Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie

Naumann, Carl Friedrich

Leipzig, 1830

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-16612

Viertes Capitel. Von den Combinationen des monoklinoëdrischen Systemes.

Viertes Capitel.

Von den Combinationen des monoklinoëdrischen Systemes.

A. Combinationslehre.

§. 469.

Erscheinungsweise der verschiedenen Gestalten.

Werfen wir nochmals einen Blick auf den Inbegriff der monoklinoëdrischen Gestalten, indem wir zugleich das Gesetz des selbständigen Auftretens aller Theilgestalten vor Augen behalten, so ergiebt sich das Resultat, dass die sämmtlichen combinationsfähigen Gestalten entweder vierzählige oder zweizählige Flächeninbegriffe, und, ihrer geometrischen Erscheinungsweise nach, nur zweierlei wesentlich verschiedene Formen, nämlich indefinite rhombische Prismen und indefinite parallele Flächenpaare sind. Es erscheinen nämlich

A. als vierzählige Flächeninbegriffe oder als indefinite rhombische Prismen
   1) die Hemipyramiden,
   2) die verticalen Prismen,
   3) die Klinoprismen;

B. als zweizählige Flächeninbegriffe oder als indefinite parallele Flächenpaare,
   4) die sämmtlichen Hemiprismen
   5) die Parallelflächen der drei Hauptschnitte.

Die relative Lage der klinodiagonalen Intersection aller dieser Gestalten gegen die Hauptaxe und Klinodiagonale bestimmt die krystallographische Bedeutung derselben, und, was geometrisch nnr als ein indefinites rhombisches Prisma zu definiren war, wird krystallographisch ein verticales Prisma, ein Klinoprisma oder eine Hemipyramide, je nachdem die klinodiagonale Intersection entweder der gewählten Hauptaxe, oder der Klinodiagonale parallel, oder gegen beide Linien geneigt ist. Hieraus ersieht man die wichtige Rolle, welche der klinodiagonale Hauptschnitt und das ihn repräsentirende Flächenpaar in diesem Systeme spielt; er ist die einzige absolut bestimmte, und keiner willkürlichen Deutung unterworfene Fläche; er bildet gleichsam den Aequator des ganzen Systemes nach rechts und links und den eigentlichen Moderator seiner Symmetrieverhältnisse. Daher lässt sich auch an die Orientirung einer monoklinoëdrischen Combination nicht wohl denken, bevor die Lage des klinodiagonalen Hauptschnittes ausgemittelt worden; glücklicherweise aber ist diese Ausmittelung auf den ersten Blick möglich, weil eine Ebene von so eminenter Lage, selbst wenn sie nicht in dem ihr entsprechenden Flächenpaare ausgebildet seyn sollte, doch niemals übersehen oder mit andern verwechselt werden kann.

§. 470.

Basis und aufrechte Stellung.

Die im vorigen §. erwähnte allgemeine Orientirung einer Combination, oder die krystallographische Deutung der verschiedenen in ihr enthaltenen Flächen, setzt aber auch die Lage der Hauptaxe und Klinodiagonale, oder, was dasselbe, die Lage des basischen und des orthodiagonalen Flächenpaares als bekannt voraus. Während nun im rhombischen Systeme alle drei Coordinatebenen, und somit alle drei Axen ihrer Lage nach vollkommen bestimmt waren, so dass an eine willkürliche Bestimmung derselben nicht gedacht werden konnte, finden wir hier nur eine der Coordinatebenen, nämlich den klinodiagonalen Hauptschnitt absolut bestimmt, die übrigen beiden Coordinatebenen dagegen unserer willkürlichen Bestimmung mehr oder weniger überlassen, indem wir jedes auf dem klinodiagonalen Hauptschnitte rechtwinklige Flächenpaar als den Repräsentanten der Basis oP oder auch des orthodiagonalen Flächenpaares $\infty P \infty$ betrachten können. Indessen wird, wenigstens in den meisten Fällen, die Beschaffenheit der Combination ein sicheres Anhalten nicht nur für die Wahl der Basis, sondern auch für jene der aufrechten Stellung, oder, was dasselbe, für die Bestimmung der Lage der Hauptaxe und Klinodiagonale an die Hand geben. Man hat dabei ganz vorzüglich auf den Parallelismus der Combinationskanten, auf die besonders vorherrschenden Gestalten, bisweilen auch auf die vorherrschenden Dimensionen des Krystalles u. a. Verhältnisse Rücksicht zu nehmen, jedenfalls aber einen zu spitzen Werth des Winkels C oder γ zu vermeiden. — Uebrigens werden alle diese Bestimmungen gewöhnlich um so leichter, je zusammengesetzter die Combination ist, und einige Uebung so wie ein gewisses Gefühl für Symmetrie lassen bald dahin gelangen, in jedem Falle das Zweckmässigste zu ergreifen.

§. 471.

Grundgestalt.

Nachdem die Basis und aufrechte Stellung gewählt sind, sondern sich, nach der Lage ihrer klinodiagonalen Intersection, die verschiedenen vierflächigen Gestalten in verticale Prismen, Klinoprismen und Hemipyramiden, und die noch übrigen zweiflächigen Gestalten erhalten die Bedeutung von Hemiprismen. Aus den vorhandenen Hemipyramiden wählt man hierauf diejenige als Grundgestalt, deren Verhältnisse zu den übrigen Gestalten die leichteste Entwicklung der Combination gestatten. Dadurch wird auch das Verhältniss der Lineardimensionen $a : b : c$ der Krystallreihe vollständig bestimmt. Weil nämlich beide Theilgestalten einer jeden monoklinoëdrischen Pyramide, ohne in einer sonstigen Abhängigkeit von einander zu stehen, durch die Identität ihrer Parameter so unmittelbar mit einander verbunden sind, dass mit einer derselben zugleich die andere bekannt ist, so bedarf es auch nur des Auftretens einer der Theilgestalten der Grundgestalt, um diese, und daher die Krystallreihe selbst nach ihren Lineardimensionen zu bestimmen. Sind keine, oder keine zur Grundgestalt geeigneten Hemipyramiden vorhanden, so schliesst man aus den Verhältnissen der übrigen Gestalten auf dasjenige Dimensionsverhältniss, welches am vortheilhaftesten zu Grunde zu legen; oder bestimmt doch diejenigen Glieder desselben, welche sich aus den vorhandenen Gestalten ableiten lassen. Die Combination $oP.\infty P\infty.(\infty P\infty)$ lässt jedoch die Lineardimensionen gänzlich unbestimmt, und gestattet blos die Bestimmung der Angulardimension *C*.

Die Zähligkeit der Combinationen bestimmt sich hier wie in den bisherigen Systemen; nur darf man nicht vergessen, dass die einzelen Theilgestalten gezählt werden müssen.

§. 472.

Allgemeine Regeln der Entwicklung.

Wie durch die Wahl der Basis und aufrechten Stellung die verschiedenen Flächeninbegriffe im Allgemeinen als Hemipyramiden, Prismen, Klinoprismen und Hemiprismen unterschieden werden, so bestimmen sich durch die Wahl der Grundgestalt die verschiedenen Unterarten der Hemipyramiden und Prismen nach ihrem krystallographischen Standpuncte in den verschiedenen Abtheilungen unsers Schemas in §. 459. Ferner ergeben sich unmittelbar aus den Resultaten der Ableitung folgende Regeln:

1) Je zwei Gestalten, deren heteropolare Combina-

tionskanten dem basischen Hauptschnitte parallel laufen, haben dasselbe Verhältniss der Klinodiagonale und Orthodiagonale; sie sind also gleichnamig, und haben $n' = n$.

2) Je zwei Gestalten, deren heteropolare CK. dem orthodiagonalen Hauptschnitte parallel laufen, haben dasselbe Verhältniss der Hauptaxe und Orthodiagonale; sind sie also

a) gleichnamig, und zwar

α) orthodiagonal, so ist $\frac{m'}{n'} = \frac{m}{n}$,

β) klinodiagonal, so ist $m' = m$,

b) ungleichnamig, so ist $\frac{m'}{n'} = m$, wenn sich die accentuirten Buchstaben auf die orthodiagonale Gestalt beziehen.

3) Je zwei Gestalten, deren heteropolare CK. dem klinodiagonalen Hauptschnitte parallel laufen, haben dasselbe Verhältniss der Hauptaxe und Klinodiagonale; sind sie also

a) gleichnamig, und zwar

α) orthodiagonal, so ist $m' = m$,

β) klinodiagonal, so ist $\frac{m'}{n'} = \frac{m}{n}$,

b) ungleichnamig, so ist $m' = \frac{m}{n}$, wenn der accentuirte Buchstabe auf die orthodiagonale Gestalt bezogen wird.

§. 473.

Combinationsgleichung.

Es liesse sich auch für dieses und die folgenden Systeme eine Theorie der binären Combinationen aufstellen; wegen der Zerfällung aller Gestalten in zwei Theilgestalten würde jedoch diese Theorie nur die Combination zweier Prismen in allen möglichen Lagen zum Gegenstande haben, für welche sie die verschiedene Lage der Combinationskanten und die dieser Lage entsprechenden Verhältnisse der Ableitungszahlen anzugeben hätte. Ihre Resultate würden daher im Ganzen wenig fruchtbar ausfallen, um so weniger, da die binären Combinationen vermöge der Natur dieses Systemes selten vorkommen, und für jede unbekannte Gestalt, wenn solche nicht durch zwei verschiedene Combinationskanten von eminenter Lage begränzt ist, Messungen erfordert werden.

Um so wichtiger wird in diesem und den folgenden Systemen der Gebrauch der allgemeinen Combinationsgleichung in §. 68; bei deren Anwendung man nur die, dem Namen der Gestalten entsprechenden Verhältnisse

$$m : n : 1$$

oder

$$m : 1 : n$$

statt der Verhältnisse $m : n : r$ u. s. w. einzuführen, oder, mit andern Worten, die Grösse r oder die Grösse n der Einheit gleich zu setzen und, im letzteren Falle, r mit n zu vertauschen, dabei die nöthigen Vorzeichen der Parameter genau zu berücksichtigen braucht.

Uebrigens sind jedenfalls zweierlei, nämlich heteropolare und amphipolare Combinationskanten zu berücksichtigen.

§. 474.

Wichtigste Combinationsregeln.

Einige der wichtigsten Specialregeln, welche sich theils aus der Ableitung, theils aus der Combinationsgleichung ergeben, und zur Entwicklung der gewöhnlichsten Combinationen hinreichen, sind folgende:

1) Diejenige Gestalt, welche die klinodiagonalen Polkanten der Hemipyramide $\pm m\mathrm{P}n$ abstumpft

oder zuschärft, ist das Hemiprisma $\pm mP\infty$ oder die Hemipyramide $\pm mPn'$, wo $n' > n$.

2) Diejenige Gestalt, welche die klinodiagonalen Polkanten der Hemipyramide $\pm(mPn)$ abstumpft oder zuschärft, ist das Hemiprisma $\pm\frac{m}{n}P\infty$ oder die Hemipyramide $\pm\frac{m}{n}Pn'$; doch kann die Zuschärfung auch durch eine Hemipyramide $\pm\left(\frac{m}{n}Pn'\right)$ hervorgebracht werden, für welche dann $n' < n$.

3) Dasjenige horizontale Prisma, welches die klinodiagonalen Combinationsecke von $\pm mP$ und ∞P so abstumpft, dass seine Flächen als Rhomben erscheinen, ist $\pm 2mP\infty$.

4) Dasjenige Klinoprisma, welches die amphipolaren Combinationskanten zwischen mP oder $-mP$ und ∞P abstumpft, ist $(2mP\infty)$.

5) Diejenige Hemipyramide, welche die Combinationskanten zwischen der Hemipyramide $\pm mP$ und dem Flächenpaare $\infty P\infty$ oder $(\infty P\infty)$ abstumpft, ist $\pm mnPn$ oder $\pm(mnPn)$.

6) Diejenige Hemipyramide, welche die Combinationskanten zwischen $\pm mP\infty$ oder $(mP\infty)$ und ∞P abstumpft, ist $\pm m'P\frac{m'}{m'-m}$ oder $\left(m'P\frac{m'}{m'-m}\right)$.

7) Diejenige Pyramide der Hauptreihe, welche die Combinationskanten des Hemiprismas $\pm mP\infty$ und des Klinoprismas $(m'P\infty)$ abstumpft, ist $\frac{mm'}{m+m'}P$.

Man könnte aus der Combinationsgleichung noch viele ähnliche Specialregeln ableiten; doch würde eine solche Vervielfältigung derselben ihrem Zwecke wenig entsprechen, welcher kein anderer seyn kann, als der, einen Inbegriff von Regeln zu haben, welche den *in praxi* am häufigsten vorkommenden Fällen entsprechen, und leicht im Gedächtnisse zu behalten sind.

§. 475.

Berechnung der Combinationskanten.

Die Berechnung der Combinationskanten kann zwar in diesem Systeme nach der Formel für $\cos W$ in §. 29 ausgeführt werden, ist aber dann oft unbequem und weitläufig. Bequemer wird man in den meisten Fällen durch Hülfe der Triëdrometrie zum Ziele gelangen. Dabei sind folgende zwei Fälle zu unterscheiden.

A. Die Combinationskante ist einem der Hauptschnitte parallel.

Dann berechnet man nach §. 466 die Neigungswinkel beider Flächen gegen denselben Hauptschnitt; das Supplement der Differenz, oder, wenn beide Flächen zu verschiedenen Seiten des Hauptschnittes liegen, die Summe dieser Winkel ist die gesuchte Combinationskante.

B. Die Combinationskante ist keinem der Hauptschnitte parallel.

Dann berechnet man zuvörderst die Neigungswinkel beider Flächen gegen einen und denselben (und zwar am besten gegen den orthodiagonalen oder basischen) Hauptschnitt, zugleich aber auch den Neigungswinkel Σ ihrer beiden Intersectionen in diesem Hauptschnitte. Dadurch findet man zwei Kantenwinkel nebst dem eingeschlossenen Flächenwinkel eines schiefwinkligen Triëders, in welchem die dem letzteren Winkel gegenüberliegende Kante, welches die gesuchte Combinationskante ist, mittels der Neperschen Analogien oder auch durch Einführung eines Hülfswinkels leicht berechnet werden kann.

B. Beispiele.

§. 476.

Combination des Glaubersalzes.

Es stellt Fig. 525 in perspectivischer und horizontaler Projection *) eine zwölfzählige Combination des Glaubersalzes dar, für welche sich sogleich die mit *P* bezeichneten Flächen als das klinodiagonale Flächenpaar ($\infty P \infty$) bestimmen. Setzen wir nun

$$T = 0P$$
$$M = \infty P \infty$$
$$\text{und} \quad n = P$$

so wird es uns leicht gelingen, die Combination, ohne Beihülfe irgend einer Messung, durch alleinige Anwendung der Combinationsregeln und Combinationsgleichung vollständig zu entwickeln. Zuvörderst ist klar, dass sich die übrigen in ihr enthaltenen Gestalten ordnen, wie folgt; es gehören:

1) in die Hauptreihe die Flächen *y*, *o* und *d*;
2) in die orthodiagonale Nebenreihe d. F. *t*, *r* und *w*;
3) in die klinodiagonale Nebenreihe d. F. *z* und *v*.

Von diesen Gestalten bestimmt sich sogleich

$$o = \infty P$$

und das die Polkanten von P abstumpfende Hemiprisma

$$r = P\infty$$

Da nun die CK. von *z* und *n* in eine Parallelebene des orthodiagonalen Hauptschnittes fallen, so ist das Klinoprisma

$$z = (P\infty)$$

---

*) Da die Combinationen der klinoëdrischen Krystallsysteme einen geringeren Grad von Regelmässigkeit besitzen als die Combinationen der vorhergehenden Systeme, so wird es zur richtigen Auffassung ihrer Verhältnisse nicht nur nöthig, die hinteren Kanten mit zu zeichnen, sondern auch vortheilhaft, der perspectivischen Zeichnung eine orthographische Projection der Gestalten entweder auf die Horizontalebene oder auf den klinodiagonalen Hauptschnitt beizufügen.

und wegen desselben Parallelismus der CK. zwischen z und d die Hemipyramide

$$d = -\mathrm{P}$$

Nun erscheint die Hemipyramide y mit parallelen CK. zwischen $z = (\mathrm{P}\infty)$ und $r = \mathrm{P}\infty$, also ist

$$y = \tfrac{1}{2}\mathrm{P}$$

und daher auch das Hemiprisma

$$t = \tfrac{1}{2}\mathrm{P}\infty$$

Das Klinoprisma v stumpft die amphipolaren CK. zwischen $n = \mathrm{P}$ und $o = \infty\mathrm{P}$ ab, und ist daher

$$v = (2\mathrm{P}\infty)$$

Was endlich das Hemiprisma w betrifft, so erscheint es mit parallelen CK. zwischen einer linken Fläche d und einer rechten Fläche z, oder es stumpft das Combinationseck dieser beiden Gestalten in der Art ab, dass die Abstfl. als ein Rhombus erscheint; daraus folgt, dass

$$w = -\tfrac{1}{2}\mathrm{P}\infty$$

Somit ist die gegebene Combination vollständig entwickelt, und das krystallographische Zeichen derselben etwa folgender Weise zu schreiben:

$$\infty\mathrm{P}.\infty\mathrm{P}\infty.\mathrm{P}.\mathrm{P}\infty.-\mathrm{P}.(\mathrm{P}\infty).\tfrac{1}{2}\mathrm{P}.-\tfrac{1}{2}\mathrm{P}\infty.\tfrac{1}{2}\mathrm{P}\infty.0\mathrm{P}.(2\mathrm{P}\infty).(\infty\mathrm{P}\infty).$$

§. 477.

Fortsetzung.

Zur Berechnung der Dimensionen des Glaubersalzes mögen uns folgende Beobachtungselemente gegeben seyn:

$$o : o = 86° \; 31'$$
$$t : M = 104° \; 41'$$
$$w : M = 132° \; 4'$$

Es ist also für das Prisma $o = \infty\mathrm{P}$:

$$\text{Winkel } X = 43° \; 15{,}5'$$

für das Hemiprisma $t = \tfrac{1}{2}\mathrm{P}\infty$:

$$\text{Winkel } Y = 75° \; 19' = \mu$$

für das Hemiprisma $w = -\frac{1}{2}P\infty$:

$$\text{Winkel } Y = 47° \ 56' = \mu'$$

Da nun t und w coordinirte Hemiprismen sind, so folgt nach §. 468

$$tang\,\gamma = \frac{2 sin\,\mu\ sin\,\mu'}{sin(\mu - \mu')}$$

und daher

$$\gamma = C = 72° \ 15'$$

Setzen wir nun die Klinodiagonale $= 1$, so folgt nach §. 467 aus den bekannten Winkeln X und γ

$$c = tang\,X\,sin\,\gamma = 0{,}8962$$

In dem Hemiprisma $\frac{1}{2}P\infty$ war der eine Hauptschnittwinkel

$$\mu = 75° \ 19'$$

daraus folgt der zweite Winkel

$$\nu = 180° - (\mu + \gamma) = 32° \ 26'$$

und endlich

$$\tfrac{1}{2}a = \frac{sin\,\nu}{sin\,\mu}$$

$$\text{oder} \quad a = \frac{2 sin\,\nu}{sin\,\mu} = 1{,}109$$

Die Krystallreihe des Glaubersalzes wird also durch folgende Dimensionen bestimmt:

$$C = \gamma = 72° \ 15'$$

$$a : b : c = 1{,}109 : 1 : 0{,}8962$$

und es ist zu bemerken, dass sehr nahe

$$2b = a + c$$

ist. Nachdem solchergestalt die Dimensionen gefunden, ist es leicht, die Winkel irgend einer beliebigen Gestalt oder auch die CK. irgend zweier beliebiger Gestalten zu berechnen. Will man z. B. die Winkel X und Z der Hemipyramide P berechnen, so sucht man zuvörderst die resp. Hauptschnittwinkel ν und σ; es ist aber

$$a + b : a - b = tang\,\tfrac{1}{2}(180° - \gamma) : tang\,x$$

und der Winkel

$$\nu = (180° - \gamma) + x = 57° \ 55{,}5'$$

ferner ist

$$tang\,\sigma = \frac{c}{b}$$

daher der Winkel

$$\sigma = 41° \; 52'$$

und endlich, weil

$$tang\,X = \frac{tang\,\sigma}{sin\,\nu},\; tang\,Z = \frac{tang\,\nu}{sin\,\sigma}$$

$$X = 46° \; 36', \quad Z = 67° \; 18'$$

Will man nun z. B. die CK. $n : o$ wissen, so berechnet man für ∞P den Winkel Z', nach der Formel

$$tang\,Z' = \frac{tang\,\gamma}{sin\,\sigma}$$

und findet die CK.

$$Z + Z' = 145° \; 14{,}5'$$

Auf diese und ähnliche Art lassen sich alle übrigen Winkel berechnen.

§. 478.

Combination des Pyroxenes.

Die Fig. 526 stellt in perspectivischer und horizontaler Projection eine siebenzählige Combination des Pyroxenes dar. Stellen wir dieselbe nach dem Prisma M aufrecht, so erhalten wir für die Basis $t =$ 0P zwei positive Hemipyramiden s und o, von welchen wir die erstere zur Grundgestalt wählen. Die Flächen z bilden ein Klinoprisma, die Flächen P ein positives Hemiprisma. Es bestimmen sich sogleich

$$P = \text{P}\infty$$
$$M = \infty\text{P}$$
$$r = \infty\text{P}\infty$$

und bleibt daher nur noch die Bestimmung der Flächen z und o übrig. Da nun z die amphipolaren CK. der Hemipyramide P und des Prismas ∞P abstumpft, so folgt

$$z = (2\text{P}\infty)$$

und da die Flächen o mit parallelen CK. zwischen

r und z einerseits, zwischen t und M anderseits erscheinen, und folglich die erstere CK. dem orthodiagonalen, die zweite CK. dem basischen Hauptschnitte parallel läuft, so folgt, dass

$$o = 2P$$

Die Combination ist nun vollständig entwickelt und ihr Zeichen:

$$\infty P.2P.P.0P.\infty P\infty.(2P\infty).P\infty.$$

Zur Berechnung der Dimensionen der Krystallreihe mögen folgende Elemente gegeben seyn:

$$M:M = 87°\ 6'$$
$$r:t = 105°\ 59'$$
$$s:s = 120°\ 39'$$

oder auch der Winkel

$$C = \gamma = 74°\ 1'$$

im Prisma ∞P

$$\text{der Winkel } X = 43°\ 33'$$

und in der Hemipyramide P

$$\text{der Winkel } X' = 60°\ 19{,}5'$$

Nun ist nach §. 466

$$tang\, X = \frac{tang\, \sigma}{\sin \gamma}$$

also wird für P

$$\sigma = 42°\ 25{,}5'$$

und, wenn die Klinodiagonale $b = 1$,

$$c = tang\, \sigma = 0{,}9139$$

ferner wird für P

$$\sin \nu = tang\, \sigma \cot X$$

$$\text{daher } \nu = 31°\ 23'$$

$$\mu = 180° - (\nu + \gamma) = 74°\ 36'$$

und endlich die Hauptaxe

$$a = \frac{\sin \nu}{\sin \mu} = 0{,}5401$$

Die Krystallreihe des Pyroxenes wird also durch folgende Dimensionen bestimmt:

$$C = \gamma = 74^\circ\ 1'$$
$$a : b : c = 0{,}5401 : 1 : 0{,}9139$$

und es ist bemerkenswerth, dass sehr nahe

$$2a = 2b - c$$

§. 479.

Combination des Orthoklases.

Die Fig. 528 stellt in perspectivischer und horizontaler Projection eine neunzählige Combination des Orthoklases dar, deren Flächen, wenn wir P als Basis, T als das Prisma ∞P, und o als die positive Hemipyramide P betrachten, sich folgenderweise ordnen; es gehören:

1) in die Hauptreihe, P, o und T;
2) in die orthodiagonale Nebenreihe, q, x und y;
3) in die klinodiagonale Nebenreihe, n und M;
4) in eine klinodiagonale Zwischenreihe, z.

Zuvörderst bestimmt sich das Flächenpaar

$$M = (\infty \mathrm{P} \infty)$$

und das, die Polkante von P abstumpfende Hemiprisma

$$x = \mathrm{P}\infty$$

Da nun das Klinoprisma n die amphipolaren CK. zwischen $o = \mathrm{P}$ und $T = \infty\mathrm{P}$ abstumpft, so ist

$$n = (2\mathrm{P}\infty)$$

und da das positive Hemiprisma y zwischen einem vorderen o und hinterem T mit parallelen CK. erscheint, oder das Combinationseck zwischen P und ∞P so abstumpft, dass seine Flächen durch diese Gestalten allein als Rhomben begränzt erscheinen würden, so ist

$$y = 2\mathrm{P}\infty$$

Das klinodiagonale Prisma $z = (\infty \mathrm{P} n'')$ erscheint mit parallelen CK. zwischen einem oberen o und einem unteren n; setzt man also in der Combinationsgleichung des §. 68

$$m = n = r = 1,$$
$$m' = -2, \quad n' = \infty, \; r' = 1$$
$$m'' = \infty, \quad n'' = n'', \; r'' = 1$$

so folgt $n'' = 3$, und daher

$$z = (\infty P3)$$

Das positive Hemiprisma $q = m''P\infty$ erscheint zwischen einem hinteren o und vorderen n mit parallelen CK.; setzt man also in der CG. a. a. O.

$$m = n = r = 1$$
$$m' = 2, \quad n' = \infty, \; r' = -1$$
$$m'' = m'', \quad n'' = 1, \; r'' = \infty$$

so folgt $m'' = \frac{2}{3}$, und daher

$$q = \tfrac{2}{3}P\infty$$

Die Combination ist nun vollständig entwickelt, und ihr Zeichen:

$$\infty P.(\infty P\infty).(\infty P3).0P.2P\infty.P\infty.\tfrac{2}{3}P\infty.P.2P\infty.$$

Der Berechnung der Dimensionen wollen wir folgende Beobachtungen Kupffers zu Grunde legen:

$$C = \gamma = 63^\circ\ 53'$$

Winkel Y in $P\infty = 65^\circ\ 47{,}3' = \mu$ in P

Winkel X in $\infty P = 59^\circ\ 24{,}3'$

Aus den bekannten Winkeln μ und γ folgt für die Grundgestalt

$$\nu = 50^\circ\ 19{,}7'$$

und daher, wenn die Klinodiagonale $b = 1$, die Hauptaxe

$$a = \frac{\sin \nu}{\sin \mu} = 0{,}84396$$

Der Winkel σ des basischen Hauptschnittes findet sich nach der Formel

$$\tang \sigma = \tang X \sin \gamma = c = 1{,}5185$$

also der Winkel $\sigma = 56^\circ\ 38'$

Die Krystallreihe des Orthoklases wird also durch folgende Dimensionen bestimmt:

$$C = 63^\circ\ 53'$$
$$a : b : c = 0{,}8439 : 1 : 1{,}5185$$

§. 480.

Combination des Amphibols.

Die Fig. 527 stellt in perspectivischer und horizontaler Projection eine achtzählige Combination der basaltischen Hornblende dar, in welcher sich die Flächen x sogleich als die Repräsentanten des klinodiagonalen Hauptschnittes zu erkennen geben. Wählen wir nun die Fläche p zur Basis für die Flächen r als die positive Hemipyramide P, so ordnen sich die übrigen Gestalten wie folgt:

1) in die Hauptreihe, q;
2) in die klinodiagonale Nebenreihe, z;
3) in klinodiagonale Zwischenreihen, c und t.

Weil $p = 0\mathrm{P}$ und $r = \mathrm{P}$, so ist

$$M = \infty\mathrm{P}$$

und weil das Klinoprisma z die amphipolaren CK. zwischen r und M abstumpft, so ist

$$z = (2\mathrm{P}\infty)$$

folglich auch

$$q = -\mathrm{P}$$

weil die Flächen desselben Klinoprismas die amphipolare CK. zwischen q und M abstumpfen. Da ferner die klinodiagonalen Hemipyramiden c und t die CK. zwischen dem Klinoprisma z und dem Prisma M abstumpfen, so sind beide von der Form

$$m\mathrm{P}\frac{m}{m-2}$$

und da ihre CK. mit P und —P dem klinodiagonalen Hauptschnitte parallel laufen, so sind sie auch von der Form

$$m\mathrm{P}m$$

folglich wird

$$m = \frac{m}{m-2} = 3$$

und daher

$$c = (3\mathrm{P}3)$$
$$t = -(3\mathrm{P}3)$$

Die Combination ist nun vollständig entwickelt, und ihr Zeichen folgendes:

$$\infty P.(\infty P\infty).0P.P.-P.(2P\infty).(3P3).-(3P3).$$

Zur Berechnung der Dimensionen seyen uns folgende Beobachtungselemente gegeben:

$$\text{Winkel } X \text{ in } \infty P = 62^\circ\ 15'$$
$$\text{Winkel } X \text{ in } P = 74^\circ\ 15' = X'$$
$$\text{CK. } 0P : \infty P = 103^\circ\ 1' = \Pi$$

Man erhält sogleich für P oder ∞P

$$\cos\sigma = \frac{\cos X}{\sin\Pi},\ \cos\gamma = \frac{\cos\Pi}{\sin X}$$

und daher

$$\sigma = 61^\circ\ 27'$$
$$\gamma = C = 75^\circ\ 15'$$

Ferner wird für P

$$\sin\nu = \tang\sigma \cot X'$$
$$\text{also } \nu = 31^\circ\ 13'$$
$$\text{und } \mu = 73^\circ\ 32'$$

Setzen wir also die Klinodiagonale $b = 1$, so ist die Orthodiagonale

$$c = \tang\sigma = 1{,}838$$

und die Hauptaxe

$$a = \frac{\sin\nu}{\sin\mu} = 0{,}5405$$

Die Krystallreihe des Amphibols wird also durch folgende Elemente bestimmt:

$$C = \gamma = 75^\circ\ 15'$$
$$a : b : c = 0{,}5405 : 1 : 1{,}838$$

wobei zu bemerken, dass

$$4a + c = 4b$$

§. 481.

Combination des Epidotes.

Die Fig. 529 stellt in perspectivischer und klinodiagonaler Projection eine zwölfzählige Combination des Epidotes dar, in welcher das klinodiagonale Flächenpaar zwar nicht ausgebildet ist, aber sogleich seiner Lage nach als dasjenige erkannt wird, welches auf den Flächen M und l rechtwinklig seyn würde. Wir setzen

$$l = 0P$$
$$M = \infty P \infty$$

Der Neigungswinkel beider Flächen ist nur wenig von 90° verschieden; der stumpfere Winkel wird durch die Flächen r, der spitzere durch die Flächen T abgestumpft. Wollen wir daher die Flächen n als eine Hemipyramide der Grundgestalt betrachten, so kann dies nur die negative Hemipyramide seyn; daher ist

$$n = -P$$

Die übrigen Gestalten ordnen sich nun auf folgende Weise; es gehören

1) in die Hauptreihe, z;
2) in die orthodiagonale Nebenreihe, r und T;
3) in die klinodiagonale Nebenreihe, y und q;
4) in orthodiagonale Zwischenreihen, x, o, d und u.

Da die CK. der Flächen q und n in eine Parallelebene des orthodiagonalen Hauptschnittes fällt, so ist das Klinoprisma

$$q = (P\infty)$$

und aus demselben Grunde die Hemipyramide

$$z = P$$

Das Hemiprisma r stumpft die Polkante von —P, das Hemiprisma T die Polkante von P ab; folglich wird

$$r = -P\infty$$
$$T = P\infty$$

Die Hemipyramiden x und d stumpfen die heteropolaren CK. von —P und P mit $\infty P \infty$ ab, und haben daher gleiche Ableitungszahlen, oder allgemein das Zeichen $m''Pm''$; sie erscheinen aber auch eben so wie die Flächen des Prismas o mit parallelen CK. zwischen den Flächen der Hemipyramide n und des Hemiprismas T einerseits, der Hemipyramide z und des Hemiprismas r anderseits.

Setzt man also in der allgemeinen Combinationsgleichung

$$m = 1,\; m' = -1,\; m'' = -m''$$
$$n = 1,\; n' = \quad 1,\; n'' = \quad 1$$
$$r = 1,\; r' = \quad \infty,\; r'' = \quad n''$$

so folgt für die drei Gestalten x, d und o die gemeinschaftliche Bedingung:

$$n'' = \frac{2m''}{m'' - 1}$$

§. 482.

Fortsetzung.

Da nun o ein verticales Prisma, so wird für selbiges $m'' = \infty$, folglich $n'' = 2$, und

$$o = \infty P2$$

Da ferner die Hemipyramiden x und d, vermöge ihrer Verhältnisse zu n, z und M gleiche Ableitungszahlen haben, oder von der Form $m''Pm''$ sind, so wird für sie

$$1 = \frac{2}{m'' - 1}$$

und daher

$$x = -3P3$$
$$d = \quad 3P3$$

Das Klinoprisma y und die Hemipyramide u, welche wegen ihrer Verhältnisse zu z ein Pn seyn muss, bestimmen sich gegenseitig, weil ihre CK. in eine Parallelebene des orthodiagonalen Hauptschnittes fällt; ist also $u = Pn$, so wird, weil beide Gestalten ungleichnamig sind,

$$y = \left(\frac{1}{n}P\infty\right) \text{ (§. 474)}$$

Das Klinoprisma y aber ist durch seine Verhältnisse zu n und o vollkommen bestimmt, indem die Fläche n mit parallelen CK. zwischen o und y auftritt; setzt man also in der CG.

$$m = \infty,\ m' = m,\ m'' = 1$$
$$n = 1,\ n' = \infty,\ n'' = 1$$
$$r = 2,\ r' = 1,\ r'' = 1$$

so findet sich

$$y = (\tfrac{1}{2}P\infty)$$

und folglich

$$u = P2$$

Die Combination ist nun vollständig entwickelt, und ihr Zeichen etwa auf folgende Art zu schreiben:
$\infty P\infty.0P.P\infty.-P\infty.-P.P.(P\infty).(\tfrac{1}{2}P\infty).\infty P2.3P3.-3P3.$
P2.

§. 483.

Fortsetzung.

Was die Berechnung der Dimensionen betrifft, so mögen uns als Beobachtungselemente folgende Winkel gegeben seyn:

Winkel Y oder μ in $P\infty = 64°\ 36'$
Winkel Y' oder μ' in $-P\infty = 63°\ 43'$
Winkel X in $-P = 35°\ 16{,}5'$

Da die beiden ersteren Winkel coordinirten Hemiprismen angehören, oder die Winkel μ und μ' der Grundgestalt sind; so folgt nach der Formel

$$tang\,\gamma = \frac{2 sin\,\mu\, sin\,\mu'}{sin\,(\mu - \mu')}$$
$$C = \gamma = 89°\ 27'$$

und sogleich

$$\nu' = \gamma - \mu' = 25°\ 44'$$

daher, wenn die Klinodiagonale $b = 1$, die Hauptaxe

$$a = \frac{sin\,\nu'}{sin\,\mu'} = 0{,}48425$$

Ferner ergiebt sich

$$tang\,\sigma = tang\,X\,sin\,\nu'$$

$$\text{also} \quad \sigma = 17^\circ\ 4'$$

$$\text{und} \quad c = tang\,\sigma = 0{,}30713$$

Die Krystallreihe des Epidotes wird daher durch folgende Dimensionen bestimmt:

$$C = \gamma = 89^\circ\ 27'$$

$$a : b : c = 0{,}48425 : 1 : 0{,}30713$$

Diese Beispiele werden hinreichen, um die Methode der Entwicklung und Berechnung monoklinoëdrischer Combinationen zu erläutern, und zur Entwicklung schwierigerer Fälle die nöthige Anleitung zu geben.

Sechster Abschnitt.

Vom diklinoëdrischen Systeme.

Erstes Capitel.

Von den Axen und einzelen Gestalten des Systemes.

§. 484.

Grundcharakter, Axen, Stellung.

Das diklinoëdrische System ist nach §. 43 der Inbegriff aller derjenigen Krystallformen, deren wesentlicher geometrischer Grundcharakter durch drei Coordinatebenen bestimmt wird, von welchen sich zwei unter einem rechten Winkel schneiden, während die dritte auf beiden schiefwinklig ist. Die Axen, als