ; je m'en rapporte aux expériences des Savans & Experts, à qui je les propose pour la prosperité des armes des Princes Chrétiens, à la gloire de Dieu & de son Eglise.

EXPLICATION DE L'AFFUS DES MORTIERS, Figures 165, 166 & 167.

LA Figure 165, représente le plan de cet affus, dont voici l'explication.

A Encastrement du poteau qui soutient la poutre au travers de laquelle passe la vis mesurée qui éléve ou abaisse le mortier.

C Encastrement des gardes qui arcboutent les poteaux.

DD Grosses poutres qui sont jointes au massif de l'affus en forme de chassis, par des boulons qui traversent tout le massif de l'affus, les poutres supportent les poteaux.

EE Massif de l'affus composé de deux grosses poutres jointes ensemble, & liées avec des liens, ou des bandes renforcées, & jointes aux deux poutres EE par des boulons.

F Encastrement ou arrondissement dans le massif de l'affus, pour que le ventre du mortier n'empêche point qu'on le puisse pointer par des directions horisontales ou abaissées.

G Madriers qu'on ajoute sur le devant de l'affus, pour y pouvoir appuyer dessus des madriers ou semelles pour soutenir les coins de mire.

H Coulisses pratiquées dans ces madriers G, & dans les poutres DD, pour y pouvoir introduire une planche qu'on met verticalement, afin de pouvoir gêner la tête des coins de mire contre cette planche, crainte que l'éfort du mortier ne les dérange : de ſorte que le mortier ſe trouve de cette façon engagé & affermi entre la vis *d*, & les coins de mire ; & l'on peut toujours reconnoître ſi le coup eſt parti ſous l'élévation déterminée.

Explication de la Figure 166.

Cette Figure repréſente la vûe de la partie du devant de l'affus qu'on a coupé ſelon la ſection AB de la Figure 165 du plan de l'affus : & comme on a marqué des mêmes caracteres les parties des madriers P, on reconnoîtra que DD ſont les deux poutres qui avancent ſur le devant de l'affus.

G Sont les retients faits dans le madrier P, pour ſoutenir les madriers M, qui ſupportent les coins de mire.

H Sont les couliſſes pratiquées dans la poutre D, & dans les madriers P, la Figure montre comme les planches peuvent y être introduites auſſi bien que leur uſage.

F Arrondiſſement dans le maſſif pour que le mortier puiſſe librement s'élever & s'abaiſſer.

On a fait trois différens retients *g*, afin de pouvoir hauſſer & baiſſer les coins de mire, à meſure qu'on éléve ou qu'on baiſſe le mortier ; il y a auſſi deux couliſſes, pour que les planches qu'on y introduit verticalement, ſoient plus proches des coins de mire. Je ne propoſe cet affus que pour faire des épreuves aſſurées, ou pour des occaſions où il faut tirer des bombes avec une grande préciſion.

Explication de la Figure 167.

L Gardes qui arcboutent les poteaux & les flaſques même.

M Corps de l'affut de deux groſſes poutres bien liées enſemble, ou même d'une ſeule poutre s'il ſe peut, lequel eſt joint aux deux poutres NN, par de gros boulons qui le traverſent entierement, & débordent de part & d'autre des poutres NN, pour embarrer en batterie & hors de batterie.

La partie NP des deux poutres NN, qui avance au-devant & au derriere de l'affut, ſert à lui donner un plus grand empattement & à le rendre plus ſolide.

O Levier avec lequel on embarre dans l'écroue F, pour ramener le mortier, & lui donner le dégré précis d'élévation par le moyen de la vis mesurée *d*.

Lorsqu'on n'est pas pressé, on peut ramener le mortier avec cette vis, avec un seul homme.

R Boulons qui servent à embarrer & à flasquer pour pointer le mortier.

Explication de la Planche 17. Part. III.

Figure 168. Flasque d'un affut de canon de vingt-quatre livres de France, où l'on voit le changement qu'on y fait à la tête de l'affut, pour y pouvoir mettre un coin d'appui sur le devant de la piéce.

AA Vûe d'un flasque d'un affut à canon avec ses mortaises.

bb On a marqué par un *b* l'enfoncement & l'encastrement que l'on doit pratiquer à la tête de l'affut AD, pour y pouvoir placer un plateau ou espece de semele qui soutient les coins de mire qu'on met sous le devant de la piéce, pour lui empêcher d'aboucher & de faire le bas; ce plateau est de la largeur de l'entretoise de volée, & de la longueur *bb* de l'encastrement.

ABD Tête de l'affut plus longue de deux calibres de la piéce, de plus qu'on ne le pratique ordinairement.

EF Encastrement de l'essieu de l'affut qu'on a reculé également de deux calibres de plus qu'à l'ordinaire.

On ne représente pas l'affut entier, parce que cela est inutile. Quant au changement que je propose à faire aux coins de mire sous la culasse, on a vû dans la Figure 164, qu'on y laisse un rebord sur l'entretoise du repos GG, pour retenir le premier coin de mire, crainte qu'il n'échappe en arriere; & que la largeur des coins de mire doit être égale à la longueur de l'entretoise, pour qu'ils ne chancelent point: sur toutes choses il faut avoir attention de faire les coins de mire selon l'endroit qu'on veut battre, en ne leur donnant que l'inclinaison suffisante à pouvoir élever ou abaisser le pointement 5 à 6 toises plus haut ou plus bas que le but qu'on veut battre: ce qui suffit & au-delà, & fait que la piéce est plus ferme sur son coin de mire.

Explication des figures des Canons 169 & 170.

Cette figure n'eſt pas pour donner une juſte épaiſſeur des canons ; car pour en fixer les dimenſions, il faudroit avoir trouvé une poudre telle qu'on l'a propoſée, parce qu'à meſure que les poudres ſeront moins fortes, il faudra en augmenter la charge ou diminuer les diſtances des batteries : ainſi cette figure ſert ſeulement à faire voir l'avantage qu'on tireroit de cette poudre & de ces piéces, dont les portées avec des charges homogénes ſeroient beaucoup plus égales.

On a auſſi augmenté le poids du bouton, & on l'a allongé pour donner plus de péſanteur à la culaſſe, afin que la piéce ſoit plus ſolide ſur ſes coins de mire.

On ne condamne pas pour cela les autres piéces longues qu'on pourroit faire, ſi l'on avoit cette poudre plus forte, comme on les fait, en les chargeant avec notre poudre ordinaire ; mais on prétend ſeulement que les piéces ſeroient beaucoup plus juſtes, & ſeroient d'une grande utilité dans l'exécution, par l'avantage qu'on y trouve dans les munitions qu'elles conſument de moins ; & par la juſteſſe & par l'égalité de leurs coups, dont il faudroit un nombre beaucoup plus moindre pour un même effet, qu'avec les piéces & les poudres ordinaires : le reſte de l'explication pour les dimenſions des piéces, ſe trouve dans le diſcours ſuivant.

Dimenſions des Canons des Places.

Figure 169. Gros canon pour les aſſiégés dans une place. Cette méthode eſt générale pour toutes les piéces qui ne ſont point couleuvrinées.

Longueur du canon de l'extrémité du bouton à la bouche, ... calibres, 17

Longueur de la volée, depuis le fonds de la chambre juſqu'à la bouche, y compris le demi calibre d'arrondiſſement du fond de la chambre, ... calibres, 12 $\frac{1}{2}$

Epaiſſeur du métal à la culaſſe, ſur toute la longueur du premier renfort paralelle à la volée, calibres, 1 $\frac{1}{4}$

Epaiſſeur à la bouche du canon, . . . calibres, $\frac{3}{4}$

Le second renfort est une ligne parabolique.

Longueur du premier renfort, compris le demi calibre d'arrondissement du fond de la charge, qui est en demie sphére, . . calibres, $5\frac{1}{2}$

Hauteur de la charge de poudre, y comprise la demie sphére, ... calibres, $1\frac{1}{2}$

Distance des tourillons de la fin du premier renfort, ... calibres, 1

Longueur & grosseur des tourrillons, . calibres, 1

Dimensions des Piéces de Campagne.

Figure 170. Canon de Campagne pour les assiégeans. Cette construction est générale pour tous les calibres différens des piéces qui ne sont point couleuvrinées.

Longueur du Canon depuis le bouton jusqu'à la bouche, ... calibres, 15

Longueur du Canon du fond de la volée jusqu'à la bouche, ... calibres, $10\frac{1}{2}$

Epaisseur à la culasse, ... calibres, $1\frac{1}{6}$

Epaisseur à la fin du premier renfort, . calibres, $1\frac{1}{6}$

Epaisseur à la bouche, ... calibres, $\frac{2}{3}$

Le second renfort est une ligne parabolique.

Longueur du premier renfort, compris l'arrondissement du fond de la charge de poudre, compris la demie sphére, . . . calibres, $5\frac{1}{2}$

Distance des tourillons de la fin du premier renfort, ... calibres, 1

Longueur & grosseur des tourillons, . calibres, 1

Hauteur de la charge de poudre, compris la demie sphére, ... calibres, $1\frac{1}{2}$

Explication de la Planche 18. Part. III.

Figure 171. Vûe du chassis sur sa plàtte-forme, pour regler la piéce dans son recul, & l'empêcher de se détourner sensiblement de sa direction.

AA Platte-forme dans laquelle on distingue les madriers & les clouds qui les attachent aux poutrelles BB.

BB Poutrelles qui ſoutiennent la platte-forme, où l'on voit en même tems le profil de la platte-forme : ces poutrelles ſont levées & fixées ſur un madrier ZZ.

CC Poutrelles du chaſſis qui gênent & emboëtent, pour ainſi dire, les jantes de la roüe de l'affut, en formant une eſpece de couliſſe, le long de laquelle les roües avancent ou reculent en droite ligne.

D Entretoiſe de liaiſon qui ſert à aſſembler les poutrelles CC du chaſſis, & en même tems à ſoutenir la queüe de l'affut dans ſon recul.

E Autre entretoiſe d'aſſemblage du chaſſis : dans le milieu de cette entretoiſe il y a un trou au travers dans lequel paſſe la cheville ouvriere.

F Cheville ouvriere du chaſſis, ſur laquelle le chaſſis tourne lorſque par le moyen des cabeſtans on veut pointer à droite ou à gauche : cette cheville eſt enfoncée ſous terre, & jointe à une poutre qui eſt ſous terre.

GG Poutre enfoncée dans la terre retenuë par des piquets bien enfoncés, afin que la cheville ouvriere ne s'ébranle point.

H Tête platte & quarrée de la cheville F, laquelle tête s'enfonce & s'enchaſſe dans la poutre GG, où elle eſt attachée avec quatre vis avec leurs écrouës, pour qu'elle ſoit plus ferme.

ii On a marqué par un *i* tous les piquets qui affermiſſent la poutre GG.

K Coins de retient qui étans curvilignes, retiennent inſenſiblement la rouë, & l'empêchent de reculer, & la remettent d'abord en batterie d'elle-même : de ſorte que ſi l'on arrête ſur l'entretoiſe par le moyen d'un bouton le coin de mire ſous la culaſſe de la piéce, elle ſe trouvera d'abord pointée, & portera toujours au même but ſon boulet ; on ne met ce coin de retient K, que lorſqu'on veut tirer vitement.

LL Coins de retient qui ſervent d'heurtoir, pour empêcher que la piéce en retombant en batterie ne ſorte du chaſſis en avant.

MM Poutrelles qui ſervent à guinder la queüe de l'affut, en formant une eſpece de boëte ou de couliſſe, de ſorte qu'elle recule toujours en ligne droite.

N Poutrelle qui ſert à retenir la queüe de l'affut lorſque la piéce, par la violence du recul, a traversé le coin de retient K, & empêche que la piéce ne sorte de son chassis.

P Anneau attaché au chassis, pour que la corde puisse le détourner selon le pointement qu'on veut faire.

Q Corde qui traverse dans l'anneau du chassis.

R Piquet où l'on arrête le brin de la corde Q.

S Cabestan.

T Levier pour embarrer dans le tour du Cabestan.

Par le moyen de ces deux Cabestans on flasque la piéce; avec cette attention que si la piéce doit être détournée sur la droite, il faut abbattre au Treüil de la gauche, & à mesure qu'on abbat au Treüil de la gauche, il faut que celui du Cabestan de la droite lache insensiblement la corde X: & dès que le Canonier pointeur trouve le pointement, on arrête le chassis par le moyen d'une vis en bois qui enfonce. Si le coup est juste, on continue à tirer sans repointer la piéce; s'il n'est pas bon, on retourne flasquer jusqu'à ce qu'il soit juste. L'on ne propose ce chassis que pour des occasions pressantes où il faut un feu continuel & tirer sur un même but. On voit évidemment que le recul est toujours le même; & par conséquent la piéce ne sçauroit être détournée de sa direction par les défauts du recul.

Explication de la Planche 19. III. Part.

La Figure 172, représente un mortier de 6 pouces à grenades royales, dont la chambre sphérique contient quatre onces de poudre.

A Piece de rosette pure bien corroyée qu'on peut pratiquer dans toutes les piéces d'Artillerie: elle sert à conserver la lumiere, parce qu'elle resiste davantage; on l'ajoute dans le moule lorsqu'on le construit.

Je n'ai pas reglé l'épaisseur des mortiers, & les figures ne sont pas tout-à-fait éxactes, parce que cela dépend des qualités des métaux & des forces des poudres qu'on ne sçauroit déterminer que par des expériences que chacun doit faire relativement au métal & à la poudre dont on se sert: & d'ailleurs ceci n'est qu'une ébauche de ce que je dois traiter plus amplement dans le second volume. J'ai seulement donné ces figures ici, pour voir la diversité de chambre qu'on pourroit faire pour chaque calibre.

On ne propose ces façons de chambre que pour s'assurer d'une plus grande justesse ; on ne condamne pas pour cela les mortiers faits différemment ; mais on veut seulement faire voir qu'ils sont moins justes, & qu'ils donnent des portées moins égales avec des charges égales, lorsque les chambres ne sont pas totalement remplies.

Figure 173. Mortier de 6 pouces à grenades royales, dont la chambre sphérique contient 8 onces de poudre.

Figure 174. Mortier de 6 pouces à grenades royales, dont la chambre sphérique contient une livre de poudre.

Figure 175. Mortier de 9 pouces, dont la chambre sphérique contient 8 onces de poudre.

Figure 176. Mortier de 9 pouces, dont la chambre sphérique contient une livre & demi de poudre.

Figure 177. Mortier de 9 pouces, dont la chambre sphérique contient deux livres de poudre.

Explication de la Planche 20. III. Part.

Figure 178. Mortier de place de 12 pouces. dont la chambre sphérique contient deux livres de poudre.

Figure 179. Mortier de place de 12 pouces, dont la chambre sphérique contient trois livres de poudre.

Figure 180. Mortier de place de 12 pouces, dont la chambre sphérique contient quatre livres & demi de poudre..

Explication de la Planche 21. III. Part.

Figure 181. Mortier de 17 pouces, dont la chambre sphérique contient six livres de poudre.

Figure 182. Mortier de 17 pouces, dont la chambre sphérique contient dix livres de poudre.

Figure 183. Mortier de 17 pouces, dont la chambre sphérique contient quinze livres de poudre.

EXPLICATION

De l'Instrument universel pour le Jet des Bombes, & des Figures qui y sont relatives.

Planches 22. 23. *&* 24. III. Partie.

C'EST le sort de toutes les inventions de n'être pas exemptes de changement dans leurs commencemens : l'on en trouve quelques-uns dans ces Instrument, ainsi qu'on peut le remarquer par les Figures. Ces changemens tendent à le rendre plus commode & plus universel pour toutes les operations dont un Officier d'Artillerie peut avoir besoin pour le jet des Bombes, comme pour mesurer les distances, & placer semblablement les plans qu'il veut frapper.

L'on peut prendre les dimensions sur l'Echelle de 12 pouces, pied de Roi, au bas de la planche 23. Part. III. Cette échelle sert seulement pour les Figures 184, 186, 187, 188, 189 ; les autres Figures 185, 190, 191, 192, 193, 194, 195, 196, n'ont point d'échelles.

La Figure 184, représente le limbe HGF de 18 pouces $\frac{1}{2}$ de diamétre ; il est posé sur une carcasse de bois d'arcajou, parce que de cette grandeur il auroit été trop pésant, si tout l'Instrument eût été de cuivre.

Ce limbe est divisé en demi dégrez, & chaque demi dégré est soudivisé de 5 en 5 minutes, par le moyen des cercles concentriques & des transversales, ainsi qu'on peut le voir de F en R ; le reste du demi cercle de cette figure n'est divisé qne de 5 en 5 dégrez, parce que cela suffit pour l'intelligence de ces divisions.

ML est une bande de cuivre qui joint les deux extrêmités du limbe, pour empêcher qu'il ne s'ouvre & se dérange. AB est aussi une autre lame pour gêner le limbe, & le fortifier contre les efforts du bois de la carcasse, au cas qu'elle fût tourmentée. NO & QP, sont des traverses qui sont enchassées dans le limbe de bois CBD de la carcasse, pour la contenir d'avantage.

La

La Figure 186. repréſente la ſurface inférieure de l'Inſtrument oppoſée à celle de la figure 184. En voici l'explication.

A Centre du demi cercle armé d'une plaque de cuivre, afin qu'il ne puiſſe ſe décentrer.

V Vis de cuivre pour ſerrer le limbe de cuivre contre ſa carcaſſe, par le moyen des écroues qui ſont attachés en dedans au limbe de cuivre.

RR Plaque de cuivre à laquelle eſt attaché le pied du demi cercle repréſenté par la figure 187 : ce pied entre dans la genouillere, fig. 189. Cette genouillere s'enchaſſe dans le pied à trois branches NM, repréſenté par la fig. 188.

Y Vis qui attache la plaque RR à l'Inſtrument.

X Centre de gravité de l'Inſtrument, c'eſt-à-dire du demi cercle.

CC Pinules attachées à la ſurface inferieure du demi cercle : ces pinules ſont renverſées verticalement, quand on poſe le demi cercle horiſontalement.

D Vis qui attache les pinnules à la carcaſſe.

La figure 187. repréſente cette plaque RR.

La Figure 188. repréſente le pied à trois branches.

NM Eſt la partie qui entre dans la genouillere (*Fig.* 189.) dans laquelle SS, (*Fig.* 187.) tourne en tout ſens.

V Cheville ou vis qui ſerre le globe SS, pour affermir l'Inſtrument.

O Autre vis qui ſerre contre le cylindre NM de la figure 188, pour l'empêcher de tourner à l'entour.

La Figure 185. repréſente l'alidade HF avec la lunette AB, à foyer mobile.

EE Pinules.

F Plaque qui attache la pinule E à la regle HF.

G Vis qui ſerre la plaque à la regle.

C Piéce à laquelle ſont attachées les deux ſoyes croiſées qui paſſent par le foyer.

V Vis qui ſert à remuer les croiſées. Cette piéce eſt connüe, il eſt inutile d'en parler davantage.

Pour verifier ſi la lunette eſt parallele à la regle, il faut qu'en bornoyant par les pinules E, (*Fig.* 185.), on voye le même objet que l'on voit vis-à-vis de l'interſection des deux ſoyes, en bornoyant par la lunette DB. La piéce C, ſert à ajuſter le foyer de la lunette, pour que cela ſe rencontre ainſi.

La Figure 190. repréſente le carton CBD, qu'on met dans le demi cercle CBD (*Fig.* 184.), ſur lequel on trace les plans inclinés, & les objets qu'on veut frapper, ſemblablement comme ils ſont ſur le terrein; ainſi que nous l'avons déja expliqué.

La Figure 191. repréſente l'alidade qui trace la parabole. A eſt le centre de l'Inſtrument.

L'alidade s'enchaſſe au travers de la cheville A de l'Inſtrument, (*Fig.* 192.) qui entre dans le trou A de cette alidade: elle eſt diviſée en 23 parties égales, chacune deſquelles eſt ſoudiviſée en 16 parties égales ſur la ligne CC.

La ligne DD eſt diviſée ſelon la ſuite des quarrés 0, 1, 4, 9, &c. des parties égales; c'eſt-à-dire $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{9}{16}$, &c d'une des parties égales 1, 2. 2, 3. &c. Les éguilles ſont égales à ces parties $\frac{1}{16}$, $\frac{4}{16}$, $\frac{9}{16}$, &c.

La Figure 192. repréſente l'Inſtrument poſé horiſontalement lorſqu'on veut s'en ſervir comme d'un demi cercle gradué: le bord HC, DF, ſert à mettre pluſieurs cartons lorſqu'on veut s'en ſervir comme d'une planchette graduée, avec la ſeule alidade HF, (*Fig.* 185.)

EV Pinules fixes ſur le diamétre du demi cercle.

MG Pied à trois branches.

On peut auſſi ſe ſervir de cet inſtrument en qualité de planchette ordinaire, avec la même alidade qu'on ne traverſeroit pas ſur la cheville AM: ce qui eſt évident ſans autre explication.

La Figure 193. repréſente la partie AB inférieure de la regle HF (*Fig.* 185.), ou de l'alidade AB (*Fig.* 191.), à laquelle il y a un reſſort de cuivre RR, qui affermit les alidades contre le bord du limbe de la carcaſſe de l'Inſtrument, par le moyen d'une vis qui appuye contre une lame L de cuivre.

La Figure 194. repréſente la vis qui ſerre l'alidade AB (*Fig.* 191.) ou FH (*Fig.* 185.), contre le centre A du demi cercle: cette vis doit entrer dans la cheville A (*Fig.* 192.), de la piéce du centre de l'Inſtrument, laquelle eſt percée & tarodée pour cet effet.

On voit par la Figure 195. la façon dont les éguilles OL s'accrochent à l'alidade AB (*Fig.* 191.), il y a un petit crochet O, qui paſſe dans la cheville E de la figure 191, qu'il y a à chacune des diviſions égales ſur la ligne AC. La raiſon de ce changement (car je les avoit fait percer d'abord) eſt, qu'il eſt trop difficile de manier l'alidade, au lieu que de cette façon on accroche les éguilles lorſque l'alidade eſt déja placée ſur l'Inſtrument, & on les ôte lorſqu'on veut ôter l'alidade, ce qui eſt beaucoup plus commode.

La Figure 196, repréſente l'Inſtrument poſé verticalement ſur ſon pied: ML eſt le carton qu'on y met pour y placer ſemblablement les buts qu'on veut atteindre.

On ne ſe ſert pas ordinairement de l'alidade BD, & de l'alidade AC enſemble: car l'alidade BD, n'eſt que pour prendre les diſtances des objets & leurs poſitions, par rapport à la batterie qu'on ſuppoſe au point A, & l'alidade AC eſt pour trouver les deux paraboles qui paſſent par ce point, comme nous l'avons vû. Ces deux piéces s'embarraſſeroient trop ſi on les joignoit enſemble: on ne les repréſente ainſi que pour faire voir comme elles doivent être placées l'une & l'autre ſur l'Inſtrument. On pourroit auſſi ſe diſpenſer d'une lunette, mais elle ne nuit point quand on veut en faire la dépenſe. J'ai déja fait voir les avantages de cet Inſtrument ſur tous ceux qui lui ſont équivalens.

Il me reſte encore à démontrer comme l'on peut trouver la force abſolue du choc, & l'angle d'incidence du mobile ſur un plan incliné, de quelque façon qu'il le ſoit, par rapport au point A de la batterie.

Soit le plan incliné MN (*Fig.* 191.), qu'on ne peut frapper que par une parabole AP 14, au point 14, par la direction AE; on demande quelle eſt la direction du choc, la force abſoluë du choc, & l'angle d'incidence ſur le plan MN.

Après avoir placé le plan déterminé MN, ſemblablement ſur l'Inſtrument, comme il eſt ſur le terrein, par les régles de la *Geométrie*, en ſe ſervant de l'Inſtrument même (*Fig.* 192. *&* *Fig.* 196.) je cherche la parabole AP 14, qui peut frapper ſur ce point 14; je tire la paralelle R 14 à l'horiſontale: j'éléve ſur le point R (qui eſt le centre ou le milieu de cette amplitude de la parabole par rapport au point 14) la perpendiculaire PR, laquelle paſſera par le ſommet P de cette parabole: faiſant RS double de l'abciſſe PR, elle ſera la ſoûtangente, comme je l'ai démontré par la nature même du mouvement uniforme, & comme on le démontre auſſi par la propriété de la parabole: or, puiſque cette ligne RS eſt ſoûtangente, la ligne S 14 ſera la tangente de la parabole au point 14, & par conſéquent la direction du mobile ſur ce point 14.

Nous avons dit que les chocs abſolus ſont à chaque inſtant dans la raiſon de la viteſſe que le mobile a dans cet inſtant ; c'eſt-à-dire de l'eſpace F 14, qui eſt compris entre la pointe de l'éguille qui paſſe au point 14 à l'autre éguille qui lui eſt immédiatement ſuperieure ; donc je peux prendre cette ligne F 14, pour la force abſoluë du choc ſur ce point. Et décrivant avec cette ouverture F 14 un arc de cercle juſqu'à ce que cet arc coupe la tangente S 14, il eſt évident que la ligne OL lui étant égale, ſera auſſi l'expreſſion de ce choc, auſſi bien que ſa direction : il ne reſte plus qu'à tirer du point O, la perpendiculaire OL ſur le plan incliné MN ; cette perpendiculaire ſera l'expreſſion de la force relative du choc ſur ce plan ; ce qui eſt évident, puiſqu'elle eſt le Sinus de l'angle d'incidence O, 14, L, du mobile ſur le plan incliné MN, par rapport au Sinus total O 14, qui repréſente la force abſoluë du choc.

En portant ſur une échelle la diſtance OL, j'ai la force relative du choc, auſſi bien que la force abſoluë, en y portant la ligne O 14, & meſurant l'angle O, 14, L, j'ai l'angle d'incidence du mobile ſur ce plan ; ce qui étoit propoſé.

On conçoit facilement qu'à quelque point A, 2, 3, 4, P, 14, &c. que fût placé le but, & quelque inclinaiſon déterminée differente de l'inclinaiſon MN qu'eût eu le plan, en operant de la même maniere, on eût également eu la force du choc abſoluë & relative, auſſi bien que l'angle d'incidence.

Pour une plus grande facilité, il faut ôter de l'Inſtrument l'alidade des éguilles, après avoir marqué le point S & le point 14, afin d'éviter l'embarras des éguilles.

On tire un grand avantage de cet Inſtrument, qui n'a point d'équivalent par rapport à la durée du mouvement qu'il nous indique, ni par rapport à la force du choc abſoluë & relative, auſſi bien qu'à l'angle d'incidence qu'il détermine pour tous les cas poſſibles.

Je donnerai dans le Volume ſuivant le moyen de diviſer l'alidade AC, eu égard à la réſiſtance du plein, auſſi bien que le rapport des éguilles entr'elles ; ce qui ſera d'une grande facilité ; & dans ces cas l'Inſtrument n'en auroit encore aucun d'équivalent.

L'Auteur a eu l'honneur de préſenter lui-même cet Inſtrument à Meſſieurs de l'Académie Royale des Sciences, qui lui ont donné leur approbation, & il leur en a démontré les uſages & les avantages.

Il ſe trouve chez M. Lemaire le Fils, à l'enſeigne du nouveau Quartier Anglois, Quay de l'Horloge du Palais, à Paris. Il l'a executé avec une éxactitude & une propreté qui lui ont merité des éloges de l'Académie Royale des Sciences.

Comme la longueur de l'alidade AC (*Fig.* 191.), ſurpaſſe d'environ 7 pouces, celle du rayon du demi cercle, les paraboles des projections ne ſeront pas toutes entieres dans le demi cercle : ce qui obligeroit à faire le rayon du demi cercle de 7 pouces de plus qu'il ne l'eſt afin que les paraboles ſoient entierement dans le plan du carton, ou bien d'ajouter un carton au demi cercle derriere l'alidade (ce qui ſuplée au demi cercle) pour ne pas rendre l'Inſtrument trop difficile à manier : je conſeillerois néanmoins de faire le rayon du demi cercle de l'alidade AC (*Fig.* 191.), c'eſt-à-dire de 16 pouces $\frac{1}{2}$ environ : dans ce cas l'alidade AC (*Fig.* 191.) reſteroit la même ; & tout le reſte devroit être augmenté à proportion. Le rayon cependant de 9 pouces & demi, comme nous avions dit, ſuffit pour la pratique : car les paraboles des projections ſur des buts ſitués au niveau, & au-deſſus du niveau de la batterie, ſont toutes entieres dans le plan du carton ; & les projections qui peuvent arriver dans la pratique ſur des buts ſitués au-deſſous du niveau de la batterie, y ſont auſſi entiers dans le plan du carton : il ne reſte dehors de ces paraboles, que la continuation de la parabole à l'infini, en ſuppoſant les hauteurs de la batterie au-deſſus des buts toujours plus grandes à l'infini, ainſi que nous l'avons dit : mais eu égard aux hauteurs ordinaires d'où l'on peut avoir occaſion de tirer, la plûpart des paraboles ſe trouvent dans le plan du carton : ce que la revolution de l'alidade des éguilles à l'entour de ſon centre ſur l'Inſtrument, fera mieux comprendre ſans autre explication.

FIN.