

www.e-rara.ch

Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie

Naumann, Carl Friedrich

Leipzig, 1830

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 2878

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-16612>

Viertes Capitel. Von den Combinationen des triklinoëdrischen Systemes.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

und dann

$$\operatorname{tang} \frac{1}{2}\mu = \operatorname{tang} \frac{1}{2}(\zeta - \beta) \frac{\sin \frac{1}{2}(A + X)}{\sin \frac{1}{2}(A - X)}$$

$$\text{oder } \operatorname{tang} \frac{1}{2}\nu = \operatorname{tang} \frac{1}{2}(v - \alpha) \frac{\sin \frac{1}{2}(B + X)}{\sin \frac{1}{2}(B - X)}$$

Aus allen diesen Berechnungen folgt die Regel, dass man, um die kürzeste und leichteste Berechnung der Lineardimensionen zu erhalten, zu den unmittelbaren Beobachtungselementen wo möglich nur die Längenkanten der Hemiprismen wählen, und auch die Bestimmung der Dimensionen von Pyramiden wo möglich von jener der coordinirten Prismen abhängig machen muss.

Viertes Capitel.

Von den Combinationen des triklinoëdrischen Systemes.

A. Regeln zur Entwicklung der Combinationen.

§. 516.

Wahl der Coordinatebenen und Grundgestalt.

Da eine jede Theilgestalt, welchen Namen sie auch führen mag, nur durch ein Flächenpaar dargestellt wird, so werden jedenfalls wenigstens drei Theilgestalten mit einander combinirt, und überhaupt in einer jeden triklinoëdrischen Combination eben so viele Theilgestalten enthalten seyn, als es verschiedene Flächen giebt. Wiewohl daher die Combinationen dieses Systemes nur Polyëder aus lauter ungleichwerthigen und oft ganz beziehungslos erscheinenden Flächenpaaren darstellen, und wiewohl sie bisweilen durch das isolirte Auftreten einzeler, oder auch durch die sehr ungleichmässige Ausdehnung coordinirter

Theilgestalten einen solchen Schein von Unregelmässigkeit annehmen, dass man auf den ersten Anblick an der Auffindung irgend eines Symmetriegesetzes verzweifeln möchte, so werden doch diese Schwierigkeiten grösstentheils gehoben, wenn man sich die Resultate der Ableitung und die derselben zu Grunde liegende Hilfsvorstellung vergegenwärtigt.

Die wichtigste Frage, welche man sich vor der Entwicklung einer Combination zu beantworten hat, ist, welche von den vorhandenen (oder doch indicirten) Flächenpaaren den drei Hauptschnitten entsprechen, und demzufolge mit OP , $\infty\bar{P}\infty$ und $\infty\bar{P}\infty$ bezeichnet werden sollen; denn von der mehr oder weniger glücklichen Wahl dieser Coordinatebenen hängt die mehr oder weniger symmetrische Ansicht der ganzen Combination ab, und vor jener Wahl ist an eine Orientirung derselben überhaupt nicht wohl zu denken. Die Lage der Combinationskanten muss bei dieser Wahl vorzüglich zur Richtschnur dienen, indem man wo möglich diejenigen, entweder wirklich ausgebildeten, oder durch die Verhältnisse der übrigen Gestalten angedeuteten Flächen zu den Repräsentanten der Coordinatebenen wählt, welchen die meisten Combinationskanten parallel laufen.

Die zweite wichtige Frage nach der Grundgestalt ist zunächst nur für irgend eine Viertelpyramide zu beantworten, und daher irgend eines der vorhandenen Flächenpaare mit P' , P , P , oder P zu bezeichnen. Man hat dabei wiederum auf den Parallelismus der Kanten und auf die allgemeine Regel (§. 412) zu achten, nach welcher sich diejenige Gestalt vorzugsweise als Grundgestalt empfiehlt, welche die leichteste Entwicklung und einfachste Bezeichnung der Combination gewährt. Hieraus ergibt sich von selbst die besondere Regel, die Wahl der Grundgestalt wo möglich so zu treffen, dass sich für eine

Viertelpyramide andere Flächenpaare als die coordinirten Viertelpyramiden bestimmen. Ueberhaupt aber erfordern alle diese Bestimmungen desto mehr Umsicht und Aufmerksamkeit, je weniger ein Anhalten dafür in den Verhältnissen der Combinationen selbst gegeben zu seyn pflegt.

§. 517.

Allgemeine Regeln der Entwicklung.

Nach Bestimmung der Coordinatebenen und der Grundgestalt lassen sich sogleich folgende allgemeine Regeln in Anwendung bringen, indem wir wie bisher unter a , b und c , a' , b' und c' diejenigen Dimensionen irgend zweier Gestalten verstehen, welche in die Hauptaxe, Makrodiagonale und Brachydiagonale der Grundgestalt fallen.

- 1) Für je zwei Flächen, deren CK. dem basischen Hauptschnitte parallel läuft, ist $b : c = b' : c'$.
- 2) Für je zwei Flächen, deren CK. dem makrodiagonalen Hauptschnitte parallel läuft, ist $a : b = a' : b'$.
- 3) Für je zwei Flächen, deren CK. dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallel läuft, ist $a : c = a' : c'$.

Die allgemeine Orientirung der Gestalten wird durch eine Vergleichung der Lage ihrer Flächen mit der Lage der Flächen der Grundgestalt gewonnen, wobei zumal für die Unterscheidung der Viertelpyramiden und Hemiprismen darauf zu achten ist, dass jedes verticale Prisma in die Zone der Flächen $\infty \bar{P} \infty$ und $\infty \bar{P} \infty$, jedes makrodiagonale Klinoprisma in die Zone der Flächen $\infty \bar{P} \infty$ und OP , und jedes brachydiagonale Klinoprisma in die Zone der Flächen $\infty \bar{P} \infty$ und OP fällt (§. 68).

Für alle weiteren Entwicklungen gelten nicht nur die im rhombischen und monoklinoëdrischen Systeme

aufgestellten allgemeinen, sondern auch die in §. 440 enthaltenen besondern Regeln, welche freilich zuvorst in die, der Zerstückelung der Gestalten angemessene Sprache und Bezeichnung übersetzt werden müssen, und wegen dieser Parcellirung nicht selten ihre Anwendbarkeit verlieren. So muss z. B. die Regel Nr. 4 aus §. 440 für gegenwärtiges System so ausgesprochen werden: dasjenige halbe Klinoprisma, dessen Flächen die Combinationsecke zwischen mP' , $m'P$, $\infty P'$ und ∞P so abstumpft, dass die Abstfl. als Parallelogramme erscheinen, ist allgemein $2mP\infty$; u. s. w.

§. 518.

Gebrauch der Combinationsgleichung.

Um so wichtiger wird der Gebrauch der Combinationsgleichung in §. 68, welche für dieses System ganz in derselben Art wie für das rhombische System ihre Anwendung findet. Nur sind die schon früher erwähnten Vorsichtsregeln ganz besonders zu berücksichtigen, indem man jedenfalls die Lage der beiden bekannten Flächen und die dieser Lage entsprechenden positiven oder negativen Werthe ihrer Parameter genau bestimmen muss, bevor man die Coefficienten dieser Parameter in die Combinationsgleichung einführt. Bei gehöriger Berücksichtigung der Lage der Flächen in diesem oder jenem Octanten wird die CG. jedenfalls schnell und sicher zur Auffindung der Relation gelangen lassen, welche zwischen den Ableitungszahlen irgend einer unbekannteren Fläche Statt findet, die in die Zone zweier bekannter Flächen fällt.

§. 519.

Berechnung der Combinationskanten.

Die Berechnung der Combinationskante geschieht hier, wie in den vorhergehenden Systemen, auf verschiedene Art, je nach der verschiedenen Lage der CK.

- A. Ist nämlich die CK. zweier Flächen einem der Hauptschnitte parallel, so berechnet man die resp. Neigungswinkel beider Flächen gegen denselben Hauptschnitt, also X und X' , wenn die CK. parallel $\infty\bar{P}\infty$; Y und Y' , wenn sie parallel $\infty\bar{P}\infty$; Z und Z' , wenn sie parallel OP . Das Supplement der Differenz, oder, wenn die Flächen zu beiden Seiten des Hauptschnittes liegen, die Summe beider Winkel ist die gesuchte CK.
- B. Ist die CK. keinem der Hauptschnitte parallel, so berechnet man wiederum für beide Flächen ihre resp. Neigungswinkel gegen einen beliebigen der drei Hauptschnitte (z. B. die Winkel X und X'), zugleich aber auch die gleichnamigen resp. Hauptschnittwinkel beider Flächen (z. B. μ und μ'). Diese Flächen bilden nämlich mit dem gewählten Hauptschnitte ein Triëder, in welchem zwei Kantenwinkel nebst dem eingeschlossenen Flächenwinkel (nämlich X und X' , nebst dem Winkel $180^\circ - (\mu - \mu') = \Sigma$) bekannt sind; man findet also den dritten Kantenwinkel, welcher die gesuchte CK. Π ist, nach der bekannten Formel

$$\cos \Pi = \cos \Sigma \sin X \sin X' - \cos X \cos X'$$

B. Beispiele der Entwicklung und Berechnung.

§. 520.

Combination des Anorthites.

Als Beispiel der Entwicklung und Berechnung wähle ich zuvörderst die in Fig. 534 dargestellte Combination des Anorthites, weil sich solche in ihren Symmetrieverhältnissen einer monoklinoëdrischen Combination nähert, und daher ziemlich den höchsten Grad der Symmetrie zeigt, welcher in diesem Systeme Statt finden kann.

Sie ist eine zwölffzählige Combination, in welcher

wir $P = OP$, $T = \infty P'$ und $l = \infty P$ setzen, wodurch sich die Lage der beiden verticalen Hauptschnitte bestimmt, obwohl solche nicht ausgebildet erscheinen. Von den übrigen Flächen gehören nun

- 1) in die Hauptreihe m , o , p und u ,
- 2) in die makrod. Nebenreihe t , y und x ,
- 3) in die brachyd. Nebenreihe n und e .

Die Viertelpyramide m sey uns ein Glied der Grundgestalt, also

$$m = P$$

so folgt für t , weil sie die CK. zwischen m und T abstumpft,

$$t = 2P'\infty$$

für e , weil sie die CK. zwischen m und der hinteren Fläche T abstumpft,

$$e = 2\bar{P},\infty$$

Nun wird aber durch dieselbe Fläche e die CK. zwischen l und der oberen Gegenfläche von p abgestumpft, also ist

$$p = P,$$

Weil ferner die CK. von o und p , welche durch x abgestumpft wird, dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallel ist, so folgt nicht nur, dass

$$o = P,$$

sondern auch, dass

$$x = \bar{P},\infty$$

Aus den bereits für andere Gestalten angeführten Gründen ergibt sich endlich, dass

$$y = 2\bar{P},\infty$$

$$u = 2P$$

$$n = 2P'\infty$$

Die Entwicklung dieser Combination ist also unabhängig von allen Messungen.

§. 521.

Fortsetzung; Berechnung.

Da von den drei Coordinatebenen nur die eine

OP in der Combination erscheint, so lassen sich die drei Winkel A , B und C nicht unmittelbar beobachten, und müssen also aus andern Winkeln abgeleitet werden. Gustav Rose beobachtete jedoch andre Krystalle, an welchen die scharfen Seitenkanten des Prismas $\infty P'$ durch das brachydiagonale Flächenpaar $M = \infty \bar{P} \infty$ abgestumpft sind, und fand folgende Winkel:

$$P : M \text{ (rechts)} = 85^\circ 48'$$

$$T : M = 117^\circ 28'$$

$$T : l = 120^\circ 30'$$

$$P : n = 133^\circ 13'$$

$$P : T = 110^\circ 57'$$

Das Supplement $62^\circ 32'$ des Winkels $T : M$ ist der Winkel Y für $\infty P'$; subtrahiren wir diesen Winkel von $T : l$, so erhalten wir den Winkel Y für $\infty P = 57^\circ 58' = Y'$.

Das Supplement von $P : T$ oder $69^\circ 3'$ ist der Winkel Z in $\infty P'$.

Der Winkel $P : M$ ist $= OP : \infty \bar{P} \infty$, also

$$C = 85^\circ 48'$$

und endlich das Supplement des Winkels $P : n = 46^\circ 47'$ der Winkel Z in $2, \bar{P}' \infty = Z'$. Aus den Winkeln Z , Y und C findet sich der Mittelpunctswinkel

$$\beta = 63^\circ 45'$$

und, weil $\sin \tau = \frac{\sin Y \sin \beta}{\sin Z}$

für $\infty P'$ der Hauptschnittwinkel

$$\tau = 58^\circ 26'$$

Aus β , Y' und $180^\circ - C$ findet sich der gleichnamige Hauptschnittwinkel τ' für ∞P

$$\tau' = 56^\circ 35'$$

Da nun τ und τ' zwei coordinirten Hemiprismen angehören, so wird nach der Formel

$$\text{tang } \alpha = \frac{2 \sin \tau \sin \tau'}{\sin(\tau - \tau')}$$

der Mittelpunctswinkel

$$a = 88^{\circ} 42'$$

und zwar gehört dieser Winkel zu $\infty P'$, sein Supplement zu ∞P , weshalb für das erstere Hemiprisma, oder für die Fläche T

$$\sigma = 180^{\circ} - (a + \tau) = 32^{\circ} 52'$$

Da nun

$$b : c = \sin \tau : \sin \sigma$$

so wird, wenn wir die halbe Brachydiagonale $c = 1$ setzen,

$$b = 1,570$$

Für das brachydiagonale geneigte Hemiprisma n fanden wir $Z' = 46^{\circ} 47'$; also wird für selbiges

$$Y' = 180^{\circ} - (Z' + C) = 47^{\circ} 25'$$

da nun $\sin Z' \sin a : \sin Y' \sin \beta = 2a : b$

so wird, für vorstehende Werthe von b und c ,

$$a = 0,866$$

Was die noch übrigen Angulardimensionen A , B und γ betrifft, so sind selbige leicht aus den bekannten Winkeln C , a und β zu berechnen; man findet mittels der Neperschen Analogien zuvörderst A und B , welche im Octanten der Fläche P' mit folgenden Werthen erscheinen

$$A = 87^{\circ} 0'$$

$$B = 116^{\circ} 23'$$

und endlich den Winkel

$$\gamma = 86^{\circ} 48,5'$$

Die Krystallreihe des Anorthites wird also durch die Lineardimensionen

$$a : b : c = 0,866 : 1,570 : 1$$

und durch die Angulardimensionen

$$A = 87^{\circ} 0' \text{ oder } a = 88^{\circ} 42'$$

$$B = 116^{\circ} 23' \quad - \quad \beta = 116^{\circ} 15'$$

$$C = 85^{\circ} 48' \quad - \quad \gamma = 86^{\circ} 48,5'$$

charakterisirt.

§. 522.

Combinationen des Kupfervitriols.

Als zweites Beispiel wähle ich die Krystallformen des Kupfervitrioles, weil solche den höchsten Grad der Unsymmetrie zeigen, welcher in diesem Systeme Statt finden kann.

Setzen wir in Fig. 535 bis 537

$$\begin{aligned} \text{die Flächen } o &= OP \\ - \quad - \quad - \quad n &= \infty \bar{P} \infty \\ - \quad - \quad - \quad r &= \infty \bar{P}' \infty \\ - \quad - \quad - \quad T &= \infty P' \\ - \quad - \quad - \quad M &= \infty' P \end{aligned}$$

so ordnen sich die übrigen Flächen, wie folgt:

- 1) in die Hauptreihe, P ,
- 2) in die brachyd. Nebenreihe, p , q , v und w ,
- 3) in brachyd. Zwischenreihen, i , s , x und m .

Einige dieser Theilgestalten sind unmittelbar zu bestimmen. Da nämlich die CK. von p und P dem makrodiagonalen Hauptschnitte parallel ist, so wird, wenn $P = P'$

$$p = \bar{P}' \infty$$

und da v die CK. zwischen P und der hinteren Fläche M abstumpft, so ist

$$v = 2, \bar{P}' \infty$$

Für andere der unbekanntenen Gestalten lässt sich wenigstens eine Relation nachweisen, durch welche ihre Bestimmung nur von einer Messung abhängig gemacht wird. Weil z. B. die CK. von P und i , P und s , P und x dem brachydiagonalen Hauptschnitte parallel laufen, so sind die beiden Ableitungszahlen jeder dieser Gestalten einander gleich, und es ist daher

$$\begin{aligned} i &= \bar{m}' \bar{P} m \\ s &= m \bar{P}' m \\ x &= m'' \bar{P}' m'' \end{aligned}$$

Da endlich die CK. von i und w in eine Paral-

lelebene des makrodiagonalen, und die CK. von s und m in eine Parallelebene des basischen Hauptschnittes fällt, so sind diese beiden Hemiprismen durch die genannten Viertelpyramiden bestimmt, und es wird

$$w = m' \check{P} \infty$$

$$m = \infty \check{P}' m'$$

Ausser den drei Viertelpyramiden i , s und x erfordert daher nur noch das geneigte Hemiprisma g eine Messung zu seiner Bestimmung. Bevor jedoch diese Bestimmung möglich ist, müssen die Dimensionen der Grundgestalt bekannt seyn, zu deren Berechnung wir also zunächst übergehen.

§. 523.

Fortsetzung.

Kupffer hat am Kupfervitriol mehre Winkel gemessen, von welchen wir folgende fünf unsern Berechnungen zu Grunde legen:

$$n : r = 100^\circ 41', \text{ also } A = 79^\circ 19'$$

$$T : r = 110^\circ 10', \text{ also } Y \text{ in } \infty P' = 69^\circ 50'$$

$$P : r = 103^\circ 27', \text{ also } Y \text{ in } P' = 76^\circ 33'$$

$$p : n' = 109^\circ 38', \text{ also } X \text{ in } \check{P}' \infty = 109^\circ 38'$$

$$P : T = 127^\circ 40'$$

Der Gang der Rechnung ist nun folgender.

In dem von den Flächen P , T und dem brachydiagonalen Hauptschnitte gebildeten Triëder sind alle drei Kantenwinkel bekannt, man findet also leicht den Gegenwinkel der Kante $P : T$, welcher das Supplement des Hauptschnittwinkels π für P' ist, und daher:

$$\pi = 54^\circ 26,5'$$

so wie den Gegenwinkel der Kante $T : r$, oder den ebenen Winkel auf P' :

$$\xi = 74^\circ 44'$$

In dem Triëder, welches die Fläche P mit den beiden verticalen Hauptschnitten bildet, sind bekannt

der Winkel $A = 79^\circ 19'$

der Winkel Y in $P' = 76^\circ 33'$

der zwischenl. ebene Winkel $\pi = 54^\circ 26,5'$

man erhält daher für P' den Hauptschnittwinkel

$$\mu = 67^\circ 9'$$

In dem Triëder, welches die Fläche p mit den beiden verticalen Hauptschnitten bildet, sind bekannt

der Winkel $A = 79^\circ 19'$

der Winkel X in $p = 109^\circ 38'$

der Winkel $\mu = 67^\circ 9'$

man erhält also den der Kante X gegenüberliegenden ebenen Winkel, welcher das Supplement zu dem Mittelpunctwinkel β ist, und folglich

$$\beta = 73^\circ 10,5'$$

und, da $180^\circ = \beta + \pi + \varrho$

$$\varrho = 52^\circ 23'$$

In dem Triëder, welches von der Fläche P , dem brachydiagonalen und basischen Hauptschnitte gebildet wird, sind nun bekannt

der Flächenwinkel $\varrho = 52^\circ 23'$

der Flächenwinkel $\xi = 74^\circ 44'$

der zwischenl. Kantenwinkel $Y = 76^\circ 33'$

man findet also mittels der Neperschen Analogien die beiden andern Kanten, von welchen die kleinere die Mittelkante Z in P' , die grössere der Neigungswinkel C des brachydiagonalen und basischen Hauptschnittes ist; nämlich

$$Z = 54^\circ 58'$$

$$C = 85^\circ 38'$$

In dem von den drei Hauptschnitten gebildeten Triëder sind nun bekannt:

der Kantenwinkel $A = 79^\circ 19'$

der Kantenwinkel $C = 85^\circ 38'$

der Flächenwinkel $\beta = 73^\circ 10,5'$

man findet also zuvörderst mittels der Neperschen Analogien die beiden andern Flächenwinkel:

$$a = 77^\circ 37,5'$$

$$\gamma = 82^\circ 21,5'$$

und darauf den dritten Kantenwinkel

$$B = 74^\circ 22'$$

womit denn die Bestimmung der Angulardimensionen des Kupfervitriols vollendet ist.

Die Lineardimensionen finden sich leicht aus den für die Viertelpyramide P' bekannten Hauptschnittwinkeln π , ϱ , μ und ν^*); ist nämlich die Hauptaxe $a = 1$, so wird

die Makrodiagonale $b = \frac{\sin \mu}{\sin \nu} = 1,816$

die Brachydiagonale $c = \frac{\sin \pi}{\sin \varrho} = 1,027$

und wir erhalten daher folgende Uebersicht der Dimensionen des Kupfervitriols**):

$$a : b : c = 1 : 1,816 : 1,027$$

$$A = 79^\circ 19' \text{ oder } a = 77^\circ 37,5'$$

$$B = 74^\circ 22' \quad - \quad \beta = 73^\circ 10,5'$$

$$C = 85^\circ 38' \quad - \quad \gamma = 82^\circ 21,5'$$

§. 524.

Fortsetzung.

Nachdem die Dimensionen der Krystallreihe gefunden sind, ist es leicht, die noch unbekanntesten Gestalten aus den erforderlichen Beobachtungselementen zu bestimmen.

Es ist nämlich nach approximativen Messungen der Neigungswinkel

*) Es ist nämlich $\nu = 180^\circ - (\mu + \gamma) = 80^\circ 29,5'$.

**) Diese Dimensionen stimmen fast ganz mit den auf S. 257 in meinem Lehrbuche der Mineralogie; nur sind daselbst die Winkel in einer andern Folge mit A , B , C , α , β und γ bezeichnet. Die kleinen Differenzen in den numerischen Werthen rühren daher, dass ich beide Male nicht ganz von denselben Beobachtungselementen ausgegangen bin.

$$\begin{aligned} \text{von } r:i &= 139^\circ \\ - r:s &= 125^\circ \\ - r:x &= 139^\circ\frac{1}{2} \end{aligned}$$

Man berechnet nun zuvörderst aus einem jeden dieser Winkel, aus dem bekannten Winkel A (welcher für i stumpf, für s und x spitz zu nehmen) so wie aus dem ebenen zwischengelegenen Winkel π (welcher = $54^\circ 26,5'$) die Werthe des Winkels μ für die drei Viertelpyramiden, sucht hierauf zu jedem Winkel μ den zugehörigen Winkel ν nach der Formel

$$180^\circ = \mu + \nu + \gamma$$

und berechnet dann, mittels der Proportion

$$\sin \mu : \sin \nu = b : a$$

die Axenlängen a dieser Pyramiden; es ergeben sich auf diesem Wege die approximativen Resultate, dass

$$s = 2\bar{P}'2$$

$$x = 3\bar{P}'3$$

$$i = 2'\bar{P}2$$

und folglich auch, dass

$$w = 2'\bar{P},\infty$$

$$m = \infty\bar{P}'2$$

Berechnet man rückwärts aus diesen Zeichen die Winkel, so findet man

$$\text{Winkel } \mu \text{ für } s = 45^\circ 40,25'$$

$$- - - - x = 33^\circ 1,25'$$

$$- - - - i = 38^\circ 45,75'$$

ferner die Combinationskanten

$$r:i = 138^\circ 46' \text{ und } P:i = 117^\circ 47'$$

$$r:s = 124^\circ 58' - P:s = 158^\circ 29'$$

$$r:x = 139^\circ 20' - P:x = 144^\circ 7'$$

Endlich giebt die Beobachtung

$$r:q = 121^\circ\frac{2}{3}$$

woraus auf ähnliche Weise berechnet wird, dass

$$q = 2'\bar{P},\infty$$

Berechnet man rückwärts aus diesem Zeichen, so

wie aus den Zeichen der Hemiprismen *v* und *w* ihre CK. zu *r* und *n*, so folgt:

$$r : q = 121^{\circ} 41' \text{ und } n : q = 81^{\circ} 41'$$

$$r : v = 135^{\circ} 10' \quad - \quad n : v = 70^{\circ} 38'$$

$$r : w = 139^{\circ} 12' \quad - \quad n : w = 87^{\circ} 24'$$

woraus sich ergibt, dass die von mir mit *v* und *w* bezeichneten Flächen identisch mit den Flächen sind, welche Kupffer mit *u* und *s* bezeichnete; so wie seine Flächen *k* unsre Flächen *p* sind.

A n h a n g.

Darstellung der tesseraleen Gestalten als tetragonaler und rhomboëdrischer Combinationen.

Die Gestalten des Tesseralsystemes lassen sich als tetragonale, rhomboëdrische oder rhombische Combinationen darstellen, wenn man eine ihrer Hauptaxen, ihrer trigonalen oder rhombischen Zwischenaxen als eminente Hauptaxe, und demgemäss das Oktaëder als eine tetragonale Pyramide *P*, das Hexaëder als ein Rhomboëder *R*, oder acht Flächen des Rhombendodekaëders als eine rhombische Pyramide *P* betrachtet. Da besonders die Deutung der tesseraleen Gestalten als tetragonaler und rhomboëdrischer Combinationen einiges Interesse hat, nicht nur weil für sie bei unregelmässiger Ausbildung der Schein einer solchen Combination nicht selten sehr täuschend hervorgerufen wird, sondern auch, weil neuerdings wieder gewisse Ansichten über den Zusammenhang des tetragonalen und hexagonalen Systemes mit dem tesseraleen Systeme geltend gemacht worden sind, so dürfte folgende allgemeine Auflösung des Problemes, die tesseraleen Gestalten als tetragonale oder rhomboëdrische