Théorie nouvelle sur le mécanisme de l'artillerie ...

Dulac, Joseph

A Paris, 1741

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-14750

Section seconde. Seconde hypothése sur les projections, en supposant le mouvement d'impulsion affoibli par la résistance de l'air.

porteront au-dessus du niveau OP, & qu'elles seront par conséquent toutes renfermées dans l'arc ME.

SECTION SECONDE,

Seconde Hypotése sur les Projections, en supposant le mouvement d'impulsion affoibli par la résistance de l'air.

CHAPITRE PREMIER,

Sur la diminution de la vitesse d'impulsion, dans lequel on fait voir la necessité qu'il y a d'avoir égard à la résistance de l'air dans nos Projections.

LA résistance de l'air contre le mouvement des mobiles est si généralement reconnue, qu'il n'est plus question que de trouver dans quel rapport le mouvement d'impulsion en est affoibli dans nos projections, quoiqu'il paroisse encore à plusieurs personnes que cette résistance est insensible, elle est assez considerable; car l'opinion de Galilée sur le mouvement ne subsiste, & n'a été introduite que pour faciliter la pratique ordinaire dont nous nous servons pour pointer les piéces selon les éloignemens & les situations des buts que l'on se propose d'atteindre; Galilée lui-même dans le quatriéme Dialogue des deux nouvelles Sciences, reconnoit cette diminution d'impulsion causée par la même résistance de l'air, & parle en ces termes.

Tirez d'une hauteur de 100 *brasses, ou plus une arquebuse chargée d'une bale de plomb, verticalement du haut en bas sur le pavé, & tirez avec une même charge, & la même arquebuse sur la même pierre, verticalement de la même maniere qu'auparavant de la distance d'une brasse ou deux, & voyez laquelle des deux bales est la plus écrasée & applatie; parceque si la bale qui a été tirée de plus haut est moins écrasée, & moins applatie que celle qui a été tirée de prés; c'est marque que l'air l'aura retardée en retardant le mouvement d'impulsion que la poudre lui a imprimée au commencement de son mouvement; & que par conséquent l'air ne sçauroit lui donner ce dégré de vitesse, de quelle hauteur que vous la laissiez tomber, que si la vitesse d'impulsion imprimée*

par

par la poudre, ne surpassoit point la vitesse que la bale pourroit acquerir, en tombant de cette hauteur, alors la bale qui vient de plus haut, devroit être plus applatie que celle qui viendroit de moins haut.

Je n'ai pas fait cette expérience de Galilée ; mais je panche à croire qu'une bale d'arquebuse ou de canon qui tomberoit d'une hauteur, quelque grande qu'elle fût, ne feroit jamais le même effet, ni la même percussion qu'elle fera lors qu'on la tire contre une muraille de prés ; c'est-à-dire de si prés, que le frottement de l'air qui la retarde dans son passage, ne puisse détruire la force d'impulsion surnaturelle de la poudre.

L'Académie de Florence a fait cette épreuve ensuite du sentiment de Galilée, avec une arquebuse rayée contre un devant d'une cuirasse, & a reconnu que les coups tirés de prés s'enfonçoient beaucoup plus que ceux qui étoient tirés de loin perpendiculairement du haut en bas : parceque, disent ces Académiciens, l'air retarde, & détruit plus la vitesse de la bale à mesure que le trajet de la bale est plus long.

L'Académie de Florence, pour connoître si la direction des piéces pourroit affoiblir le mouvement d'impulsion imprimé au mobile par une force quelconque, a fait aussi ces deux expériences suivantes.

La premiere avec une petite piéce d'une livre de bale de fer, mise verticalement, & fixée sur une charette tirée à six chevaux, de sorte que la piéce étoit verticale à l'horison ; on essaya de faire plusieurs décharges avec une même charge, les unes tandis que la charette étoit fixe & sans mouvement, & les autres tandis que les chevaux la tiroient à toute bride sur une plaine bien unie : dans les premieres la bale tomboit fort près de la piéce, lorsque le coup partoit, tandis que la charette étoit ferme & en repos, & lorsque la charette étoit en mouvement, & que les chevaux couroient à toute bride après que la charette avoit parcouru 64 brasses, depuis le départ du coup jusqu'à ce que le boulet fût retombé, les boulets n'étoient en arriere de la charette que d'environ quatre brasses, & le tems du mouvement des uns & des autres étoit égal ; c'est-à-dire que le boulet demeuroit autant en mouvement quand la piéce étant en repos, que lorsque le coup partoit, tandis que la piéce étoit en mouvement : cette impulsion lui venoit sans doute de la vitesse imprimée par la course des chevaux, & à la piéce & au boulet qui y étoit renfermé ; & c'est pour cela que le boulet parcouroit 60 brasses lorsqu'il partoit, tandis que la piéce couroit, au lieu qu'il retomboit à peu près ſur la piéce, lorſqu'elle tiroit étant en repos.

L'on voit par cette expérience que la viteſſe initiale d'impulſion ne change point par la direction de la piéce, comme nous en convenons dans cette ſeconde hypotéſe, & comme Meſſieurs de l'Académie de Florence vouloient le reconnoître; mais auſſi l'on voit que la reſiſtance de l'air a retardé le mouvement d'impulſion imprimé au mobile de la piéce par la courſe des chevaux de quatre braſſes ſur la diſtance de 64, qui eſt une 16^e partie; puiſque la viteſſe des chevaux étant celle même du boulet, les eſpaces parcourus en des tems égaux devoient être égaux; au lieu que le boulet ſe trouvant retardé par la reſiſtance de l'air parcouroit quatre braſſes de moins que les chevaux.

La ſeconde expérience ſe fit avec une arcbalêtre de celles qui ſe bandent avec le capeſtan avec des bales de plomb du poids environ de trois onces, la charette eût le tems de parcourir 78 braſſes, depuis le départ de la bale, juſqu'à ce qu'elle fût retombée, & elle tomba environ ſix braſſes en arriére, & lors qu'au lieu d'une bale de plomb on tira une bale de craye ordinaire ſur 100 braſſes que la charette avoit parcouru: les bales tomboient 17 braſſes de moins en arriére, d'où ces Académiciens concluent eux-mêmes qu'il falloit que l'air diminuât, par la reſiſtance, la viteſſe des mobiles, qui ont de la péſanteur, & cela dans la raiſon directe de leur plus grande legereté.

C'eſt auſſi le ſentiment de l'Académie Royale des Sciences, & de tous les Savans: Mr. Blondel, dans ſon art du jet des bombes, n'a pas oſé en diſconvenir; & tout ce qu'il a fait pour favoriſer ſon ſiſtême, eſt de dire que cette diminution étoit comme inſenſible, & que l'augmentation de la durée du mouvement compenſoit la diminution de la viteſſe par la reſiſtance de l'air, en quoi il s'écarte de la verité, puiſque les retardemens dans des diſtances conſiderables portent beaucoup plus de variation qu'il ne le ſuppoſe, ainſi qu'on peut s'en inſtruire par les épreuves, & qu'on l'a établi par de fortes conjectures, auſquelles on ne peut reſiſter de bonne foi: Mr. Blondel, lui-même, dans ſon art du jet des bombes, parle ainſi: *Quoique tout ce que je viens d'expliquer faſſe aſſez connoître, que ce que l'on dit contre notre hypotéſe, au ſujet de la compoſition des deux mouvemens, dont l'un eſt égal, & l'autre uniformément acceleré, n'eſt pas capable de la détruire; je ne voudrois pas néanmoins m'opiniâtrer à ſoutenir aveuglement, que par ce mélange il* *n'arrive jamais aucune mutation ni à l'un ni à l'autre ; car bien qu'il fût veritable que la pésanteur ne soit jamais oisive, & qu'elle agisse toujours également sur un corps, soit qu'il soit en repos, soit qu'il soit emporté de quelle rapidité que ce puisse être, il ne s'ensuit pas pour cela que les espaces qu'elle lui fait parcourir sur les perpendiculaires soient toujours les mêmes dans les mêmes tems, quoique peut-être ils seroient toujours dans les mêmes proportions.*

Nous voyons dans notre air, & dans le mouvemens des corps qui sont autour de nous, qu'un poids tombant parcourt environ trois pieds huit lignes & demie au commencement de sa chûte, dans le tems d'une demie seconde, & environ douze pieds deux pouces dix lignes dans celui d'une seconde entiere, & ainsi du reste, en faisant les espaces proportionnels aux quarrés des tems ; mais qui peut nous assurer que dans un air beaucoup plus élevé ou plus abaissé vers le centre de la terre, plus pésant ou plus leger, ou même agité d'une autre maniere que le notre, un corps en tombant ne parcourt pas un espace plus grand ou moindre que celui de trois pieds huit lignes & demie: dans la premiere demie seconde du tems de sa chûte, & que les autres espaces dans la suite de leurs mouvemens, sont entr'eux en proportion des quarrés des tems.

Si l'air, comme nous le voyons (continue Mr. Blondel) par les expériences admirables du Barométre, ne pése jamais plus que lorsqu'il est le plus pur, le plus serein, & le moins agité ; comme au contraire, il ne paroit jamais plus leger que lorsqu'il est battu des vents, ou chargé de nuages épais, lesquels y font apparemment des mutations, qui pour nous être inconnues ne laissent pas de suspendre en quelque maniere l'effet de sa pésanteur naturelle. Pourquoi ne pourrons nous pas, par la même raison, présumer que la violente rapidité de l'impression que le feu de la poudre communique à un boulet de canon, ne puisse au sortir de la piéce interrompre l'effet ordinaire de la pésanteur, & faire que les espaces qu'il parcourt sur les perpendiculaires dans le commencement de son mouvement, ne soient pas si grands qu'ils seroient, si le boulet n'avoit point d'autre impression que celle de sa gravité ; quoique ces espaces fussent toujours dans la proportion des tems du mouvement.

Quoiqu'il en soit néanmoins, cette difference ne sçauroit tout au plus faire autre effet sur la ligne de projection des mobiles, que de les rendre peut-être un peu plus droites au commencement de leur course qu'il ne faudroit, pour être exactement parabolique ainsi que Galilée l'a fort bien remarqué, sans que pour cet effet les proportions de leurs étendues, *ſuivant la difference de leurs directions, & ſuivant les nombres qui leurs ſont aſſignés dans les tables que nous avons propoſées ci-devant, ſe trouvent aucunement alterées.*

Le Savant feu Mr. de Varignon, dans ſon traité du mouvement des eaux jailliſſantes, nous donne la raiſon des obſtacles qui empêchent que la hauteur des jets d'eau verticaux, ne ſoit égale au perpendicule de l'eau, ce qui devroit être évidemment ainſi, ſi l'air joint à d'autres obſtacles ne l'empêchoit; il convient auſſi de la reſiſtance de l'air; & la table pour les hauteurs des eaux jailliſſantes de l'ingenieux Mr. Mariote, prouve auſſi que la reſiſtance de l'air n'eſt pas ſi inſenſible que le veulent dire les Sectateurs de l'hypotéſe de Galilée; puiſqu'une fontaine dont la hauteur ſeroit de 135 pieds 4 pouces, ne peut pas fournir un jet d'eau que de la hauteur de 100 pieds: Mr. de Varignon & tous les ſavans Phiſiciens, conviennent auſſi de la reſiſtance de l'air contre les oſcillations d'un pendule, qui lui empêche de remonter à la hauteur d'où il eſt deſcendu; ce qui peu à peu, comme l'expérience & la raiſon nous le perſuadent évidemment, détruit entierement la vibration du pendule.

L'imagination peut facilement concevoir l'égalité du mouvement d'impulſion, en ſuppoſant qu'une verge inflexible enfile la verge, ou le mobile comme le ſeroit un boulet enfilé, & qu'elle ſoit pouſſée continuellement par une puiſſance quelconque A, (*Fig.* 78.) par une direction horiſontale AC, ou par une direction élevée AB au-deſſus de l'horiſon AC, ou par une direction abaiſſée AF au-deſſous de l'horiſon vers le point B & F: mais ſi nous réflechiſſons que la force qui pouſſe le mobile dans les armes à feu n'eſt point permanente, & qu'elle ne redouble point les éforts ſur le mobile dès qu'il eſt déhors de la piéce, pour le chaſſer de A vers B, C, ou F: alors on aura beaucoup de peine à concevoir comment ce mouvement d'impulſion ſubſiſte ſans affoibliſſement malgré la reſiſtance de l'air, qui étant un fluide à reſſort, apporte toujours une nouvelle reſiſtance à chaque inſtant: au lieu que la force d'impulſion de ſon côté ne peut être que tout au plus égale; or cette reſiſtance de l'air eſt homogéne à la force de la puiſſance même qui chaſſe le mobile, puiſque cette puiſſance n'eſt autre qu'une diſpoſition de l'air même cauſée par l'inflammation de la poudre: comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie de cet Ouvrage.* L'air après tout eſt un fluide qui a du poids, du reſſort, & par conſéquent peut faire une reſiſtance; & puiſque cette resistance est toujours homogéne à l'action de la puissance qui agite le mobile, elle doit donc entrer dans la composition du rapport de son mouvement : l'on ne sçauroit nier cette resistance indépendemment des sentimens des Savans qui l'admettent ; puisque les corps d'une pésanteur spécifique plus grande, qui tombent du haut en bas, tombent beaucoup plus vîte que ceux d'une pésanteur spécifique moindre, quoique le poids d'un corps soit égal à celui de l'autre ; car la gravité du corps étant le principe unique de son mouvement dans sa chûte, si l'air n'apporte aucune resistance, le poids d'une livre de cotton tomberoit aussi vîte que celui d'une livre de plomb, ce qui est faux, & ne peut provenir que du plus grand volume que le cotton occupe de plus que le plomb ; c'est pourquoi formant une plus grande base, il s'oppose à une plus grande colonne d'air, laquelle oppose une plus grande resistance, & retarde sa chûte : le même effet se fait sentir dans les autres directions des mobiles agités par des causes externes, tout comme dans les directions verticales des graves agités par le principe interne de la gravité des mobiles ; car si l'on tire avec la même force un boulet de liége ou de cotton, ils n'iront pas si loin que ceux d'une autre matiere d'une pésanteur spécifique plus grande, telle que le chêne, le fer, le plomb, l'or, lesquels à proportion de leurs plus grandes pésanteurs spécifiques iront toujours plus loin, quoique poussés avec la même vitesse initiale ; & quoi qu'ils soient d'un même poids, & cela par la même raison que nous venons de dire, qui est que contenant sous un moindre espace un moindre poids, ils forment une plus petite base ; & par conséquent heurtent une moindre colonne d'air, laquelle oppose une moindre resistance ; car si les colonnes resistent, elles resistent par leur pésanteur ; or ces colonnes étant d'une même hauteur, comme on ne sçauroit en douter, elles agiront dans la raison de leurs bases contre les corps étrangers, tout comme elles pésent selon leurs hauteurs entr'elles ; or on ne sçauroit nier que l'air n'ait de la pésanteur, & elle est si bien établie, que ce seroit vouloir grossir inutilement ce volume, de vouloir l'établir en repétant toutes les expériences physiques de l'Académie de Florence, & de l'Académie Royale des Sciences par Mr. Mariote, & de tous les Phisiciens modernes, dont chacun est instruit à présent : une preuve convaincante que la pésanteur de l'air arrête le mouvement des mobiles d'une moindre pésanteur spécifique, c'est que si un boulet de plomb est creux, il ira moins loin qu'un autre boulet de plomb de même calibre, & qui n'auroit aucun vuide, s'ils sont chassés tous deux avec la même vitesse initiale, ce qui ne provient que de ce qu'occupant un plus grand espace, & pésant moins que lorsqu'il n'a pas de vuide, il est regardé comme un poids de moindre pésanteur spécifique, que celle du plomb comparée avec un boulet de plomb même; or puisque l'air est fluide, & qu'il résiste au mouvement des mobiles, il résistera donc dans la même maniere que l'eau résiste à un fardeau agité dans l'eau, soit par une force interne, comme par sa gravité dans sa chûte, soit par une cause externe, comme par une arme à feu ou autre puissance quelconque; il n'y a qu'à jetter un boulet dans l'eau, on voit qu'il va beaucoup plus lentement que hors de l'eau, à proportion de la condensation & légereté spécifique de l'eau, il ira ou plus vîte ou plus lentement.

La resistance de l'air contre le mouvement des mobiles, sera à la resistance de l'eau contre les mêmes mobiles poussés avec la même force, comme le poids de l'eau est au poids de l'air; mais la pésanteur spécifique de l'eau a une raison sensible à la pésanteur spécifique de l'air, puisqu'il souleve une colonne d'eau de 30 à 33 pieds de hauteur : donc elle doit être considerée, & n'est pas de si petite conséquence qu'on le dit, puisqu'on peut regarder cette resistance comme une puissance capable de remuer, & de soûlever par sa seule pésanteur un fardeau de 2376 livres, qui est le poids de 33 pieds cubes d'eau, à raison de 72 livres le poids d'un pied cube d'eau, d'où il suit que l'air étant plus pésant sur les lacs, les étangs, les marais, les rivieres, & la mer: la resistance de l'air y doit être aussi plus forte que le mouvement des mobiles; nous observons aussi que les portées des piéces dans ces situations sont beaucoup moindres que dans des endroits élevés, où l'air est moins chargé de parties terrestres, & oppose une moindre pésanteur contre le mouvement des mobiles: certainement cette force de 2376 livres; & cette difference qu'il y a d'un tir d'une piéce sur l'eau, au tir d'un autre dans un air épuré, est trop considerable pour être regardée comme d'aucune conséquence contre l'impulsion des mobiles; car si cette difference de la gravité spécifique d'un air à l'autre, peut elle seule diminuer si sensiblement le mouvement sur une petite étendue de la portée d'une piéce, donc toute la gravité entiere de l'air de la mer fera une grande diminution sur une vaste étendue, en supposant que la piéce soit infiniment élevée au-dessus de la mer.

CHAPITRE SECOND,

Où l'on donne un principe de pratique, pour déterminer la resistance de l'air au mouvement d'impulsion, & à celui de sa chûte.

LA resistance de l'air a été traitée par plusieurs hauteurs qui ont établi differens sistêmes : Wallis est le premier qui en ait écrit ; il établit d'abord les resistances instantanées comme les vitesses restantes à la fin de chaque instant: c'est sur ce principe qu'il établit son calcul ; mais dans le même endroit il ajoûte qu'on peut dire que les resistances sont comme les quarrés des vitesses ; & que si l'on aime mieux s'en tenir au second sentiment, il y souscrira de bon cœur ; après Wallis, Neuton, Bernoulli, Hugens, Hermand, & généralement tous les Savans de l'Europe, se sont déclarés pour les resistances selon les quarrés des vitesses ; & ils ont appuyé leur choix sur plusieurs expériences, & sur tant de raisonnemens phisiques, qu'il semble qu'il y auroit une espéce de témerité de vouloir penser autrement ; il faut cependant avouer que de quelque maniere qu'on établisse la resistance, il se trouve de si grandes difficultés, quand on en veut venir à la pratique, qu'il n'est presque pas possible de les resoudre ; c'est ce qui m'a obligé de prendre un autre parti dans cet Ouvrage, dont le but est plutôt d'instruire les gens de guerre, que de donner des principes trop éxacts & trop geométriques, qui ne pourroient servir que pour une speculation infructueuse.

La courbe de projection, selon Galilée, étant toujours une parabole, soit que le but soit au niveau de la batterie, ou en-dessus ou en-dessous, soit aussi que les directions soient élevées, horisontales ou abaissées, la question de la resistance de l'air se reduit à connoître la resistance que l'air fait au mobile dans le cours de cette courbe ; & voici les voyes par lesquelles on y peut parvenir.

Soit une projection horisontale ABC, (*Fig.* 79.) dont la courbe est ADC. Si l'on conçoit que cette courbe soit coupée en une infinité de petites parties, & que des points de division on tire des horisontales & des verticales qui se coupent, on aura une infinité de petits triangles rectangles, dont les hipoténuses feront les arcs de la courbe que l'on peut regarder comme des petites lignes droites : or *par les régles du mouvement composé*, cette hipoténuse étant regardée comme une force, les deux côtés du triangle doivent être regardés comme deux forces équivalentes à la force de l'hipoténuse ; & par conséquent la resistance que l'air fait à chaque hipoténuse, est égale à la resistance qu'il feroit à ces deux côtés.

Or comme tous les côtés paralelles à l'horison pris ensemble, sont égaux à l'amplitude AC, & que tous les côtés verticaux pris ensemble, sont égaux au double de la plus grande hauteur DE de la parabole, ou à la droite EF, GC ; il s'ensuit que la resistance que l'air fait à la courbe, est égale à la resistance que l'air feroit aux deux lignes AC, CG ; mais en tirant la droite AG que nous considerons comme une force, la resistance que l'air feroit à cette force AG, seroit égale à la resistance qu'il feroit aux deux forces AC, CG, *par les mêmes loix du mouvement composé* ; donc la resistance à la parabole est égale à la resistance que l'air feroit à la force AG : ainsi il ne s'agit que de déterminer cette resistance ; car cette resistance étant trouvée, & supposons qu'elle soit exprimée par la droite GM, nous n'aurons qu'à abaisser du point M une perpendiculaire MN sur l'amplitude, & la droite NC nous fera connoître sur l'amplitude ce que la resistance de l'air fait perdre aux portées de Galilée ; ce qui est la principale chose que l'on doit chercher dans le jet des bombes ; quand on aura une fois connu la veritable portée sur AG, on n'aura qu'à prolonger la perpendiculaire MN, jusqu'à ce qu'elle coupe la direction de Galilée en P, la droite PB marquera la perte que fait cette direction par la resistance de l'air ; car l'air resistant toujours selon une certaine loi, les directions perdront à proportion de leurs longueurs, & il est visible que dans la figure la perte GM est à la droite GA, comme la perte PB est à la droite BA ; nous prendrons les pertes sur les directions de Galilée, pour décrire les courbes qui renferment les projections selon la resistance de l'air, comme on le verra plus bas ; il ne faut pas s'embarrasser que les pertes soient plus grandes que les veritables GM ; parceque la perpendiculaire PN abaissée sur l'amplitude, nous donnera toujours la même difference NC de la portée AC de Galilée à la portée AN selon la resistance.

Soit de même une projection ANB, (*Fig.* 80.) dont le but B est au-dessous du niveau AM de la batterie A ; on prouvera, comme ci-dessus, que la resistance faite à la portée ANF de la parabole, est

eſt égale à la reſiſtance que l'air feroit à la droite AR, & que la reſiſtance à l'autre partie FB étant égale à la reſiſtance que l'air feroit aux deux droites FM, MB eſt par conſéquent égale à la reſiſtance qu'il feroit à la droite FB ; donc la reſiſtance a toute la parabole ANFB, eſt égale à la reſiſtance aux droites AR, FB, priſes enſemble : du point R, je méne RH parallele à l'horiſon ; je prends HD égale à MB, & ménant la droite RD, le triangle rectangle RDH eſt égal au triangle rectangle FMB ; car ces deux triangles ayant les deux côtés autour de leur hipoténuſe égaux chacun à chacun, l'hipoténuſe RD eſt par conſéquent égale à l'hipoténuſe FB ; ainſi la reſiſtance aux droites AR & RD, eſt égale à la reſiſtance au côté AD, ou aux côtés AM, MD, d'où il eſt aiſé de conclure que la reſiſtance à la droite AD, eſt égale à toute la reſiſtance faite à toute la parabole.

Soit encore la projection ABC, (*Fig.* 81.) pour un but C, au-deſſus du niveau AH de la batterie A ; ſi l'on inſcrit dans la parabole des petits triangles rectangles, comme nous avons fait dans le premier cas, l'on trouvera par le même raiſonnement que nous avons fait, que la reſiſtance à la partie AB de cette parabole, eſt égale à la reſiſtance que l'air feroit aux droites BG, GA, ou à la diagonale AB, & que la reſiſtance à la partie BC, eſt égale à la reſiſtance que l'air feroit aux droites BF, FC, ou à la diagonale BC : donc la reſiſtance à la parabole BC, eſt égale à la reſiſtance que l'air feroit aux droites AB, BC ; je méne BE parallele à l'horiſon, & prenant ED = EC, le triangle rectangle EBD eſt égal, & ſemblable au triangle rectangle BEC : donc BD = BC : donc la reſiſtance à la parabole eſt égale à la reſiſtance aux deux droites AB, BD ; je méne la diagonale AD ; & comme la droite DH eſt égale à la droite BG + la droite BF ou DE, & que la droite AH eſt égale aux droites AG + GH ou BE ; il s'enſuit que la reſiſtance aux deux droites DH, HA eſt égale à la reſiſtance aux deux droites AB, BD, ou à la parabole ; mais la reſiſtance à la diagonale DA, eſt égale à la reſiſtance aux deux droites DH, HA : donc elle eſt égale à la reſiſtance à la parabole.

Il faut obſerver en paſſant que nous prenons la reſiſtance ſur les diagonales, afin d'avoir tout d'un coup la reſiſtance aux deux mouvemens, l'un horiſontal, & l'autre perpendiculaire.

L'unique point auquel je m'attacherai dans la ſuite eſt, que la ſomme des viteſſes perdues à la fin d'un tems quelconque & déterminé, eſt toujours comme le quarré de ce tems : ce principe ne s'accorde pas tout-à-fait avec ce que les ſavans Geométres ont dit ; mais il ne s'en éloigne pas auſſi de beaucoup, ſi l'on a égard à la rapidité du mouvement & à ſon peu de durée, ſurtout lorſque l'on tire au niveau de la batterie : au reſte, je n'entrerai point ici dans le détail des preuves qui pourroient établir ce que je dis : cela demanderoit des calculs ennuyeux & fatiguans, dont on ne tireroit aucune inſtruction ; il me ſuffit de dire que dans la pratique on trouvera qu'en ſuivant cette méthode, les portées en ſeront beaucoup plus juſtes qu'elles ne le ſont, en ſuivant le ſiſtéme ordinaire de Galilée, ce qui ne peut être que d'une grande utilité ; je ne repéte point toutes les expériences que j'en ai faites, parce que chacun peut en faire pour s'en convaincre, & que je ne donne à préſent que cette pratique, me reſervant d'en dire d'avantage dans le ſecond volume.

On peut obſerver que les ſommes des viteſſes perdues étant comme les quarrés des tems, ou comme les *xx*, elles ſont auſſi comme les *ss*, ou comme les quarrés des Sinus des angles d'élévation, puiſque ces Sinus ſont proportionnels aux tems, comme nous l'avons démontré *Chapitre premier*, *Section premiere de cette ſeconde Partie ;* d'où il doit s'enſuivre que ſi l'on tire ſous differens angles, également éloignés de 45 dégrés, les ſommes des viteſſes perdues par la direction de l'angle au-deſſus de 45 dégrés, doivent être plus grandes que les ſommes des viteſſes perdues par la direction de l'angle au-deſſous de 45 dégrés ; & c'eſt ce qui arrive effectivement ; comme Mr. Blondel lui-même en convient, comme nous l'allons voir par ſes propres paroles *dans le Chapitre ſecond*, *Livre ſecond*, *Partie quatriéme*, *de l'art du jet des bombes*, dans ſa réponſe à la ſeconde objection.

Il ne ſeroit pas plus raiſonnable de conteſter la deuxiéme des raiſons que l'on rapporte contre notre hypotéſe, pour expliquer les alterations que la reſiſtance de l'air peut apporter au chemin que doit faire un mobile pouſſé d'une force externe, dont nous avons ſuppoſé les eſpaces égaux qui ſont parcourus en des tems égaux ; car il eſt vrai qu'un mobile ne ſçauroit détourner les parties de l'air qu'il rencontre dans ſon paſſage, ſans leur imprimer de mouvement, & ſans diminuer par conſéquent la viteſſe de celui qui lui a été imprimée du dehors.

Il eſt donc très veritable, que raiſonnant à toute rigueur, les eſpaces qu'ils parcourent en des tems égaux avec une viteſſe qui diminue continuellement, ne peuvent point être égaux, & que ſuppoſé même que le mouvement de la péſanteur qui ſe fait par les perpendiculaires, *ſuivit toujours les loix du mouvement uniformément acceleré, la ligne néanmoins de projection qui naît de la compoſition de ces deux mouvemens, ne ſçauroit être parabolique, &c.* & à la fin de ce Chapitre, continue Mr. Blondel : *ce n'eſt pas qu'on ne puiſſe s'appercevoir de cette difference dans les autres jets, dont les portées devroient, ſuivant les regles, être égales, quoique le chemin qui ſe fait dans l'une, ſoit plus grand que celui qu'il parcourt dans l'autre ; je veux dire dans les portées des projections qui ſe font ſous des angles également éloignés au-deſſus ou au-deſſous du demi droit ; car il eſt vrai que celles qui s'approchent le plus de la perpendiculaire, & dont les élévations ſont au-deſſus, ayant plus de chemin à faire que celles qui s'approchent plus de l'horiſontale, & dont les élévations ſont au-deſſous, ſe reſſentent plus de la reſiſtance de l'air, & ſont par conſéquent tant ſoit peu plus courtes que les autres.*

Je le prouve encore par les expériences de Coliade Ingénieur du Roi d'Eſpagne, dans ſon Traité de la pratique manuelle de l'Artillerie, ſur les portées d'un fauconneau de 3 livres de bale tiré ſuivant les differens points de l'équerre, parmi leſquels on peut remarquer que les portées des élévations également éloignées de 45 dégrés, & qui ſont au-deſſus, ne ſont pas égales à celles des élévations également éloignées de 45 dégrés, & qui ſont au-deſſous ; car le ſeptiéme coup qui devoit tomber ſur le cinquiéme, ne tomba qu'entre le ſixiéme & le cinquiéme, le huitiéme qui devoit tomber ſur le quatriéme, ne tomba qu'entre le troiſiéme & le quatriéme, & le neuviéme qui devoit tomber ſur le troiſiéme, ne tomba qu'entre celles du deuxiéme & du troiſiéme ; & l'on peut le confirmer par d'autres expériences faites de bonne foi, & avec attention, pour s'en convaincre pleinement, au cas que l'on doute de la juſteſſe des épreuves qu'on pourroit citer à ce ſujet.

Mr. Blondel convient lui-même, auſſi bien que Galilée, que les portées en-deſſous de 45 dégrés, qui ſont approchantes de l'horiſontale, ſont plus grandes que ne porte le calcul des tables, parce que, diſent ces deux Auteurs, les lignes de projection dans le commencement ſont preſque droites : de ſorte que Galilée excepte de cette regle du mouvement regulier, les effets prodigieux que le feu de la poudre imprime aux bales d'Artillerie, dont la viteſſe initiale eſt ſurnaturelle.

Dans le ſiſtême de Galilée, les lignes de direction correſpondantes aux portées ſont (*ax*) (*Chapitre premier, Section premiere,* *seconde Partie*) : donc puisque les sommes des vitesses perdues sur les lignes, sont comme les quarrés des tems xx, nous nommerons ces sommes $\frac{xx}{q}$, en mettant le dénominateur q, pour faire voir qu'elles sont moindres que les vitesses totales de chûte ss; & par conséquent nous aurons $ax - \frac{xx}{q}$ pour les sommes des vitesses restantes ; c'est-à-dire pour les lignes des veritables directions correspondantes aux veritables portées ; comme les portées sont toujours moindres sur l'horisontale, que les lignes des directions aS ou ax ; (*Fig.* 82.) puisque selon le sistême de Galilée, elles sont comme les cs ou Cx ; c'est-à-dire comme les Sinus de complément des angles d'élévation : par leurs Sinus nous n'avons qu'à faire cette analogie : $a, c :: ax - \frac{xx}{q}, cx - \frac{cxx}{aq}$; & ce quatriéme terme sera la portée, telle qu'elle est veritablement en admettant la resistance de l'air.

Quoique je sçache que la resistance de l'air n'arrête jamais le mouvement ; cependant comme le mouvement devient à la fin insensible, nous pouvons le considerer dans cet état comme s'il étoit entierement détruit dans cette hypotése.

Dans cette hypotése il est visible que les corps qui ont moins de pésanteur spécifique, ne seront pas si longtems en mouvement que les autres, quoi qu'ils ayent été projetés avec la même force, parceque leur volume étant plus grand, par rapport à leurs masses, l'air leur opposera une plus grande resistance.

CHAPITRE TROISIE'ME,

De la Courbe qui renferme les Projections sur des Buts situés au niveau de la Batterie selon cette seconde Hypotése.

LA resistance de l'air diminuera la force d'impulsion à proportion que la pésanteur spécifique du mobile, sera moins supérieure à celle de la colonne de l'air qui lui resiste, & à proportion encore que la force d'impulsion qui chasse le mobile, sera plus grande ; puisque le nombre des lames d'air parcourues dans le premier instant, dépend de la vitesse initiale de l'impulsion, ou des espaces parcourus par la vitesse d'impulsion dans le premier instant du mouvement : ces rapports de vitesses & de pésanteur spécifique peuvent être conbinés entr'eux d'une infinité de manieres differentes : l'air peut être ou plus leger ou plus pésant : la force d'impulsion ou moindre, ou plus forte : la pésanteur spécifique, & le diamétre des mobiles, peuvent être aussi ou plus grands ou moindres : il s'ensuit de toutes ces considerations que la vitesse d'impulsion au premier instant peut diminuer d'une infinité de manieres differentes ; & par conséquent on ne sçauroit déterminer une courbe qui puisse renfermer toutes sortes de projections de toutes sortes de mobiles faites de toutes les manieres possibles à l'infini sous toutes les élévations, parceque cette courbe variera selon les variations du Barométre & du Termométre, puisque les resistances de l'air varieront selon les dégrés de la chaleur & du froid, ou selon les dégrés d'humidité & de secheresse de l'air, lesquelles peuvent alterer sa pésanteur spécifique d'un instant à l'autre, comme les expériences phisiques nous en peuvent convaincre pleinement, indépendemment de la vitesse initiale du mobile au débouché de la piéce qui variera aussi, comme nous l'avons vû *dans la premiere Partie de cet Ouvrage*, par la variation des inflammations de la poudre & de son extension, & alterant cette pésanteur spécifique de l'air, chaque lamme opposera ou plus ou moins de resistance contre l'impulsion du mobile, ce qui variera les valeurs de $-\frac{1}{q}$ qui exprime la resistance initiale ; & par conséquent celle de $-\frac{xx}{q}$ qui exprime la somme des resistances à la fin d'un tems déterminé.

Cependant la vitesse perdue au premier instant étant determidée, toutes les sommes des autres vitesses perdues dans la suite des instans de la durée du mouvement de l'impulsion seront toujours entr'elles dans la raison des quarrés des tems écoulés, pendant lesquels ce mobile par l'impulsion a été en mouvement sous differentes élévations ; car ces quarrés sont entr'eux dans la raison des xx & les sommes des vitesses perdues dans celle des $\frac{xx}{q}$ qui est la même ; mais les hauteurs verticales ausquelles le mobile se seroit élevé au-dessus de l'horison, si la gravité ne l'avoit abaissé, sont aussi dans la raison des quarrés des tems ; il s'ensuit que les sommes des vitesses perdues sous chaque élévation, qui sont dans la raison des quarrés des tems que le mobile demeure en mouvement sous chaque élévation, sont aussi dans la raison de ces verticales, aufquelles le mobile fe fût élevé fous chaque élévation, fi la gravité ne l'eût abaiffé.

Il fuit puifque la fomme des retardemens fur les lignes AQ des directions infinies du quart de cercle D Q Q Q, &c. (*Fig.* 83.) dans le fiftême de Galilée, font dans la raifon des hauteurs verticales ou des chûtes AD, VB, FN, G*b*, fi l'on fait les lignes DM, VN : : FO, GP, LK, &c. proportionnelles : de forte que AD, DM : : VB, VN : : FN, FO : : GB, GP : : KF, KL, &c. la courbe M, N, O, P, L, A, qui paffera à l'extrêmité des lignes DM, VN, FO, GP, KL, &c. fera dans mon fiftême la veritable courbe qui renferme toutes les projections du mobile A, pouffé par la même AM, fur toutes les élévations infinies AD, AV, AF, AG, AK, du quart de cercle DQQQQ : de forte que comme le demi-cercle DFGKA renferme tous les (ax) du fiftême de Galilée, felon les differentes élévations, la courbe MNOPLA, renferme les $ax - \frac{xx}{q}$ des veritables projections ; & les fommes des viteffes perdues fur les directions, font renfermées entre le demi-cercle & cette courbe, en fuppofant que le tems de la durée du mouvement, fous une même élévation, foit le même dans un fiftême comme dans l'autre.

On connoîtra ainfi la fomme des viteffes perdues à la fin d'un tems quelconque ; on fera deux coups d'épreuve fur le terrein, l'un en pointant la piéce fous un angle d'élévation quelconque connue avec l'horifontale, & l'autre en pointant la piéce fous une élévation d'un même angle quelconque auffi connu avec la verticale : de forte que ces deux élévations du coup d'épreuve, feront également éloignées de 45 dégrés tant en deffus qu'en deffous : fi en prenant toutes les précautions requifes pour s'affurer de l'égalité de la charge, & pour la rendre parfaitement en tout homogéne, & pour s'affurer fur toutes chofes que la piéce ne fe dérange point, de forte que le coup parte précifément fous l'angle d'élévation de fon pointement : pour lors fi la viteffe d'impulfion ne fouffre avcun retardement par la refiftance de l'air, les deux portées font précifément égales : fi elle fouffre un retardement, la portée de la direction au-deffus de 45 dégrés fera moindre que celle du coup qui eft parti fous la direction femblable au-deffous de 45 dégrés ; ce qui provient felon nos principes des differences des lignes de chûte VB, FN, &c. c'eft-à-dire des $\frac{xx}{q}$ & $\frac{XX}{q}$ ou des $\frac{ss}{q}$ aux $\frac{SS}{q}$, qui font plus petites au-deffous de 45 dégrés, qu'au-deffus de 45.

Suppoſons que la différence des deux portées ſoit de 45 toiſes : cette différence ne provient que de ce que la verticale BN, (*Fig.* 84.) par la direction AB également éloignée, & au-deſſus de 45 dégrés, eſt plus grande que la verticale NM de la direction AR, également éloignée de 45 dégrés.

De ſorte que la viteſſe d'impulſion par la direction AR, n'a été retardée que de la ligne RM ſur cette direction, & la viteſſe d'impulſion par la direction AB, a été retardée de la ligne DB ſur cette direction dans la raiſon MN, BN : : RM, DB, ou bien ss, SS : : $\frac{ss}{q}$, $\frac{SS}{q}$; puiſque les viteſſes perdues RM, DB, ſont comme les hauteurs MN, BN, ſelon mon ſiſtême ; d'où il ſuit que la direction AM, tombera au point P, & par la direction AB, il tombera ſur le point q ; la différence pq provient de la différence de DB à RM, & des deux Sinus de complément des angles BAN, MAN, des deux directions AB : AR : nous ſçavons donc que la différence pq des 25 toiſes, qui ſont la différence des deux portées ſous ces deux élévations, eſt en raiſon compoſée de la différence des deux quarrés des Sinus ss, SS des deux élévations, & des Sinus (c) de complément : ces 25 toiſes de différence des deux portées répondent donc à CSS — css ; c'eſt-à-dire au produit du quarré du Sinus d'une élévation par ſon complément, moins le quarré du Sinus de l'autre élévation par ſon complément ; ce qui ſe démontre évidemment ſelon nos principes ; car on aura ſur les directions pour les valeurs de DB, & RM, $\frac{ss}{q}$ & $\frac{SS}{q}$, dont les valeurs ſur les horiſontales ſeront dans cette proportion ſur chaque direction AB, AM, en faiſant pour chacune cette analogie AB, AN : : DB, $\frac{AN \times DB}{AB}$, ou as, cs : : $\frac{ss}{q}$, $cs\frac{ss}{qas}$, ou $\frac{css}{qa}$; mais $\frac{CSS}{qa}$, $\frac{css}{qa}$: : CSS, css : donc leurs valeurs ſur les horiſontales AL, ſeront comme CSS, css ; & parce que ſi l'on diviſe les deux premiers termes par CS $=$ cs, dans ces cas puiſque les deux amplitudes ſont égales, on aura cSS, Css : : S, s, & au lieu des différences CSS — css, en diviſant par CS $=$ cs. on aura au lieu de CSS — css, Ss, dans le cas préſent ſeulement, parce que les deux élévations ſont également éloignées de 45 dégrés, & que par conſéquent ſon amplitude ſera la même (*Chapitre premier de la ſeconde Partie*) ; d'où il ſuit que pour trouver tout à coup le retardement total qN correſpondant à la hauteur BN, à laquelle ſelon le ſiſtême de Galilée, le mobile ſe fût élevé si la gravité ne l'eût abaissé : on a cette analogie qp, pN :: 25 toises, $\frac{qN \times 25}{qp}$ toises $= d$, laquelle sera le retardement correspondant à qN par la direction AB : ou bien qp, pN :: 25 toises, $\frac{pN \times 25}{qp}$ laquelle sera aussi la somme des retardemens pN, par la direction AM, en l'expression analitique on aura S—s, S :: 25 tois. $\frac{25\ to. \times S}{S - s}$ pour la somme des retardemens qN correspondans à la direction AB & S—s, s :: 25 toises, $\frac{25\ to. \times s}{S - s}$ pour la somme des vitesses perdues sur l'horisontale pN correspondans à la direction AM ; c'est-à-dire comme la difference des deux Sinus de ces deux élévations également éloignées de 45 degrés AB, AM, est à un des deux Sinus ; ainsi la difference des deux portées qui est de 25 toises & connue, sera à la somme des vitesses perdues correspondantes aux directions AB, AM sur l'horisontale.

Si l'on veut connoître ce retardement QN sur la direction AB, ou le retardement PN sur la direction AR, on le trouvera par l'analogie suivante : comme le Sinus de complément de l'élévation AR, ou AB, au Sinus total, ainsi PN qu'on vient de trouver à RM, ou bien ainsi QN à DB : ce qui est aussi évident *par la Geométrie*, & par ce qui a précedé.

Prévenu de la méthode qu'on doit tenir, pour trouver le retardement DB sur la direction AB : pour trouver la courbe VVV, VVA, (*Fig.* 85.) qui renferme toutes les sommes des vitesses restantes des differentes directions (*as*) AF, AQ, de cette piéce avec la même force, il n'y a qu'à tirer les directions du point A par tous les dégrés de la circonférence du demi-cercle FQQQA, & ensuite faire les lignes FV, AQ du demi-cercle dans la raison des verticales AF, Qq, &c. de sorte que AF (ss), FV ($\frac{ss}{q}$) :: Qq (ss), QV ($\frac{ss}{q}$) ; & traſſant par les points VVV, &c. la courbe VVVVA, sera la courbe veritable, qui comprend toutes les étendues des jets de cette piéce faites avec cette force sur toutes les élévations du quart de cercle, ce qui est évident par tout ce que nous avons établi.

Pour éviter l'embarras de trouver les proportionnelles VQ aux verticales Qq, il faudroit trouver la ligne FV, ou par le calcul, ou par le moyen de l'échelle, ou du compas de proportion dont nous avons parlé *dans la Section précédente* ; & pour lors en prenant l'ouverture l'ouverture FV sur ce diamétre AF du demi-cercle ; & la transportant en bas du point A vers M, sur ce diamétre AF, cette distance AM sera le diamétre d'un autre cercle ABBBM, qui coupera toutes les directions AQ du grand demi-cercle ; & si l'on prend les verticales semblables B*b* de ce demi-cercle MBA, elles seront précisément dans la raison des QV correspondantes : de sorte que chaque verticale B*b* sera la ligne QV de sa direction correspondante AQ : ce qui est évident, puisque chaque triangle AQ*q* de chaque correspondante AQ, est semblable au triangle AB*b* correspondant, à cause des côtés paralleles B*b*, *q*Q, & de l'angle commun QA*q*, BA*b*, & des angles AB*b*, AQ*q* alternes & égaux : donc le segment FAQ du grand demi-cercle, sera semblable au segment correspondant MAB du petit demi-cercle MBBA : donc B*b*, Q*q* : : AM, AF ; mais AM = FV *par la construction* : donc B*b*, Q*q* : : FV, AF, mais FV, AF, QV, *q*Q *par la construction* : donc B*b*, Q*q* : : QV, Q*q* ; mais Q*q* = Q*q* : donc B*b* = QV : & par conséquent la construction de la courbe VVVVVA, sera la même, puisque ses élémens seront les mêmes.

Le rapport de FV = MA, à la chûte Q*q*, est different selon les differentes pésanteurs spécifiques des mobiles, comme on le verra ailleurs : ainsi il faudra autant de courbes differentes VVVA, qu'il y aura de differens rapports des QV aux Q*q*, ce qui fourniroit une confusion de courbes lorsque l'on auroit plusieurs piéces differentes. Si l'on veut tracer facilement toutes ces courbes sans construction, on peut diviser en 100 parties égales chaque verticale AF, Q*q*, & porter ces divisions sur la ligne de direction AF, AQ, correspondante ; & ayant trouvé la somme des vitesses perdues du coup d'épreuve par la direction quelconque AQ, comme nous venons de le dire : on regardera à quelle partie ce retardement répond des 100 divisions de la ligne Q*q* correspondante à cette direction : supposons que ce soit la 10^e. partie, c'est-à-dire la 10^e. division ; il n'y a qu'à faire passer la courbe qui renferme les projections, par toutes les dix divisions de chacune des autres directions AF, AQ, &c.

Il faut marquer pour cela de cinq en cinq les divisions sur chacune des directions.

De cette façon on aura moins de peine à reconnoître les courbes de chaque projection ; car l'une prendra par exemple tous les dixiémes points des directions, l'autre les vingtiémes, l'autre les cinquiémes, &c. selon le rapport du retardement QV à la chûte Q*q*.

Lorſqu'on ne voudra pas ſe ſervir du calcul pour trouver le premier retardement total DB ($\frac{ss}{q}$) du coup d'épreuve, on le cherchera ſur l'inſtrument de cette façon ſuivante (*Fig.* 86.), après avoir fait vos deux coups d'épreuve, vous connoîtrez les deux portées AE, AP, ſur l'horiſontale AF; parce que l'on ſuppoſe le terrein du niveau, & que les points E & P où la bombe, ou autre mobile quelconque s'eſt arrêté, ſont au niveau de la batterie A; enſuite prenez ſur l'inſtrument avec un compas la difference DN des deux Sinus Dq, bF, des deux directions AB, AR, & portez cette ouverture de compas ſur le compas de proportion, de ſorte que les deux pointes ſont de 25 à 25 ſur les branches, parce que la difference PE des deux portées eſt telle; (car ſi au lieu de 25 toiſes la difference eût été de 60, on eût porté cette même ouverture de 60 à 60) enſuite le compas de proportion fixé ſur cette ouverture, par le moyen de la vis & de ſon écroue; vous prendrez tous les Sinus Dq ou bF avec un compas, & porterez cette ouverture ſur le compas de proportion ſelon l'uſage ordinaire de la ligne des parties égales, & vous connoîtrez le nombre des parties qui vous indiquera le retardement total EN; ſi vous avez pris le Sinus Dq, ou bien le retardement pN, ſi vous avez pris le Sinus bF, & joignant ce nombre de toiſes pN à la portée Ap, ou bien EN à la portée AE connue, on aura toute la portée horiſontale AN (cs) que cette piéce auroit eu, ſi le mouvement n'eût point été retardé, il n'eſt plus queſtion que de voir ſur la direction ADB l'eſpace HB correſpondant à l'horiſontal HO = EN.

Prenez ſur l'inſtrument la même diſtance AN correſpondante à la direction AB du coup d'épreuve (car cela ne change jamais ſur l'inſtrument, mais ſeulement ſa valeur), portez-là ſur le compas de proportion, de façon que les parties correſpondantes à la portée (cs), AN que vous venez de trouver ſur les branches, ſoient proportionnellement ouvertes à cette diſtance AN, enſuite faites la ligne AE ſur l'horiſontale égale à cette portée, pour avoir le point E, qui repréſente le point du terrein ſur lequel la bombe eſt tombée, élevez la verticale EH; le point H ſur la direction AB du coup d'épreuve, ſera celui par lequel la courbe de la *Fig.* 85. VVVVVA doit paſſer, de ſorte que par le moyen de HB connu *Fig.* 86, on trouvera FV (*Fig.* 85.); & par conſéquent le petit cercle MBBBA des retardemens, dont les verticales Bb, donneront les lignes QV, à l'extrêmité deſquelles la courbe doit paſſer, ou bien si les directions AF, AQ, sont divisées comme nous venons de le dire : voyez le quantiéme point répond au point HL, *Fig.* 85, que nous supposons ici être le 10^{e}. point de la direction AB, & faites passer la courbe par tous les dixiémes points de toutes les autres directions, elle sera celle qui renferme la courbe de toutes les autres projections.

La resistance de l'air à la direction de la projection, étant égale à la resistance que l'air feroit à l'amplitude & à la chûte, est par conséquent composée des deux resistances, dont l'une se fait contre le mouvement uniforme de la portée, & l'autre contre le mouvement acceleré de la chûte ; ainsi il semble qu'après avoir pris sur la diagonale la resistance au mouvement uniforme ; je dois encore prendre la resistance au mouvement acceleré ; mais il faut observer que la resistance au mouvement uniforme ayant abregé la direction, la chûte qui part de l'extrêmité de cette direction, devient aussi plus petite ; & que par conséquent la resistance de l'air à cette chûte est toute trouvée, dès qu'on a trouvé la resistance à la direction ; que si l'on veut sçavoir quelle est cette resistance à la chûte ; je dis que les espaces que les chûtes perdent à la fin des tems quelconques, sont entr'eux comme les cubes de ces tems ; ce que l'on trouvera ainsi : selon Galilée la direction étant ax, la chûte est xx ; or en admettant la resistance à la direction de la maniere dont je l'établis, la direction retardée sera $ax - \frac{xx}{q}$; comme la direction de Galilée ax est à sa chûte xx ; ainsi la direction $ax - \frac{xx}{q}$ dans l'hipotése de la resistance, est à la chûte qui doit lui répondre, & faisant la régle on trouvera $xx - \frac{x^3}{aq}$; ainsi les espaces que les chûtes perdent sont comme les $\frac{x^3}{aq}$; & comme la grandeur aq est toujours constante, ils sont comme les x^3 ; c'est-à-dire comme les cubes des tems.

Il est évident que la courbe VVVVVA, (*Fig.* 85.) qui renferme les projections sur l'horisontale Aq, n'est pas circulaire dans cette seconde hipotése, comme dans celle de Galilée ; puisque les élémens qui sont entr'eux dans la raison des $aS - ss$, ne sont pas comme les élémens AB, ou AQ d'un cercle, qui sont dans la raison des (as), & de même les verticales AV ou VN de cette courbe, qui sont dans la raison des SS $- \frac{sss}{aq}$ ne sont pas dans la raison des verticales AF d'un cercle, lesquels sont entr'eux dans la raison des SS.

On voit donc qu'on ne ſçauroit rectifier les tables qu'on peut conſtruire ſur le principe de Galilée; car à chaque direction les rapports des retardemens aux lignes des directions ſeront differens, puiſque ces retardemens croiſſent dans la raiſon doublée des eſpaces qui ſeroient parcourus ſur les directions dans le vuide : quelque correction qu'on y puiſſe faire, on ne ſçauroit jamais trouver un demi-cercle commun ; je veux dire qui puiſſe renfermer les projections ſous toutes les élévations poſſibles du quart de cercle avec une même force; car par exemple dans les tables que nous pourrions calculer ſur ce principe de Galilée, ſi l'on fait pour une plus grande commodité le coup d'épreuve ſous 15 dégrés, en pointant avec l'horiſontale toutes les portées calculées au-deſſus de 15 dégrés, ſeront plus grandes que les portées effectives qu'on auroit ſur le terrein ; & au contraire toutes les portées par les directions au-deſſous de 15 dégrés, ſeront plus grandes ſur le terrein que ne porte le calcul des tables : ce qui eſt bien évident ; & pour le comprendre, il n'y a qu'à décrire le demi-cercle qui comprend la projection correſpondante à chaque direction AQ, (*Fig.* 87.)

Pour trouver les diamétres AB de ces cercles AQB, qui renferment les projections par chaque direction AQ, il faut tirer une perpendiculaire QB à l'extrémité Q de la direction AQ; car puiſque les angles BQA ſont dans un demi-cercle, l'angle BQA qui a pour ſa meſure la moitié de cet arc, ſera de 90 dégrés *par la Geométrie :* l'on verra que les diamétres AB ſeront tous differens : or plus ces diamétres AB ſeront grands, & plus les portées par une même direction ſeront grandes ; mais les diamétres AB en-deſſus du coup d'épreuve, par exemple, de la projection AQM, ſont toujours moindres ; & au contraire par les directions en-deſſous de cette projection AQM, ſeront plus grands ; & par conſéquent les portées : quelque correction qu'on puiſſe faire dès quelle tendra à chercher un cercle qui renferme toutes les projections ſous toutes les élévations poſſibles, on tombera toujours dans le méme inconvenient ; auſſi Mr. Belidor nous avertit lui-même que la correction qu'il propoſe dans ſon Bombardier François, pour les tables, n'eſt pas éxacte.

CHAPITRE QUATRIE'ME,

De l'usage de la Courbe que nous venons de décrire, pour le jet des Bombes sur des Buts qui sont au niveau des Batteries.

APRE's avoir connu la portée des deux coups d'épreuve par deux directions également éloignées de 45 dégrés, & par conséquent la différence des deux portées, il n'y a qu'à reconnoître le retardement sur la direction du coup qui a été tiré par la plus grande élévation, & ensuite tracer la courbe veritable des projectionsdans le demi-cercle ABF (*Fig.* 88.) ; après avoir trouvé la veritable portée du coup d'épreuve, telle qu'elle auroit dû être si le mouvement d'impulsion n'eût point été retardé ; on trouvera l'échelle de l'amplitude totale, ou du paramétre AF, & l'on operera sur l'horisontale AQ, de la même façon que s'il n'y avoit point de resistance, soit décrite la courbe GLPA dans le demi-cercle ABF, dans la raison du retardement total FG, à la direction verticale, ou paramétre AF.

Il faut décrire le quart de cercle ANC, qu'on divisera en dégrés & minutes, si l'on veut pour deux raisons : la premiere, parce qu'on se servira des Sinus des élévations des deux coups d'épreuve, pour trouver le retardement de ces deux directions sans calcul : la seconde raison c'est, que ce quart de cercle servira aussi pour indiquer le dégré précis de l'élévation VAR quelconque., comme on le verra.

Ayant reconnu que la portée AO du coup d'épreuve, auroit dû être comme AQ, par exemple de 100 toises, si la vitesse d'impulsion n'eût pas été retardée : prenez l'ouverture AQ sur l'instrument, & portez-là de 100 à 100 sur les côtés du compas de proportion, & fixez sur cette ouverture le compas de proportion, laquelle sera l'échelle pour toutes les portées des directions avec cette force du coup d'épreuve.

On demande à présent de tirer une bombe à la distance de 40 toises seulement, prenez avec un compas ordinaire la distance de 40 à 40 sur les côtés du compas de proportion, & portez-là sur la ligne AQ de l'instrument, comme ce seroit au point M, de ce point élevez une perpendiculaire ML indéfinie, laquelle coupera la courbe de projection GLPA, en deux points, chacune sçavoir L, 4 : du point d'interſection L au point A, tirez la droite ALV, elle ſera la direction qu'il faut donner à la piéce, ou bien du point 4 d'interſection de cette courbe GLPA par le point A, tirez la droite A4 : 5 : qui ſera la direction qu'il faut donner au mortier, pour atteindre le but M, qui eſt au niveau de la batterie A, à la diſtance horiſontale AM de 40 toiſes.

La démonſtration de cette operation ſe voit toute évidente par l'opération même ; car ſuppoſant que le retardement eût été nul ſur la direction ALV, le but ſeroit allé ſur la direction au point V, & ſur l'horiſontale au point R ; mais le retardement d'impulſion par cette direction ALV eſt de la ligne LV *par la conſtruction même ;* donc le mobile ſera tombé au point M qui lui eſt vertical, ce qu'on s'étoit propoſé : d'où il ſuit que généralement en abaiſſant des perpendiculaires par tous les points infinis de la courbe GLPA ſur l'horiſontale AQ, elles donneront les portées de cette piéce, en portant ſur le compas de proportion les diſtances AM, AR, AO, AQ, &c. où les verticales aboutiſſent ; on reconnoîtra le nombre des toiſes de leurs étendues par chaque direction AG, AL, AP, AS, de la courbe GLPA ; & ſi on éléve des verticales AG, ML, RX, OP, TS, &c. ſur tous les points infinis de l'horiſontale AQ, on trouvera les directions qu'il faut donner à la piéce, pour que la bombe tombe ſur chacun de ces points infinis déterminés, entre A & T, en tirant une ligne droite du point A aux points G, L, P, S, &c. & les droites AG, AL, AP, &c. feront les directions qu'il faut donner à la piéce, dont on trouvera la valeur des dégrés ſur le quart de cercle NC.

Il n'y a qu'à faire aller l'alidade AV au point X ou L de l'interſection requiſe, pour que la bombe tombe au point R ou M, & le point 8 du quart de cercle indique la valeur de l'angle 8AF avec la verticale, ou 8AQ avec l'horiſontale.

De cette façon il eſt inutile de mettre les perpendicules à l'inſtrument, parceque ni plus ni moins les diſtances AR, AQ, &c. qui répondent aux perpendicules VR, BQ, &c. ne ſont pas celles qui répondent aux portées par ces directions ; mais ce ſont les diſtances AM, AO, qui répondent au point L & P, ſur la courbe GLPA, leſquels ſont les points d'interſection des directions AL, AP, & des verticales LM, PO, tirées des points M & O propoſé : ſi l'on vouloit cependant on n'auroit qu'à diviſer les eſpaces des alidades dans la raison des retardemens, au lieu de les diviser en parties égales, *comme on a fait dans la Section précédente*, pour l'hipotése de Galilée; ce qui seroit bien commode dans les montagnes, où on a besoin de tirer sur des buts au-dessus ou au-dessous du niveau des batteries; car pour lors il n'y auroit qu'à placer sur l'instrument le point qui représente le but semblablement de la maniere qu'il est sur le terrein, & l'on s'en serviroit de la même maniere que l'on a enseigné qu'il falloit s'en servir dans l'hypotése de Galilée.

Mais si cela est commode dans la pratique des montagnes, c'est un inconvenient aussi pour la construction & l'arrangement sur l'alidade de ces perpendicules, qui seroient toujours les mêmes, mais dont les distances de l'un à l'autre devroient varier toutes les fois que les paramétres des projections, par une même élévation, varieroient; ce qui arrive comme nous l'avons remarqué toutes les fois que les vitesses, & les gravités, & le rapport des resistances de l'air varient; & par conséquent donnent à l'infini une combinaison d'arrangemens differens des perpendicules sur les alidades: d'où il faut conclure, qu'il vaut mieux les supprimer dans l'usage de l'instrument: on voit que pour rectifier l'instrument universel de Mr. Blondel ou de Torricelli, conséquemment au sistême de Galilée; on voit, dis-je, qu'il n'y a qu'à tracer la courbe GLPSA, de la maniere que nous venons de le dire, & que l'usage en est le même: le demi-cercle ABVF, seroit toujours décrit aussi bien que le quart du cercle NC: il ne resteroit que la courbe GLPSA à décrire.

CHAPITRE CINQUIE'ME.

Où l'on donne la construction de la Courbe qui renferme les Projections sur des Buts situés dans des niveaux au-dessus ou au-dessous de celui de la Batterie.

SOIT le niveau TV, (*Fig.* 89.) au-dessous de la batterie A: je décris le cercle de Galilée AG*a*, pour les buts au niveau de la batterie, dont on trouve la description (*Chapitre septiéme, Section premiere de cette seconde Partie.*); je décris la courbe ASR des resistances pour ce niveau, ainsi que je l'ai enseigné dans les deux derniers Chapitres précédens ; je décris ensuite le cercle KNB de Galilée, pour le niveau donné TV; je prolonge les directions du premier cercle, jusques à ce qu'elles coupent le second : des points D, E, &c. où les projections coupent le second cercle, j'abaisse des perpendiculaires D*r*, EF, &c. sur le niveau TV ; je prends dans le premier cercle la direction A*b*, & sa chûte *b*2, & je dis comme la chûte *b*2, qui exprime le quarré du tems de cette direction, est à la perte *b*6 de cette direction ; ainsi la chûte D*r*, qui exprime le quarré du tems de la direction A*b*D, est à un quatriéme terme, qui par conséquent doit être la perte de cette direction, & portant cette perte de D en 8, le point 8, est un point de la courbe que je cherche ; je prends de même la direction A*d*, & la chûte *d*3 ; & je dis, comme la chûte *d*3 est à la perte *d*7 de sa direction ; ainsi la chûte EF est à la perte que doit faire la direction A*d*E, & portant cette perte de E en *g*, le point *g* est un autre point de la courbe, & continuant la même construction sur les autres directions du petit cercle prolongé jusqu'au grand, je trouve autant de points de la courbe, & si près que je veux ; enfin faisant passer une courbe par tous ces points, j'ai la courbe *y*89, HK, qui est la courbe demandée : ce qui se démontre de même que pour la courbe qui renferme les projections pour le niveau de la batterie, puisque le principe en est le même, & qu'il n'y a aucun point *y*, 8, 9, &c. dans cette courbe, dont la direction correspondante A*y*, A8, A9, &c. ne soit parcouruë par l'impulsion dans le même tems que sa chûte correspondante *y*T, 8*z*, &c. sera parcourue par la gravité.

La courbe qui renferme les projections pour un niveau au-dessus de la batterie, se décrira de la même façon ; par exemple soit le niveau RP, (*Fig.* 90.) au-dessus de la batterie N, je décris le cercle de Galilée NEA pour le niveau de la batterie, & sa courbe de resistance NAM; je décris ensuite le cercle VTQR de Galilée, pour le niveau RP ; je dis ensuite comme la chûte B*m* du grand cercle, est à la perte B4 de sa direction ; ainsi la chûte T*q* du petit cercle, est à la perte TX de sa direction, & le point X, est un point de la courbe que je cherche : de même comme la chûte CL du grand cercle, est à la perte CN de sa direction ; ainsi la chûte *y*P du petit cercle, est à la perte *y*Z de sa direction ; & le point Z est encore un point de la courbe ; & continuant de la même façon, on aura la courbe demandée AXZ*b* ; laquelle ne sçauroit être entiere non plus que le demi-cercle de Galilée, pour les

raisons

raisons que nous avons dit (*Chapitre septiéme, Section premiere de cette seconde Partie*), & se démontre de la même maniere que les deux autres cas précédens, en faisant voir que dans cette courbe il n'y a aucun point A ou X, &c. dont la direction correspondante NA ou NX, &c. n'ait été parcourue dans un même tems précis par l'impulsion, que la chûte AR, SX, &c. correspondante aura été parcourue par la gravité.

J'aurois pû donner les formules pour tous les cas des differentes directions sur des buts situés sur toutes sortes de niveaux; ainsi que je l'ai fait pour le sistême de Galilée *dans la premiere Section de cette seconde Partie;* & dans le Chapitre même sans formule; aussi bien que plusieurs réflexions & démonstrations très curieuses sur la durée du mouvement sensible d'impulsion & d'acceleration, jusqu'à ce que leurs vitesses instantanées soient reduites à une infinitiéme, qui dans la pratique ne peut être prise que pour une ligne droite, dont l'infinitiéme, qui exprime la largeur, exprimeroit la vitesse instantanée de l'impulsion, & en même tems exprimeroit la vitesse instantanée dont celle de la chûte seroit augmentée dans cet instant qui termine le mouvement sensible: de sorte que la courbe des projections que les mobiles décrivent, doit être enfin à la suite d'un tems quelconque, si inclinée ou si approchante de la verticale, qu'elle seroit presque verticale dans la pratique; car il resulte évidemment que puisque les vitesses diminuent à chaque instant d'une quantité, dans quelque rapport que soient ces quantités, il doit necessairement arriver que la somme des destructions totales sera sensiblement égale à la vitesse initiale; & par conséquent le mouvement acceleré n'augmentant plus que d'une infinitiéme d'un instant à l'autre, seroit seul regulier & uniforme; il ne faudroit pas même un tems infini pour le pouvoir considerer pour tel; car dès que l'augmentation de la vitesse accelerée seroit exprimable par une ligne dont la grandeur, à cause de sa petitesse, seroit peu considerable en la comparant à l'espace parcouru dans un instant quelconque sur la ligne de chûte, la courbe seroit exprimable par une ligne droite; & par conséquent la vitesse de la chûte seroit sensée uniforme.

Monsieur l'Abbé Deydier, à qui j'ai communiqué mon sistême, m'ayant fait faire des réflexions très judicieuses, sur les differentes opinions qu'on peut former sur la resistance, qui lui paroissent même décidées par les plus habiles Geométres; j'ai jugé à propos de m'en tenir à présent à une simple pratique, pour éviter les objections, & toutes les difficultés dont ce sujet physique est si susceptible, qu'il paroîtroit comme une espéce de témerité de vouloir s'y livrer de propos déliberé. Mr. de Gamaches de l'Académie Royale des Sciences, m'ayant confirmé aussi dans ce sentiment, les lumieres de ces deux Messieurs, dont la science & la réputation sont solidement reconnues par leurs excellens Ouvrages, m'ont dû déterminer à prendre ce parti.

Cependant je donnerai de plus grands éclaircissemens dans la suite sur ce sujet, conséquemment à certaines expériences que je ferai, non que je me flatte de pouvoir atteindre à une précision éxacte, dont tous les Savans ont désesperé jusqu'à présent; mais seulement pour donner lieu aux personnes appliquées, de faire sur ce sujet quelques nouvelles découvertes, dans l'esperance qu'ils voudront bien m'en faire part: quoi que cette pratique que je viens de donner, en attendant le reste, puisse être contestée par une Geométrie trop éxacte, cependant les différences qui en resulteroient, en admettant même leurs hypotéses par des principes incontestables, n'en seroient que très peu sensibles, sur tout dans les premiers instans de la durée du mouvement, comme je le puis démontrer évidemment; mais je cherche seulement de pouvoir déterminer les courbes des resistances, soit qu'elles ne soient que approchées, ou soit qu'elles soient celles même de la nature, de façon qu'on puisse les tracer sur un instrument, sans qu'il soit necessaire de faire aucun coup d'épreuve au-dessus de 45 dégrés, comme je l'ai prescrit pour trouver l'espace retardé, & sans qu'il soit necessaire de décrire les courbes qui renferment les projections pour chaque differente piéce: ce qui seroit d'une très grande utilité, ainsi que je le vais faire remarquer dans le sixiéme Chapitre, où je donne plusieurs principes qui nous y conduiront; mais auparavant il faut parler de la pratique, & de l'usage des deux courbes que nous venons de décrire, pour des niveaux au-dessus ou au-dessous de la batterie.

CHAPITRE SIXIE'ME,

De l'usage des Courbes qu'on vient de décrire pour les jets des Bombes sur des Buts qui sont situés au-dessus ou au-dessous du niveau de la Batterie.

L'Usage de la courbe y89LQHK (*Fig.* 89.) construite pour le niveau TV, par les régles du Chapitre précédent est le même que celui de la courbe GXpSA de la *Fig.* 88. construite pour le niveau AQ de la batterie; à sçavoir en élévant du point proposé z dans le niveau TV, la verticale z8, & du point 8 d'intersection de la courbe y, 8, 9, &c: tirant au point A la droite A8 prolongée en D, elle sera la direction qu'il faut donner à la piéce, pour atteindre le but proposé: comme la verticale z8 dans ce cas coupe la courbe en deux points 8 & o, en tirant la droite Ao, elle sera aussi la direction par laquelle la piéce portera au point z proposé.

On voit qu'il n'y a qu'à élever sur tous les points infinis du niveau TV, les verticales z8, rD, FE, &c. & en tirant du point A, les droites A8, Ao, &c. par les points 8, o, &c. des intersections de la courbe, & des verticales, on aura les directions qu'il faut donner à ces piéces, pour porter aux distances proposées Tz, Tr, TF, &c. les droites A8D prolongées jusqu'à la circonférence du demi-cercle gradué, marqueront les dégrés de ces élévations.

Par la même raison si l'on tire du point A, par tous les dégrés infinis du demi-cercle, les directions A8, A9, AL; en abaissant des perpendiculaires z8 sur le niveau TV, de tous les points 8, 9, L, infinis d'intersection de la courbe, & des directions on aura les portées correspondantes Tz, Tr, TF, &c. de la direction.

Lorsque les buts sont dans un niveau TV, au-dessous de celui de la batterie A, les verticales couperont toujours la courbe y89 LRHK en 2 points, ou la toucheront en un seul point sans la couper: mais il y aura cette distinction à faire, que quelque fois les points d'intersection o, 8, par une même verticale z8, seront l'un en-dessus comme 8, & l'autre en-dessous du niveau de la batterie comme o, & pour lors le mortier peut porter la bombe au point z par deux directions, dont l'une A8 est élevée, & l'autre

Ao eſt abaiſſée ; d'autre fois les deux points d'interſection ſeront tous deux au-deſſus du niveau de la batterie, comme par exemple la verticale &n, coupe la courbe aux points n & 1, qui ſont tous deux au-deſſus du niveau A3 de la batterie : les deux directions An, A1, par leſquelles le mortier peut porter la bombe ſur le point & propoſé au niveau TV, ſont toutes deux élevées : & lorſque la verticale QQ touche la courbe au point Q propoſé au niveau TV ; il n'y aura que cette direction AQ qui puiſſe porter la bombe au point Q propoſé ſur le niveau TV, & la portée TV ſera la plus grande de cette piéce avec cette charge ſur ce niveau.

L'uſage de la courbe AXZBQ (*Fig.* 90.), conſtruite pour le niveau RP, au-deſſus de celui de la batterie, eſt auſſi le même que celui des deux autres courbes précédentes : ſi l'on veut par exemple tirer ſur le point S à la diſtance RS, ſur une plaine élevée au-deſſus de la batterie de la hauteur RN : du point propoſé S, il faut élever la verticale SX, & du point X tirer la droite NX, qui ſera la direction par laquelle la bombe tombera ſur le point S propoſé.

Il faut auſſi remarquer qu'il y aura trois cas differens ; car il y en aura où la verticale SX ne coupera la courbe AXZB, qu'à un ſeul point X, & au-deſſus du niveau de la batterie NL : & il n'y aura pour lors que la direction NX, qui puiſſe porter la bombe ſur le point S propoſé ſur cette plaine RP : dans des autres cas ſa verticale *pb* coupera la courbe aux points *b* & o, & la bombe peut tomber au point P, par deux directions N*b*, NO : dans le troiſiéme cas ſi la verticale 1Q touche la courbe au point Q, la bombe ne peut tomber ſur le point propoſé 1, que par la direction NQ, & la diſtance R1 ſera la plus grande portée de ce mortier avec cette charge ſur le niveau RP : mais la direction dans les troiſiémes cas ſera toujours élevée.

Généralement lorſque la verticale qu'on éléve à l'extrémité de la diſtance où l'on veut jetter la bombe, ne coupe point la courbe, ou tout au moins ne la touche pas, le cas eſt impoſſible avec cette charge & ſur ce niveau.

Au lieu que dans le ſiſtême de Galilée, les points d'interſection de la verticale ſur la courbe qui renferme les projections ſur le niveau de la batterie, ſont toujours dans la circonférence d'un demi-cercle : dans celui-ci cette courbe n'eſt jamais totalement circulaire ; mais elle eſt indéterminée, comme nous l'allons voir ;

& au lieu que les deux points d'interſection de la courbe qui répondent à deux directions également éloignées de l'angle de 45 dégrés, ſont toujours dans une même verticale lorſque le but eſt au niveau de la batterie, dans le ſiſtéme de Galilée : dans celui-ci ces directions ſont ordinairement inégalement éloignées de 45 dégrés ; outre cela le point S (*Fig.* 88.), d'attouchement de la courbe par la verticale TS, dans les projections ſur des buts au niveau de la batterie, n'eſt jamais fixé, il ſera beaucoup au-deſſous de 45 dégrés, d'autrefois ce point d'attouchement ſera aux environs de 45 dégrés (mais il ne ſera jamais au-deſſus), ce qui dépend du rapport de la viteſſe initiale d'impulſion au retardement initial, comme nous le verrons.

Il ne faut pas être ſurpris s'il y a eu juſqu'à préſent de ſi grandes conteſtations ſur la plus grande portée horiſontale des piéces ; car les uns prétendent que ce ſoit au 38^e. dégré en pointant avec l'horiſontale, d'autres à 40 avec l'horiſontale, & d'autres veulent au contraire que ce ſoit à 40 avec la verticale : tous s'autoriſent par l'expérience : je puis aſſurer que dans des preuves que j'ai faites, la portée de 45 dégrés n'a jamais été la plus grande : la ſituation du but, je veux dire le nivellement du terrein contribue beaucoup à entretenir ces diſputes ; car ſouvent on juge un but ou un terrein de niveau à la batterie, qui cependant ne l'eſt pas : ce qui doit ſans doute apporter une différence conſiderable dans l'étendue des portées.

Je ne repéte point tout ce qu'on a dit dans la premiere Section, au ſujet de l'uſage de mon inſtrument univerſel, ſelon le ſiſtême de Galilée, à ſçavoir la maniere de placer les lignes du niveau du but ſur l'inſtrument, ſemblablement qu'ils le ſont ſur le terrein : ſi l'on veut tirer de deſſus une grande hauteur au-deſſus d'une plaine ; mais ſi l'on n'a qu'un ou deux buts à prendre, il ſuffit de décrire la portion de la courbe qui renferme les projections convenables au but, ſi la plaine alloit en pente, on placeroit ſur l'inſtrument ſemblablement le point du but, & par rapport à ſon niveau, & par rapport à ſa diſtance ; on chercheroit la portion de la courbe qui renferme les projections qui vont aux environs de ce but : le ſeul bon ſens doit diriger, & ſuffit ſans autre application.

Nous avons quantité d'occaſions à tirer de bas en haut, ou de haut en bas des bombes & des boulets ; cette façon de regler la direction des piéces eſt fort neceſſaire & utile : ce ſont des places ſituées dans des montagnes qui m'ont donné lieu de l'examiner à fond ; c'eſt pour cela qu'il faut ſe la rendre bien familiere.

Lorſque par le coup d'épreuve on reconnoît que la diminution eſt peu ſenſible, & que le mouvement peut être conſideré pour uniforme & conſtant dans l'hypotéſe de Galilée, ſur tout lorſqu'on doit tirer par une direction peu éloignée de celle du coup d'épreuve, on peut ſuivre le ſiſtême de Galilée.

On auroit dans ce ſiſtême une grande facilité, parceque l'inſtrument ſeroit toujours prêt; puiſqu'en ſuppoſant le mouvement d'impulſion uniforme, conſtant & perpetuel, on peut ſe ſervir de toutes grandeurs indifferemment pour les viteſſes d'impulſion, & pour celles de la gravité.

Comme ordinairement on a pluſieurs endroits à battre, lorſque la batterie eſt au-deſſus ou au-deſſous des niveaux des buts, & que les endroits ſont ſouvent ſitués dans un même niveau entr'eux, la différence des diſtances horiſontales des buts à la batterie ne change point le cas : de ſorte que cette méthode eſt générale pour toutes ſortes de combinaiſons de viteſſe, de retardement ou d'égalité de mouvement & de ſituation, comme auſſi de gravité : au lieu que ſelon l'uſage de l'inſtrument univerſel de Torricelly, autant de diſtances differentes, autant d'inclinaiſons differentes il faut prendre avec l'inſtrument ; & ſi l'on opére avec le compas, par le moyen du Paramétre ſelon la méthode de Mr. Belidor, autant de differentes diſtances, autant de différens cercles il faut chercher, parce qu'il les commence toujours au niveau de la batterie.

J'avoue qu'il faut plus de tems pour l'operation d'un ſeul but par cette derniere méthode ; mais on en eſt dédommagé abondamment, lorſqu'on a pluſieurs buts à battre ſur un même plan de niveau, par la facilité qui s'y rencontre.

Lorſqu'on n'a qu'un but à battre ſur un même niveau, c'eſt plutôt fait de chercher le Paramétre par la voye ordinaire, & par le moyen du Paramétre trouver l'angle de la direction de la piéce, ſelon l'uſage de Mr. Belidor, en ſe ſervant de l'inſtrument univerſel comme lui.

Lorſque l'on veut ſe ſervir de la courbe des reſiſtances, & qu'on n'a qu'un but à battre ſur un même niveau, il n'eſt pas neceſſaire de décrire toute la courbe, il n'y a qu'à en décrire ſeulement une portion aux environs de ce point qu'on veut battre : ce qui ſuffit.

Il arrivera ſouvent que dans la deſcription des courbes qui renferment les projections, eu égard à la resistance de l'air selon notre hypotése, la courbe au lieu de s'élever, comme cela devroit être, à mesure que les directions sont plus élevées, s'abaisseroit au contraire : de sorte qu'au lieu que la direction BK ou B*n* (*Fig.* 91.), devroit être plus grande que la direction B*f*: elle sera au contraire moindre ; & si l'on continuoit la courbe jusqu'à la direction verticale AB, elle s'approcheroit toujours plus du point B, au lieu de s'en éloigner : ce cas qui dans nos projections militaires, ne sçauroit arriver à cause de la rapidité du mouvement & de son peu de durée, vient du rapport de la resistance *gm* aux lignes *m*M : dès que la différence *mq* du retardement GS au retardement *gm*, sera moindre que la différence *m*R de la direction BS à la direction B*m*, les vitesses restantes B*g* correspondantes à la direction B*m*, seront plus grandes que les vitesses restantes BG correspondantes à la direction BS : ce qui est évident: dès que la différence LF du retardement *mg* au retardement *f*L, sera égale à la différence FL de la direction B*m* à la direction BL, la direction B*f* sera précisément égale à la direction B*g* ; & dès que la différence KN du retardement L*f* au retardement K*n*, sera plus grande que la différence K*b* de la direction LB à la direction KB, la direction B*n* sera moindre que la direction B*f* ; car on aura dans ces trois cas BS — GS pour la direction BG, & BS + R*m* — *gm* pour la direction B*g*: donc si la différence R*m* est plus grande que *gm* — GS = *qm*, la direction croîtra de la ligne R*q* ; si + R*m* = *gm* — GS ou + FL = *fl* — *gm* = FL, on aura B*f* = B*g* : & si au contraire + R*m* ou *b*K est moindre que *gm* — GS, ou K*n* — *f*L, on aura B*n* moindre que B*f*.

Comme le rapport des *gm*, GS, *f*L, K*n*, entr'eux est égal au rapport des verticales *m*M, LQ, KQ, &c. il suit évidemment que si l'on prenoit toutes les verticales entieres pour les retardemens correspondans GS, *gm*, la courbe C*nfg*GB deviendroit la courbe BVDB ; car dès que l'excès S, *y*, des verticales SM, 3Q quelconque sera plus grand que l'excès S, &c. des directions correspondantes BS, B3, les directions décroîtront : & comme la verticale AB est égale à la direction correspondante AB, il faut de toute necéssité que la courbe BVDB finisse au point B, où elle avoit commencé : cela ne la rend pourtant pas telle que BVDB ; mais cela nous indique seulement que lorsque les directions Bo, B3, cesseront d'augmenter, le mobile n'auroit plus aucune vitesse d'impulsion ; & que par conséquent toutes les autres directions B*f*, BE, Bd, B6, doivent être égales; puisque pour avoir changé la direction, on n'a rien changé dans la vitesse précédente; & que par conséquent ne pouvant la surpasser, puisque le mouvement seroit sensiblement détruit, elle sera toujours égale; d'où il resulte que l'arc $fd6$ seroit circulaire dans le premier cas, aussi bien que l'arc $Dh1$, dans celui-ci, parce que les vitesses ne sont jamais absolument détruites, on ne sçauroit dire que cela doive absolument arriver; mais lorsque le retardement sera considerable, comme celui que l'air occasionneroit contre le cotton, ou contre une vessie remplie d'air : les directions Bg, Bf, BE, cesseroient bientôt d'augmenter sensiblement, & setoient par conséquent renfermées dans une courbe, dont les rayons Bg, Bf, BE, seroient sensiblement égaux : l'arc $fd6$, ou $Dh1$, seroit sensiblement circulaire.

Je n'y ai pas eu égard, parce que dans nos projections militaires le cas ne se présente pas : cependant je ne laisserai pas de faire en passant une réflexion à ce sujet : lorsque les mobiles seront arrivés par la direction B7 au point 7, la courbe $1h7$DB auroit la partie $1h7$ circulaire, comme nous venons de le voir, & l'autre partie 7DB ne seroit pas circulaire, comme nous l'avons vû dans le Chapitre précédent; or comme le point 7 dépend du rapport du retardement 3, 7, à la verticale 3Q correspondante à la direction B7, on voit par la construction même de ces differentes courbes, que plus les retardemens A4, A5, AC, AB, seront grands, par rapport à un même diamétre AB, & plus les points 7, f, 8, 4, s'approcheront de l'horisontale BM, & parce que ces retardemens A4, A5, &c. seront plus grands à mesure que les mobiles seront d'une pésanteur spécifique moindre, comme nous le verrons : il suit que les parties circulaires $1h$D, $6df$, &c. des courbes qui renferment les projections qu'on peut faire avec un même mobile plus leger sur un même niveau, seront plus grandes que les parties circulaires 5, 8, &y=o des courbes qui renferment les projections qu'on peut faire avec un mobile plus pésant, je veux dire d'une pésanteur spécifique plus grande sur un même niveau quelconque : ce qui doit varier tout ce qu'on a dit du sistême de Galilée, sur les plus grandes portées des piéces sur des buts qui sont situés au niveau de la batterie; car plus ces points 7, f, 8, y, seront proche de l'horisontale BM, & plus la direction AD, AG, &c. qui donne la plus grande amplitude, s'éloignera de 45 dégrés.

L'on voit aussi qu'à mesure que les niveaux des buts seront plus

plus ou moins abaissés au-dessous de celui de la batterie, les courbes $y89$LRQHK (*Fig.* 89.), varieront aussi : de sorte que si la hauteur AT de la batterie, au-dessus du niveau TV, étoit assez grande pour que le mouvement fût sensiblement détruit lorsque le mobile auroit parcouru la direction AK verticale, au lieu de la courbe $y89$LnQHK, on auroit un demi-cercle pour la courbe qui renferme les projections sur le niveau TV. Il est inutile d'en dire d'avantage, la seule construction des courbes peut le faire comprendre.

CHAPITRE SEPTIE'ME,

Où l'on donne des principes, & où l'on fait des réflexions qui peuvent acheminer à la perfection du sistême sur la résistance de l'air au mouvement des mobiles.

LE rapport de la résistance de l'air à la force motrice d'un mobile, dépend du rapport de sa pésanteur absolue à l'éfort initial du mouvement ; or cet éfort initial par les Mécaniques est le produit de la pésanteur absolue du mobile, laquelle je nomme (p) par la vitesse initiale du mobile, au débouché de la piéce ; s'ils sont poussés par des armes à feu, laquelle vitesse je nomme (a) : donc l'éfort initial sera $=(ap)$: la résistance initiale de l'air contre l'éfort initial du mobile, sera de même le produit de la pésanteur absolue de l'air que je nomme (r) par la quantité de lames que le mobile doit percer & forcer en les écartant à chaque instant pour continuer sa route ; laquelle quantité de lames je nomme (a), parce qu'elle est dans le rapport de la vitesse ou des espaces parcourus : donc la résistance initiale contre l'éfort initial sera $=(ar)$: d'où il suit que le rapport des éforts aux resistances sera le rapport ap, ar ; & par conséquent lorsque les vitesses initiales (a) sont égales, les rapports de l'éfort initial au retardement initial seront comme p est à r, & les retardemens en des tems egaux de mouvement, seront entr'eux dans le rapport des $\frac{r}{p}$, c'est-à-dire dans la raison directe des r, & dans l'inverse des p ; car plus r sera grand, plus l'air arrêtera le mobile ; & plus p sera grand, plus le mobile resistera à l'air : donc si $\frac{r}{p}=\frac{R}{P}=1$ de même que

$\frac{a}{a} = \frac{A}{A}$ eſt toujours $= 1$, les eſpaces parcourus par des mobiles de differente péſanteur dans un air de diverſe gravité, ſous une même élévation avec une même viteſſe initiale d'impulſion, ſeront auſſi préciſément égaux, de même que dans le ſiſtême de Galilée ; mais ſi $\frac{r}{p}$ n'eſt pas égal $\frac{R}{P}$, de même que l'on a toujours pour le rapport des viteſſes $\frac{a}{a} = \frac{A}{A}$; puiſque les retardemens ne ſont plus dans la raiſon des viteſſes ; alors il eſt évident que les retardemens n'étant pas dans la raiſon des eſpaces parcourus par le mouvement uniforme, les eſpaces effectifs parcourus par les mobiles dans ce ſiſtême, avec les mêmes viteſſes initiales, ſous une même élévation, ne feroient plus dans le même rapport de ceux qu'ils auroient parcourus avec cette même viteſſe initiale, ſi elle eût été conſtante & uniforme ſelon l'hypotéſe de Galilée, ſi les péſanteurs abſolues agiſſantes & réſiſtantes p & r ſont préciſément les mêmes, ou bien dans un même rapport : de ſorte que $\frac{r}{p} = \frac{r}{p}$, quoique les viteſſes initiales a & A ſoient differentes, on aura toujours dans chaque mouvement $\frac{a}{a} = \frac{A}{A} = 1$: il eſt évident que les produits Ap, Ar ou ap, ar ſeront dans le même rapport ; car on aura $\frac{ar}{ap} = \frac{Ar}{Ap} = 1$; & par conſéquent les retardemens au premier inſtant, ſeront dans la raiſon des viteſſes initiales ; & parce que les eſpaces parcourus par le mouvement uniforme, ſous les mêmes élévations, ſont dans la raiſon doublée des viteſſes initiales, c'eſt-à-dire dans la raiſon des aa, AA (*Chapitre ſixiéme, premiere Section de la ſeconde Partie*), & que de même les retardemens totaux, ſous les mêmes élévations, ſont dans la raiſon doublée du retardement initial x, c'eſt-à-dire comme xx à XX, qui ſont les lignes de chûte, leſquelles ſont auſſi dans la raiſon doublée des viteſſes initiales (*Chapitre ſixiéme, Section premiere de la ſeconde Partie*) ; il s'enſuit que les eſpaces parcourus ſous une même élévation par le mouvement uniforme, & les retardemens ſeront dans un même rapport ; d'où il reſulte évidemment que la même courbe renfermera toujours les triangles des projections pour une même ligne de niveau du but, quoique les mobiles & les viteſſes ne ſoient pas les mêmes, lorſque les péſanteurs ſpécifiques des mobiles & de l'air réſiſtant, ſeront les mêmes ou dans un même rapport, en changeant ſeulement la valeur des amplitudes horiſontales correſpondantes au coup d'épreuve; comme dans l'hypotéſe de Galilée : ſi les péſanteurs abſolues des mobiles & de l'air réſiſtant, ſont dans un rapport différent de celui des viteſſes initiales entr'elles; alors les eſpaces parcourus par le mouvement uniforme ſous une même élévation, ſeront dans la même raiſon de *aa*, AA, & les retardemens ſont entr'eux en raiſon compoſée de celle de *xx* à XX, ou *aa* à AA, laquelle eſt la même (*par le Chapitre premier de la premiere Section*), & de la raiſon de $\frac{r}{p}$ à $\frac{R}{p}$: d'où il ſuit que dès que les viteſſes initiales des mobiles pouſſés par des differentes forces, ne ſeront pas entr'elles dans la raiſon des $\frac{r}{p}$ à $\frac{R}{p}$; on ne ſçauroit trouver une courbe commune qui puiſſe renfermer tous les triangles des projections des mobiles differens; & parce qu'il peut y avoir une diverſité de combinaiſon à l'infini des viteſſes initiales, & de retardement initial, on peut trouver une diverſité de ces courbes à l'infini, puiſque chaque combinaiſon differente a ſa courbe differente.

Parce que la péſanteur abſolue en général des corps dépend de trois choſes, à ſçavoir de la maſſe ou de la péſanteur ſpécifique, ou de la denſité; au lieu de *p* pour l'expreſſion de la péſanteur des mobiles, on peut prendre le produit du poids abſolu ou du volume, lequel on peut conſiderer ſous deux dimenſions, à ſçavoir la baſe que je nomme (*bb*), & la hauteur que je nomme (*h*), & la péſanteur ſpécifique que je nomme (G) : donc $p = bbh\mathrm{G}$; ſi les denſités des corps ne ſont pas dans le rapport des péſanteurs ſpécifiques : alors il faudroit y ajoûter la denſité pour la compoſition du rapport de *p*, qui exprime la péſanteur abſolue, en nommant (D) la denſité, on aura $p = bbh\mathrm{GD}$; & par conſéquent $abbh\mathrm{GD}$; pour l'expreſſion de l'éfort initial du mobile contre la réſiſtance initiale de l'air $= ap$.

Pour la force initiale de l'air réſiſtant, je conſidére *r* qui en fait l'expreſſion également, ſous les mêmes dimenſions; à ſçavoir la baſe du mobile, qui eſt celle de la colonne d'air, qu'il doit traverſer, fendre & écarter, que je nomme (*bb*); or l'éfort de cette colonne *bb* eſt compoſée de la baſe (*bb*) & de la hauteur (H) de l'atmoſphére de l'air; c'eſt-à-dire *bb*H ſera l'expreſſion de la réſiſtance d'une lame d'air qu'il faudra multiplier par le nombre (*a*), qui en exprime la multitude, & de plus par la péſanteur ſpécifique de l'air, à meſure qu'il ſera plus chargé de vapeurs, qui ſera (*g*), auſſi-bien que par ſon éfort de compreſſion, ſoûdenſité qui ſera (d): donc $r = abbHgd$; & par conſéquent l'expoſant des deux rapports ſera $\frac{abbHgp}{abbhGD}$, qui ſera l'expreſſion du retardement initial, quelque combinaiſon qu'on puiſſe trouver de gravité, de viteſſe, de denſité, de figure & de péſanteur ſpécifique.

Il ſuit de-là qne abb étant commun dans toutes ſortes de combinaiſons, les retardemens initiaux ſeront exprimables par $\frac{Hgd}{hGD}$, c'eſt-à-dire dans la raiſon inverſe compoſée des hauteurs, des mobiles, de leurs péſanteurs ſpécifiques, & de leur denſité, & de la raiſon directe compoſée de la hauteur de l'atmoſphére de l'air, de ſa gravité ſpécifique & de ſa denſité; or comme l'augmentation, ou la diminution de la baſe (bb) dans un même poids p du mobile, diminue ou augmente la hauteur h de ſa maſſe, & qu'au contraire la baſe bb ne peut diminuer la hauteur H de l'atmoſphére de l'air; il ſuit évidemment qu'à meſure que les baſes ſont plus grandes par rapport aux maſſes des mobiles, les réſiſtances de l'air ſont plus grandes, puiſque h eſt moindre dans la compoſition hGD de l'éfort du mobile; tandis que H eſt la même dans la compoſition Hgd de la réſiſtance de l'air; c'eſt par cette raiſon que les corps plats ne vont pas ſi vîte que les ſphériques; ainſi que l'expérience journaliére confirme cette démonſtration.

Plus les péſanteurs ſpécifiques des mobiles ſont grandes, les viteſſes initiales étant les mêmes; & moins les réſiſtances de l'air ſont grandes, puiſque G augmente dans la compoſition de l'éfort du mobile hGD; tandis que g dans la compoſition de la réſiſtance de l'air Hgd eſt la même; c'eſt par cette raiſon que les bales de plomb, avec une même viteſſe initiale, vont beaucoup plus loin qu'une bale de liége, de pierre ou de fer, d'une moindre péſanteur ſpécifique.

Par la même raiſon ſi les péſanteurs de l'air changent, comme elles changent à chaque inſtant, les retardemens initiaux changeront auſſi.

Dès que les maſſes des mobiles ſeront moins condenſées, ou qu'il y aura des vuides dans leurs parties qu'on ſuppoſe ſolides, quoique les viteſſes initiales ſoient les mêmes, les retardemens initiaux ſeront plus grands; car D qui entre dans la compoſition de l'éfort du mobile hGD eſt moindre, tandis que d qui exprime la densité de l'air qui entre dans la composition de la résistance de l'air Hgd est la même.

Par la même raison si l'air est moins condensé, quoique tout soit égal dans hGD qui exprime la force du mobile, la résistance initiale sera moindre.

C'est pour cette raison que les boulets creux ne vont point si vîte que ceux qui sont pleins, lorsqu'ils sont mûs avec une même vitesse initiale.

C'est aussi pour cette raison que les amplitudes horisontales des mêmes élévations, changent tous les jours selon les changemens de l'air; ainsi qu'on peut le remarquer par les épreuves.

La figure des corps, leurs surfaces, & l'emplacement du centre de gravité & de celui de la figure, entrent aussi dans le rapport des résistances initiales; car plus les surfaces seront grandes, concaves, en un mot plus elles donneront de prise au choc de l'air, & plus les retardemens seront grands; c'est pour cette raison que les corps ronds & sphériques sont ceux qui sont moins retardés par la résistance de l'air, & que les corps plats ou concaves le sont beaucoup plus, parce qu'outre que les lames d'air s'échappent facilement sur les surfaces sphériques, par leur obliquité; ce sont les corps qui présentent une moindre base directe aux lames d'air, & qui sous une moindre surface contiennent une plus grande pésanteur absolue; or la figure des corps est celle qui dispose de leurs surfaces & de leurs bases, & par conséquent elle contribue au retardement: l'emplacement du centre de gravité & de celui de la figure, détermine les bases qui doivent marcher devant, comme aussi l'obliquité ou la droiture des chocs des lames d'air resistantes: il décide aussi du tournoyement du mobile sur son axe, ce qui varie les résistances.

Il arrive souvent dans la pratique qu'après s'être servi avec succès long-tems d'une courbe quelconque pour un même but situé dans un même niveau, tout à coup les portées ne sont plus les mêmes; ce qui provient du changement des vitesses initiales, qui par un changement, ou de l'air dans la charge, donne une plus grande ou moindre vitesse initiale, ou de l'air résistant, qui par la diminution des hauteurs des colonnes de son atmosphére, ou par un changement de compression causé par la chaleur ou le froid, la sécheresse ou l'humidité, ou enfin par quelque autre cause quelconque, donnent des résistances initiales inégales, dans la raison de ces qualités différentes: pour lors il n'y a qu'à changer la valeur de l'amplitude du coup d'épreuve, & par conséquent celle de l'échelle, parce que tout le reste sera proportionnel dans toutes les directions infinies du demi-cercle.

Lorsqu'on est obligé d'augmenter la charge, ou de la diminuer, ou bien lorsque la charge étant la même (comme on doit le pratiquer autant qu'il est possible); mais qu'on est obligé de changer de poudre, ou que la poudre ne se trouve pas de la même qualité; pour lors quoique le mobile & tout le reste soit précisément égal, comme dans les charges précédentes, la vitesse initiale changera, & les projections ne seront plus renfermées dans la même courbe pour un même but, ou une même ligne du niveau du but; mais comme il n'y a que les vitesses initiales qui varient, les retardemens seront dans la raison des vitesses initiales, ainsi que nous venons de le voir; & par conséquent il n'y a qu'à changer la valeur de l'amplitude horisontale du coup d'épreuve, c'est-à-dire celle de l'échelle dans le rapport de l'augmentation ou de la diminution des portées; ainsi que Mr. Belidor l'a pratiqué dans son Bombardier François pour les amplitudes dans le sistême de Galilée, & que nous l'avons vû dans le *Chapitre sixiéme*, *Section premiere de la seconde Partie*.

Lorsque les mobiles & les vitesses changeront, il faudra une nouvelle courbe comme nous l'avons enseigné, à moins que dans ces changemens les vitesses & les retardemens se trouvassent toujours dans le même rapport.

Mr. Blondel rapporte une expérience de Galilée, qu'une bale de bois tombant de la hauteur de 30 toises, arrive presqu'aussi-tôt à terre qu'une bale de plomb, quoique celle-ci soit 10 ou 12 fois plus pésante que l'autre; cependant Mr. Desagullieres Académicien de Londres, dans ses Transactions Philosophiques de la Societé Royale de Londres, Memoires Litteraux de la Grande Bretagne, tom. VI. pag. 288, dit avoir fait plusieurs expériences avec des boules, une de plomb, une de verre creux, une de carton creuse, & une vessie dessechée: la premiere boule avoit environ deux pouces de diamétre, la seconde cinq, & la troisiéme cinq: la premiere pesoit environ deux livres, la deuxiéme cinq onces, & la troisiéme deux: il laisse tomber les boules de la hauteur de 272 pieds, la boule de plomb tomba en quatre secondes $\frac{1}{2}$, la boule de verre en six, celle de carton en six $\frac{1}{2}$, la vessie en 17; ce qui prouve que la résistance de l'air agit plus fortement contre la gravité des mobiles, & n'est pas si insensible que le prétendent Mr.

Blondel & les autres Sectateurs de Galilée : sans citer toutes ces expériences differentes faites par les Académies, qui à la verité donnent du poids, & du relief par leurs autorités à ceux qui les rapportent, chacun en peut faire à sa façon ; on voit tous les jours les vessies de savon que forment les petits enfans avec une paille, les bouts de papier & de carton, & les plumes voltiger en l'air, tantôt plus pésantes, tantôt plus légeres, s'abaisser ou s'élever selon les changemens des pésanteurs spécifiques de l'air : leur chûte rapide dans la machine pnéumatique, que Mr. Neuton explique par l'attraction, nous prouve aussi la résistance de l'air : elle ne provient que de la résistance de la matiere subtile, ou de l'air plus leger, qui reste encore dans la machine pnéumatique, que le piston des pompes n'a pû attirer à cause de sa subtilité, qui fait qu'elle rentre au travers des soûpapes de la machine ; or cette matiere subtile étant d'une pésanteur spécifique beaucoup moindre que celle de l'air ordinaire, dont on les a vuidées, les résistances de cet air subtil qui reste dans la machine contre la gravité de ces corps legers sont beaucoup moindres, & deviennent aussi petites par rapport à la vitesse de leurs chûtes, que celles du plomb ou du fer le sont par rapport à la résistance de l'air ordinaire; ce qui retarde moins leurs chûtes, & fait qu'elles tombent beaucoup plus rapidement que lors que l'air les retarde.

On peut jetter des boulets d'un grand diamétre de differentes pésanteurs spécifiques, avec des vitesses initiales considerables par les hautes élévations, & ensuite par les basses élévations également éloignées de 45 dégrés, ou bien des boulets d'une pésanteur spécifique considerable, avec des forces petites, & on verra les différences qu'apportent les retardemens de l'air dans les portées : je puis assurer d'avoir fait des épreuves avec des grenades royales du poids de 16 livres de France vuides, sans bouchon ni fusée, avec des mortiers à chambre cilindrique capable de contenir 11 onces de poudre, chargé de façon qu'il ne reste que la place pour mettre un carton dessus bien ajusté à l'orifice de la chambre, sans terre & sans fourrage; mais je n'ai jamais trouvé dans plus de 100 coups, que les portées éloignées de 45 dégrés, à sçavoir celles de 85 & de 51, de 80 & de 10, de 70 & de 20, fussent égales, ni que celle de 15 fût la moitié de celle de 45, ni que celle-ci fût la plus grande.

Les expériences qu'on a faites jusqu'à présent sur l'acceleration uniforme des mobiles dans leurs chûtes, n'ont jamais pû convaincre pleinement, que les espaces parcourus fussent précisément dans la raison doublée des tems; mais elles ont fait voir qu'ils s'approchoient de fort près de cette raison, & cela pour deux causes: la premiere c'est, qu'on a fait ces observations avec des mobiles d'une pésanteur spécifique beaucoup supérieure à celle de l'air, & d'une hauteur peu sensible, par rapport à la hauteur totale de laquelle il eût fallu laisser tomber ces mobiles, pour qu'ils eussent pû parvenir à leur *maximum* de vitesse accelerée; or les résistances initiales étant dans la raison des pésanteurs spécifiques du mobile, auront été par conséquent peu sensibles dans les premiers instans de leurs chûtes pendant lesquels on les a observés.

Il faudroit faire les épreuves d'une hauteur considerable, & avec des mobiles, dont le rapport de la gravité spécifique soit sensible à celle de l'air: si un mobile tombe par sa seule pésanteur, il tombera avec une vitesse accelerée; mais s'il tombe avec une vitesse au-dessus de celle de sa pésanteur, il tombera avec une vitesse retardée, si l'action de sa pésanteur est inférieure à la résistance de l'air; & si cette résistance est inférieure à l'action de sa pésanteur, il n'y a pas de doute que le mobile ne tombe avec une vitesse redoublée moindre à la verité que si l'air ne resistoit point; car si l'air ne lui resistoit point, il est certain que l'action de sa pésanteur étant aidée par cette cause, qui le pousse en bas par la même direction, agiroit bien plus violemment à chaque instant; & qu'au lieu que sa vitesse diminue, elle redoubleroit toujours plus: cependant l'on voit qu'une base qui est tirée avec une carabine du haut en bas, perd presque toute sa force, ce qui nous prouve combien la résistance est forte.

La grande difficulté qu'il y a lorsqu'on veut déterminer les courbes des projections, vient uniquement de celle qu'il y a à déterminer ce que la vitesse perd dans le premier instant, que je nomme le retardement initial; mais si par des expériences réiterées on pouvoit parvenir à connoître le rapport des espaces parcourus aux espaces retardés, on détermineroit facilement le rapport du diamétre 4B, 5B, CB, 1B, de sa courbe retardée (*Fig.* 91.) au diamétre AB de la courbe circulaire AKLMS3B, qui renferme les projections non-retardées: soit la vitesse initiale d'impulsion $= a$; soit la vitesse du premier moment de la gravité $= 1$; puisque le retardement a un rapport constant avec la vitesse, la vitesse d'impulsion a, sera retardée proportionnellement à la vitesse 1 de l'acceleration; soit ce retardement initial de la premiere vitesse de la chûte

chûte $=\frac{1}{b}$, le retardement initial de la viteſſe initiale d'impulſion ſera donc $=\frac{a}{b}$, on aura $a-\frac{a}{b}$ pour la viteſſe initiale reſtante d'impulſion du premier inſtant, & $1-\frac{1}{b}$ pour la viteſſe initiale reſtante de la chûte du premier inſtant; ou bien $ab-a$ pour la premiere, & $b-1$ pour celle-ci : on aura donc pour les inſtans ſuivans $abx-axx$, & $bxx-x^3$ pour les rapports des eſpaces reſtans parcourus par l'impulſion, aux rapports des eſpaces reſtans parcourus par la gravité à la fin d'un tems déterminé; comme $\frac{1}{b}$ ou $\frac{a}{b}$, qui exprime le retardement initial des deux viteſſes eſt toujours dans la raiſon de l'unité 1 à la viteſſe d'impulſion; il s'enſuit que de quelque viteſſe que ſoit mû un mobile lorſque ſa valeur b ſera conſtante, les retardemens ſeront toujours dans le même rapport des viteſſes à chaque inſtant égal; & par conſéquent les rapports n'en ſeront point troublés; lorſque les viteſſes ſeront differentes, & les tems auſſi differens, pourvû que les angles des directions ſoient les mêmes, les rapports n'en ſeront pas plus troublés qu'auparavant; car les viteſſes étant differentes, & ſous les mêmes élévations, nous avons déja trouvé ci-devant aa, AA pour le rapport des eſpaces abx, aux eſpaces ABX; on trouvera de même bxx, BXX : : xx, XX ou : : aa, AA; car lorſque les viteſſes initiales d'impulſion changent les tems ſous la même élévation, changent auſſi dans la même raiſon des tems (*Chapitre ſixiéme, Section premiere de la ſeconde Partie*) : donc abx, ABX : : bxx, BXX ou : : aa, AA; mais les retardemens ſur les directions ſont auſſi dans la raiſon des xx, XX, ou bxx, BXX, ou aa, AA; donc il y aura même raiſon des abx, à leurs retardemens bxx, que des ABX à leurs retardemens BXX; & par conſéquent les courbes qui renfermeront les projections pour cette même valeur de B, ſeront ſemblables.

Il reſulte de là, que puiſque la valeur de b du premier retardement initial $\frac{1}{b}$ au mouvement de la chûte initiale, ne dépend que de la gravité ſpécifique d'un corps qui fait qu'une lame d'air oppoſera par exemple plus de force à une même viteſſe d'impulſion ou de chûte contre un mobile, tandis que contre un autre mobile la même en oppoſera moins; & que les corps d'une même péſanteur ſpécifique ſont toujours retardés dans un même rapport conſtant avec leurs viteſſes ou de chûte accelerée, ou d'impulſion, la courbe qui renferme leurs projections ſera ſemblable; mais lorſque la valeur de *b* changera : ce ne sera plus la même chose ; mais toutes les projections faites avec differentes vitesses, selon cette nouvelle valeur de *b* de cette nouvelle résistance, seront également renfermées dans une courbe semblable, dont la valeur des ordonnées changera proportionnellement aux quarrés des vitesses differentes sous une même élévation ; & parce qu'autant de pésanteur spécifique differente qu'il y auroit, il faudroit autant de valeurs differentes pour *b*, il suit de là que chaque pésanteur spécifique auroit sa courbe pour un même niveau ; ce qui nous seroit d'une grande utilité ; car on pourroit avoir plusieurs courbes tracées l'une pour le plomb, une pour le fer, & l'autre pour la pierre, qui sont nos trois projections ordinaires ; & l'on auroit (sans qu'il fût necessaire de faire un coup d'épreuve) un instrument tout construit comme celui de Torricelli : ce qui seroit fort commode, sur tout pour la construction de mon instrument universel, qui certainement seroit très avantageux dans les montagnes : puisqu'en éloignant les pendules sur l'alidade, selon des espaces proportionnels à ces retardemens, on auroit tout ce que l'on peut désirer.

Comme les bombes, quoique d'un même métal, ne sont pas dans le cas des métaux d'une même pésanteur spécifique, on voit évidemment qu'on ne sçauroit rien déterminer pour leur courbe générale, à moins qu'on ne fixe leurs dimensions, de façon que le vuide soit proportionnel à leur solidité en y comprenant la charge ; autrement il faudroit pour chaque bombe de different calibre une differente courbe ; & même si les bombes d'un même calibre n'étoient pas faites homogénement, il faudroit autant de courbes que de bombes : cela nous fait voir combien il seroit utile de couler nos bombes avec plus d'attention, qu'on n'a fait jusqu'à présent.

Comme les pierres sont toutes de differente figure par rapport à leur masse, & qu'elles sont rarement d'une même pésanteur spécifique ; il ne faut pas être surpris si elles ont des portées si differentes, quoi qu'elles soient poussées avec une même force.

Il est inutile de dire que la courbe des projections n'est pas parabolique, puisque tout le monde en est convaincu dès que l'on considére la résistance de l'air, outre que cela, & bien d'autres découvertes, seront plus amplement traitées, ainsi que je l'ai déja dit.

Fin de la seconde Partie.