Nouveaux principes d'hydraulique, appliqués a tous les objets d'utilité et particulièrement aux rivières

Bernard, Pons J.

Paris, 1787

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-16301

Section IX. Des jets d'eau.

Diametres et longueurs des conduites.	Charges d'eau, ou hauteurs des réservoirs, exprimées en pieds, pouces et lignes.	Rapport de la dépense effective à la dépense dépouillée de l'effet des résistances.
Conduite de fer, qui a 1 pied de diametre et environ 2340 toises de longueur, avec plusieurs sinuosités horizontales et verticales.	20pi. 3po. 0li.	$\frac{1}{19,34}$

Cette table offre plusieurs termes de comparaison entre les dépenses effectives et les dépenses dépouillées des effets des résistances, selon les différents rapports qu'il y a entre les diametres des conduites, leurs longueurs et les charges d'eau. Lorsqu'on voudra amener de l'eau d'un réservoir à un point éloigné et placé plus bas, on choisira, dans cette même table, le cas le plus analogue à celui qu'on veut traiter, et on parviendra ainsi à connoître, du moins à peu près, les dimensions qu'il convient de donner à la conduite.

76. On ne doit pas oublier que, dans la table précédente, la dépense, dépouillée de l'effet des résistances, a été calculée dans la supposition que l'orifice étoit fort petit par rapport au fond absolu du réservoir : mais, à proportion que l'orifice différeroit moins du fond, la vîtesse de l'eau à l'origine seroit moindre, et cette cause se joindroit aux autres pour diminuer la dépense à l'extrémité des tuyaux de conduite.

77. Je renvoie entièrement au second volume de l'architecture hydraulique de M. Belidor pour les détails relatifs à la recherche des eaux, à la disposition et à l'établissement des conduites.

SECTION IX.

Des jets d'eau.

78. L'expérience a appris qu'en faisant des ouvertures égales, dans des points également éloignés du niveau de l'eau, dans des vases droits de même diametre et de même hauteur, la quantité

d'eau écoulée par ces orifices étoit la même : ainsi les orifices O et les hauteurs BO dans les vases des *fig.* 17, 18, 19, étant les mêmes, il sortira de ces vases, dans le même temps, la même quantité d'eau, quoique ce fluide suive des directions fort différentes.

79. Les loix que nous avons déterminées (§ 15, 16) sont donc applicables aux différents cas des vases représentés par les *fig.* 17, 18, 19. En supposant à l'eau une mobilité parfaite, en connoissant la résistance que l'air oppose au mouvement de ce fluide, et les modifications qu'éprouve la contraction de la veine selon la grandeur des orifices ; si, de plus, la hauteur de l'eau dans un vase droit et le rapport de l'orifice au fond absolu étoient donnés, on pourroit déterminer, avec la plus grande précision, dans un temps connu, la quantité d'eau écoulée.

80. Exposons d'abord ce que la théorie promet. Prenons un vase prismatique droit de 15 pieds de hauteur, entretenu toujours plein, dont l'orifice soit au fond absolu comme 1 à 30, la quantité d'eau qu'il fournira dans une seconde sera exprimée (§ 18) par un cylindre qui auroit pour base l'orifice, et pour hauteur 29 pieds et demi. La force qui lui a fait parcourir cet espace n'est pas la même que si l'eau, à sa sortie de l'orifice, eût eu la vîtesse que peut procurer la chûte de 15 pieds. On a vu que cela ne pouvoit avoir lieu que lorsque l'orifice étoit infiniment petit. Pourtant, comme il n'y a point de force finie qui ne puisse être considérée comme acquise par la chûte libre d'un corps ; en connoissant l'espace parcouru uniformément pendant un temps déterminé par un mobile, il est aisé de fixer la hauteur d'où il a dû tomber pour avoir, à la fin de sa chûte, la vîtesse avec laquelle il a pu parcourir l'espace en question. Dans le cas où l'orifice seroit $\frac{1}{30}$ du fond absolu, et où le vase auroit 15 pieds de hauteur, on auroit la proportion (1) $15 : 14\frac{3}{4} :: 14\frac{3}{4} : h = 14\frac{1}{2}$, à très peu près : quantité qui indique la hauteur

(1) On démontre, dans les livres de méchanique, que, connoissant la ligne de projection AB (*figure* 20), qu'on suppose parallele à l'horizon,

d'où un corps doit tomber pour parcourir 29 pieds $\frac{1}{2}$ dans une seconde.

81. En supposant toujours l'orifice $= \frac{1}{30}$ du fond absolu, et la hauteur du vase successivement de 5, 10, 20, 25 pieds, etc. on aura, par la formule $v = a + \frac{ab}{y}$ (§ 16), la longueur du cylindre d'eau écoulée uniformément par l'orifice dans le même temps que le vase entier se seroit vuidé si le fond eût été anéanti. Or, en faisant $a = 5$ pieds, $v = 9$ pieds $\frac{5}{6}$; $\frac{v}{2} = 4$ pieds $\frac{11}{12}$; et en faisant la proportion $5 : 4\frac{11}{12} :: 4\frac{11}{12} : h$, on trouve $h = 4$ pieds 10 pouces environ.

Lorsque le vase a 10 pieds de hauteur, $h = 9$ pieds 8 pouces.
Lorsque le vase a 15 pieds . . . . . . $h = 14$ pieds 6 pouces.
Lorsque le vase a 20 pieds . . . . . . $h = 19$ pieds 4 pouces.
Lorsque le vase a 25 pieds . . . . . . $h = 24$ pieds 2 pouces.
Lorsque le vase a 30 pieds . . . . . . $h = 29$ pieds 0 pouces.

82. On sait que si un corps est poussé en haut avec la vîtesse qu'il a acquise en tombant d'une certaine hauteur dans un certain temps, il doit remonter à la même hauteur dans le même temps. Or nous avons montré (§ 80) comment on trouve la hauteur qui pourroit procurer à l'eau qui sort par l'orifice, la vîtesse uniforme dont elle est animée. Cette hauteur marque donc l'élévation des jets d'eau lorsqu'ils sont dirigés verticalement. On trouvera, dans les tables suivantes, la hauteur des jets selon la hauteur des réservoirs, avec la différence de ces hauteurs pour les cas où l'orifice seroit $\frac{1}{30}$ du fond absolu, ou $\frac{1}{10}$ seulement de ce même fond.

---

et la ligne de chûte BF de la parabole AEF décrite par un mobile, on trouve la hauteur d'où un mobile doit tomber pour avoir, à la fin de sa chûte, une vîtesse avec laquelle il pût, d'un mouvement uniforme, parcourir la ligne AB, dans le même temps qu'il parcourroit par sa pesanteur la hauteur BF, en cherchant une troisieme proportionnelle à la ligne de chûte AG, et à la moitié de la ligne de projection AB. *Voyez le cours de mathém. de Belidor, page* 421, etc.

L'orifice étant $\frac{1}{30}$ du fond.			L'orifice étant $\frac{1}{10}$ du fond.		
hauteurs du réservoir.	hauteurs du jet	différences.	hauteurs du réservoir.	hauteurs du jet.	différences.
5$^{pi.}$	4$^{pi.}$ 10$^{po.}$	2$^{po.}$	5$^{pi.}$	4$^{pi.}$ 6$^{po.}$ 0$^{li.}$	0$^{pi.}$ 6$^{po.}$ 0$^{l.}$
10	9 8	4	10	9 0 3	0 11 9
15	14 6	6	15	13 6 5	1 5 7
20	19 4	8	20	18 0 7	1 11 5
25	24 2	10	25	22 7 7	2 4 5
30	29 0	12	30	27 0 10	2 11 2

83. On pourroit dresser, d'après ces principes, d'autres tables relatives aux différentes grandeurs que pourroit avoir l'orifice par rapport au fond absolu. On sent aisément que c'est de ce rapport que dépend la hauteur des jets d'eau. Mais s'il est essentiel de savoir les résultats de la théorie, il ne l'est pas moins de connoître les modifications que l'expérience y apporte.

84. La premiere considération qui se présente, et qui est fort importante, est relative à la contraction de la veine. Nous avons dit que lorsque l'eau jaillissoit par des orifices percés dans de minces parois, la veine paroissoit éprouver une contraction, et que des observateurs très habiles avoient déterminé, pour de petits orifices, que la surface de la veine contractée étoit à celle de l'orifice, à très peu près, comme 2 à 3.

Il paroît suivre de là que, dans tous les cas où le rapport de la surface de la veine à celle de l'orifice sera exprimé par celui de 2 à 3, l'orifice réel ne sera point tel qu'on l'avoit supposé, et qu'il n'en sera que les $\frac{2}{3}$, puisque la veine qui sort n'a que cette grandeur. Ainsi, par exemple, dans la table (§ 82), où nous avons calculé la hauteur des jets relativement à celle des réservoirs, en supposant l'orifice égal à $\frac{1}{30}$ du fond absolu, si la veine fluide éprouve dans ce cas la contraction dont nous avons parlé, le véritable orifice ne sera réellement que les $\frac{2}{3}$ de celui que nous avons supposé, et son rapport au fond absolu sera exprimé par $\frac{1}{45}$ au lieu de l'être par $\frac{1}{30}$; par conséquent, lorsque le rapport de l'orifice au fond sera exprimé

exprimé par $\frac{1}{30}$; pour avoir la hauteur des jets, il faudra calculer comme si l'orifice étoit la quarante-cinquieme partie du fond.

85. A mesure que l'orifice devient plus petit par rapport au fond, la différence entre la hauteur des jets et celle des réservoirs devroit être moins considérable. On observe pourtant que les jets ne doivent pas être trop petits, l'air les divise alors avec trop de facilité; et lorsque les particules d'eau dont ils sont formés sont éparpillées, elles présentent une trop grande surface à l'air, elles en éprouvent une plus grande résistance, et elles perdent plutôt leur vîtesse.

86. D'après nos principes, dès que le rapport de l'orifice au fond absolu est exprimé par $\frac{1}{30}$, la différence entre la hauteur des jets devient peu considérable par rapport à celle des réservoirs. En diminuant ensuite par degrés l'orifice, ce qu'on procure de plus en hauteur aux jets ne croît que fort peu sensiblement; et ce qu'on peut gagner par la diminution de l'orifice, peut être aisément perdu par la résistance de l'air. On voit dans la table (§ 82), où nous avons supposé que l'orifice étoit $\frac{1}{30}$ du fond, que, lorsque la hauteur du réservoir étoit de 5 pieds, l'élévation du jet étoit de 4 pieds 10 pouces. La différence entre ces hauteurs est de 2 pouces. Pour la faire disparoître théoriquement, il faudroit que l'orifice devînt infiniment petit. Or il y a une infinité de valeurs à donner à cet orifice depuis $\frac{1}{30}$ jusqu'à $\frac{1}{\infty}$; et comme on ne peut gagner que deux pouces par ce moyen, il suit qu'en diminuant par degrés l'orifice, la hauteur des jets ne peut s'accroître que d'une maniere insensible.

87. Quel que soit le rapport de l'orifice au fond absolu, non seulement il y a des différences entre la hauteur des jets et celle des réservoirs, mais les différences sont plus grandes à proportion que l'orifice est plus grand; et, en conservant le même orifice, elles croissent, par la nature des choses, à mesure que la hauteur des réservoirs devient plus considérable. Ainsi, 1°. en supposant les orifices de $\frac{1}{10}$ et de $\frac{1}{30}$ du fond, et la hauteur des réservoirs de 5 pieds, l'élévation des jets sera respectivement de 4 pieds 6

pouces et de 4 pieds 10 pouces. La différence est donc plus grande à mesure que l'orifice est plus grand. 2°. En supposant successivement l'orifice de $\frac{1}{10}$ et de $\frac{1}{30}$ du fond, on voit, en consultant la table (§ 82), qu'à mesure que la hauteur des réservoirs est de 10, 15, 20, 25, etc. pieds, la différence des jets devient respectivement double, triple, quadruple, quintuple, sextuple, etc. de celle qui avoit lieu lorsque la hauteur du réservoir n'étoit que de 5 pieds.

88. M. Mariotte a prétendu démontrer, au commencement de la quatrieme partie de son livre du mouvement des eaux, qu'ayant deux jets de différentes hauteurs, *leurs défauts, occasionnés par la résistance de l'air, étoient dans la raison des quarrés des hauteurs de ces mêmes jets;* c'est-à-dire que, si le premier jet avoit une hauteur double de celle du second, le défaut du premier seroit quadruple de celui du second. Cet auteur ajoute qu'un réservoir de 5 pieds 1 pouce donne un jet de 5 pieds. D'après cette expérience et le principe précédent, il a construit la table suivante, où l'on trouve les différentes hauteurs des jets relativement à celles des réservoirs.

hauteurs du jet.	hauteurs du réservoir.		
5pi.	5pi.	1po.	
10	10	4	
15	15	9	
20	20	16	
25	25	25	
30	30	36	ou 33 pieds.
35	35	49	
40	40	64	
45	45	81	
50	50	100	
55	55	121	
60	60	144	ou 72 pieds.
65	65	169	
70	70	196	
75	75	225	
80	80	256	
85	85	289	
90	90	324	ou 117 pieds.
95	95	361	
100	100	400	

M. Mariotte, à la suite de cette table, s'exprime ainsi : « Le « frottement contre les bords des ajutages diminue un peu de cette « proportion dans les grandes hauteurs : c'est pourquoi il est néces- « saire qu'à ces grandes hauteurs les ajutages soient d'une ouver- « ture de 10 ou 12 lignes ; car, s'ils étoient de 2 ou 3 lignes, ils « iroient beaucoup moins haut que selon cette table. . . . Dans la vî- « tesse des grands jets, l'air résiste si fortement, que l'eau se réduit « par le choc en parcelles imperceptibles qui ne peuvent aller bien « haut. J'ai expérimenté qu'il faut aussi que les tuyaux aient une « largeur considérable jusqu'à l'ajutage, et d'autant plus grande, « que l'ajutage est plus large. Voici les regles de ces grandeurs. »

Table des largeurs des tuyaux et des différents ajutages, selon la hauteur des réservoirs.

hauteurs des réservoirs.	largeurs des ajutages.	largeurs des tuyaux.
5pi.	3, ou 4, ou 5, ou 6 lignes.	22 lignes.
10	4, 5, 6 lignes.	25 lignes.
15	5, 6 lignes.	2 pouces $\frac{1}{4}$.
20	6 lignes.	2 pouces $\frac{1}{2}$.
25	6 lignes.	2 pouces $\frac{3}{4}$.
30	6 lignes.	3 pouces.
40	7, 8 lignes.	4 pouces $\frac{1}{4}$.
50	8, 10 lignes.	5 pouces $\frac{1}{2}$.
60	10, 12 lignes.	5 pouces $\frac{3}{4}$, ou 6 pouces.
80	12, 14 lignes.	6 $\frac{1}{2}$ ou 7 pouces.
100	12, 14, 15 lignes.	7 ou 8 pouces.

89. M. Mariotte dit (page 404) qu'*un réservoir de 5 pieds, ayant un ajutage de 6 lignes, doit avoir le tuyau le plus proche de l'ajutage environ de 2 pouces.* Dans ce cas, le rapport de l'orifice au fond est de 1 à 16. En supposant que la contraction réduise l'orifice aux $\frac{2}{3}$, l'aire de l'orifice réel ou de la veine contractée sera à celle du fond comme $\frac{2}{3} : 16 :: 2 : 48 :: 1 : 24$. Or, par notre théorie, un réservoir de 5 pieds, ayant l'orifice égal à $\frac{1}{30}$ du fond, ne peut fournir qu'un jet de 4 pieds 10 pouces, tandis que, dans

l'expérience de M. Mariotte, l'orifice n'étant que $\frac{1}{24}$ du fond, le réservoir de 5 pieds 1 pouce donne un jet de 5 pieds.

90. Le résultat de cet auteur détruiroit nos principes, si nous n'en trouvions pas l'explication dans le moyen même qu'il a employé. Au lieu de se servir d'un tuyau qui eût par-tout le même diametre, il adaptoit au haut du tuyau, qui portoit la souche, un réservoir (1) ou tambour d'un pied de diametre et d'un pied de hauteur. Or ce réservoir avoit nécessairement beaucoup d'influence sur la hauteur du jet.

En effet, soit le tuyau ACKHIDB (*figure* 21), ayant deux pouces de diametre seulement au-dessous de CD, ayant à sa partie supérieure un tambour ACDB d'un pied de diametre et d'un pied de hauteur, et d'une longueur telle que la ligne verticale, qui exprime la distance du fond IH à l'horizontale AB qui représente le niveau de l'eau, soit de 5 pieds 1 pouce. Il est certain que si le fond IH n'étoit pas percé, la pression qu'il éprouveroit ne dépendroit en aucune maniere de la forme du vase ACKHIDB; mais dès que ce fond est percé d'un orifice, comme toute l'eau renversée dans le vase tombe à la fois, il n'est pas douteux que la vîtesse à l'orifice n'augmente à mesure que le volume d'eau contenu dans le vase sera plus grand. Cette vîtesse ne sera jamais aussi grande que celle qui pourroit être produite par la chûte libre de la hauteur verticale du tuyau; mais elle s'approchera davantage de cette limite à proportion que le vase ACDB (§ 49) aura plus de hauteur, que le tuyau EKHIF aura un diametre plus approchant de CD, et que l'orifice O sera plus petit.

91. En réduisant le tambour et le tuyau qui avoient servi à l'expérience de M. Mariotte (§ 90), à un vase cylindrique de même hauteur et de même capacité, on trouve que ce dernier vase auroit son fond huit fois plus grand que celui du tuyau de deux pouces de diametre. Mais l'orifice, comparé au fond du tuyau

---

(1) Mouvement des eaux, part. IV. pag. 292.

de deux pouces, n'en étoit que la seizieme partie (en n'ayant aucun égard à l'effet de la contraction): donc, en le comparant au fond du vase, qui est huit fois plus grand, il n'en sera que la $\frac{1}{128}$ partie.

Nous avons remarqué (§ 49) que l'écoulement par deux vases prismatiques ou cylindriques unis de diametre différent, n'étoit pas aussi considérable que par un vase unique de même espece, de même hauteur et de même capacité. Nous avons observé aussi (§ 84) qu'à cause de la contraction qu'éprouvoit la veine fluide à sa sortie, il falloit prendre cette veine même pour l'orifice réel. Ainsi, dans le cas présent, la forme du vase contribue à diminuer la hauteur du jet, tandis que l'effet de la contraction de la veine contribue à l'augmenter. En supposant que ces deux causes se compensent, si on calcule, au moyen de la formule $v = a + \frac{ab}{y}$ (§ 16), et d'après les principes développés ci-devant (§ 80), la hauteur du jet; pour un vase qui auroit cinq pieds un pouce de hauteur, et dans lequel l'orifice seroit au fond absolu comme $1 : 128$, on trouveroit que l'élévation théorique du jet seroit de cinq pieds six lignes. Or l'expérience de M. Mariotte donne cinq pieds. Les six lignes de différence peuvent être attribuées à la résistance de l'air et au défaut de mobilité dans les parties de l'eau; mobilité qui ne sauroit être aussi parfaite qu'on le suppose.

92. M. Mariotte a observé qu'en conservant le même tambour au haut du tuyau, et en rendant le tuyau plus long, les jets s'élevoient proportionnellement moins haut. Cet effet est certainement produit en partie par la résistance de l'air; mais cette cause n'est pas la seule, comme l'a pensé M. Mariotte. En effet, à mesure qu'on rend le tuyau plus long, si on réduit le tambour et le tuyau à un vase unique de même hauteur et même capacité; l'orifice, supposé constant, augmentera continuellement par rapport au fond absolu, et la hauteur du jet deviendra par conséquent moins considérable.

93. M. Mariotte a observé aussi (1) que, « sous même hauteur « du tuyau, les jets s'élevoient moins haut lorsqu'on rendoit l'ori- « fice un peu trop grand, et qu'alors l'eau du tambour ou réser- « voir ne pouvoit pas venir assez vîte des côtés qui sont éloignés « du trou pour entrer dans le tuyau, et qu'il s'y faisoit ordinaire- « ment une espece d'entonnoir ». Avec nos principes, ces effets s'expliquent parfaitement.

94. Il suit de ce que nous avons dit (§ § 90, 91), que l'expérience qui a servi à M. Mariotte pour déterminer le diametre nécessaire aux souches, afin que les jets eussent la plus grande hauteur relativement à la hauteur des réservoirs, n'est point exacte. Il auroit été nécessaire que cet auteur eût employé un réservoir qui eût, sur toute sa hauteur, le même diametre, et qu'il eût déterminé celui qui, ayant la plus petite base relativement à un orifice connu, donnât pourtant, dans ce cas, le jet le plus élevé.

95. En général, si on veut que le jet prenne la plus grande hauteur relativement au tuyau de conduite, on donnera à la souche le même diametre qu'au tuyau de conduite; si on diminue son épaisseur, on diminuera essentiellement le jet.

96. En supposant les orifices de même grandeur, ceux qui sont percés dans de minces parois donneront les jets les plus élevés. Les jets qui sortiront d'un ajutage conique s'éleveront moins haut, et enfin ils ne seront jamais plus petits que lorsque l'ajutage sera cylindrique.

Les ajutages coniques et les cylindriques diminuent considérablement la contraction de la veine, et ils fournissent dans le même temps une plus grande quantité d'eau que les orifices percés dans de minces parois (§ 36). Ainsi, en plaçant des ajutages coniques ou cylindriques, on augmente réellement la grandeur de l'orifice, et on diminue théoriquement la hauteur des jets. Le frottement est pourtant alors la principale cause qui altere la hauteur des jets, et

(1) Mouvement des eaux, part. IV. pag. 296.

il est plus considérable dans les tuyaux cylindriques. En effet, à mesure que le jet s'éloigne de l'orifice, son mouvement est retardé par la pesanteur; son diametre augmente par conséquent, sans que le tuyau augmente; le frottement devient nécessairement très considérable, et la retardation que le fluide éprouve vers les bords est nécessairement partagée par les particules du centre du jet à cause de l'adhérence qui les lie.

97. Lorsque les jets sont parvenus à leur plus grande hauteur, l'eau, qui a perdu toute sa vîtesse, tombe sur celle qui s'éleve encore, et en retarde le mouvement. Cette cause influe de la même maniere sur tous les jets; et on observe que, lorsqu'ils sont un peu inclinés, ils s'élevent un peu plus que quand ils sont exactement verticaux.

98. En supposant constant le diametre d'un réservoir prismatique droit, ainsi que le rapport de la surface du fond absolu à celle de l'orifice; si on fait la hauteur de ce réservoir successivement de 5, 10, 15, 20, etc. pieds, on trouvera, par la formule $x = \frac{ay^2 - ab^2}{y^2}$ (§ 15), la hauteur correspondante du prisme d'eau qui sortira du vase entretenu toujours plein, dans le temps que ce vase auroit mis à se vuider, si l'orifice eût été égal au fond absolu.

L'orifice étant $\frac{1}{30}$ du fond absolu, le fond réel sera égal aux $\frac{29}{30}$ du fond absolu. Ainsi $\frac{b}{y} = \frac{29}{30}$, et $\frac{b^2}{y^2} = \frac{841}{900}$. D'après ces données, on construira aisément la table suivante.

hauteurs du réservoir en pieds.	valeurs de $x = a - \frac{ab^2}{y^2}$ en pieds.
$a = 1$ pieds.	$x = \frac{59}{900}$ pieds.
$a = 5$	$x = \frac{59}{180}$
$a = 10$	$x = \frac{118}{180}$
$a = 15$	$x = \frac{177}{180}$
$a = 20$	$x = 1\frac{14}{45}$
$a = 30$	$x = 1\frac{87}{90}$
$a = 40$	$x = 2\frac{28}{45}$
$a = 60$	$x = 3\frac{42}{45}$
$a = 100$	$x = 6\frac{5}{9}$

99. Il suffit de regarder la formule $x = a - \frac{ab^2}{y^2}$ pour être convaincu qu'en prenant les hauteurs du réservoir en progression arithmétique, les valeurs de x seront aussi en progression arithmétique.

100. Si le réservoir a 5 pieds de hauteur, et si le rapport de l'orifice au fond absolu est exprimé par $\frac{1}{30}$, l'eau qui est contenue dans le réservoir ne s'abaissera que de $\frac{59}{180}$ de pied, ou de 3 pouces 11 lignes $\frac{1}{5}$, dans le même temps qu'elle descendroit librement de la hauteur du réservoir, si l'orifice étoit égal au fond absolu. Mais le temps nécessaire à un corps pour tomber librement de la hauteur de 5 pieds, est, à très peu près, de $\frac{4}{7}$ de seconde. Il ne faudra donc que ce temps à l'eau du réservoir pour acquérir la vîtesse de 3 pouces 11 lignes $\frac{1}{5}$; et lorsqu'elle l'aura acquise, le mouvement du fluide dans le vase, s'il est entretenu constamment plein, restera sensiblement uniforme.

101. Si la hauteur du réservoir étoit de 100 pieds, et si le rapport de l'orifice au fond absolu étoit aussi exprimé par $\frac{1}{30}$; le temps nécessaire à un mobile pour tomber librement de la hauteur de 100 pieds est de 2,58 secondes. Dans le même temps, l'eau du réservoir descendra de $6\frac{5}{9}$ de pied; mais lorsqu'elle sera parvenue à cette vîtesse, son mouvement ne changera plus en entretenant le vase toujours plein.

102. Comme l'eau, en sortant par de petits orifices, éprouve une contraction considérable, et comme l'effet de cette contraction est de diminuer beaucoup la grandeur de l'orifice apparent, il suit que le mouvement uniforme qu'acquiert l'eau d'un réservoir prismatique droit entretenu toujours plein, doit être réglé sur l'orifice réel ou sur la veine contractée, et non pas sur l'orifice apparent. Ainsi, par exemple, en supposant l'orifice apparent $\frac{1}{30}$ du fond absolu, si la veine contractée est les $\frac{2}{3}$ (1) de l'orifice apparent, l'orifice

(1) Nous supposons que l'aire de la veine contractée est les $\frac{2}{3}$ de celle de l'orifice; mais nous n'adoptons cette détermination que comme une approximation qui peut être suffisamment exacte dans les cas où l'orifice est fort

réel

réel ne sera que le $\frac{1}{45}$ du fond absolu, et ce sera d'après ce dernier rapport qu'il faudra déterminer l'accélération qu'éprouvera l'eau dans le réservoir.

103. On observe, lorsqu'on fait aller un jet d'eau, qu'il ne s'éleve pas d'abord à la hauteur à laquelle il parvient ensuite. On voit bien clairement la raison de cet effet lorsqu'on a suivi nos principes; et il est évident que cet effet doit être plus apparent dans les grands jets que dans les petits, parcequ'il faut plus de temps à l'eau des réservoirs, dans le premier cas, pour acquérir la vîtesse la plus grande à laquelle elle puisse parvenir, et ce n'est qu'alors que le jet a la plus grande élévation.

104. En supposant les diametres du réservoir et de l'orifice constants, et en faisant varier la hauteur du réservoir, on trouve, pour chaque hauteur, que l'eau éprouve une accélération différente, et que la vîtesse qu'elle peut acquérir avant de parvenir à l'uniformité augmente avec la hauteur du réservoir. Pourtant, lorsque l'orifice est petit, l'accroissement de vîtesse de l'eau du réservoir n'est pas assez rapide, même dans les grands jets, pour occasionner, comme le dit M. Mariotte, des frottements considérables. En effet, en supposant la hauteur du réservoir de 100 pieds, et l'orifice $= \frac{1}{31}$ du fond, l'eau du réservoir s'abaisse de 6 $\frac{5}{9}$ pieds dans 2,58 secondes de temps: or cette vîtesse n'est pas bien grande.

En conservant la hauteur du réservoir de 100 pieds, et en faisant l'orifice $= \frac{1}{60}$ du fond, l'eau du réservoir s'abaissera de 3 $\frac{11}{36}$ pieds dans 2,58 secondes de temps.

On voit par-là que, lorsqu'on a construit une table (§ 98) pour un cas où l'orifice est déja assez petit par rapport au fond absolu, on peut, avec la plus grande facilité, déterminer la grandeur du réservoir relative à telle vîtesse uniforme qu'on voudra choisir.

---

petit. Nous répétons que la loi selon laquelle la contraction de la veine augmente est inconnue. Elle varie certainement selon le rapport de l'orifice apparent au fond absolu; peut-être aussi est-elle encore modifiée selon la hauteur des réservoirs.

105. Si, en conservant le même orifice, on veut diminuer la vîtesse dans le réservoir, il faudra augmenter le fond absolu, ou la quantité d'eau contenue dans le réservoir, dans le rapport que la vîtesse qu'on choisit est plus petite que celle que la table donne. Si, par exemple, on veut que, dans un réservoir de 100 pieds de hauteur, le mouvement uniforme de l'eau ne soit que d'un pied dans le temps qu'un corps, en tombant librement, parcourroit ces 100 pieds; on trouve dans la table que, lorsque le fond est trente fois plus grand que l'orifice, la vîtesse uniforme pour la même hauteur du réservoir est de 6 pieds $\frac{5}{9}$. On fera donc la proportion 30 : O :: 1 : 6 $\frac{5}{9}$, d'où on tirera O $= 196\frac{2}{3}$: ce qui indique qu'il faudra que l'orifice soit $\frac{1}{197}$ environ du fond absolu, pour que la vîtesse dans le réservoir soit réduite à un pied dans 2,58 secondes de temps.

106. Cette regle suppose que, sous même hauteur du réservoir, des orifices de différentes grandeurs font des dépenses relatives aux surfaces de ces orifices, et que, lorsqu'ils sont égaux, les dépenses sont les mêmes: mais cela n'est sensiblement vrai que lorsqu'on compare des cas où l'orifice est déja fort petit par rapport au fond. Cependant si on vouloit une détermination plus rigoureuse, la formule $x = a - \frac{ab^2}{y^2}$ la fourniroit dans tous les cas possibles.

Dans l'exemple précédent, $x = 1$ pied, $a = 100$ pieds. On aura donc $1 = 100 - \frac{100b^2}{y^2}$, et par conséquent $\frac{b^2}{y^2} = \frac{99}{100}$. En extrayant les racines $\frac{b}{y} = \frac{9{,}95}{10{,}00}$, le rapport de b à y exprime celui du fond réel au fond absolu, et la différence entre b et y donnera la grandeur de l'orifice. Or $10{,}00 - 9{,}95 = 0{,}05$. Le rapport de l'orifice au fond absolu sera donc exprimé par $\frac{0{,}05}{10{,}00}$, ou par $\frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$, ce qui ne differe pas beaucoup de $\frac{1}{197}$.

Le lecteur aura les égards convenables relativement à la contraction de la veine, ainsi je ne m'y arrête pas.

107. Lorsqu'il sera question de former un jet d'eau, on s'atta-

chera d'abord à connoître avec exactitude la quantité de ce fluide dont on peut disposer dans un temps déterminé. On aura soin essentiellement, lorsque le jet doit être élevé, de donner à l'orifice 12 ou 15 lignes de diametre; sans cette attention, l'eau en s'élevant seroit bientôt éparpillée par l'action de l'air. Mais si la quantité d'eau qu'on peut dépenser, la hauteur du réservoir, et la grandeur de l'orifice, sont déterminées; on pourra donner un grand nombre de valeurs différentes au diametre du réservoir, sans qu'on ait des résultats sensiblement différents. On procurera à son gré à l'eau du réservoir telle vîtesse uniforme qu'on voudra.

Si les jets sortent par des orifices percés dans de minces parois, il suffira, même pour ceux qui doivent s'élever davantage, que l'orifice soit $\frac{1}{30}$ du fond absolu; d'autant mieux qu'à cause de la contraction de la veine, l'écoulement se fera comme si l'orifice étoit, dans ce cas, $\frac{1}{45}$ du fond. Dans les petits jets on pourra se contenter de faire l'orifice $= \frac{1}{20}$ du fond absolu, parceque l'effet de la contraction réduit alors cet orifice à $\frac{1}{30}$ du fond absolu.

108. Nous avons supposé jusqu'à présent que les tuyaux où l'eau étoit renfermée pour entretenir les jets avoient une situation verticale; mais ce cas ne se présente pour ainsi dire jamais. Dans l'usage ordinaire, les tuyaux de conduite ont leur origine dans un réservoir; mais, cachés ensuite sous la terre, ils s'étendent, sur une inclinaison plus ou moins grande, jusqu'à l'endroit où les ajutages sont établis. Les gerbes que l'eau forme en s'élevant doivent exciter la surprise du spectateur. Quelque magnifiques qu'elles fussent, elles perdroient tout leur prix si le même coup-d'œil pouvoit embrasser la hauteur et le diametre des tuyaux qui les fournissent; mais en inclinant les tuyaux et en rendant les jets plus agréables, ne diminue-t-on pas leur élévation?

Les tuyaux inclinés s'obstruent beaucoup plus facilement que les verticaux. S'ils sont disposés sur des pentes inégales, l'air se logera dans les inflexions qu'ils éprouveront, et contribuera beaucoup à diminuer le diametre réel des eaux. Ces causes sont très propres à altérer la hauteur des jets; mais il est impossible d'en déterminer les effets avec quelque exactitude. Nous avouons, et nous l'avons déja insinué, que, dans l'usage, toutes les subtilités de calcul que nous avons exposées ne donnent pas des résultats rigoureux. Nous ne nous y sommes arrêtés que parceque nous avons regardé comme essentiel de marquer les limites que la théorie promet, et le degré de confiance que méritent les regles qu'on trouve sur cette matiere dans les ouvrages d'hydraulique.

SECTION X.

Des jets inclinés.

109. Si on a des vases prismatiques droits, et si on donne à l'orifice des directions différentes de la verticale, l'eau obéira alors à deux mouvements : l'un uniforme, et qui dépendra de la hauteur du vase et du rapport de l'orifice au fond absolu; l'autre mouvement sera celui de la pesanteur. En vertu de ces deux mouvements, les jets seront courbés en paraboles, en faisant abstraction de la résistance de l'air.

On démontre, dans tous les livres de méchanique, que, de quelque maniere qu'un corps décrive une parabole, la force qui le pousse uniformément peut être exprimée par une ligne CB (*fig.* 23) verticale, égale à la hauteur où il seroit monté si cette même force l'avoit poussé perpendiculairement en haut.

On y démontre encore que la verticale CB, qui exprime la force du jet, est le quart du parametre P du diametre CI, commun à toutes les paraboles possibles que le corps peut décrire en vertu de cette force.

Or, lorsque l'orifice peut être considéré comme infiniment petit par rapport au fond, la verticale CB sera la même chose que la hauteur du réservoir; par conséquent alors le parametre de toutes les paraboles que le jet peut décrire sera égal au quadruple de la hauteur du réservoir.