Thomas Tredgold über die Stärke des Gusseisens und anderer Metalle

Tredgold, Thomas

Leipzig, 1826

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-16369

Zehnter Abschnitt. Ueber die Stärke der Säulen, Pfeiler oder anderer in der Längenrichtung zusammengedrückter oder ausgedehnter Stützen.

Zehnter Abschnitt.

Ueber die Stärke der Säulen, Pfeiler oder anderer in der Längenrichtung zusammengedrückter oder ausgedehnter Stützen.

276. Wenn die Länge einer Säule beträchtlich ist, im Vergleich mit ihrem Durchmesser, so wird sie sich unter einer gewissen Last beugen; aber wenn die Länge zu gering wird, als daß sie sich biegen könnte, so ist ihre Stärke nur durch die Kraft begränzt, welche die Säule zermalmen würde. Betrachtet man jedoch, daß es unklug ist, selbst eine kurze Säule über ihre elastische Kraft zu belasten, so wird eine Untersuchung über die Erscheinung des Zermalmens zu keinem nützlichen Satze führen.

Man lasse AA′ Fig. 30. eine Säule seyn, welche bei A′ aufsteht und bei A unter eine Last gestellt ist; diese Last habe ihre volle Wirkung im Angriffe auf die Säule gethan. E sey die neutrale Achse, B und D die Mittelpunkte des Widerstandes, und AF die Richtung der aufliegenden Gewalt. Man ziehe dD parallel mit AF, dann haben wir nach den Grundsätzen der Statik

$$dD : DA = W \text{ (das Gewicht)} : \frac{W \cdot DA}{dD} =$$

der zusammendrückenden Gewalt in der Richtung AD. Auch $DA : AF = \frac{W \cdot DA}{dD} : \frac{W \cdot AF}{dD} =$ dem senkrechten Drucke bei D.

Aber bei ähnlichen Dreiecken

$$BD : BF = dD : AF = \frac{BF \,.\, dD}{BD}, \text{ also}$$

$$\frac{W \,.\, AF}{dD} = \frac{W \,.\, BF}{BD}.$$

277. Auf eine ähnliche Weise kann bewiesen werden, daß die Gewalt bei B ausgedrückt wird durch

$$\frac{W \,.\, (BF - BD)}{BD}. \qquad \text{(II.)}$$

Hier ist es nun offenbar, daß, wenn $BD = BF$, diese Gewalt nichts ist, das ist, wenn die Richtung der aufliegenden Gewalt durch den Punkt D geht, oder die neutrale Achse mit der Oberfläche des Stockes zusammenfällt. Auch kann bemerkt werden, daß wenn BF größer ist als BD, diese Gewalt durch eine positive Größe ausgedrückt wird, welche Ausdehnung anzeigt; aber wenn BF kleiner ist als BD, so ist sie negativ, welche anzeigt, daß es ein Widerstand gegen Compression ist. Wenn $BF = \frac{1}{2} BD$, dann sind beide Punkte gleich stark comprimirt.

Die Gewalt ist hier senkrecht wirkend gedacht, nach dem Durchschnitte für welchen die Gewalten berechnet sind; aber das ist der Untersuchung nicht wesentlich, es ist nur die gewöhnlichste Gewalt auf Säulen und Pfosten. Denn anstatt der Gewalt, welche in der Richtung AF wirkt, lasse man dieselbe in der Richtung AG wirken; man bezeichne den Winkel FAG mit C, dann werden wir, wenn wir die Untersuchung wieder aufnehmen, nach der ersten Gleichung finden

$$\frac{(BF + AF \sin. C)\ W \,.\, \cos. C}{BD} = \text{der Gewalt auf D.} \qquad \text{(III.)}$$

Und

$$\frac{(BF + AF \,.\, \sin. C - BD)\, W \,.\, \cos. C}{BD} = \text{der Gewalt auf B.} \qquad \text{(IV.)}$$

Aber wenn die Gewalt in schiefer Richtung wirkt, so ist eine weitere Stützung nöthig, um die Säule vor dem Umsturze zu bewahren, und wo diese Stütze oder Strebe angelegt ist, da würde in einer geraden Säule die größte Gewalt wirken. Wenn sie bei D F gestützt wird, dann wird die hier angelegte Strebe ein Unterstützungspunkt, und die Wirkung der Gewalten auf den Balken ist ähnlich denen, die in Fig. 14. Taf. II. betrachtet worden sind. Aber es ist in einer Note zu Art. 108. bemerkt worden, daß die daselbst gegebene Berechnungsweise nicht richtig ist, wenn der Balken nicht beinahe horizontal steht; der Unterschied liegt in einer Veränderung der Stellung der neutralen Achse, welche durch die schiefe Richtung der Gewalt verursacht wird. Die Stellung dieser Achse und die Stärke des Durchschnittes werden wir nun zum Gegenstand unserer Berechnung machen, und dabei die Veränderungen entwickeln, welche erzeugt werden durch Veränderung der Richtung der aufliegenden Gewalt.

278. Es kann gezeigt werden, daß der Widerstand des Durchschnittes, nach einer Seite der neutralen Achse, gleich ist der Kraft eines Quadratzolles multiplicirt mit der Fläche dieses Durchschnittes, multiplicirt mit dem Abstande des Mittelpunktes der Schwere von der neutralen Achse, und dividirt durch den Abstand der zusammengedrückten Oberfläche von der neutralen Achse, wenn B oder D der Mittelpunkt der Erschütterung (percussion) des Durchschnittes ist.

279. Man lasse x den Abstand von der neutralen Achse von der Mitte der Höhe seyn, $y = EG$ dem Abstande der Richtung A G der aufliegenden Gewalt von der Mitte der Höhe, $h =$ der Höhe, $b =$ der Breite und $f =$ dem Widerstande eines Quadratzolles; dann wird die Fläche des comprimirten Theiles des Durchschnittes seyn $(\frac{1}{2}h + x)\,b$, und der ausgedehnte Theil des Durchschnittes $= (\frac{1}{2}h - x)\,b$. Also wenn $n(\frac{1}{2}h + x)$ und $n(\frac{1}{2}h - x)$ die Entfernungen der Mittelpunkte der Erschütterung von der neutralen Achse sind, und $m(\frac{1}{2}h + x)$ und $m(\frac{1}{2}h - x)$ die Abstände der Mittelpunkte der Schwere, so werden wir haben

$$\frac{W.BG\cos.C}{BD} \times \frac{mfb(\frac{1}{2}h-x)^2}{(\frac{1}{2}h+x)} = \frac{W.(BG-BD)\cos.C}{BD} \times \frac{mfb(\frac{1}{2}h+x)^2}{\frac{1}{2}h+x},$$ oder

$$BG.(\tfrac{1}{2}h-x)^2 = (BG-BD).(\tfrac{1}{2}d+x)^2:$$

und wenn man die gehörigen Verwechselungen macht, so reducirt sich diese Gleichung auf

$$x^2(2-3n)+2yx-\tfrac{1}{4}nh^2=0.$$

280. In einem rechtwinklichen Durchschnitte $n=\frac{2}{3}$, und folglich finden wir nach der vorigen Gleichung $x=\frac{h^2}{12y}$. *)

Auch weil in diesem Falle $m=\frac{1}{2}$, haben wir ein Gleichgewicht zwischen der zusammendrückenden Kraft und dem Widerstande gegen Zusammendrückung, wenn

$$\frac{W.BG.\cos.C}{BD} = \frac{fb}{2}(\tfrac{1}{2}h+x);$$

und wenn wir für BG, BD, und x ihre eigentlichen Werthe substituiren, so haben wir

$$W = \frac{fbh^2}{(h+6y)\cos.C} \qquad \text{(v.)}$$

Aber wenn BF durch a bezeichnet wird, und $\frac{1}{2}$ = AF, so wird FG =

---

*) Es wird gezeigt daß

$$y = a + \frac{l\sin.C}{2\cos.C} = a + \tfrac{1}{2}l\tan.C;$$

daher ist der Abstand der neutralen Achse von der Achse der Säule $x = \frac{h^2}{12(a+\frac{1}{2}l\tan.C)}$; und diese Achsen müssen zusammenfallen wenn C ein Winkel von 90° ist; das ist wenn die Richtung der Gewalt senkrecht auf die Achse der Säule fällt; aber nicht in einem andern Falle.

Denn wenn C = 90°, ist tang. C unbestimmt; und folglich ist der Bruch welcher x repräsentirt, unvergleichbar klein, oder die Achsen fallen zusammen.

$$\frac{AF.\sin.C}{\cos.C} = \frac{l\sin.C}{2\cos.C};$$

und also $y = a + \frac{l\sin.C}{2\cos.C}$. (VI.)

Folglich

$$\frac{fbh^2}{(h+6y)\cos.C} = \frac{fbh^2}{h.\cos.C + 6a.\cos.C + 3l\sin.C} = W.$$

Diese Gleichung wird uns in den Stand setzen die besondern Bedingungen dieses wichtigen Problems aufzufinden.

Zuerst, wenn die Punkte E und A in einer senkrechten Linie mit BG stehen, dann ist $a = o$, und die Gleichung ist

$$\frac{fbh^2}{h.\cos.C + 3l\sin.C} = W. \quad \text{(VII.)}$$

Zweitens, wenn die Kraft in einer Richtung wirkt, welche mit BG parallel läuft, dann ist $C = 90^o$, und $\sin. C = 1$ und $\cos. C = 0$ und die sechste Gleichung gestaltet sich auf folgende Weise

$$\frac{fbh^2}{3l} = W. \quad \text{(VIII.)}$$

Wir haben in diesem Falle die nämliche Gleichung wie in Art. 79., denn in diesem Falle ist l die doppelte Länge als die in der Gleichung angenommene.

Drittens, wenn die Kraft in einer Richtung wirkt, welche auf BG senkrecht steht, dann ist $\cos. C = 1$ und $\sin. C = o$, und folglich wird die sechste Gleichung

$$\frac{fbh^2}{h+6a} = W. \quad \text{(IX.)}$$

Viertens, wenn $a = o$, oder die Richtung der Krafft mit der Achse E zusammen fällt, dann ist

$$fbh = W. \quad \text{(X.)}$$

Und fünftens, wenn $a =$ der halben Höhe des Blockes ist, dann ist

$$\frac{fbh}{4} = W. \quad \text{(XI.)}$$

Die neunte, zehnte und eilfe Gleichung passen auf kurze Säulen oder Stöcke, von welchen die Länge nicht mehr beträgt als zehn oder zwölfmal die geringste Dimension des Durchschnittes; und aus diesen Formeln sind folgende praktische Regeln hergeleitet.

Die Durchschnittsfläche einer kurzen rechtwinklichen Säule oder Stütze zu finden, einem gegebenen Drucke zu widerstehen.

281. Regel. Wenn die Gewalt genau in der Achse oder im Mittelpunkte des Durchschnittes des Stockes aufzulegen ist, so dividire man den Druck oder das Gewicht in Pfunden durch 15000, und der Quotient wird die Durchschnittsfläche in Zollen seyn. Aber weil das einen Grund der Genauigkeit verlangt bei Regelung der Richtung der Gewalt, welches in der Praxis unmöglich ist zu erlangen, und wenn eine Kraft auf einen Stock drückt, dessen Achse a a′, Fig. 31. Taf. IV. ist, so ist es immer wahrscheinlich, daß die Richtung AA′ der Kraft nur auf die Ecke des Endes des Stockes wirken kann, und also von der Achse in einem Abstande der letzten Dicke sich befindet; dieß wird den Widerstand der Stütze auf ein Viertel reduciren, und folglich sollte die Durchschnittsfläche immer nur viermal so groß gemacht werden, als sie durch die Regel bestimmt wird.

Wenn der Abstand der Richtung der Gewalt von der Achse bestimmt wird durch die Natur des Baues, so gilt folgende allgemeine Regel.

282. Regel. Zur Dicke oder geringsten Dimension des Durchschnittes in Zollen addire man sechmal den Abstand der Richtung der Gewalt von der Achse in Zollen, und multiplicire diese Summe mit dem Gewicht oder dem Drucke in Pfunden; das Produkt dividire man durch 15,200 mal das Quadrat der geringsten Dicke in Zollen, und der Quotient wird die Breite des Stockes in Zollen seyn.

Diese Regel ist die eilfte Gleichung Art. 208., in Worten nämlich, und ist so gut auf den Widerstand gegen Ausdehnung als auf den Gegendruck anwendbar.

273. Der Verfasser des Artikels „Brücke" in den Supplementen zur Encyclop. Britan. hat gezeigt, daß wenn die Kraft in der Richtung der Diagonale des Stockes wirkt, wie in Fig. 32. angedeutet ist, die Anstrengung zweimal so groß seyn wird, als wenn dieselbe Kraft in der Richtung der Achse wirkt. Nun wird der Leser zugeben, daß in Folge des Grundes und anderer Ursachen, eine Säule leicht in den Fall kommen kann, auf ähnliche Weise angegriffen zu werden; und man wird also sorgfältig vermeiden, die Enden dieser Säulen breiter zu machen, um an Festigkeit zu gewinnen, denn die Wirkung der aufliegenden Gewalt wird noch vielmehr durch eine solche Verbreitung zur Veränderung der Richtung vom Grund aus vermocht, wie in Fig. 33. In meiner Abhandlung über Zimmermannskunst habe ich zirkelförmige berührende Verbindungen (abutting joints) empfohlen, zur Verminderung der Wirkung einer theilreichen Veränderung in der Lage der angegriffenen Stücke, eine Idee, welche zuerst Serlio gehabt zu haben scheint.

284. Eine allgemeine Lösung der Gleichung, welche die Gewalt und den Angriff ausdrückt, wenn die Säule cylindrisch ist, ist complicirt und verwickelt, und nur in einem besondern Falle ist daß Ergebniß äußerst einfach; das ist, wenn die neutrale Achse auf einer der Oberflächen der Columnen sich befindet. Wenn d der Durchmesser der Säule ist, dann ist $0{,}784\,h^2 =$ der Durchschnittsfläche, und $\frac{1}{2}h =$ dem Abstande des Mittelpunktes der Schwere, und also

$$\frac{W \cdot BG \cdot \cos. C}{BD} = \frac{0{,}7854\,h^2 f}{2}.$$

Aber wenn die neutrale Achse auf der Oberfläche des Cylinders ist,

$$BG = BD, \text{ oder } W = \frac{0{,}7854\,h^2 f}{2 \cos. C}.$$

In diesem Falle wird die Richtung der Kraft von der Achse der Säule $\frac{1}{8}$ des Durchmessers betragen, und der Mittelpunkt der Erschütterung $\frac{5}{8}h$ von der neutralen Achse entfernt seyn.

285. Daraus erhellt, daß, wenn der Abstand der Richtung der Kraft von der Achse $\frac{d}{8}$ ist, die Stärke eines Cylinders sich zu der eines umfaßten (circumscribed) quadratischen Prisma's verhält, wie siebenmal die Durchschnittsfläche des Cylinders, zu achtmal die Durchschnittsfläche des Prisma's; oder fast wie 5,5 : 8 oder beinahe wie 1 : 1,46.

Wenn die neutralen Achsen mit oder nahe mit den Achsen der Stärke zusammenfallen, so wird das Verhältniß der Stärke des Cylinders zu der des Prisma's wie

$$\frac{3 . 0{,}7854}{4} : 1 \text{ oder wie } 1 : 1{,}7,$$

wie Dr. Young gezeigt hat; folglich schwankt in einer Säule, wenn sowohl der Widerstand gegen Zusammendrückung als gegen Ausdehnung in Wirkung gesetzt wird, das Verhältniß zwischen 1 : 1,46 und 1 : 1,7; das Mittel zwischen beiden ist beinahe 1 : 1,6.

Von der Stärke langer Stützen und Säulen.

286. Wenn eine Unterlage in der Richtung ihrer Länge comprimirt wird, und die Biegung ist hinreichend, den Abstand der Richtung der Kraft von der Achse, in der Mitte der Länge der Unterlage, merklich zu vermehren, so ist es klar, daß die Anstrengung vermehrt wird; und weil die Krümmung in praktischen Fällen sehr klein ist, so können wir annehmen, daß sie der Bogen eines Zirkels sey. In einem Zirkel ist das Quadrat der Länge der Chorde in einem kleinen Segmente, nicht merklich verschieden vom Halbmesser $\times$ achtmal dem umgekehrten Sinus; oder $\frac{l^2}{d\delta}$ = dem Halbmesser. Die Biegung wird am größten seyn, wenn die neutrale Achse mit der Achse zusammenfällt, und diesen äußersten Fall nehmend, haben wir folgenden Schluß: wie sich die Veränderung der Länge der

concaven Seite zur anfänglichen Länge verhält, so die halbe Höhe zum Radius der Krümmung; oder

$$\varepsilon\,1 = \frac{d}{2} : \text{Radius} = \frac{d}{2\varepsilon}. \text{ Also}$$

$\frac{l^2}{8\delta} = \frac{h}{2\varepsilon}$; und $\delta = \frac{l^2\varepsilon}{4h}$ = der Biegung in der Mitte.

287. Man lasse den Abstand der Richtung der Kraft von der Achse, wenn sie zuerst ausgeübt wird, mit a bezeichnet werden; wie in einem vorigen Falle, Artikel 280.; dann wird er in Folge der Biegung $= a + \frac{l\varepsilon}{4h}$; folglich haben wir nach der eilften Gleichung

$$\frac{f b h^2}{h + 6a + \frac{6 l^2}{4h}} = W. \qquad \text{(XII.)}$$

In Gußeisen ist $f = 15300$ Pf. und $\varepsilon = \frac{1}{1204}$, (Art. 143. und 212.), also wenn l in Fuß ausgedrückt wird, b, d und a in Zollen, so bekommen wir folgende praktische Regel für die Stärcke eines rechtwinklichen Prisma's,

$$\frac{15300\, b h^2}{h + 6a + \frac{0{,}18\, l^2}{h}} = \frac{15300\, b h^3}{h^2 + 6ah + 0{,}18\, l^2} = W.\text{*)} \qquad \text{(XIII.)}$$

288. Wenn $a = o$ ist, oder die Richtung der Kraft mit der Achse zusammenfällt, dann wird die Regel $\frac{15300\, b h^3}{h^2 + 18 l^2} = W.$ (XIV.)

In der Praxis würde es jedoch Unrecht seyn, auf das genaue Zusammentreffen der Richtung des Druckes mit der Richtung der Achse, welches in der vorigen Gleichung angenommen ist, zu nehmen; in der That giebt es sehr wenig Fälle wo seine Richtung nicht mit

---

*) Für Schmiedeeisen $\frac{17800\, b h^3}{h^2 + 6ha + 0{,}16\, l^2} = W.$

Für Eichenholz $\frac{3960\, b h^3}{h^2 + 6ha + 0{,}5\, l^2} = W.$

aller Wahrscheinlichkeit im Abstande der halben Höhe von der Achse sich befindet, und in diesem Falle ist $a = \frac{1}{2} h$, und

$$\frac{15300\, h^3}{4\, h^2 + 0{,}18\, l^2} = W.\text{*)} \qquad (\text{XV.})$$

289. Als eine annähernde Regel für die Stärke eines Cylinders in der Richtung seiner Länge Compression zu widerstehen, haben wir

$$\frac{15300\, h^4}{1{,}6\, (h^2 + 0{,}18\, l^2)} = \frac{9562\, h^4}{h^2 + 0{,}18\, l^2} = W. \qquad (\text{XVI.})$$

290. Und wenn die Richtung der Kraft a Zoll von der Achse entfernt ist, so giebt die Regel

$$\frac{9562\, h^4}{h^2 + 6\, h\, a + 0{,}18\, l^2} = W. \qquad (\text{XVII.})$$

Wenn die Kraft in der Richtung einer der Oberflächen der Säulen wirkt, dann ist $a = \frac{h}{2}$ und

$$\frac{9562\, h^4}{4\, h^2 + 0{,}18\, l^2} = W.\text{**)} \qquad (\text{XVIII.})$$

Nach dieser Regel ist die Tabelle der Säulen, (Tab. III. S. 26.) berechnet worden, nur ist dort das Gewicht in Centnern gegeben.

In allen den Regeln von Gleichung XIII. bis XVIII. ist l die Länge AA′, Fig. 31. Tab. IV. in Fuß, h entweder der Durchmesser oder die niedrigste Seite in Zollen, b die höhere in Zollen, und W das zu unterstützende Gewicht in Pfunden.

291. Erstes Beispiel. Man will das Gewicht wissen, welches mit Sicherheit von einer cylindrischen Säule unterstützt werden kann, deren Länge

---

*) Für Schmiedeeisen $\frac{17800\, b\, h^3}{4\, h^2 + 0{,}16\, l^2} = W.$

Für Eichenholz $\frac{3960\, b\, h^3}{4\, h^2 + 0{,}5\, l^2} = W.$

**) Für Schmiedeeisen $\frac{11125\, h^4}{4\, h^2 + 0{,}16\, l^2} = W.$

Für Eichenholz $\frac{2470\, h^4}{4\, h^2 + 0{,}5\, l^2} = W.$

14*

eilf Fuß ist, deren Durchmesser 5 Zoll beträgt, und von welcher man annehmen kann, daß die Kraft in der Richtung A A′ Fig. 31. in der Entfernung des halben Durchmessers von der Achse wirke.

Für dieses Beispiel kann die achzehnte Gleichung, Art. 290., in Anwendung kommen; und also

$$\frac{9562\,h^4}{4\,h^2 + 0{,}18\,l^2} = \frac{9562\,.\,5^4}{4\,.\,5^2 + 0{,}18\,.\,11^2} = W = 49{,}080 \text{ Pf.}$$

oder etwas mehr als 22 Tonnen.

Auf diese Weise kann die Stärke von Galerie-Säulen zur Unterstützung von Gebäuden berechnet werden. Sind sie für Wohnhäuser, so muß man das Gewicht für alle gedrängt volle Zimmer berechnen, und wenn sie für Waarenhäuser sind, so muß das möglich größte Gewicht in der Rechnung angenommen werden.

292. Zweites Beispiel. Es soll die Compression bestimmt werden, welche eine gekrümmte Ribbe (eines Schafftes) in der Richtung ihrer Chorde aushalten wird; die größte Entfernung der Achse der Ribbe von der Chorde ist sechs Zoll, der Umfang der Ribbe 3 Zoll im Quadrat; und die Länge der Chorde fünf Fuß.

Nach der dreizehnten Gleichung Art. 287.

$$W = \frac{15300\,b\,h^2}{h^2 + 6\,h\,a + 0{,}18\,l^2} = \frac{15300 \times 3^4}{3^2 + (6\,.\,6\,.\,3) + 0{,}18\,.\,5^2} =$$

30600 Pf.

Drittes Beispiel. Der Stempel einer doppelt wirkenden Dampfmaschine ist ein anderer interessanter Fall, auf welchen diese Gleichungen sich anwenden lassen; und meine Leser werden entschuldigen, daß ich zu allgebraischen Formeln meine Zuflucht nehme, um die allgemeine Regel zu bilden.

Man lasse D den Durchmesser des Dampfcylinders in Zollen seyn, und p den größten Druck des Dampfes auf einen Zirkelzoll (circular inch) des Stempels in Pfunden. Dann ist $W = D^2\,p$.

Aber in meiner Note zu Art. 290. ist gezeigt worden, daß in Schmiedeeisen

$$W = \frac{11125\,h^4}{4\,h^2 + 0{,}16\,l^2}.$$ Also

$$D^2 p = \frac{11125\,h^4}{4\,h^2 + 0{,}16\,l^2};\ \text{oder}\ D = 53\,h^2 \sqrt{\frac{1}{p\,(d^2 + 0{,}04\,l^2)}}$$

Nun können wir im äußersten Falle keine größere Länge nach Fuß haben, als dreimal den Durchmesser in Zollen; substituiren wir diesen Werth von l, so haben wir

$$\frac{D\sqrt{1{,}5\,p}}{53} = d.$$

Wenn der Druck acht Pfund auf den Cirkelzoll gleich wäre, d. i. etwas mehr als zehn Pfund auf den Quadratzoll, so erhält man $\frac{D}{15} = d$. Nämlich der Stempel sollte nie dünner seyn als ein Fünfzehntel des Durchmessers des Cylinders in einer doppelt wirkenden Dampfmaschine. In der Praxis ist es gewöhnlich, ihn ein Zehntel wohl stark zu machen, welcher Ueberschuß der Stärke nicht zu groß zu seyn scheint für die Abnutzung.

Ueber die Stärke von Barren und Stäben, Ausdehnung zu widerstehen.

293. Wenn die Wirkung der Biegung betrachtet wird, welche in Barren Statt findet, bei ihrem Widerstande gegen Ausdehnung, so macht das einen wichtigen Unterschied aus. Anstatt das die Stärke durch Biegung vermindert wird, so hat diese hier entweder keine oder es ist gerade die entgegengesetzte Wirkung. Daher sollte in allen Werken; welche von Metallen ausgeführt werden, die Dehnungskraft der Materialien vor allem Andern angewandt werden, wenn der Umfang nicht beträchtlich ist in Rücksicht zur Länge. In Holz können wir die Ausdehnungskraft nicht mit großem Vortheil brauchen, weil es schwer ist an den Enden Verbindungen von hinlänglicher Festigkeit zu bilden; in Metallen hingegen macht das keine Schwierigkeit.

Wenn ein Stab oder Barren kurz ist, so kann der Widerstand nach den Regeln Art. 281. und 282. berechnet werden.

Aber wenn er lang ist, und er ist entweder gebogen, oder die Kraft ist nicht in der Achse, dann kann die Wirkung der Biegung betrachtet werden.

Die neunte Gleichung Art. 280. wird auf alle diese Fälle anwenbar seyn, wo die Richtung der Kraft parallel den Extremitäten des Barrens ist, nämlich

$$\frac{f\,b\,h^2\,a}{h + 6\,a} = W. \qquad \text{(XVIII.)}$$

Die Biegung ist $= \frac{l^2\,\varepsilon}{4\,h} = \frac{0{,}03\,l^3}{h}$ gefunden worden, wenn l die Länge in Fuß ist, und $\varepsilon = \frac{1}{1204}$. Aber diese Biegung ist aus dem Abstande von der Achse zu deduciren. Also

$$\frac{15300\,5\,h^3}{h^2 + 6\,a\,h - 18\,l^2} = W.^{*)} \qquad \text{(XIX.)}$$

Wenn die Richtung der Kraft in der Entfernung der Hälfte der niedrigsten Seite von der Achse ist, dann ist $a = \frac{1}{2}h$, und

$$\frac{15300\,b\,h^3}{4\,h^2 - 0{,}18\,l^2} = W. \qquad \text{(XX.)}$$

Und wenn die Richtung der Kraft mit der Achse zusammenfällt $15300\,b\,h = W.$ (XXI.)

Wenn der Barren ein Cylinder ist, so verhält sich seine Stärke zu der eines viereckigen Barren wie 1 : 1,6 nahe, (Art. 285.) also

$$\frac{9562\,h^4}{h^2 + 6\,a\,h - 0{,}18\,l^2} = W. \qquad \text{(XXII.)}$$

Oder, wenn die Kraft auf einer der Oberflächen des Stabes ist,

---

*) Für Gußeisen $\frac{17800\,b\,h^3}{h^2 + 6\,a\,h - 0{,}16\,l^2} = W.$

und für Eichenholz $\frac{3960\,b\,h^3}{h^2 + 6\,a\,h - 0{,}5\,l^2} = W.$

$$\frac{9562\,h^4}{4\,h^2 - 0{,}18\,l^2} = W. \qquad \text{(XXIII.)}$$

Es war wohl zu wünschen, zu zeigen, welchen Vortheil eine ziehende Gewalt habe, aber ich werde diese Gleichungen nicht in praktische Regeln umwandeln, weil sie nicht so einfach und leicht angewandt werden, als die Art. 281. und 282. gegebenen Regeln, welche nur einen kleinen Fehler im Ueberschusse geben, wenn gehörige Sorge getragen wird, die möglichst größte Gewalt von der Achse des Stückes zu nehmen.

Erstes Beispiel. Man will das Gewicht wissen, welches an einem Barren von Gußeisen von vier Zoll Höhe und 8 Zoll Breite aufgehangen werden kann; unter der Voraussetzung, daß die Richtung der Gewalt auf einer der breiten Oberflächen des Stabes gehen solle. Die achtzehnte Gleichung dieses Artikels paßt für diesen Fall, wo a gleich ist 2 Zoll, oder die Hälfte der kleinsten Dimension des Stabes, welcher als der Abstand der Richtung der Gewalt von der Achse angenommen ist; also $\frac{f\,b\,h^2}{h + 6\,a} = \frac{15300\,.\,8\,.\,4^2}{4 + 12} = 122400$ Pf. als das gesuchte Gewicht. Siehe die Regel in Worten ausgedrückt. Art. 282.

Wenn man betrachtet, daß ein sehr geringer Grad von Ungenauigkeit bei Bewerkstelligung der Verbindung, die ganze Kraft auf eine Seite des Barrens werfen kann, so ist die Klugheit dieser Berechnungsweise offenbar und unbestritten.

Zweites Beispiel. Man soll die Durchschnittsfläche bestimmen, welche den Stäben einer Hängebrücke (a suspension bridge) zu geben ist, wenn sie von Gußeisen gemacht werden sollen: für eine Spannung von 370 Fuß; die Punkte der Aufhängung liegen 30 Fuß über dem niedrigsten Punkte der Curve; und die größte Last, das Gewicht der Brücke mit eingeschlossen, beträgt 500 Tonnen.

Da die Last ziemlich gleichförmig vertheilt ist, so wird die Curve, welche die Ketten annehmen, nicht merklich von einer Parabole verschieden seyn; und das halbe Gewicht wird ausdehnend wirken am untersten Punkte der krummen Linie, da das Aufsteigen ein Viertel der Spannung beträgt; nämlich

$$30 : \frac{370}{4} = \frac{500}{2} : \frac{500 \,.\, 370}{30 \,.\, 8} = 771 \text{ Tonnen.}$$

Dieß ist 1727040 Pf. gleich, und nach der Regel Art. 281. haben wir

$$\frac{1727040}{15000} = 115 \text{ Quadratzoll}$$

für die Durchschnittsflächen der Barren, angenommen, die Gewalt ruhe gerade auf der Achse jedes derselben; und wenn wir diese Fläche doppelt nehmen, so sorgen wir für eine Abweichung, welche gleich ist einem Sechstel des Durchmessers jedes Barren. Dieß wird ein hinlänglicher Ueberschuß an Kraft seyn, in Hinsicht eines Zufalles, daß die Brücke ganz mit Leuten bedeckt wäre, welches die hier angenommene Last ist. Daher sollte die Summe der Durchschnittsfläche der Ketten auf dem niedrigsten Punkte 230 Quadratzoll betragen. Die Durchschnittsfläche an jedem andern Punkte der krummen Linie sollte sich zur Fläche auf dem niedrigsten Punkte verhalten, wie die Sec ant des Winkels, welche eine Tangente der Curve mit einer Horizontalen macht, zum Durchmesser. Im vorliegenden Falle muß die Summe der Durchschnittsfläche auf dem Punkte der Suspension 242 Quadratzoll betragen. Gußeisen würde einen großen Vorzug vor Schmiedeeisen zu Kettenbrücken haben; es ist dauerhafter, weniger kostspielig, zu Erhaltung der nämlichen Stärke; und hinlänglich stark gemacht, würde sein Gewicht alle übermäßige Zitterung durch kleine Kräfte verhüten. Die meisten der schmiedeeisernen Brücken scheinen sehr leicht und temporär gebaut zu seyn, wenn sie nach den eben gegebenen Regeln untersucht werden, welche auf gewisse und geprüfte Grundsätze gegründet sind.

Drittes Beispiel. Die Durchschnittsfläche eines Stempels für eine einfachwirkende Maschine zu bestimmen; die auf dem Stempel liegende Gewalt sei 11 Pf. auf den Quadratzoll, und die Möglichkeit ist da, daß die Richtung der Kraft den halben Durchmesser des Stempels von der Achse abweicht. In diesem Falle ist 11mal das Quadrat des Durchmessers des Stempels in Zollen gleich der aufliegenden Gewalt, und wenn D der Durchmesser des Dampfstockes ist, und d der des Stempelstockes, so haben wir für Schmiedeeisen,

$$3{,}1416 \,.\, 11\, D^2 = \frac{3{,}1416\, d^2 \,.\, 17800}{4} \text{ oder fast } \frac{D}{20} = d.$$

d. i. der Durchmesser des Stempelstockes ist ein Zwanzigstel des Durchmessers des Dampfcylinders, wenn nichts für das Abnutzen berechnet wird; oder bringt man dafür so viel als nöthig mit in Rechnung, so wird der Durchmesser ein Fünfzehntel des Durchmessers des Dampfcylinders.