

**www.e-rara.ch**

## **Vorlesungen über Geschichte der Mathematik**

**Cantor, Moritz**

**Leipzig, 1880-1908**

**ETH-Bibliothek Zürich**

Shelf Mark: Rar 10312

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-17756>

XI. Die Zeit von 1400-1450.

---

### **www.e-rara.ch**

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

---

**Nutzungsbedingungen** Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

**Terms of Use** This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

**Conditions d'utilisation** Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

**Condizioni di utilizzo** Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

XI. Die Zeit von 1400—1450.

—

XI. Die Zeit von 1400-1450.

## Kapitel I.

### Deutsche Rechenlehrer. Johann von Gemunden, Georg von Peurbach.

Wir haben zu Beginn des XLVIII. Kapitels ein Zurückweichen der mathematischen Wissenschaften in Frankreich und England für den Anfang des XV. Jahrhunderts angekündigt.

Was die englische Mathematik betrifft, so könnten vielleicht Forschungen im Lande selbst ein günstigeres Ergebniss liefern, als wir anzunehmen geneigt sind, wenn es wahr sein sollte, was ein Schriftsteller<sup>1)</sup> berichtet, dass grade damals ein ganzer Flug von Mathematikern (a coye of mathematicians) aufstieg. Zur Veröffentlichung gelangten indessen bisher nur ärmliche Zeugnisse. Wenn z. B. Höhenmessungen mit der festen Stange (Bd. I, S. 741) vorgenommen werden,<sup>2)</sup> so ist das doch ein entschiedener Rückschritt, und einen grossen Fortschritt können wir auch nicht in den Vorlesungen des Johannes Norfolk<sup>3)</sup> über Progressionen, Johannis Norfolk in artem progressionis Summula, erkennen, welche 1445 gehalten wurden. Als eigene Erfindung wird der Inhalt ohnehin nicht vorgebracht. Progressionen seien von einem gewissen Könige Algor von Castellien (sic!) in seinem Algorismus der ganzen Zahlen gelehrt und sollen hier nur vor Vergessenheit bewahrt werden. Die Vergessenheit scheint aber allerdings schon angefangen zu haben, denn 1, 2, 3, 4, 5, 6 oder 2, 7, 12, 17, 22 wird eine *geometrische*, und 1, 2, 4, 8, 16 oder 1, 3, 9, 27 eine *arithmetische Progression* genannt! Nehmen wir diese Benennungen in den Kauf, so besteht Norfolk's obendrein geborgte Weisheit darin, dass die von ihm sogenannte geometrische Progression in *stetige* und *unterbrochene* zerfällt, je nachdem die Differenz 1 oder grösser als 1 ist, dass ferner unterschieden wird, ob die Gliederzahl grad oder ungrad ist, und dass für alle vier Fälle Regeln der Summenbildung angegeben werden. Von seinen arithmetischen Progressionen nennt Norfolk nur die der Potenzen

<sup>1)</sup> Fuller, *History of the worthies of England* (ed. 1811) II, 413. <sup>2)</sup> Halliwell, *Rara Mathematica* pag. 29—31. <sup>3)</sup> Ebenda pag. 94—106. Die Datierung pag. 103.

von 2, also 2, 4, 8, 16 u. s. w. Sie werde summiert, indem man das erste Glied von dem verdoppelten letzten Gliede abziehe. Namen von Lehrern der Astronomie an englischen Universitäten in diesem Zeitraume sind uns gleichfalls aufbewahrt, aber von mathematischen Werken derselben etwa über das Grenzgebiet der Trigonometrie ist nicht mehr die Rede, so dass ein Ueergehen jener blossen Namen mehr als nur gerechtfertigt für uns erscheint. Ferner sind uns Prüfungsordnungen der Universität Oxford erhalten.<sup>1)</sup> Für das Baccalaureat war im Jahre 1408 Rechnen mit ganzen Zahlen und Kirchenrechnung vorgeschrieben. Die Anforderungen für das Licentiat sind von 1431 bekannt. Sie belaufen sich auf die Arithmetik und Musik des Boethius, auf euklidische Geometrie ohne Angabe der geforderten Bücherzahl oder statt ihrer auf die Perspektive des Witelo, endlich auf astronomische Kenntnisse nach Ptolemäus. Man kann ja zugeben, dass diese Anforderungen schon über das in Paris nicht gar lange vorher geforderte Maass (S. 127) hinausgehen, aber den Anforderungen wie den Leistungen von Prag und Wien sind sie nicht zu vergleichen.

Haben wir soeben der Satzungen der Universität Paris aus dem XIV. Jahrhunderte gedacht, so brachte eine 1452 durch den päpstlichen Legaten Tuttavilleo vorgenommene Neuordnung<sup>2)</sup> keine Besserung. Für das Baccalaureat war Mathematik gar nicht vorgeschrieben, für das Licentiat aliqui libri mathematici, eine irgend nähere Bestimmung dieser Schriften fehlt.

Den niedrigen Stand der mathematischen Studien in Frankreich bestätigt ferner die geringe Anzahl von Namen, welche wir auffinden. Höchstens eine einzige Persönlichkeit haben wir aus der ersten Hälfte des XV. Jahrhunderts zu nennen: Pierre d'Ailly,<sup>3)</sup> gewöhnlich Petrus de Alliaco genannt, wurde 1350 in Compiègne geboren. Er war eine Zeit lang Vorsteher des Collège de Navarre in Paris, später Rektor der pariser Universität. Papst Johann XXIII. ernannte ihn zum Bischof von Cambrai und zum Cardinal-Legaten für ganz Deutschland. Er starb in Avignon etwa 70 Jahre alt; als sein Todestag wird allgemein der 8. August genannt, für das Todesjahr wechseln aber die Angaben zwischen 1419, 1420 und 1425. D'Ailly nahm am Concile von Konstanz theil und legte demselben einen Vorschlag zur Kalenderverbesserung vor. Man solle alle 130 Jahre einen Schalttag weglassen, um den Irrthum wieder gut zu machen, der in der zu grossen Annahme der Jahresdauer von  $365\frac{1}{4}$  Tagen läge. Das ist die ganze Thätigkeit, um derenwillen wir D'Ailly allenfalls erwähnen durften. Die Geschichte der Geographie nennt noch sein 1410 ge-

<sup>1)</sup> Suter, Math. Univ. S. 52.    <sup>2)</sup> Ebenda.    <sup>3)</sup> Weidler, *Historia astronomiae* pag. 295–296. — Poggendorff I, 19. — Suter, Math. Univ. S. 44.

schriebenes Buch *de imagine Mundi*, aus welchem Columbus sich mancherlei für seine Reisepläne nicht unwichtige Kenntnisse angeeignet haben soll.

Wir begeben uns nach Deutschland. Gleich mit Anfang des XV. Jahrhunderts haben wir als kennzeichnend das Auftreten der Modisten<sup>1)</sup> anzuführen. Ein Modist war ein Kenner der „alamodischen“ Schreibkunst, d. h. der damals zur Mode gelangenden Kanzleischrift im Gegensatze zu dem alten Schriftzügen. Solche Kunst und die Anfangsgründe des Wissens überhaupt lehrte der Modist die zu ihm zur Schule gehenden Kinder, vorzugsweise Knaben, aber auch Mädchen genossen schon einen gewissen Unterricht.<sup>2)</sup> Der Lehrplan für die Knaben umfasste frühzeitig die Anfangsgründe der Rechenkunst, und seitdem kann man den Modisten auch als Rechenlehrer betrachten, der gewerbsmässig dieser Beschäftigung sich widmete und daraus seinen Lebensunterhalt zog. Schon 1409 wird von Jobs Kapfer, Stulschreiber in Nürnberg, berichtet, der „kint lernt“. 1422 war in Frankfurt am Main ein gewisser Heincze, kinderlehrer; der auch unter dem Namen Heincze schreiber der modiste vorkommt. Aehnliche Verhältnisse walteten aller Orten in Deutschland, und aus den von Einzelnen ins Leben gerufenen und geleiteten, aber amtlich erlaubten und besteuerten Unterrichtsanstalten entwickelte sich allmählich die deutsche Schule im Gegensatze zur Lateinschule, im ferneren Gegensatze zur nicht erlaubten, aber darum doch in halb öffentlichem Geheimnisse entstehenden Winkelschule. Auf allen diesen Schulen, welcher Art sie angehörten, kann der Rechenunterricht nicht elementar genug gedacht werden. Kaum irgendwo wird er das Rechnen mit ganzen Zahlen überschritten haben, Lehrbücher der Modisten scheinen sich nicht erhalten zu haben wohl aber ein solches für die Lateinschule.<sup>3)</sup> Es ist durch eine basler Handschrift bekannt und in derselben nach Zeit und Bestimmung gekennzeichnet. An das Rechenbuch schliesst sich nämlich eine von derselben Hand geschriebene andere Abhandlung an, und an deren Ende hat der Schreiber sich als einen Hildesheimer Stiftschüler Bernhard unterzeichnet und das Jahr 1445 als das der Vollendung jener Schrift angegeben. Spätestens 1445 muss also Bernhard der Stiftschüler auch das Rechenbuch zu Ende geschrieben haben, und man geht wohl kaum in der Annahme fehl, er würde

<sup>1)</sup> Günther, Unterricht Mittela, S. 294—297; über das Wort Modist S. 295. — Unger, Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart (1888) S. 17—19. Wir citiren dieses Buch künftig als Unger schlechtweg. <sup>2)</sup> Unger S. 20. <sup>3)</sup> Das älteste deutsche Rechenbuch herausgegeben und übersetzt von Friedrich Unger, Zeitschr. Math. Phys. XXXIII, Histor.-liter. Abthlg. S. 125—145. Der Text stammt aus der Handschrift F. VII. 12 der basler Universitätsbibliothek.

des Beiwortes „Hildesheimer Stiftsschüler“ sich nicht bedient haben, wenn das Rechenbuch nicht für jene Stiftsschule bestimmt gewesen wäre, welche unzweifelhaft eine Lateinschule war. Um so verwunderlicher freilich erscheint es, dass das Rechenbuch nicht in lateinischer, sondern in niederdeutscher Sprache verfasst ist, wobei die Kunstaussdrücke natürlich lateinische blieben. Ob Bernhard es selbst verfasst, ob nur abgeschrieben hat, darüber fehlt jegliche Auskunft. Das Rechenbuch Bernhard's, wie wir uns deshalb etwas doppelsinnig auszudrücken bescheiden müssen, lehrt nur das Rechnen mit ganzen Zahlen in dem uns schon oft bekannt gewordenen Umfange mit den 7 Rechnungsarten der Addition und Subtraktion, der Verdoppelung und Halbierung, der Multiplikation und Division, der Wurzelausziehung. Addition, Subtraktion und Halbierung beginnen rechts (an die recht syde), die übrigen Rechnungsarten links (an die slinker syde). Bei der Lehre vom Anschreiben der Zahl ist der numerus digitus vom numerus articulus und vom numerus compositus oder mixtus unterschieden. Beim Subtrahieren (aff treeken) ist das Borgen (aff dren) einer Einheit von der Ziffer nächsthöherer Ordnung, welche 10 werth ist (die een is 10 weerf) vorgeschrieben, die nächste Ziffer bleibt um die geborgte Einheit erniedrigt. Beim Multiplicieren wird 9 mal 8 in 10 weniger 1 mal 8 verwandelt, also 8 von 80 abgezogen. Das Dividieren erfolgt überwärts. Quadrat- und Kubikwurzeln werden so weit ausgezogen, als es ganzzahlig möglich ist, von weitergehender Annäherung ist keine Rede. Man sieht, es ist das alte in den Klosterschulen bekannte und gelehrte Rechnen, welches wir bis auf Jordanus in Europa zurückverfolgen können. Kaum dass im Wortlaut ein Unterschied von dem ältesten handwerksmässigen Leitfadern, dem des Johannes von Sacrobosco, wahrnehmbar wäre.

Klopfen wir an die Thüre der deutschen Universitäten, so finden wir zwar Mathematik über das Rechnen hinaus, das Rechnen selbst aber auf keiner höheren Stufe als an den vorbereitenden Schulen. Wien war, wie wir (S. 127) gesagt haben, die vorzugsweise mathematische Universität. An ihr wirkte Johann von Gemunden.<sup>1)</sup> Er mag um 1380 geboren sein. Für seine Heimath hielt man bald Gmunden am Traunsee, bald ein Dorf Gemünd in Niederösterreich, neuerdings sucht man sie in Schwäbisch Gemünd. Die letztere Meinung stützt sich auf die Auffindung eines Computus, welchen im Jahre 1404 Johannes Wissbier de Gamundia ulme studens

<sup>1)</sup> Allg. deutsch. Biogr. XIV, 456—457. Ueber die wissenschaftlichen Leistungen vergl. M. A. Stern in Ersch und Gruber's Allgem. Encyklop. der Wissensch. u. Kunst II. Sektion, 22. Theil S. 188—190. — C. J. Gerhardt, Geschichte der Mathematik in Deutschland (1877) S. 5—8. Wir citiren dieses Buch künftig als Gerhardt, Math. Deutschl. — Günther, Unterricht Mittela. S. 232—235.

verfasst hat. Dieser Verfassersangabe hat man einestheils entnommen, dass schon um die Wende des XIV. zum XV. Jahrhundert die ober-schwäbische Reichsstadt eine Art von Bildungsmittelpunkt für die süddeutschen Länder abgab, und dieses Ergebniss wird unter allen Umständen zu bemerken sein, anderntheils dass ein in Ulm dem Studium Obligender mit grösserer Wahrscheinlichkeit dem benachbarten schwäbischen Gemünden als dem Städtchen im Salzkammergute oder gar einem niederösterreichischen Dorfe entstammte. Fraglich bleibt die Sache immer, so lange der Familienname des gemünder Professors in Wien nicht gesichert ist, ob er Wissbier hiess, oder wie sonst. Man findet zwar die Angabe,<sup>1)</sup> jener Professor sei in dem Todtenregister der Domherrn zu St. Stephan, unter welche er 1411 aufgenommen wurde, als Johannes Nyden de Gemünden eingetragen, doch scheint sie ebensowenig urkundlich nachweisbar als ein dritter Familienname Schindel, der gleichfalls berichtet wird Von Johannes Schindel aus Königsgrätz dürfte vielmehr sicher gestellt sein,<sup>2)</sup> dass er eine auch dem Heimathsorte nach von Johannes von Gemunden verschiedene Persönlichkeit war. Dass Johannes Wissbier 1404 in Ulm studierte und Johannes von Gemunden am 21. März 1406 in Wien zum Magister der freien Künste wurde, kann bei der oftmals sehr langen Zeit, über welche Studien sich ausdehnten, einen Widerspruch nicht bilden. Die Lehrthätigkeit an den Universitäten war damals noch keine nach Fächern streng gesonderte, so wenig es Studierende dieses oder jenes Einzelfaches in der Artistenfakultät gab. Eigentliche Fachwissenschaften waren noch nicht so hoch entwickelt, um eine besondere Lebensaufgabe des Einzelnen bilden zu müssen. Wer lehren wollte, war bereit Alles zu lehren und musste um so mehr dazu bereit sein, nachdem (S. 129) die Ueberzahl der Lehrer in Wien den uns heute so unmöglich scheinenden Ausweg betreten liess, dass am Jahresanfang durch Verlosung die Reihenfolge bestimmt wurde, nach welcher die Professoren Gegenstand und Stunde der Vorlesung sich wählen durften. Wer spät zur Wahl kam, musste in beiden Beziehungen mit dem vorlieb nehmen, was die Vorgänger verschmäht hatten. Vor und nach Johannes von Gemunden finden wir daher Nichtmathematiker mit mathematischen, Mathematiker mit nichtmathematischen Vorlesungen betraut, wenn wir unseren eigenen Aeusserungen entgegen diese Bezeichnungen beibehalten dürfen. Mathematiker nennen wir nicht solche Persönlichkeiten einer frühen Zeit, welche ausschliesslich der Mathematik ihr öffentliches Leben widmeten, denn solche gab es nicht, sondern Männer, deren Spuren die Geschichte erhalten hat; von wem

<sup>1)</sup> Rud. Wolf, Geschichte der Astronomie S. 86. <sup>2)</sup> Czerny im Archiv für Oesterreichische Geschichte (1888) LXXII, 300—301.

derartige Spuren nicht vorhanden sind, der ist für uns Nichtmathematiker gewesen. Johannes von Gemunden selbst begann mit philosophischen Vorlesungen, wie z. B. mit einer Vorlesung *De sensu et sensato*. Im Jahre 1412 lehrte er den *Algorismus de integris*, 1414 *Perspectiva communis*, 1416 und 1417 *Algorismus de minutiis*. Seit 1420 las er über die verschiedensten mathematischen Gegenstände, aber ausschliesslich über solche, bald über die *Elemente* Euklid's und die *Sphaera materialis*, bald über die *Theoriae planetarum*, bald über den Gebrauch des *Astrolabiums*, welche letztere Vorlesung er zuerst in Wien einführte. Es mag wohl allmählig die Gewohnheit sich herausgestellt haben, ihm, zu welchem Augenblicke auch die Reihe ihn traf, denjenigen Gegenstand freizuhalten, den er grade vorzutragen wünschte, und damit war der allmähliche Uebergang von der Professur in der Artistenfakultät überhaupt zur Fachprofessur der Mathematik in Wien angebahnt. Allerdings setzte eine solche Rücksichtnahme auf persönliche Wünsche des Einzelnen eine hohe Achtung voraus, in welcher er selbst und seine Lehrthätigkeit bei den Mitprofessoren stehen musste. Dass dem bei Johannes von Gemunden so war, wird auch dadurch bestätigt, dass man ihm 1418 gestattete, während einer Unpässlichkeit von längerer Dauer seine Vorlesungen im eigenen Hause zu halten, was gegen alle Regel war. Er setzte seine erspriessliche Thätigkeit bis zu seinem am 23. Februar 1442 erfolgenden Tode fort. Seine Bücher und Instrumente hatte er, unter dem Vorbehalte sie lebenslänglich frei benutzen zu dürfen, schon 1435 der Universität geschenkt. Die Bücher sollten in der Bibliothek gesondert aufgestellt und gegen Entrichtung eines in die Fakultätskasse fliessenden Betrages auch ausgeliehen werden. So war Johannes von Gemunden gewiss eine hochansehnliche Lehrkraft. Die Geschichte der Astronomie hebt rühmend hervor, dass er einen, vielleicht auch zwei Kalender anfertigte, die in Holz geschnitten und auf diese Weise vervielfältigt wurden,<sup>1)</sup> dass auch andere Tabellen, z. B. die ersten Ephemeriden, von ihm berechnet wurden. In seinen Vorlesungen über den *Algorismus de integris* hat Johannes von Gemunden stets *Sacrobosco's* Leitfaden zu Grunde gelegt. In den Vorlesungen über das Bruchrechnen benutzte er sicherlich wenigstens zum Theil eine von ihm selbst verfasste Anleitung, welche 1515 in Wien gedruckt worden ist, und welche den Titel führt: *Tractatus de Minutiis phisicis compositus Viennae Austriae per M. Joannem de Gmunden.*<sup>2)</sup> Welches Buch er bei dem Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen benutzte, darüber sind wir leider ohne Auskunft. Unter den *minutiae phisicae*

<sup>1)</sup> von Zach, *Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde* XVIII, 583—593 mit einem Abdruck einer der erhaltenen Originalholzschnitttafeln. Ferner ebenda XIX, 196—198 und 284—292. <sup>2)</sup> Wir berichten nach dem Auszuge bei Gerhardt, *Math. Deutschl.* S. 5—8.

nämlich sind, wie immer unter diesem Ausdrucke, Sexagesimalbrüche verstanden. Dass der 360. Theil des Kreisumfangs als Grad bezeichnet wird, der in 60 Minuten zerfällt, während jede Minute aus 60 Sekunden u. s. w. besteht (Bd. I, S. 351), ist bekannt genug. Aber auch nach aufwärts war ein Zusammenfassen von Graden wünschenswerth. Dazu pflegte man sich des Thierkreises mit seinen 12 Zeichen zu bedienen, so dass ein Zeichen, signum, aus 30 Graden bestand. Das war freilich eine Regelwidrigkeit gegen die Sechzigtheilung, und ihr konnte entgangen werden, wenn zwei Thierkreiszeichen, also 60 Grade, als eine höhere Einheit zusammengefasst wurden. Dieses vollzog Johann von Gemunden und nannte die 60 Grade ein *signum phisicum*, von welchen also 6 den Kreisumfang bildeten. Diese Neuerung, die keineswegs als eine ganz unbedeutende zu erachten ist, da sie ein deutliches Erfassen des Grundgedankens der Sexagesimalrechnung verräth, war übrigens nicht Eigenthum des Johannes von Gemunden, noch wurde sie von ihm als solche in Anspruch genommen. Er beruft sich vielmehr ausdrücklich auf König Alfons X. von Leon als Vorgänger,<sup>1)</sup> und wirklich sind auch in dessen 1252 vollendeten astronomischen Tafeln die 60gradigen Zeichen eingeführt, die nur keine Nachahmung fanden. Jordanus Nemorarius ging bei seiner Darstellung, wie wir (S. 61) ausdrücklich hervorgehoben haben, überhaupt nicht vom Kreise aus. Für ihn gab es deshalb weder Zeichen noch Grade, sondern nur Ganze und deren Bruchtheile, die Minuten, Sekunden, Tertien. Johannes von Gemunden zeigt nun an einem Beispiele die Verwerthung der Stellung zur Angabe des Ranges der Sexagesimalbrüche. Auch davon war bei Jordanus keine Rede und konnte vermöge der rein theoretischen Anlage seines Algorithmus demonstratus, in welchem Zahlenbeispiele grundsätzlich bald gar keine, bald eine Nebenrolle spielten, kaum die Rede sein. Johannes von Gemunden dagegen lehrt 2 Zeichen 24 Grade 36 Minuten 45 Sekunden werden .2. 24. 36. 45. geschrieben. Diese Schreibweise, repraesentatio minuciarum phisicarum, inbegriffen, lehrt er 10 Rechnungsarten. Nämlich 2. Verwandlung von Ganzen in Brüche und umgekehrt, sowie Zurückführung von Brüchen verschiedener Benennung auf den gleichen Nenner und umgekehrt, 3. Addition, 4. Subtraktion, 5. Halbierung, 6. Verdoppelung, 7. Multiplikation, 8. Division, 9. Quadratwurzel, 10. Kubikwurzel. Addieren, Subtrahieren, Halbieren beginnen nach alter Gewohnheit rechts, dazu kommt aber abweichend von dem früheren Brauche die Verdoppelung; sie sei nur Addition zweier gleicher Zahlen, und deshalb müsse bei ihr wie bei der Addition verfahren werden. Bei der Multiplikation und

<sup>1)</sup> *In tabulis vero alphoncii et in tabulis meis non ponuntur talia signa, sed signa phisica quorum quodlibet valet duo signa communia.*

Division kommen als Sexagesimalbrüche höchster Ordnung solche mit dem Nenner  $60^6$ , also ausser den Tertien noch Quarten, Quinten, Sexten vor. Beim Ausziehen der Quadratwurzel wechseln plötzlich, sofern die Annäherung weiter getrieben werden will, als der unmittelbar gegebene Radikand es zulässt, Sexagesimalbrüche mit Decimalbrüchen. Ganz neu ist ja deren Anwendung auch nicht. Johannes von Luna hat schon (Bd. I, S. 685) sich ihrer ganz ähnlich bedient. Aber dort waren Sexagesimalbrüche nicht schon im Laufe der Rechnung benutzt. Man soll, so ist die Vorschrift des Johann von Gemunden, den ganzen Radikanden auf die Benennung des letzten Sexagesimalbruches bringen, der aber nothwendig von grader Ordnung ( $60^{2n}$ ) gewählt werden muss und ihm rechts noch Nullenpaare in beliebiger Anzahl beifügen. Dann theilt man von der Rechten anfangend den als ganze Zahl betrachteten neugestalteten Radikanden in zweistellige Gruppen und zieht die Wurzel, bleibt ein Rest, so wird er weggelassen.<sup>1)</sup> Von der gefundenen Wurzel schneidet man rechts halb so viele Ziffern ab, als Nullen angefügt waren, und verwahrt sie. Die nach links übrigen Stellen bilden den Zähler der Wurzel, deren Nenner von halb so hoher Ordnung ( $60^n$ ) ist, als der anfängliche Radikand. Nun nimmt man die vorher verwahrten Stellen, vervielfacht sie mit 60, schneidet wieder genau so viele Ziffern rechts ab als vorher, nämlich immer halb so viele als Nullen angefügt worden waren u. s. w. So findet man die Zähler weiterer Sexagesimalbrüche, und je mehr Nullen angefügt worden waren, um so genauer erhält man die Wurzel.<sup>2)</sup> Das ist ein um so eigenthümlicher gemischtes Verfahren, als Theon von Alexandria (Bd. I, S. 420) die Aufsuchung angenäherter Quadratwurzeln unmittelbar an Sexagesimalbrüchen genau gelehrt hatte, ein Verfahren, welches offenbar nicht zu den Arabern gelangt oder durch deren Vermittelung noch nicht wieder in das Abendland gedungen war, so wenig dieses mit dem griechischen Texte der Fall gewesen sein muss.

Wir haben somit in Johann von Gemunden einen Mathematiker und Astronomen kennen gelernt, der in mancher Leistung, als Schriftsteller wie als Lehrer, über das schon Vorhandene hinausging, der aber trotzdem es nicht verschmähte, noch dem Bildungsgange der damals Studierenden gegenüber es verschmähen durfte, ab und zu das niedrigste Rechnen mit ganzen Zahlen zu lehren. Nicht anders wurde es an den anderen deutschen Universitäten gehalten.

In Erfurt musste im XV. Jahrhunderte ein Monat auf die Vorlesung über den Algorithmus, ebenso ein Monat auf die über den Computus verwandt werden.<sup>3)</sup> Die Universität Leipzig entstand 1409

<sup>1)</sup> *si sit aliquid residuum pro nihilo computetur.* <sup>2)</sup> *et quanto plures cifras praeposueris tanto praecisius habebis radicem.* <sup>3)</sup> Suter, Math. Univ. S. 42.

durch aus Prag dorthin sich wendende Lehrer und Studierende, welche böhmischer Unduldsamkeit sich entzogen. Die ersten Satzungen der neuen Hochschule verlangen für das Baccalaureat die Sphaera materialis, die zweiten Satzungen von 1436 und 1437 fügen dem die Forderung des Algorismus und Computus bei,<sup>1)</sup> und ähnliche Vorlesungen liessen sich ohne Schwierigkeit auch an anderen Universitäten nachweisen.

Kehren wir nach Wien zurück, so wissen wir Schüler des Johann von Gemunden als dessen Nachfolger nicht zu nennen. Er soll zwar deren viele gehabt haben, aber wenn schon nach einem Jahrhunderte von ihnen gesagt ist, dass die Zeit ihre Namen verloren gehen liess,<sup>2)</sup> so wird denselben vermuthlich nicht viel nachzurühmen gewesen sein. Anders verhält es sich mit dem Manne, der, ohne Schüler des Johann von Gemunden gewesen zu sein, als sein Nachfolger bezeichnet werden darf. Er reicht zwar über die Grenze der ersten Hälfte des XV. Jahrhunderts um einige Jahre hinaus, aber so haarscharf können wir die Abschnitte, in welche wir diesen Band gliedern, nicht begrenzen, dass wir, seltene Ausnahmen vorbehalten, eine Persönlichkeit zeitlich durchschneiden, um sie in mehreren Abschnitten zu behandeln. Georg von Peurbach,<sup>3)</sup> den wir hier im Auge haben, ist geboren den 30. Mai 1423 an der bairisch-österreichischen Grenze unweit von Linz in dem Orte Peurbach. Die Rechtschreibung des Ortes und des Mannes wechselt mehrfach, man findet auch Peyerbach und Burbach. Peurbach, so nennt man ihn jetzt gewöhnlich mit dem Ortsnamen selbst, studierte jedenfalls in Wien und erwarb dort den Grad eines Magisters in der Artistenfakultät. Dann begab er sich auf Reisen, insbesondere nach Italien, wo er mit zwei Männern bekannt wurde, von denen weiter unten die Rede sein muss, mit Bianchini und mit Nicolaus Cusanus. Im Jahre 1453 spätestens kehrte Peurbach nach Wien zurück und lebte dort in sehr ärmlichen Verhältnissen, von Schulden bedrückt, bis er 1454 in die Stellung des Astronomen Königs Ladislaus von Ungarn eintrat. Etwas später finden wir ihn als Lehrer an der wiener Universität. Man würde irren, wenn man glaubte, er habe vorzugsweise mathematische und astronomische Vorlesungen gehalten. Einige von letzterer Art werden allerdings erwähnt, er schrieb auch einen Algorismus für „die jungen Studenten der hoeschuel zu Wien“, allein er las mit Vorliebe über lateinische Schriftsteller: 1456 über Juvenal, 1458 über Horaz, 1460 über die Aeneis

<sup>1)</sup> Suter, Math. Univ. S. 53. <sup>2)</sup> *quorum vetustas nomina abolevit* sagte Tannstetter. Vergl. Kästner II, 529. <sup>3)</sup> Kästner I, 529–548. — Gerhardt, Math. Deutschl. S. 8–12. — Günther, Unterricht. Mittela. S. 235–241. — Alb. Czerny, Aus dem Briefwechsel des grossen Astronomen Georg von Peurbach im Archiv für Oesterreichische Geschichte LXXII, 283–304.

des Vergil. Peurbach starb den 8. April 1461 und soll im St. Stephansdome beerdigt worden sein. Von den Schriften Peurbach's haben wir soeben seinen *Algorismus* angeführt. Derselbe wurde seit Ende des Jahrhunderts, zuerst vielleicht 1492 unter dem Titel *Opus algorismi jocundissimum*, mehrfach gedruckt und bildete gleich Peurbach's astronomischem Lehrbuche, *Theoricae planetarum*, welches in der Zeit von 1460 bis 1581 nicht weniger als 14 mal gedruckt worden ist, lange Zeit das stehende Lehrbuch der Universitäten. Peurbach, kann man sagen, löste in dieser Beziehung Sacrobosco ab. Der *Algorismus* freilich, der bald *Opus algorismi jocundissimum*, wie wir schon gesagt haben, bald *Opus Algorithmi*, bald *Institutiones in arithmetica*, bald ohne nähere Inhaltsbezeichnung *Opusculum Magistri Georgii Peurbachii* heisst, erhebt sich kaum über den, welchen er verdrängte. Gleich dem *Algorismus* des Sacrobosco giebt er nur Regeln, nirgend Beweise; gleich ihm beschleppt er sich mit *Mediatio* und *Duplatio* als besonders Rechnungsarten; gleich ihm handelt er nur von ganzzahligem Rechnen, ist also ein *algorismus de integris*, was übrigens leicht begreiflich ist, da für das Bruchrechnen, soweit es einer neuen Bearbeitung zu bedürfen schien, soeben erst durch Johann von Gemunden gesorgt worden war. Es will scheinen als ob Peurbach zunächst sogar hinter seinem Vorgänger Sacrobosco zurückblieb und die Kubikwurzelausziehung wegliess, wiewohl aus den unter einander verschiedenen Drucken, die ja alle mindestens 30 Jahre nach Peurbach's Tode erfolgten, ein sicherer Schluss nicht gezogen werden kann,<sup>1)</sup> wiewohl anzuerkennen ist, es sei wahrscheinlicher, dass ein zweiter Drucker dem Bedürfnisse der Zeit Rechnung tragend etwas hinzufügte, was er gleichviel von wem sich anfertigen liess, als dass ein erster Drucker aus dem handschriftlich Vorhandenen etwas fortgelassen hätte. Die Ausführung der Rechnungsarten hat vollends keinerlei Veränderung erhalten. Wüssten wir von keinem anderen Werke Peurbach's, so würden wir die Bewunderung, welche ihm gezollt wurde, und welche z. B. in seiner Grabinschrift<sup>2)</sup> ausgesprochen ist, kaum begreifen. Um so verständlicher wird uns dieselbe, wenn wir eine andere Arbeit in's Auge fassen.

Wir meinen den *Tractatus Georgii Purbachii super Propositiones Ptolemaei de simibus et chordis*, der 1541 in Nürnberg gemeinschaftlich

1) Gerhardt, *Math. Deutschl.* S. 10 sagt: In seiner ursprünglichen Gestalt enthält der *Algorismus* Peurbach's die folgenden mathematischen Operationen: *Numeratio*, *Additio*, *Subtractio*, *Mediatio*, *Duplatio*, *Multiplicatio*, *Divisio*, *Progressio*, mit welcher Letzteren die Ausziehung der Quadratwurzel verbunden ist. Günther, *Unterricht Mittela*, S. 237 giebt nach einem Drucke von 1503 an, dass nach der *Radicum extractio quadrata* noch kommen: *Radicum extractio cubica*, *Regula aurea sive de tre*, *Regula societatis*, *Enigma*.<sup>2)</sup> Erhalten bei Weidler, *Historia Astronomiae* pag. 300.

mit einer Tabelle des Regiomontanus, Peurbach's berühmtestem Schüler gedruckt worden ist. Bekanntlich unterscheidet sich die Trigonometrie des Ptolemäus von der arabischen Trigonometrie wesentlich dadurch, dass in ersterer Sehnentafeln, in letzterer Sinustafeln (Bd. I, S. 351 und 633) benutzt wurden. Diejenigen Astronomen, welche an Schriften beiderlei Ursprungs ihre Studien machten, waren dadurch genöthigt, mit beiden Auffassungen sich bekannt zu machen. Dass dabei die praktischen Vortheile der Sinustrigonometrie, wenn es gestattet ist diese Wortverbindung zu wagen, deutlich und deutlicher hervortraten, liegt in ihnen selbst begründet. Dass damit im Zusammenhang der Wunsch nach neuen und genauen Sinustafeln auftrat, ist leicht begreiflich, und diesen Wunsch zu befriedigen hat Peurbach zuerst in Deutschland sich zur Aufgabe gestellt. Die beabsichtigte Genauigkeit war nun in zwei Richtungen zu suchen, einmal in der Richtung, dass der Kreishalbmesser, in dessen Theilen die Sinuslinie gemessen wurde, möglich gross angenommen wurde, zweitens in der Richtung, dass die Winkel, deren Sinus unmittelbar aus der Tabelle zu entnehmen waren, in kleinstmöglichen Zwischenräumen auf einander folgten. In letzterer Beziehung hat Peurbach die Winkel von 10 zu 10 Minuten zunehmen lassen.<sup>1)</sup> Die Länge des Halbmessers hat er mit 600000 angesetzt.<sup>2)</sup> Wir glauben nicht irre zu gehen, wenn wir in dieser für den *Sinus totus*, den Sinus in seiner ganzen erreichbaren Länge, d. h. eben den Halbmesser, gesetzten Zahl eine Nachwirkung der von Johann von Gemunden beliebten Vermengung sexagesimaler und decimaler Theilung, von der wir oben sprachen, erkennen. Jener hielt es für nothwendig die decimale Theilung nur als Durchgangspforte gleichsam zu behandeln und nachträglich wieder zu Sexagesimalbrüchen überzugehen. Peurbach ersparte sich die letztere Arbeit durch die Wahl von  $60 \times 10^4$  als Längeneinheit. Der nächste Schritt musste den Halbmesser rein decimal theilen, und wir werden sehen, dass derselbe nicht lange mehr auf sich warten liess. Die Sinustafel selbst ist nicht zum Abdrucke gelangt, wohl aber, wie wir sagten, im Jahre 1541 die einleitenden Bemerkungen, der *Tractatus super Propositiones Ptolemaei* u. s. w., und in ihnen<sup>3)</sup> giebt sich Peurbach als klardenkenden Mathematiker zu erkennen, der seinen Stoff überdies durchaus beherrscht, für welchen ihm, wie es scheint, zwei Quellen zu Gebote standen, eine der vorhandenen Uebersetzungen des ptolemäischen *Almagestes*, so gut oder schlecht sie war, und eine Uebersetzung

<sup>1)</sup> Tannstetter sagt: *Nova tabula sinus de decem minutis in decem per multas millenarias partes*. Vergl. Pfeleiderer, *Ebene Trigonometrie mit Anwendungen und Beiträgen zur Geschichte derselben* (1802) S. 21 Note 6. Dieses allzuselten zu Rath gezogene, ungemein gewissenhaft gearbeitete Buch citiren wir als Pfeleiderer. <sup>2)</sup> Kästner I, 535. <sup>3)</sup> Kästner I, 540—548.

von Werken eines westarabischen Astronomen Arzachel.<sup>1)</sup> Auf ihn beruft sich Peurbach ausdrücklich bei Auseinandersetzung der Rechnung, mittels deren er die Sinusse gewisser Winkel auffindet, und welche er im Geiste Arzachels geführt<sup>2)</sup> nennt. Arzachel, der gegen Ende des XI. Jahrhunderts lebte, setzte die Länge des Durchmessers mit 300, die des Halbmessers mit 150 an,<sup>3)</sup> war also auf die von uns besonders betonte Wahl von 600000 für den Halbmesser ohne jeden Einfluss. Wohl aber dürfte sonst mancherlei bei Peurbach auf ihn zurückzuführen sein. Peurbach beginnt mit der Frage nach dem Verhältnisse des Kreisumfanges zum Durchmesser. Er weiss, dass Archimed es zwischen  $3\frac{1}{7}$  und  $3\frac{10}{71}$  eingeschlossen hat, dass Ptolemäus es zu  $\frac{377}{120}$  annahm (Bd. I, S. 357), dass die Inder (Bd. I, S. 551) es mit  $\sqrt{10}$  für einerlei erklären, wüsste also Jemand die Wurzeln solcher Zahlen zu finden, welche einer rechten Wurzel entbehren, so fände er leicht, wie viel Theile der Durchmesser im Verhältnisse zum Kreisumfang hätte.<sup>4)</sup> Wieder Andere, fährt Peurbach fort, sagen, jenes Verhältniss sei wie 20000 zu 62832 (Bd. I, S. 549), aber streng genommen ist ein Verhältniss überhaupt nicht vorhanden, weil das Gerade und das Krumme nicht Grössen derselben Art sind; dagegen waltet zwischen ihnen eine gegenseitige Beziehung, denn der Sinus ist Sinus eines bestimmten Bogens, und der Bogen ist Bogen eines bestimmten Sinus.<sup>5)</sup> Mit Ptolemäus stimmt Peurbach in der Berechnung der Seiten der regelmässigen Sehnenvielecke von 3, 4, 5, 6, 10 Seiten überein, mit ihm in der Benutzung des Satzes, dass der Quotient der grösseren Sehne getheilt durch die kleinere, kleiner ist als der Quotient der von den Sehnen bespannten Bögen, zur Auffindung der Sehne von  $1^{\circ}$ .

Peurbach hat auch einen praktischen Gebrauch von seiner Sinustafel zu astronomischen sowohl als zu geodätischen Zwecken gemacht. Sie dienten ihm bei Anwendung eines von ihm erfundenen Messinstrumentes, dessen Beschreibung er einem Erzbischof Johannes von Gran (Strigonium) in Ungarn zueignete.<sup>6)</sup> Der gewöhnliche Name

<sup>1)</sup> R. Wolf, Geschichte der Astronomie S. 72. <sup>2)</sup> *Haec de mente Arzahelis.*  
<sup>3)</sup> Kästner, I, 524. <sup>4)</sup> *Indi vero dicunt: si quis sciret radices numerorum recta radice carentium invenire, ille faciliter inveniret quanta esset diameter respectu circumferentiae. Et secundum eos, si diameter fuerit unitas, erit circumferentia radix de decem.* <sup>5)</sup> . . . eo quod rectum et curvum non sunt eiusdem speciei. Est tamen inter eos mutua relatio, nam sinus est portio sinus, et portio est sinus portio. <sup>6)</sup> *Canones pro compositione et usu gnomonis pro Reverendissimo domino Joanne Archiepiscopo Strigon. a praeclarissimo Mathematico Georgio Burbachio (sic!) compositi.* Der Druck ist unter dem Namen *Quadratum Geometricum* 1516 in Nürnberg erfolgt. Dessen Beschreibung bei Kästner I, 529—540.

jenes Messinstrumentes lautet *Quadratum geometricum*, es ist aber nicht mit jenem Quadrate zu verwechseln, dessen man sich etwa hundert Jahre früher in England (S. 102) zu ähnlichen Zwecken bediente. Jenes wurde selbst gedreht, damit man längs einer Seite desselben nach einem Punkte hinvisieren konnte. Einen solchen Gebrauch gestattet Peurbach's Vorrichtung schon ihrer Ausmessungen wegen nicht. Das *Quadratum geometricum* (Fig. 29) aus Holz oder Metall hergestellt, hatte Seiten von je zwei Ellen Länge. Zwei derselben, als *latus versum* und *latus rectum* bezeichnet, waren in je 1200 Theile getheilt, so dass jedes Theilchen etwa  $\frac{1}{2}$  Millimeter betrug. Die Bezeichnung 1200 befand sich an jenem Endpunkte, wo die beiden getheilten Seiten aneinander stiessen. Um den diagonal gegenüberliegenden Eckpunkt war ein mit zwei Dioptern ausgestattetes Lineal drehbar. Die Aufstellung

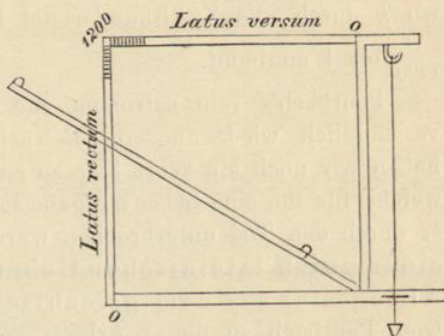


Fig. 29.

des Quadrates wurde durch ein Bleisenkel geregelt, welches von einem Ansätze an die senkrechte ungetheilte Quadratseite herabhing und durch einen Schlitz in einer ähnlichen Verlängerung der wagrechten ungetheilten Seite hindurch sich fortsetzte, so dass ihm etwas Spielraum gegeben war. Von einem Stative ist keine Rede. Wurde nun mit Hilfe des Diopterlineals irgend ein Punkt, Stern, Thurmspitze oder dergleichen, einvisiert, so schnitt das Lineal dabei eine getheilte Seite in einem ablesbaren Punkte, z. B. im Punkte 600 des *latus rectum*. Die Länge des Diopterlineals vom Drehpunkte bis zum Schnittpunkte war dann  $\sqrt{1200^2 + 600^2} = \sqrt{1800000} = 1341\frac{641}{1000}$  (sexcenta et quadraginta una millesimae fere), mit dieser Zahl ist in 600 mal 600000, weil der Halbmesser als 600000 gedacht ist, zu dividieren, und das geschieht, indem dem Dividendus noch drei Nullen angefügt werden; man rechnet demnach  $360000000000 : 1341641$  und erhält 268328. Zu dieser Zahl gehört den Sinustafeln gemäss der Winkel von  $21^\circ 33' 55''$ , und dieser Winkel entspricht also dem Theilstrich 600 auf dem *latus rectum*. Wir haben der Rechnung, die nahezu wörtlich aus dem Peurbachischen Texte übersetzt ist,<sup>1)</sup> nur Weniges hinzuzufügen. Einmal dass aus den Sinustafeln, wenn sie, wie wir wenig späterem Berichte folgend annahmen, für Winkel von 10 zu 10 Minuten berechnet waren, der hier gefundene Winkel

<sup>1)</sup> Kästner I, 535.

nicht unmittelbar hat entnommen werden können. Peurbach muss sich also dazu eines Interpolationsverfahrens bedient haben, welches er uns nicht beschreibt. Zweitens ersetzt die angestellte etwas umständliche Rechnung den Mangel einer Tangententafel, denn es handelt sich in der angeführten Aufgabe doch eigentlich um nichts anderes als um Auffindung des Winkels, dessen Tangente  $\frac{600}{1200} = \frac{1}{2}$  ist. Die von Peurbach berechnete Hilfstafel zum Quadratum geometricum ist also streng genommen eine Tafel vom Arcustangens  $k$ , wo  $k$  durch alle Zwölfhundertstel hindurchgehend die Werthe von  $\frac{1}{1200}$  bis 1 annimmt.

Peurbach's rein astronomische Schriften entziehen sich selbstverständlich wieder unserer Betrachtung. Nur von einer Aufgabe haben wir noch ein Wort hier zu reden, welche Peurbach sich stellte, welche für ihn eine Lebensaufgabe sein sollte, aber in deren Erfüllung er durch den Tod unterbrochen wurde. Es war die Anfertigung einer guten lateinischen Uebersetzung des ptolemäischen Almagestes aus dem griechischen Urtexte. Wie und durch wen Peurbach zu dieser Arbeit ermuntert wurde, mag da ausführlicher zur Sprache kommen, wo der Veranlasser der Arbeit, Bessarion, uns beschäftigt wird.

## Kapitel LI.

### Nicolaus Cusanus.

Der nächste deutsche Mathematiker, dem wir uns zuwenden, war kein Universitätslehrer. Cardinal Nicolaus von Cusa<sup>1)</sup> oder Cusanus hat überhaupt unserer Wissenschaft nur als ganz beiläufiger Nebenbeschäftigung gehuldigt; um so bemerkenswerther sind seine Leistungen. Cusanus war als Sohn eines Fischers Johannes Chryppfs (Krebs) 1401 in dem Dorfe Cues am linken Moselufer geboren. Dem elterlichen Hause entlaufen wuchs Nicolaus im Dienste des Grafen von Manderscheid auf. Wissenschaftliche Vorbildung erhielt er auf der Schule zu Deventer. Schon 1416 vor Johanni wurde er als Nicolaus Cancer de Coesze clericus Trever. dyoc. in das Matrikelbuch der Universität Heidelberg eingetragen.<sup>2)</sup> Später wid-

<sup>1)</sup> Biographisches vergl. in der Allg. deutschen Biographie IV, 655—662 einen alle vorhandenen Lebensbeschreibungen benutzenden Artikel von Prantl. Nur den Aufenthalt in Heidelberg konnte er nicht kennen, da damals (1876) das Heidelberger Matrikelbuch noch nicht veröffentlicht war. <sup>2)</sup> Töpke, Die Matrikel der Universität Heidelberg von 1386 bis 1662 (1884—1886) I, 128 Z. 4 v. u.

mete er in Padua sich der Rechtsgelehrsamkeit. Dort war er Mitschüler des späteren geographischen Schriftstellers Paolo Toscanelli, dessen Name in der Geschichte der Entdeckung von Amerika genannt wird, der auch der Astronomie Dienste erwies, indem er auf Fehler in den Alphonsinischen Tafeln aufmerksam machte. Vielleicht waren beide, Cusanus und Toscanelli, unter den Zuhörern des Prodocimo de' Beldomandi, mit welchem das LII. Kapitel uns bekannt machen wird. Wenigstens war zeitlich die Möglichkeit solcher Beziehungen geboten, da Beldomandi 1422 als Professor der Astronomie in Padua angestellt wurde, und Cusanus diese Universität 1424 nach Erlangung der juristischen Doktorwürde verliess. Er verlor in Mainz seinen ersten Process und wandte sich dann vollständig der Theologie zu. An den Kirchenstreitigkeiten, welche fast während des ganzen Lebens des Cusanus dauerten, betheiligte er sich in hervorragendem Maasse, zuerst auf dem Basler Concile von 1432—1437 als berufenes Mitglied, später als päpstlicher Legat, seit Dezember 1448 mit dem Titel Cardinal, zu welchem im März 1450 die Verleihung des Bisthums Brixen hinzukam. An diese letztere Verleihung knüpften sich persönliche Streitigkeiten für den Cardinal, welche nur mit seinem am 11. August 1464 in Todi in Umbrien erfolgenden Tode ein Ende nahmen, und welche einen ziemlich langen Aufenthalt in Italien veranlassten, bei welcher Gelegenheit er, wie (S. 165) erwähnt worden ist, mit Georg von Peurbach persönlich bekannt wurde und zu demselben in wissenschaftliche Beziehungen trat, welche durch Schriftenübersendung sich äusserten. Die Werke des Cardinals Ecusa, wie er gleichfalls oft genannt wird, sind ziemlich vielseitig. Theologisches, Staatsrechtliches, Philosophisches wechselt in ziemlich buntem Gemenge, und die überall durchblickende mystisch-scholastische Färbung gehört nicht minder ihm selbst als der Zeit an, in welcher er lebte und schrieb. Uns beschäftigen diese philosophischen Gedanken nur so weit sie mathematische Folgerungen erzeugten. Die sonstigen Schriften übergehen wir vollständig mit Einschluss eines Gespräches über Versuche mit der Wage, welches der Geschichte der Physik angehört. Die Gesamtwerke wurden im XV. Jahrhunderte in Paris dem Drucke übergeben. Eine zweite Ausgabe, welche auch mit Anmerkungen eines gewissen Omnisanctus (?) versehen ist, erschien in Basel 1565. Wir folgen der letzteren Ausgabe.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Einzeluntersuchungen über die mathematisch-astronomischen Leistungen des Cusanus hat Dr. Schanz in Programmbeilagen des Gymnasiums zu Rottweil für die Jahrgänge 1871—1872 und 1872—1873 veröffentlicht: I. Der Cardinal Nicolaus von Cusa als Mathematiker. II. Die astronomischen Anschauungen des Nicolaus von Cusa und seiner Zeit. Wir citieren sie als Schanz I und Schanz II. Die Basler Ausgabe (1565) der Werke des Cusanus citieren wir als Cusani Opera.

Die ersten mathematischen, oder richtiger gesagt chronologisch-astronomischen Arbeiten des Cusanus sind seine Vorschläge zur Kalenderverbesserung und zur Verbesserung der Alfonsinischen Tafeln, welche zusammengehören, und mit welchen er 1436 den Versuch machte, das Basler Concil zu einer Beschlussfassung über den Gegenstand zu veranlassen, dessen Wichtigkeit fortwährend in der religiösen Unsicherheit gefunden wurde, welche bald einen Fasttag halten liess, wo kein solcher geboten war, bald auch, und darin lag die Gefahr, Fleischgenuss an Tagen gestattete, die von Rechtswegen durch Fasten begangen werden mussten.<sup>1)</sup> Das von Cusanus vorgeschlagene Heilmittel bestand in der Weglassung von 7 Tagen in der Weise, dass im Jahre 1439 Pfingstsonntag noch am 24. Mai gefeiert werden solle, wie die vorhandenen Kalender es wünschten. Dann aber solle man den Pfingstmontag mit der Bezeichnung des 1. Juni versehen und künftig regelmässig alle 304 Jahre ein Schaltjahr wegfallen lassen, so werde die Fehlerquelle versiegen, die darin liege, dass im julianischen Jahre mit in vierjähriger Regelmässigkeit eingeschobenem Schalttage die Jahreslänge genau zu  $365\frac{1}{4}$  Tagen und damit um ein Geringes zu gross angenommen sei. Das Basler Concil spaltete sich am 7. Mai 1437. Cusanus gehörte zu der Minderheit, welche austrat und sofort mit Entschiedenheit auf die Seite des Papstes sich stellte. Von einer Beschlussfassung über Kalenderfragen war keine Rede mehr.

Ausführlicher müssen diejenigen Schriften uns beschäftigen, welche als philosophisch-mathematische zu bezeichnen sind, und welche den Jahren nach 1450 angehören, wenn auch der philosophische Grundgedanke schon in einem Werke enthalten ist, welches zwischen Dezember 1439 und Februar 1440 theils in einem Kloster in der Eifel, theils in Cues, dem Heimathsorte des Verfassers, niedergeschrieben ist, und welches den Titel *De docta ignorantia*<sup>2)</sup> führt. Die gelehrte Unwissenheit ist ein innerer Widerspruch, welchen der Verfasser folgendermassen rechtfertigt. Erkenntniss findet statt, wenn man das Verhältniss des Erforschten zu Allem, was da ist, zum Bewusstsein gebracht hat. Es sind folglich, entsprechend den unendlich vielen Vergleichungsgegenständen, unendlich viele Vergleichen anzustellen, und solches ist dem menschlichen Geiste unmöglich. Darum habe schon Sokrates sich dahin ausgesprochen, er wisse nichts als die Thatsache seiner Unwissenheit, und ihm darin nachzufolgen reizt uns der bei alledem in uns gelegte Erkenntnisstrieb. Kommen wir über unser Nichtwissen ins Klare, so dürfen wir von einer gelehrten Unwissenheit reden.

<sup>1)</sup> Schanz II, 17–31. *Cusani Opera* pag. 1155–1167 *Reparatio Calendarii* und pag. 1168–1173 *Correctio Tabularum Alphonsi*. <sup>2)</sup> *Cusani Opera* pag. 1–62.

Wir haben zu dieser Erörterung des Cusanus noch einen kleinen, aber nicht unwichtigen Zusatz zu machen. Bei jedem anderen Schriftsteller wäre man versucht, in dem so erklärten Titel eine Absicht in sofern zu erkennen, als solle der Leser durch eine anspruchsvolle Ueberschrift angeregt werden, sich in die Schrift zu vertiefen. Bei Cusanus war es wohl mehr als das, was ihn beeinflusste. Allerdings wählte er absichtlich den sich selbst widersprechenden Titel, aber, wie wir vermuthen möchten, desshalb, weil Vereinigung der Gegensätze für ihn die Grundlage des Wissens ist. Später nennt er einmal jede derartige Vereinigung die Kunst der Coincidenzen<sup>1)</sup> und behauptet, mittels ihrer sei das Eindringen in das Verborgene möglich. Die gelehrte Unwissenheit selbst baut auf der Grundlage solcher Coincidenzen sich auf. Jede Untersuchung, sagten wir schon, geht von Vergleichen aus. Die Vergleichung führt zur Zahl, und das habe Pythagoras wohl im Auge gehabt, als er das Urtheil abgab, Alles bestehe und Alles werde begriffen durch die Kraft der Zahlen.

Vom Grösseren und Kleineren, welches bei der Vergleichung auftritt, steigt man auf zum Grössten und zum Kleinsten. Das Grösste ist dasjenige, über welches hinaus ein Grösseres nicht gedacht werden kann, und ebensowenig kann es selbst als kleiner gedacht werden, weil es Alles ist, was es sein kann. Aber auch das Kleinste ist ein Solches, über welches hinaus Kleineres nicht sein kann, und weil das Grösste von gleicher Art ist, findet zwischen dem Kleinsten und dem Grössten Coincidenz statt.<sup>2)</sup> Die Zahl gestattet freilich ein Aufwärtssteigen zu einer thatsächlich grössten, aber weil sie eine begrenzte Zahl bleibt, ist sie nicht zu dem absolut Grössten, über welches hinaus ein Grösseres nicht sein kann, geworden, denn dieses ist unbegrenzt.<sup>3)</sup>

Das ist gleichfalls ein Gedanke, den Cusanus nie verleugnet hat. In einer seiner spätesten Schriften kommt er auf ihn mit den Worten zurück:<sup>4)</sup> Wenn wir 10 vergangene Sonnenläufe und 100 und 1000

<sup>1)</sup> Cusani Opera 1095 in der Abhandlung *De sinibus et chordis: . . . ut videatur potentia artis coincidentiarum, per quam in omni facultate occulta penetrantur.* <sup>2)</sup> Ebenda 3 in der *Docta ignorantia* Lib. I, cap. 4. *Maximum sicut non potest maius esse, eadem ratione nec minus, quum sit omne id quod esse potest. Minimum autem est, quo minus esse non potest. Et quoniam maximum est huius modi, manifestum est minimum maximo coincidere.* <sup>3)</sup> Ebenda 4

(*Docta ignor.* Lib. I, cap. 5) *Si ascendendo in numeris devenitur actu ad maximum, quoniam finitus est numerus, non devenitur tamen ad maximum, quo maior esse non possit, quoniam hic esset infinitus.* <sup>4)</sup> Ebenda 1113 (*Complementum theologicum* cap. 8) *Si enim numerare possumus decem revolutiones praeteritas, et centum, et mille, et omnes: si quis dixerit, non omnes esse numerabiles, sed praeteriisse infinitas, et dixerit unam futuram revolutionem in futuro anno, essent igitur tunc infinitae et una, quod est impossibile.*

und alle zählen können, und es sagt Einer, alle seien durch eine Zahl nicht angebar, sondern es seien unendlich viele Umläufe vorangegangen, so ist das, als wenn er sagte, im nächsten Jahre werde wieder ein Umlauf vollendet, und dann seien es unendlich viele und eins, was unmöglich ist.

Wirklich unendlich ist nur Gott, aber man kann auch mit mathematischen Versinnlichungen dem Unendlichen beizukommen suchen. Die unendliche Gerade ist zugleich auch Dreieck und Kreis.<sup>1)</sup> Wie diese Coincidenzen gemeint seien, wird sodann näher erörtert. Der Kreis besitzt Krümmung und ist länger als sein Durchmesser. Je grösser der Durchmesser wird, um so kleiner wird die Krümmung. Die Kreislinie grössten Durchmessers ist selbst grösste Kreislinie, also von kleinster Krümmung, also von grösster Geradheit, wodurch Coincidenz des Grössten mit dem Kleinsten hergestellt ist. Mit dem Dreiecke verhält es sich folgendermassen. Zwei Dreiecksseiten zusammen sind immer grösser als die dritte. Ist also eine Seite unendlich gross, so müssen es die beiden anderen auch sein. Weil ferner zwei Unendlichkeiten nicht stattfinden können,<sup>2)</sup> so kann das unendliche Dreieck aus mehreren Linien nicht zusammengesetzt sein. Als Dreieck muss es aber drei Seiten besitzen, folglich ist die eine unendliche Gerade eine Dreieckseite von Geraden, und die drei Geraden fallen in eine zusammen. Ebenso schliesse man für die Winkel. Jedes Dreieck habe drei Winkel, die zusammen zwei Rechte betragen. Wird ein Winkel zu zwei Rechten, so gehen in ihm alle drei Winkel auf, und die Gerade ist alsdann Dreieck. So ist das einfach Grösste die grösste Länge, welche wir Wesenheit nennen können, und Dreieck, wesshalb es Dreifaltigkeit genannt werden kann, und Kreis, wesshalb es Einheit heisst.<sup>3)</sup> Hier beginnt der mathematische Faden in ein theologisch-philosophisches Gespinnst überzugehen und reisst schliesslich ab. Die Geschichte der Astronomie hat dem zweiten Buche der gleichen Schrift werthvolle Gedanken zu entnehmen, welche Cusanus einen Platz in der Entwicklung der Kenntnisse von der Erdbewegung, von den Sonnenflecken, von der Natur der Sonne sichern. Uns ist es gestattet, an diesem zweiten Buche und noch rascher an dem dritten vorüberzugehen.

Wir gelangen zu einer anderen philosophischen Schrift, welche den eigenthümlichen Titel *De Beryllo*<sup>4)</sup> führt. Der Beryll, so sagt der Verfasser, ist ein heller, weisser, durchsichtiger Stein, dem sowohl eine concave als eine convexe Gestalt beigelegt wird, und wer durch ihn hindurchsieht, erkennt vorher Unsichtbares. Unterbrechen wir

<sup>1)</sup> Cusani *Opera* 9 (*Docta ignor.* Liber I, cap. 13) *Si esset linea infinita, illa esset recta, illa esset triangulus, illa esset circulus.* <sup>2)</sup> Ebenda 10 (*Docta ignor.* Liber I, cap. 14) *quoniam plura esse infinita non possunt.* <sup>3)</sup> Ebenda 14 (*Docta ignor.* Liber I, cap. 19). <sup>4)</sup> Ebenda pag. 267—284.

unseren Bericht mit der beiläufigen Bemerkung, dass die genannte Eigenschaft des Berylls seit geraumer Zeit bereits bekannt war und der daraus hergestellten Sehvorrichtung den Namen der Brille verschafft hat. Bei den Italienern hiessen übrigens die Brillen *occhiali*; ihre Erfindung geht vermuthlich auf den 1317 gestorbenen Florentiner Salvino degli Armati zurück.<sup>1)</sup> Wir kehren zu Cusanus zurück. Wird dem geistigen Auge, fährt er fort, ein geistiger Beryll — sagen wir nur gradezu eine geistige Brille — vorgesetzt, die ebensowohl die Gestalt des Grössten als die des Kleinsten besitzt, so erkennt man den unsichtbaren Ursprung aller Dinge. Man sieht hieraus, dass Cusanus in der genannten Abhandlung es wieder mit der Coincidenz der Gegensätze zu thun hat, und zwar derselben Gegensätze des Grössten und Kleinsten, von denen in dem ersten Buch der gelehrten Unwissenheit die Rede war. War aber dort vorzugsweise das Grösste betrachtet worden, so wendet Cusanus im Berylle sein Augenmerk ausschliesslich dem Kleinsten zu. Der Punkt, sagt er, ist untheilbar, aber von übertragbarer Untheilbarkeit.<sup>2)</sup> Er ist untheilbar nach jeder Art des stetigen Seins und der Ausdehnung. Die Arten des Seins für das Stetige sind die Linie, die Oberfläche, der Körper. Es nimmt die Linie Theil an der Untheilbarkeit des Punktes, insofern sie nichtlinienhaft untheilbar ist, d. h. sie kann nicht in Stücke zerlegt werden, die nicht Linien sind, und sie ist nach Breite und Dicke untheilbar. Die Oberfläche nimmt Theil an der Untheilbarkeit des Punktes, weil sie unoberflächenhaft untheilbar ist; der Dicke nach lässt sie keine Theilung zu, weil sie eben kein Körper ist. Der Körper endlich nimmt Theil an der Untheilbarkeit des Punktes, insofern er in Nichtkörper nicht zerlegt werden kann, der Dicke nach ist er theilbar. In der Untheilbarkeit des Punktes sind also alle jene anderen Untheilbarkeiten mit inbegriffen, und in ihnen wird nichts gefunden als die Entfaltung der Untheilbarkeit des Punktes. Alles was im Körper gefunden wird, ist folglich nichts anderes als der Punkt oder ihm einzig Aehnliches.<sup>3)</sup> Und ein Punkt losgelöst vom Körper, oder der Oberfläche, oder der Linie wird nicht gefunden, weil er das innere Prinzip ist, welches die Untheilbarkeit verleiht.

Bei diesen Stellen erwacht von selbst die Erinnerung an Bradwardinus (S. 108), der dem Punkte die Eigenschaft beilegte, die Untheilbarkeit an einen bestimmten Ort zu binden, und der jede Wissenschaft wahr nannte, in welcher die Voraussetzung nicht gemacht werde, Stetiges setze sich aus Untheilbarem zusammen, der auch das Unendlichgrosse in das Bereich seiner Betrachtungen zog. Von selbst gedenken wir jenes Walther, jenes Heinrich, mit denen Bradwardinus

<sup>1)</sup> Heller, Geschichte der Physik I, 201.

<sup>2)</sup> Cusani Opera pag. 271

(De Beryllo cap. 17) *punctum autem communicabilis indivisibilitas.* <sup>3)</sup> *Omni igitur quod reperitur in corpore, non est nisi punctum seu similitudo ipsius unius.*

sich auseinandersetzte. Der alte Streit über das Stetige, welcher wohl in dem Jahrhunderte, das zwischen Bradwardinus und Cusanus liegt, auch nicht vollständigem Frieden Platz gemacht hat, wenn er auch mehr ein chemisch-physikalischer zu werden den Anschein gewinnt, findet in Cusanus einen neuen Kämpfer. Wir wissen von ihm selbst, dass er es liebte, Klosterbibliotheken zu durchstöbern. An einem oder dem anderen Orte, wo er seine Bildung gewann, fand er vielleicht auch Zeit und Gelegenheit, eine Vorlesung über die *Latitudines formarum* zu hören. So mag ihm die Streitfrage, mögen ihm die älteren Kampfmittel bekannt geworden sein, mag er der Auffassung von der Zusammensetzung räumlicher Gebilde aus ihnen ähnlich gearteten Elementen, um nicht zu sagen aus Differentialien, sich mehr angeschlossen haben, als dass er sie erfand. Seine Verdienste werden durch diese Annahme keineswegs geschmälert. Es erklärt sich nur, wie Cusanus dazu kam, seinen Coincidenzen so grosses Gewicht beizulegen. Es bestätigt sich nur die Wahrheit dessen, was wir früher andeuteten, dass die Unendlichkeitsfragen nicht wieder zur Ruhe kamen. Noch an ein Anderes, begrifflich einigermassen verwandt, müssen wir bei dieser Rückschau nach den Quellen der Ansichten des Cusanus erinnern. Campanus hat einen geometrisch-philosophischen Satz an einer Stelle ausgesprochen, an einer zweiten Stelle bekämpft, den Satz, dass bei stetigen Grössen irgend einmal Zwischenzustände eintreten müssen, die ein vorgelegtes Verhältniss erfüllen (S. 94). Albert von Sachsen hat (S. 131) des gleichen Satzes sich bedient. Wir werden auch an ihn genug Anklänge finden, sobald wir die im eigentlichen Wortsinne mathematischen Schriften des Cusanus durchmustern, wozu wir uns jetzt anschicken.

Es war eine einzige Aufgabe, welche Cusanus sich gestellt hat, welcher er etwa seit 1450 bis 1460, also zehn Jahre hindurch, in verschiedenen Abhandlungen sein fast ausschliessliches Nachdenken widmete, aber freilich eine Aufgabe schwierigster Art: die der Arcuification einer Geraden. Albert von Sachsen, sagten wir früher (S. 133), und mit ihm das ganze Mittelalter hielten  $\pi = 3\frac{1}{7}$  nicht etwa für einen Näherungswerth, sondern für genau richtig. Von dieser Meinung zurückzukommen war schon ein Fortschritt, und Cusanus machte denselben. Erleichtert war er ihm allerdings durch den Umstand, dass, wie wir im folgenden Kapitel sehen werden, wo wir der italienischen Mathematik der ersten Hälfte des XV. Jahrhunderts uns zuwenden wollen, grade damals eine Uebersetzung des Archimed in lateinischer Sprache verfasst und Cusanus in die Hände gegeben worden war. So musste er die beiden Grenzen  $3\frac{1}{7}$  und  $3\frac{10}{71}$  kennen lernen, zwischen denen  $\pi$  sich befindet, so musste er zu-

gleich die genaue Bestimmung von  $\pi$  als eine noch nicht gelöste Aufgabe erkennen. Er versuchte ihre Behandlung im Sinne der Arcification, d. h. er ging aus von einem gegebenen gleichseitigen Dreiecke als einfachstem regelmässigen Vielecke, er ging dann über zu ihm umfanggleichen regelmässigen Vielecken von grösserer Seitenzahl, bis er zur Kreislinie von gleicher Länge gelangte, deren Halbmesser gesucht wurde. Fand man diesen, so war in der That die Länge des Dreiecksumfangs in eine Kreislinie verwandelt. Zur Kreislinie konnte er aber auf solche Weise gelangen, weil er sie als Unendlichvieleck betrachtete, wie er an vielen Stellen es ausgesprochen hat.<sup>1)</sup> Das war also eine neue Fragestellung verschieden von der archimedischen, verschieden von der im Abendlande überhaupt bisher eingebürgerten, und ob die indischen Versuche (Bd. I, S. 559) zu des Cusanus Kenntniss gelangt sein können, ist uns mehr als zweifelhaft, wenngleich Georg von Peurbach (S. 168) den indischen Werth  $\pi = \sqrt{10}$  kannte. Ein Werth von  $\pi$  kann leicht weitere Verbreitung gefunden haben, ohne dass die Auffassung, mittels deren man zu ihm gelangte, sich mit verbreitet hätte. Eine neue Fragestellung ersinnen hat aber stets als fruchtbares Förderungsmittel der Mathematik sich erwiesen, und dieses Verdienst muss mithin Cusanus in erster Linie angerechnet werden.

Dass bei neuer Fragestellung die Merkmale, welche die Richtigkeit des Verfahrens bekunden sollen, um so leichter versagen, je neuer das Verfahren selbst gleichfalls ist, darf nicht Wunder nehmen. Grade die Geschichte der Entwicklung der Stetigkeitsbetrachtungen, und um diese handelt es sich, zeigt auf's deutlichste, dass jeder Schritt vorwärts von Fehlschritten begleitet war, die kaum Einem erspart blieben. Auch Cusanus stellt keine Ausnahme von dieser Regel uns dar. Sein rasch aufwallender Geist liess ihn Schlüsse für vollwichtig halten, denen er bald selbst als allzu leicht gezogenen misstraute, und es ist geradezu kennzeichnend, dass er, nachdem er in einer Abhandlung die Aufgabe gelöst haben will, sofort einer neuen Lösung eine neue Abhandlung widmet, und dass in den späteren Schriften, trotz der dem Gelingen näheren Versuche, die Sprache eine immer vorsichtigere wird.

Die Ueberschrift der ersten Abhandlung lautet *De transformationibus geometricis*. Sie trägt die Widmung *ad Paulum magistri dominici Physicum Florentinum*, d. h. an den Florentiner Arzt

<sup>1)</sup> Am deutlichsten in der Stelle *Cusani Opera* 1110 (*Complementum theologicum* cap. 5) *Quanto autem polygonia aequalium laterum plurium fuerit angulorum, tanto similior circulo; circulus enim si ad polygonias attendas est infinitorum angulorum. Et si ad ipsum circulum tantum respicis nullum angulum in eo reperies, et est interminatus, inangularis: et ita circulus inangularis et interminatus in se complicat omnes angulares terminationes, polygonias datas et dabiles.*

Paulus den Sohn des Magister Dominicus, worunter der frühere Studiengenosse von Cusanus in Padua Paolo Toscanelli<sup>1)</sup> verstanden ist. Es handle sich, sagt der Verfasser in der Zueignung, um die Verwandlung von Krümmem in Gerades und von Geradem in Krümmem. Ein rationales Verhältniss sei zwischen beiden nicht möglich. Das Geheimniss müsse in einer gewissen Coincidenz der Extreme verborgen liegen. Die Coincidenz beziehe sich auf das Grösste, das sei eben der unbekannte Kreis, müsse also an dem Kleinsten, welches das Dreieck ist, aufgesucht werden. Cusanus denkt bei diesen Worten offenbar an die Eckenzahl beider Figuren. Drei ist die kleinste, unendlich gross die grösste Zahl der Ecken, mit denen ein Vieleck überhaupt möglich ist. Ist (Figur 30)  $bcd$  das gegebene

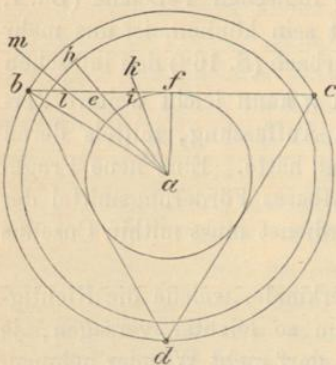


Fig. 30.

Dreieck, so ist  $af$  der Halbmesser des Innenkreises,  $ab$  der des Umkreises, die beide dem Dreiecke nicht umfanggleich sein können, da man weiss, dass der Umfang des Innenkreises stets kleiner, der des Umkreises stets grösser ist als der irgend eines regelmässigen Vielecks, zu welchem der betreffende Kreis gehört, und dass der jedesmalige Unterschied der Umfänge der Kreise einerseits, des Vielecks andererseits beim Dreieck am grössten ist. Der gesuchte Kreis muss folglich einen Halbmesser haben, der grösser als  $af$ , kleiner als  $ab$  ist. Nun wird  $fb$  in vier gleiche Stücke zerlegt, und die Theilpunkte  $i, e, l$  werden gradlinig mit  $a$  verbunden, diese Verbindungsgeraden  $ai, ae, al$  aber um  $ik, eh, lm$  verlängert, so dass die Verlängerte zur Verlängerung sich verhalte wie die  $bc$  zur Entfernung von  $f$  bis zu dem betreffenden Theilpunkte. Man macht daher  $ik = \frac{1}{8} ai, eh = \frac{1}{4} ae, lm = \frac{3}{8} al$ . Nun ist aber  $i$  dem Punkte  $f, l$  dem Punkte  $b$  allzunahe, als dass  $ak$  oder  $am$  der gesuchte Halbmesser sein könnte, folglich ist  $ah$  richtig. Die Mangelhaftigkeit der Schlüsse ist so augenscheinlich, dass es verwundern muss, wie wenig mangelhaft das Ergebniss ausfällt. Sei  $bc = 8$ , so ist der Dreiecksumfang 24 und dieser getheilt durch  $2ah$  giebt  $\pi$ , oder  $\pi = \frac{12}{ah}$ . Ferner ist

$$af = \frac{1}{2} ab, \quad bf = 4, \quad 3af^2 = 16, \quad af = \frac{4}{\sqrt{3}}, \quad ae^2 = \frac{16}{3} + 4 = \frac{28}{3},$$

$$ae = \frac{1}{3}\sqrt{84}, \quad ah = \frac{5}{4} ae = \frac{5}{12}\sqrt{84},$$

<sup>1)</sup> Ueber Toscanelli's Familienverhältnisse vergl. Gust. Uzielli im *Bulletino Boncompagni* XVI, 611–618.

und folglich

$$\pi = \frac{144}{5\sqrt{84}} = \sqrt[5]{9 \cdot 87428571428571 \dots} = 3,142337 \dots,$$

während

$$3\frac{1}{7} = 3,142857 \dots$$

Der Werth von  $\pi$ , dem die Construction von Cusanus entspricht, ist also dem richtigen Werth um 0,00052 näher als das archimedische  $3\frac{1}{7}$ .

In diesem Arcuficationsversuche redet Cusanus von der Coincidenz, benutzt sie aber streng genommen nicht. Desto mehr hat er dieses in anderen Schriften gethan, welche die Titel führen: *De mathematicis complementis* (Papst Nicolaus V. zugeeignet), *De quadratura circuli* (Georg von Peurbach gewidmet), *De una recti curvique mensura* und *De mathematica perfectione*. Ihnen allen ist ein Gedanke gemeinsam, nämlich folgender. In jedem regelmässigen Vielecke giebt es eine Primlinie und eine Sekundlinie, *linea prima* und *linea secunda*. Die erstere ist der Halbmesser des Innenkreises, die zweite der des Umkreises, und bezeichnen wir diese Längen durch  $p$  und  $s$ , welchen als Stellenzeiger die Seitenzahl  $n$  des Vielecks beigegeben werden mag, so ist immer  $s_n > p_n$  und der Unterschied  $s_n - p_n$  ist das, was die Sagitta genannt wird, d. h. die Mittelsenkrechte einer Vielecksseite in ihrer Ausdehnung von der Vielecksseite an bis zum Durchschnitte mit dem Umkreis. Diese Sagitta ist beim Dreieck ( $n = 3$ ) am grössten, beim Kreise als Unendlichvieleck wird sie Null, und Prim- und Sekundlinie fallen bei ihm zusammen. Werden umfanggleiche Vielecke mit einander verglichen, so ist  $p_n - p_3$  um so grösser, je kleiner  $s_n - p_n$  ist. Mithin ist der grösste Werth von  $p_n - p_3$  bei  $n = \infty$ , d. h. beim Kreise, dessen Sagitta verschwindet, erreicht. Die Primlinien sind aber den Flächeninhalten der Vielecke selbst proportional, und somit übertrifft der Inhalt des Kreises den des umfanggleichen Dreiecks am meisten. Da gleichzeitig, wie wir sahen, die Dreieckssagitta  $s_3 - p_3$  die grösstmögliche ist, so wird angenommen, der Unterschied der Kreisfläche über die Dreiecksfläche sei dieser Sagitta proportional. Heisst der Proportionalitätsfaktor  $\lambda$ , so schreibt sich diese Annahme:

$$\text{Kreisfläche} - \text{Dreiecksfläche} = \lambda (s_3 - p_3).$$

Es war aber daneben auch  $s_\infty - p_\infty = 0$ , also ebenfalls

$$\text{Kreisfläche} - \text{Kreisfläche} = 0 = \lambda (s_\infty - p_\infty).$$

Jetzt wird das Princip der Coincidenz zu Hilfe gezogen: was für das Vieleck von der geringsten Seitenzahl 3 und von der grössten Seitenzahl  $\infty$  wahr ist, muss bei jeder Seitenzahl wahr sein. Also muss sein:

$$\text{Kreisfläche} - m\text{-ecksfläche} = \lambda (s_m - p_m),$$

$$\text{Kreisfläche} - n\text{-ecksfläche} = \lambda (s_n - p_n).$$

Bei der Division dieser Gleichungen durch einander fällt dann der unbekannte Proportionalitätsfaktor  $\lambda$  heraus, und es entsteht

$$\frac{\text{Kreisfläche} - m\text{-ecksfläche}}{\text{Kreisfläche} - n\text{-ecksfläche}} = \frac{s_m - p_m}{s_n - p_n}.$$

Aber auch diesem ersten Ergebnisse kann man eine wesentlich vortheilhaftere Gestalt geben. Der gemeinschaftliche Umfang aller untersuchten Figuren sei  $U$ , und  $r$  heisse der Halbmesser des umfanggleichen Kreises, so erkennt man sofort die Richtigkeit der drei Flächenformeln:

$$\text{Kreisfläche} = \frac{1}{2} U \cdot r,$$

$$m\text{-ecksfläche} = \frac{1}{2} U \cdot p_m,$$

$$n\text{-ecksfläche} = \frac{1}{2} U \cdot p_n.$$

Setzt man diese Werthe in obige Gleichung ein und kürzt den Bruch links durch  $\frac{1}{2} U$ , so entsteht

$$\frac{r - p_m}{r - p_n} = \frac{s_m - p_m}{s_n - p_n},$$

und folglich

$$r = \frac{p_n s_m - p_m s_n}{(s_m - p_m) - (s_n - p_n)} = \frac{p_n (s_m - s_n) + s_n (p_n - p_m)}{(s_m - p_m) - (s_n - p_n)}.$$

Wir machen dabei die unter allen Umständen gestattete Annahme, dass  $m < n$ , damit in dem Werthe von  $r$  der Zähler sowohl als der Nenner positiv ausfällt.

Natürlich ist bei Cusanus die Schlussfolge nicht so sehr, wie es hier geschah, unserem heutigen Gedankengange nach Form und Inhalt angepasst, aber der Hauptsache nach darf unser Bericht auf die Bezeichnung als treu Anspruch erheben, und insbesondere geht aus demselben hervor, worin die Mangelhaftigkeit des Verfahrens besteht, nämlich darin, dass der Proportionalitätsfaktor  $\lambda$  als ein und derselbe

in den beiden auf das  $m$ -eck und  $n$ -eck bezüglichen Gleichungen, in welchen er vorkommt, betrachtet wird, was nur sehr näherungsweise der Fall ist, wenn  $m$  und  $n$  wenig von einander verschiedene nicht allzukleine Zahlen sind.

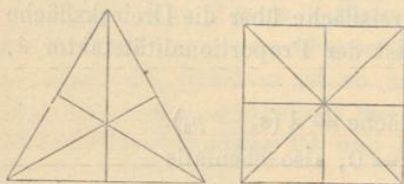


Fig. 31.

Gesetzt es sei  $m = 3$ ,  $n = 4$  und der gemeinsame Umfang  $U = 12$ , so ist (Figur 31) die Länge der Dreiecksseite 4, die der Vierecksseite 3. Man erkennt leicht, dass alsdann

$$p_3 = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad s_3 = \frac{4}{\sqrt{3}}, \quad p_4 = \frac{3}{2}, \quad s_4 = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

und

$$r = \frac{\frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{3}{2} - \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{3}}}{\left(\frac{4}{\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}}\right) - \left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3}{2}\right)}$$

Da aber auch der Umfang  $12 = 2\pi r$ , so wird

$$\pi = \frac{6}{r} = 4 + \sqrt{8} - \sqrt{13,5} = 3,15419 \dots$$

gefunden. Dagegen soll  $m = 24$ ,  $n = 48$  der Genauigkeit auf 4 Dezimalen genügen und  $\pi = 3,1415 \dots$  liefern. Ueber die erstbesprochene Annahme  $m = 3$ ,  $n = 4$  hat Cusanus eine sehr einfache Konstruktion des Halbmessers des gesuchten, dem gegebenen Dreiecke wie dem gegebenen Quadrate umfanggleichen Kreises gelehrt.<sup>1)</sup> Ueber  $af = p_3$  wird (Figur 32) das Quadrat  $acef$ , über  $ce$  das Quadrat  $cbde$  gezeichnet, so dass  $ab = 2p_3 = s_3$  ist. Von  $f$  aus wird gegen  $a$  hin  $fl = s_4 - p_4$  abgeschnitten und in  $l$  eine Senkrechte  $lm = p_4$  errichtet. Die Gerade  $cm$  schneidet alsdann  $df$  in  $h$  und  $fh = r$  ist der gesuchte Halbmesser. Bezeichnet man (was in der Druckausgabe des Cusanus nicht der Fall) den Durchschnittspunkt der  $lm$  mit der  $ce$  durch  $t$ , so ist

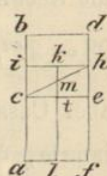


Fig. 32.

$$eh : mt = ec : tc \quad \text{oder} \quad eh = \frac{mt \times ec}{tc} = \frac{(ml - tl) ec}{ec - ct} = \frac{(p_4 - p_3) p_3}{p_3 - (s_4 - p_4)}$$

Addirt man dazu  $ef = p_3$ , so entsteht

$$fh = \frac{2p_3 p_4 - p_3 s_4}{p_3 - (s_4 - p_4)}$$

Aber  $s_3 = 2p_3$ ,  $p_3 = s_3 - p_3$  und diese Werthe liefern in den für  $fh$  gefundenen Ausdruck eingesetzt  $\frac{s_3 p_4 - p_3 s_4}{(s_3 - p_3) - (s_4 - p_4)}$ , d. h. den Werth von  $r$ . Es kann wohl nicht zweifelhaft sein, dass Cusanus, wiewohl er einen Beweis nicht liefert, diese Schlüsse etwa gezogen haben muss, die auf den euklidischen Elementen beruhend, welche er oft anführt, ihm nahe lagen, während nicht anzunehmen ist, dass er eine so einfache Konstruktion erfunden haben sollte, ohne sich bewusst zu sein, dass sie mit seiner Formel in Uebereinstimmung war.

Auch eine eigentliche Quadratur des Kreises mit Hilfe von Mondchen wird zugesagt.<sup>2)</sup> Das Wort *lunula*, sowie die Bemerkung, die Alten hätten diesen Weg vergebens einzuschlagen versucht, erinnern an die Mondchen des Hippokrates (Bd. I, S. 174—176), allein diese Erinnerung bleibt nicht bestehen, wenn man näher zusieht. Ein Mondchen, d. h. ein durch zwei Kreisbögen begrenztes Flächenstück, benutzt Cusanus überhaupt nicht. Was er so nennt, ist ein

<sup>1)</sup> Cusani Opera pag. 1014.

<sup>2)</sup> Ebenda pag. 1059 fig. (*Mathematica complementa*)

*Volo nunc investigare quomodo per lunulas quadratura circuli investigetur, quam viam veteres frustra attentaverunt.*

Kreisabschnitt. Er zeichnet zu dem Kreise vom Halbmesser 7 die Seiten des Sehnen- und des Tangentenquadrates. Das erstere besitzt die Fläche 98, das zweite die Fläche 196. Nun wählt Cusanus — warum, ist auch nicht leise angedeutet — ein Quadrat von der Fläche 121, bildet  $121 - 98 = 23$ , dessen Doppeltes 46 er von 196 abzieht, und der Rest 150 soll die gesuchte Kreisfläche sein, von der Cusanus behauptet, sie sei deshalb etwas zu klein gerathen, weil 46 und damit ein zu Grosses abgezogen worden sei; es hätte eigentlich statt  $121 = 11^2$  ein etwas kleineres Quadrat gewählt werden müssen, dann wäre ein genaueres Ergebniss erschienen. In der That liefert 150 den Werth  $\pi = 3,061224$ , der beträchtlich zu klein ist. Verfolgt man die Rechnung, indem man statt 7 den Buchstaben  $r$  setzt,  $11 = \frac{22}{7} \cdot \frac{r}{2}$ ,  $98 = 2r^2$ ,  $196 = 4r^2$ , so kommt man zu  $150 = r^2 \left[ 8 - \frac{1}{2} \left( \frac{22}{7} \right)^2 \right]$ . Wie aber Cusanus zu der weiteren Annahme, es sei  $\pi = 8 - \frac{1}{2} \left( \frac{22}{7} \right)^2$  gelangte, das ist uns unklar geblieben. Jedenfalls halten wir es den geistvollen, wenn auch nicht immer strengen sonstigen Methoden des Cusanus gegenüber für gewagt, die Sache einfach als geometrischen Unsinn bei Seite schieben zu wollen.

Paolo Toscanelli, welchem die *Mathematica complementa* zugeschickt worden waren, strauchelte offenbar gleichfalls über deren unklare Vorschriften. In einem von Cusanus niedergeschriebenen Gespräche zwischen ihm und dem Jugendfreunde, welches schwerlich ganz freie Erfindung ist,<sup>1)</sup> sagt Paulus ausdrücklich, die *Mathematica complementa* seien ihm ganz und gar dunkel und entbehrten der Gewissheit.<sup>2)</sup> Er erbittet sich leichtere Vorschriften, und Cusanus lehrt ihn darauf eine Rektification des Kreises vollziehen, die somit wieder nach neuen Regeln ausgeführt wird. Die Seite des dem zu rektificirenden Kreise eingeschriebenen Quadrates wird zu dessen Halbmesser gefügt und um diese Linie als Durchmesser ein neuer Kreis beschrieben. Der Umfang des ihm eingezeichneten gleichseitigen Dreiecks soll dem ersten Kreise umfanggleich sein. Ist  $r$  der ursprüngliche Halbmesser, so ist die Seite des Sehnenquadrates  $r\sqrt{2}$ , also  $r(1 + \sqrt{2})$  der Durchmesser des zweiten Kreises, der für einen Augenblick  $2\varrho$  heissen mag. Die Seite des Sehnendreiecks in dem neuen Kreise ist  $\varrho\sqrt{3}$  und dessen Umfang

$$3\varrho\sqrt{3} = 3\sqrt{3}r \cdot \frac{1+\sqrt{2}}{2} = r \cdot \frac{\sqrt{27} + \sqrt{54}}{2} = 2\pi r.$$

<sup>1)</sup> Cusani *Opera* 1095 fgg. *Dialogus inter Cardinalem sancti Petri Episcopum Brixinensem et Paulum physicum Florentinum de circuli quadratura.*

<sup>2)</sup> *post mihi missos tuos de Mathematicis complementis utique mihi obscuros atque incertos libellos.*

Diese Annahme liefert demnach  $\pi = \frac{1}{4}(\sqrt{27} + \sqrt{54}) = 3,13615\dots$  mit viel geringerer Genauigkeit als sie in den *Mathematicis complementis* erreicht war.

Das vollkommenste, was Cusanus geleistet hat, ist in seiner letzten Abhandlung enthalten, die er auch in stolzer Selbstzufriedenheit *De mathematica perfectione*,<sup>1)</sup> von der mathematischen Vollkommenheit, betitelte. Sie ist einem Cardinale Antonius zugeeignet und nach der Aussage der Widmung binnen zwei Tagen niedergeschrieben, während ein böser Fuss den Verfasser an seine Wohnung fesselte. Wir begnügen uns damit, aus dieser inhaltreichen Schrift nur ein Ergebnis zu entnehmen, welches über die in den früheren Schriften enthaltenen Dinge weit hinausgeht. Der Gedankengang ist etwa folgender. Es sei (Figur 33)  $bc = \frac{a_n}{2}$  die halbe Seite eines regelmässigen Sehnens- $n$ -ecks, dessen Primlinie  $ab = p_n$ , dessen Sekundlinie  $ac = s_n$ .

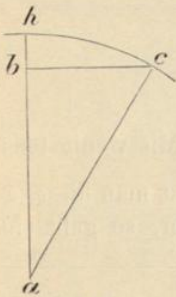


Fig. 33.

Heisse  $\sphericalangle bac = \varphi$ , so ist  $\varphi = \frac{360^\circ}{2n}$ . Vom Quadrate

an ist nun  $bc \leq ab$ , wie leicht einzusehen ist, wesshalb auch Cusanus einen Beweis zu führen unterlassen darf. Im rechtwinkligen Dreiecke  $abc$  ist nämlich  $\sphericalangle acb = 90^\circ - \frac{360^\circ}{2n} \geq \frac{360^\circ}{2n}$ , sofern  $n \geq 4$ .

Je mehr das  $n$ -eck dem Kreise sich nähert, um so genauer ist  $bc = \text{arc. } hc$  oder  $\frac{a_n}{2} = \text{arc. } \varphi = \varphi \times s_n$ .

In dem gleichen Falle des Unendlichvielecks ist  $s_n = p_n$  sowie  $s_n + x = p_n + x$ , was auch  $x$  bedeute.

Im Unendlichvielecke ist folglich ebensowohl  $\frac{s_n \varphi}{a_n : 2} = 1$  als  $\frac{s_n + x}{p_n + x} = 1$ , mithin in Proportionsform geschrieben:

$$s_n \varphi : \frac{a_n}{2} = (s_n + x) : (p_n + x) \quad \text{bei } n = \infty.$$

Beim Quadrate ( $n = 4, \varphi = 45^\circ, \frac{a_n}{2} = p_n$ ) wird nun gleichfalls auch ein  $x$  vorhanden sein, welches die ganz ähnlich lautende Proportion erfüllt:

$$s_4 \varphi : \frac{a_4}{2} = (s_4 + x) : (p_4 + x).$$

Man erräth schon, dass Cusanus sich wieder auf sein Prinzip der Coincidenz berufen wird. Die Proportion findet statt bei  $n = 4$  sowohl als bei  $n = \infty$ , also auch bei allen Zwischenmöglichkeiten. Er unterzieht  $n = 4$  und  $n = 6$  der Rechnung.

<sup>1)</sup> Cusani Opera pag. 1110—1154.

Bei  $n = 4$  ist

$$s_n \cdot 45^0 : \frac{s_n}{\sqrt{2}} = (s_n + x) : \left( \frac{s_n}{\sqrt{2}} + x \right)$$

oder

$$45^0 : \frac{1}{2} \sqrt{2} = \left( 4 + \frac{x}{s_n} \right) : \left( \frac{1}{2} \sqrt{2} + \frac{x}{s_n} \right).$$

Bei  $n = 6$  ist:

$$s_n \cdot 30^0 : \frac{s_n}{2} = (s_n + x) : \left( \frac{s_n}{2} \sqrt{3} + x \right)$$

oder

$$30^0 : \frac{1}{2} = \left( 1 + \frac{x}{s_n} \right) : \left( \frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{x}{s_n} \right).$$

Die beiden Proportionen werden unter allerdings unstatthafter, zum Mindesten ungenauer Voraussetzung, es sei dasselbe  $\frac{x}{s_n}$  in beiden vorhanden, durch einander dividiert und liefern so die neue Proportion:

$$\frac{3}{2} : \sqrt{2} = 1 : \frac{\frac{1}{2} \sqrt{2} + \frac{x}{s_n}}{\frac{1}{2} \sqrt{3} + \frac{x}{s_n}}$$

und aus ihr ergibt sich  $\frac{x}{s_n} = \frac{2\sqrt{3}-3}{3\sqrt{2}-4} = 1,913 \dots$  Mit wenigstens annähernder Genauigkeit ist demnach  $x = 2s_n$  und setzt man dieses  $x$  in die allgemeine oben ausgesprochene Proportion ein, so geht sie in folgende über:

$$s_n \varphi : \frac{a_n}{2} = (s_n + 2s_n) : (p_n + 2s_n).$$

Aus dieser aber folgt endlich

$$\varphi = \frac{3 \frac{a_n}{2s_n}}{2 + \frac{p_n}{s_n}}.$$

Man versteht die ganze Tragweite dieses Ergebnisses besser, wenn man in der Anwendung neuerer Bezeichnungen noch um einen Schritt weitergeht. Heute schreiben wir  $\frac{a_n}{2s_n} = \sin \varphi$ ,  $\frac{p_n}{s_n} = \cos \varphi$ . Die Cusanische Näherungsformel heisst alsdann  $\varphi = \frac{3 \sin \varphi}{2 + \cos \varphi}$ . Das Wort Sinus hätte übrigens auch Cusanus hier in Anwendung bringen können, wie er es sonst verschiedentlich benutzt hat, z. B. in den Mathematischen Complementen,<sup>1)</sup> wo er die Kenntniss der zu Bögen

<sup>1)</sup> Cusani, *Opera* pag. 1025. *Ex ante habitis quicquid hactenus in Geometricis ignotum fuit, inquiri poterit. Fuit autem incognita perfectio artis de*

von 1, 2, 4 u. s. w. Winkelgraden gehörenden Sehnen als eine Vervollkommnung der Kunst von dem Sinus und Sehnen in Aussicht stellt.

In den Mathematischen Complementen hat eine andere Stelle<sup>1)</sup> die Aufmerksamkeit späterer Leser besonders auf sich zu ziehen gewusst. Zuerst wird gelehrt aus Metall oder Holz, in aere aut ligno, ein Dreieck  $phq$  (Fig. 34) herzustellen, welches bei  $h$  rechtwinklig

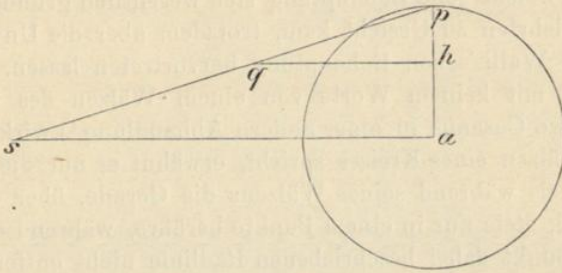


Fig. 34.

sei, und dessen eine Kathete  $hq$  die Länge der halben Kreislinie besitze, welche mit der anderen Kathete  $hp$  als Halbmesser beschrieben wurde. Ist nun ein beliebiger Kreis zu rectificieren, so zeichnet man zwei im Mittelpunkte  $a$  sich senkrecht durchschneidende Durchmesser und legt an den einen das feste Dreieck so an, dass  $ph$  auf den Durchmesser, der Punkt  $p$  auf die Kreislinie selbst zu liegen kommt. Die verlängerte  $pq$  schneidet alsdann den anderen Durchmesser in einem Punkte  $s$ , welcher von dem Mittelpunkte  $a$  um einen halben Umkreis entfernt ist. Unmittelbar an diese erste vollständig richtige Vorschrift knüpft sich eine zweite nicht minder richtige zur Auffindung der Quadratur des Kreises. Die mittlere geometrische Proportionale zwischen dem Halbmesser und der halben Peripherie des Kreises solle gesucht werden; diese sei alsdann die Seite des verlangten Quadrates. Dazu ist in der Druckausgabe eine Figur gezeichnet, bei welcher der zu quadrierende Kreis zweimal gezeichnet erscheint, beidemale berührend aufstehend auf einer und derselben graden Linie, während über dieser als Durchmesser noch einmal ein Halbkreis gezeichnet ist. Die genannte grade Linie ist die Summe aus Halbmesser und halbem Umkreis des in Frage stehenden Kreises, und der erwähnte grosse Halbkreis dient zur Ermittlung der geforderten mittleren Proportionale. Nun hat 1697 ein englischer Mathematiker, John Wallis,<sup>2)</sup> mit Berufung auf eine ihm zu Gebote

*sinibus et chordis: nemo unquam scire potuit chordam arcus gradus unius et duorum et quatuor et ita consequenter, quae nunc sic habetur.*

<sup>1)</sup> Cusani, *Opera* pag. 1024. <sup>2)</sup> *Philosophical Transactions* Bd. XIX für die Jahre 1695, 1696 und 1697 pag. 561—566. Vergl. S. Günther, War die Zykloide bereits im XVI. Jahrhunderte bekannt? in *Eneström's Bibliotheca mathem.* 1887 S. 8—14.

stehende Handschrift die Behauptung ausgesprochen, die betreffende Figur sei von dem Herausgeber des Druckes ganz gegen den Sinn des Verfassers, *omnino contra mentem Cusani*, eingefügt. Jener habe eine Cycloide gezeichnet gehabt, deren Endpunkte durch die beiden Bogen des gerollten Kreises bezeichnet seien. Man hat mit vollem Rechte zwar ein abschliessendes Urtheil ausgesetzt, weil die Handschrift, auf welche jene Behauptung sich wesentlich gründete, keinem anderen Gelehrten zu Gesicht kam, trotzdem aber die Unwahrscheinlichkeit der Wallis'schen Behauptung hervortreten lassen. Im Texte ist nämlich mit keinem Worte von einem Wälzen des Kreises die Rede, und wo Cusanus in einer andern Abhandlung<sup>1)</sup> wirklich einmal von dem Wälzen eines Kreises spricht, erwähnt er nur die Thatsache, dass der Kreis während seines Wälzens die Gerade, über die er fortbewegt wird, stets nur in einem Punkte berühre, während einer durch einen Kreispunkt dabei beschriebenen Radlinie nicht entfernt gedacht ist. Wenn gleich Cusanus, wie wir in unserer gedrängten Uebersicht seiner mathematischen Leistungen an mehr als einer Stelle hervortreten lassen mussten, nicht grade als Muster schriftstellerischer Klarheit gerühmt zu werden beanspruchen kann, das ist doch kaum zu denken, dass er ein mechanisch-geometrisches Verfahren wie das Wälzen eines Kreises auf gradliniger Unterlage benutzt, oder gar näher studiert haben sollte, ohne dasselbe zu erwähnen.

Wir haben von Rechenkunst, von Geometrie, von Trigonometrie in Deutschland zu reden gehabt. Noch eine andere Unterabtheilung der Mathematik begann im XV. Jahrhundert dort bekannt zu werden: die Algebra. Wir erinnern uns, dass im XIII. Jahrhunderte zuerst von einer abendländischen Algebra gesprochen werden konnte, dass sie bei Leonardo von Pisa einestheils, bei Jordanus Nemorarius anderntheils in einem sofort so ausgebildeten Zustande erschien, dass man eine schleunige Weiterentwicklung ihr zu erhoffen sich geneigt fühlen musste. Aber die Zeitgenossen der beiden grossen Männer waren nicht reif, deren Schriften vollständig zu verstehen, geschweige denn sie fortzubilden, und besonders für die eigentlichen Gelehrtenkreise gilt dieses harte Urtheil auch noch im XIV. Jahrhunderte, während damals (S. 146—149) italienische Kaufleute der Algebra so viel Verständniss entgegenbrachten, dass wenigstens versucht wurde, Aufgaben zu lösen, welchen die früheren Schriftsteller ohnmächtig gegenüberstanden. Jetzt im XV. Jahrhunderte, wiederholen wir, beginnt eine deutsche Algebra. Wir müssen gleich in der ersten Hälfte des Jahrhunderts Anfänge derselben als vorhanden annehmen,

<sup>1)</sup> Cusani, *Opera* 1112 (*Complementum Theologicum* cap. 8) *Sed etiam non praetereundum quomodo si circulus circumvolvitur super lineam rectam non tanget eam nisi in puncto.*

weil es sonst kaum denkbar wäre, dass plötzlich mit dem Jahre 1450 etwa eine Lehre solche Verbreitung gewann, wie wir es sehen werden, ohne vorher überhaupt geübt worden zu sein. Aber das ist auch Alles, was wir hierüber zu sagen vermögen. Quellen besitzen wir gegenwärtig erst aus der zweiten Hälfte des XV. Jahrhunderts, und werden daher mit deren Besprechung noch warten müssen.

## Kapitel LII.

### Italienische Mathematiker.

Der letzte Italiener, von welchem (S. 152) die Rede war, Biagio Pelacani von Parma, reichte bereits in's XV. Jahrhundert herüber. Bis 1411 sahen wir ihn in Padua thätig, an jener Universität, deren älteste Satzungen aus dem XIII. Jahrhunderte die Professur der Astrologie schon als die wichtigste, ihren Vertreter als den nothwendigsten Lehrer betrachtete,<sup>1)</sup> dessen Unterricht namentlich den Aerzten nicht fehlen durfte. Astrologie war aber damals ein sehr weiter Begriff. Ihr gehörte die Kunst an, aus Sternbeobachtungen Schlüsse auf das Schicksal der Menschen im Allgemeinen und einzelner Menschen im Besonderen zu ziehen, eine Kunst, welche den vermeintlichen Nutzen jener Beobachtungen offenbarte, um dessen willen in erster Linie man sie anzustellen sich übte. Zur Astrologie gehörte aber auch die wissenschaftliche Sternkunde, zu ihr die Rechenkunst, die Geometrie. Der Professor der Astrologie war zunächst Astrologe, daneben Professor der gesammten damaligen Mathematik, und ein solcher in allen Theilen der genannten vielseitigen Thätigkeit war jener Pelacani.

Zu den Schülern des Pelacani zählte Prosdocimo de' Beldomandi.<sup>2)</sup> Er gehörte einer alten Familie Padua's an. Er studierte in den Jahren 1400 und 1402 an der Universität seiner Vaterstadt.<sup>3)</sup> Ob ein Studienaufenthalt in Bologna, wo er die Abschrift einer astronomischen Tabelle anfertigte,<sup>4)</sup> früher oder später fällt, ist unbekannt. Jedenfalls wurde er wieder in Padua am 15. Mai 1409 nach abgelegter Prüfung, zu welcher Pelacani und zwei andere Professoren erschienen, zum Magister befördert.<sup>5)</sup> Am 15. April 1411 legte Beldomandi gleichfalls in Padua eine medizinische Prüfung ab.<sup>6)</sup> Unter den bei

<sup>1)</sup> Libri II, 54 Note 1 *quem tanquam necessarissimum habere omnino volumus.* <sup>2)</sup> Eine ausführliche Monographie Prosdocimo de' Beldomandi von Ant. Favaro erschien im XII. Bande des *Bulletino Boncompagni* und in einem Sonderabzuge. Wir citiren letzteren als Favaro. Eine Fortsetzung seiner Untersuchungen hat der gleiche Verfasser im *Bulletino Boncompagni* XVIII veröffentlicht. <sup>3)</sup> *Bulletino Boncomp.* XVIII, 420. <sup>4)</sup> Ebenda 407. <sup>5)</sup> Favaro pag. 24. <sup>6)</sup> Ebenda pag. 25.

letzterer Prüfung genannten Professoren war Jacopo Della Torre aus Forli, ein berühmter Arzt, der aber auch nicht ohne philosophisch-mathematische Kenntnisse gewesen sein muss, da er einen *Tractatus de intensione et remissione formarum* verfasste, welcher muthmasslich noch im XV. Jahrhunderte im Drucke herauskam.<sup>1)</sup> Im Juli 1420 gehörte Beldomandi, der Padua nicht verlassen zu haben scheint, dem dortigen *Sacro collegio di arti e medicina* an,<sup>2)</sup> 1422 erhielt er die Professur der Astrologie,<sup>3)</sup> und die gleiche Stellung behielt er bis zu seinem Tode, welcher 1428 im kräftigsten Mannesalter ihn traf.<sup>4)</sup> Sein Geburtsjahr ist allerdings nicht bekannt, dürfte aber aus dem Zeitpunkten, in welchen Beldomandi die einzelnen Stufen seiner gelehrten Laufbahn erreichte, nach rückwärts annähernd bestimmt kaum viel früher als 1380 zu setzen sein.<sup>5)</sup>

Die schriftstellerische Thätigkeit Beldomandi's war eine mannigfaltige. Zuerst scheint er der Musik sich zugewandt zu haben, was wohl mit der zu seiner Zeit in Padua herrschenden Geistesrichtung *zusammenhing*, denn Padua war damals der Sitz der gelehrten Theoretiker in der Musik.<sup>6)</sup> Schon 1404 schrieb Beldomandi *Erläuterungen*<sup>7)</sup> zu einem musikalischen Werke des Johannes de Muris, und auch selbständige Schriften werden genannt, so z. B. eine Abhandlung von 1412, die den Titel *Contrapunctus completus* führt,<sup>8)</sup> und in welcher Contrapunkt dahin erklärt ist, man verstehe darunter die Stellung einer einzelnen Note gegen eine andere innerhalb einer Melodie. Es ist begreiflich, dass der Verfasser bei solchen Untersuchungen auf Wohlklänge und Missklänge aufmerksam werden musste, und so wird als Leistung Beldomandi's hervorgehoben,<sup>9)</sup> er zuerst habe die kleine Sexte als Consonanz erkannt, der Quarte eine Mittelstellung zwischen Consonanzen und Dissonanzen angewiesen, da sie allerdings einen Missklang gebe, aber keinen so unangenehmen wie etwa die Sekunde oder die Septime.

Die nächste Aufgabe, welche Beldomandi 1410 löste,<sup>10)</sup> war die Anfertigung eines *Algorithmus de integris*. Diese zweimal, 1483 in Padua und 1540 in Venedig, gedruckte Schrift<sup>11)</sup> ist für uns von spannender Bedeutung. Nicht als ob der Inhalt in irgend einer Weise über das Rechnen mit ganzen Zahlen sich erhöhe, aber es ist der erste italienische Algorithmus, über welchen wir genügend unterrichtet sind, um an seiner Hand eine kulturgeschichtlich wichtige Frage beantworten zu können. Wir haben wiederholt des Gegensatzes zwischen gelehrter und kaufmännischer Rechenkunst gedacht.

<sup>1)</sup> Favaro pag. 30. <sup>2)</sup> Ebenda pag. 31. <sup>3)</sup> Ebenda pag. 36. <sup>4)</sup> Ebenda pag. 37 und 40. <sup>5)</sup> Ebenda pag. 18. <sup>6)</sup> Ebenda pag. 186. <sup>7)</sup> Ebenda pag. 201. <sup>8)</sup> Ebenda pag. 191. <sup>9)</sup> Ebenda pag. 211. <sup>10)</sup> Ebenda pag. 60. <sup>11)</sup> Ebenda pag. 43 und 48.

Wir haben Leonardo von Pisa als den Vertreter der Letzteren, Jordanus Nemorarius und mit ihm Johannes von Sacrobosco als die Vertreter der Ersteren kennen gelernt. Ihre Schüler fanden wir in allen Ländern jenseits der Alpen, wo nur Rechenunterricht nach Büchern gegeben wurde. Auch in Italien fanden wir, und das war (S. 143) die letzte Gelegenheit, bei welcher wir den Gegenstand berührten, eine vereinzelt Handschrift, die es nahe legte zu vermuthen, auch dorthin sei die minderwerthige gelehrte Rechenkunst eingedrungen und habe unter ihrem wuchernden Unkraut den Samen fast vollständig erstickt, den Leonardo eingelegt hatte. Es war nur eine Vermuthung, welche kaum ausgesprochen wurde. Gegenwärtig wird die Vermuthung zur Gewissheit. Die italienische Universität war, möchten wir sagen, mehr Universität als italienisch, und ihre Rechenkunst war die des Sacrobosco, erhob sich über sie nur so weit, als ein Anlehen an dem grösseren Vorgänger Jordanus es möglich machte, und zeigte nur geringe Spuren, welche an Leonardo erinnern. Das lehrt uns eben der *Algorismus de integris* des Prodocimo de' Beldomandi von 1410 sowohl in der Druckausgabe, als in Handschriften, welche von der Druckausgabe etwas abweichen. Die Abhängigkeit von Sacrobosco enthüllt sich schon darin, dass Beldomandi ausser der Neunerprobe, von welcher fortwährend Gebrauch gemacht wird, auch auf die Proben durch entgegengesetzte Rechnungsverfahren, Subtraktion durch Addition u. s. w., hinweist,<sup>1)</sup> deren Erfinder ausdrücklich genannt ist, damit jeder Zweifel an dem Ursprung schwinde. Ebenso deutlich erkennt man den Einfluss Sacrobosco's an der Halbierung und Verdoppelung, welche als besondere Rechnungsarten Aufnahme gefunden haben.<sup>2)</sup> Dagegen ist aus der Erinnerung an Leonardo zu erklären die Subtraktion mit Borgen einer Einheit höheren Ranges im Minuendus, welche sodann im Subtrahendus zurückgezahlt wird<sup>3)</sup> und ebenso die schachbrettartige Multiplikation. Wir sagen Leonardo, ohne damit ausdrücklich zu meinen, Beldomandi habe von ihm oder seinen Schriften gewusst; das kann ja der Fall gewesen sein, aber eben so gut kann aus der Schule Leonardo's, d. h. aus kaufmännischen Kreisen das Eindringen stattgefunden haben. Die Erwähnung der Araber, als der Erfinder des Zahlenschreibens<sup>4)</sup> kann dagegen wieder aus Sacrobosco entnommen sein. Mit eben diesem trifft Beldomandi bei der Kubikwurzelausziehung zusammen,<sup>5)</sup> wenn auch die Bildung des Kubus nach der Formel

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a(a + b)b + b^3$$

bei Sacrobosco nicht so klar wie bei Beldomandi hervortritt, diesem

<sup>1)</sup> Favaro pag. 102 *oportet uti probationibus positis in algorismo de integris Johannis de sacro buscho.* <sup>2)</sup> Ebenda pag. 94. <sup>3)</sup> Ebenda pag. 96. <sup>4)</sup> Ebenda pag. 93—94. <sup>5)</sup> Ebenda pag. 101.

Letzteren also mehr oder weniger anzugehören scheint. In den Druckausgaben des Beldomandi, auch in der älteren von 1483, sind Beispiele der einzelnen Rechnungsverfahren durch Buchstaben in der Weise dargestellt, dass das jedesmalige Ergebniss durch einen neuen Buchstaben bezeichnet ist.<sup>1)</sup> Das erinnert täuschend an Jordanus, und wenn auch den vorhandenen Handschriften diese Buchstabenbeispiele fehlen, so ist einestheils nicht ausgeschlossen, dass verschiedene Texte vorhanden gewesen sein können, indem Abschreiber das, was sie nicht verstanden und darum für überflüssig hielten, wegliessen, andernteils ist aber auch das bloss Vorkommen in dem Drucke von 1483 genügender Hinweis auf das, was uns das Wichtigste ist: dass nämlich im XV. Jahrhunderte in der italienischen Gelehrtenwelt Schriften mit Dingen verbrämt waren, welche auf Jordanus zurückführen. Für Beldomandi selbst dürften wahrscheinlich neben der schon erwähnten Gestalt der Kubierungsformel eigenthümliche Summenformeln bei geometrischen Progressionen<sup>2)</sup> in Anspruch zu nehmen sein. Er lehrt nämlich, und zwar in nahezu unverändertem Wortlaute in den Handschriften wie in den Druckausgaben, dass unter der Voraussetzung eines ganzzahligen  $q$  immer  $a + qa + q^2a + \dots + q^{n-1}a = q^{n-1}a + \frac{q^{n-1}a - a}{q - 1}$  sei, und dass, falls  $q = \frac{p}{p-1}$  sei (eine proportio superparticularis nannte er mit dem seit Boethius gangbaren Namen einen solchen Werth von  $q$ ), die Formel dahin sich ändere, dass

$$a + \left(\frac{p}{p-1}\right)a + \left(\frac{p}{p-1}\right)^2 a + \dots + \left(\frac{p}{p-1}\right)^{n-1} a = p \left(\frac{p}{p-1}\right)^{n-1} a - (p-1)a$$

werde. Allerdings sind beide Formeln, deren Richtigkeit sofort durch Umwandlung der allbekannten Summenformel sich ergibt, nicht bewiesen. Sie sind auch zunächst nur für die Sonderfälle  $q = 2, 3, 4, 5$  und  $p = 2, 3, 4$  ausgesprochen, aber daran knüpfen sich beidemal die Worte *et sic ultra*, welche zur Gewissheit erheben, dass es für Beldomandi sich nicht um einzelne Fälle, sondern um allgemeine Gesetze handelte.

Wir bemerkten ausdrücklich, Beldomandi habe nur einen Algorithmus de integris verfasst. Die Druckausgaben vereinigen mit demselben den Algorithmus de minuciis des Johannes de Liveriis<sup>3)</sup> (S. 115), das war also das Lehrbuch der Bruchrechnung, dessen wenigstens die italienische Universität sich damals neben Beldomandi's ganzzahligem Rechnen zu bedienen pflegte.

An den Algorithmus reiht sich dem Inhalte nach eine handschriftlich vorhandene Arbeit des Beldomandi an, ein Canon<sup>4)</sup> in quo

<sup>1)</sup> Favaro pag. 90. <sup>2)</sup> Ebenda pag. 99—100. <sup>3)</sup> Ebenda pag. 43. <sup>4)</sup> Ebenda pag. 102 und 107—109.

docetur modus componendi et operandi tabulam quamdam. Es ist eine Einmaleinstafel, welche von 1 mal 1 bis zu 22 mal 22 sich ausdehnt. Sie ist als Tafel doppelten Eingangs gefertigt in quadratischer Gestalt und so, dass am oberen Tafelrande von links nach rechts und an dem linken Tafelrande von oben nach unten die Zahlen 1 bis 22 auf einander folgen. Die Kreuzungsstellen der jedesmaligen Zeilen und Kolumnen enthalten die betreffenden Produkte. Die Quadratzahlen, welche in der Diagonale von links oben nach rechts unten erscheinen, heben sich gleich den Randzahlen in rothen Schriftzügen hervor, während alles Uebrige schwarz geschrieben ist. Das Vorhandensein einer Einmaleinstafel war ja nicht neu. Nikomachus (Bd. I, S. 364) hat eine solche in ähnlicher viereckiger Gestalt gegeben. Boethius folgte in seiner Arithmetik (Bd. I, S. 491) dem griechischen Musterwerke, und eine heute noch vorhandene Arithmetik des Boethius war vermuthlich einst Beldomandi's Eigenthum.<sup>1)</sup> Auch Bernelinus hat (Bd. I, S. 753) seinen Lesern eine Einmaleinstafel nicht vorenthalten, bei welcher in ganz besonders auffallender Weise die Quadratzahlen fehlen. Leonardo von Pisa (S. 8) hat nicht minder das Einmaleins, allerdings nicht in quadratischer Anordnung. Auch des mündlichen Einübens des Einmaleins wird wiederholt und zu verschiedenen Zeiten gedacht (Bd. I, S. 449 und 727), aber immer handelt es sich um das kleine Einmaleins, um die Vervielfachungen von  $1 \times 1$  bis zu  $10 \times 10$ . Bei Beldomandi ist, so weit bekannt, erstmalig eine Ausdehnung zum grossen Einmaleins vorgenommen. Wesshalb grade  $22 \times 22$  den Schluss bildet, dafür scheint kaum ein anderer Grund ersichtlich als der, dass die Ausdehnung der Tafel nach der des Papierblattes sich richten musste, auf welches sie geschrieben war. Der Entstehungszeit nach hätten wir diesen Canon schon vor dem Algorismus zu besprechen gehabt, denn er ist laut Angabe der Handschrift bereits 1409 in Padua vollendet. Jetzt, da wir den Algorismus schon kennen, wird uns das Fehlen einer ähnlich gebauten Einmaleinstafel in ihm als absichtliche Lücke nicht entgehen können. Wir werden auch hierin wieder ein Anlehnen an das Althergebrachte, an das gleiche Musterwerk zu erkennen haben, dem Beldomandi's Algorismus sich fortwährend anschliesst.

Wir kommen nun zu einem kurzen geometrischen Bruchstücke<sup>2)</sup> Beldomandi's. Es handelt sich (Fig. 35) darum, ein Parallelogramm  $bceg$  zu zeichnen, welches einem Dreiecke  $abc$  flächengleich

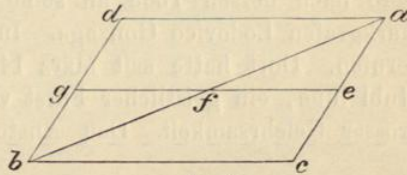


Fig. 35.

<sup>1)</sup> Favaro pag. 121 und 128. <sup>2)</sup> Ebenda pag. 132.

sei. Die Konstruktion wird an drei Figuren ausgeführt, die sich darin unterscheiden, dass der Dreieckswinkel bei  $c$  ein stumpfer, ein spitzer, ein rechter Winkel ist. Jedesmal wird  $ad$  parallel und gleich  $bc$  gezogen und  $d$  mit  $b$  verbunden; wird alsdann  $ac$  in  $e$  und  $db$  in  $g$  halbiert und  $eg$  gezogen, so ist  $bceg$  das verlangte Parallelogramm.

Sonstige geometrische Schriften Beldomandi's sind nicht bekannt, indem eine in einem Handschriftenkataloge ihm zugeschriebene Geometrie sich bei näherer Untersuchung<sup>1)</sup> als eine Abschrift der euklidischen Elemente in der Uebersetzung des Campanus erwiesen hat. Eine Schrift über das Astrolabium<sup>2)</sup> genüge es uns genannt zu haben. Ein Commentar, welchen Beldomandi 1418 zu der Sphäre des Sacrobosco verfasste, fordert unsere Aufmerksamkeit nur durch eine Stelle<sup>3)</sup> heraus, in welcher die damalige Unkenntniß griechischer Sprache bei den berühmtesten Gelehrten zu Tage tritt. Isoperimetrischer Körper soll nämlich so viel heissen als einer, welcher um einen anderen beschrieben werden kann, denn  $\gamma\sigma\omicron$  heisse Figur,  $\rho\epsilon\iota$  um und  $\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$  das Maass.

Die Zeit nahte mit raschen Schritten, in welcher solche Irrthümer, namentlich in Italien, zu den Unmöglichkeiten gehörten. Schon war Kenntniß des Griechischen zu einer erwünschten Zierde geworden. Sie wurde von Einzelnen gesucht und erworben. Bald war sie Nothwendigkeit, und griechisches Wissen auf allen Gebieten, auf dem der Philosophie wie der Poesie, der Mathematik wie der Astronomie, erhielt einen solchen Ruf des Uebergewichtes, dass Jeder es sich anzueignen bestrebt war, der Eine in der Ursprache, der Andere in Uebersetzungen, welche jetzt ausschliesslich aus der Ursprache und nicht mehr mit Durchgang durch morgenländische Uebertragungen hergestellt wurden. Die Uebersetzer waren theils Italiener, theils nach Italien übergesiedelte Griechen.

Unter den Ersteren haben wir Jakob von Cremona<sup>4)</sup> zu nennen, oder mit seinem heimatlichen Namen und Titel Jacopo da S. Cassiano Cremonese canonico regolare. Er lebte 14 Jahre lang in Mantua, war Schüler des Vittorino und trat um 1446 nach dessen Tode an seine Stelle als Lehrer der Söhne des Markgrafen Lodovico Gonzaga. Im Jahre 1449 wurde er nach Rom berufen. Dort hatte seit März 1447 Nicolaus V. den päpstlichen Stuhl inne, ein geistlicher Fürst von eben so feinem Kunstsinne als grosser Gelehrsamkeit. Den Anstoss zum Neubau der Peterskirche

<sup>1)</sup> Favaro pag. 129—131. <sup>2)</sup> *Bibliotheca mathematica* 1890 pag. 81—90 und 113—114. <sup>3)</sup> Favaro pag. 147 *Circa hanc partem notandum primo quod isoperimeter dicitur ab  $\gamma\sigma\omicron$  graece quod est figura latine, et  $\rho\epsilon\iota$  quod est circa, et  $\mu\epsilon\tau\rho\varsigma$  quod est mensura, unde corpus isoperimetrum id est corpus habens figuram circa aliud mesurantem sive alteri circumscriptibilem quod idem est.* <sup>4)</sup> Val. Rose in der deutschen Literaturzeitung V. Jahrgang (1884) S. 292.

in Rom gegeben, die vatikanische Handschriftensammlung mächtig bereichert, griechische Gelehrte nach Rom berufen oder dort festgehalten zu haben, das sind unvergängliche Ruhmestitel des geistvollen Mannes. Um die vorhin genannte Zeit wurde nun entweder unter Neuanschaffungen oder unter schon vorhandenen Handschriften ein griechischer Archimed entdeckt, und dessen Uebersetzung vollzog Jakob von Cremona im päpstlichen Auftrage. Das war die Bearbeitung, welche Cusanus kennen lernte (S. 176), und welche er in einem Sendschreiben an den Papst diesem zu hoher Ehre anrechnete. Erhalten scheint sich die Uebersetzung nicht zu haben.

Auch zu der Uebersetzung eines anderen griechischen Werkes trat Jakob von Cremona kurze Zeit vor seinem bald nach 1449 eintretenden Tode in Beziehung. Georg von Trapezunt<sup>1)</sup> hatte den *Almagest* des Ptolemäus und Theons Erläuterungen zu demselben bearbeitet. Dieser Grieche war 1396 auf der Insel Kreta geboren. Er starb 1486 in Italien. Den Namen, unter welchem er bekannt ist, wählte er nach dem Orte, woher sein väterliches Geschlecht stammte. Er beherrschte die griechische Sprache allerdings, aber mit dem Inhalte des von ihm übersetzten Werkes verhielt es sich keineswegs so, und er scheint durch diesen Mangel zu schlimmen Schnitzern geführt worden zu sein. Wenigstens trat Jakob von Cremona als feindlicher Kritiker gegen die Uebersetzung auf.

Noch einen zweiten Feind hatte Georg von Trapezunt sich zugezogen, den wir hier zu nennen haben, wenn er auf die Geschichte der Mathematik auch nur sehr mittelbar einwirkte: Bessarion. Bekanntlich war seit der Mitte des XI. Jahrhunderts zwischen der griechischen und lateinischen Kirche eine bleibende Trennung eingetreten. Gegen Ende des XIII. Jahrhunderts wurden zwar Versuche angestellt, den Riss wieder zu heilen, aber sie misslangen. Als 1437 das basler Concil auseinanderfiel, wurden neue Versuche gemacht. Die Partei des Concils wie die des Papstes Eugen IV. wetteiferten, wer die Griechen zu versöhnen vermöge, wozu die immer näher rückende Türkengefahr ohnedies mahnte. Cusanus ging im August 1438 als päpstlicher Abgeordneter nach Konstantinopel, und unter denjenigen Würdenträgern, welche er zu bestimmen wusste, ihn nach Italien zu begleiten, war Bessarion der Bischof von Nicäa, der später ganz zur römisch-katholischen Kirche übertrat und zum Cardinal ernannt wurde. Cardinal Bessarion, sagten wir, lebte mit Georg von Trapezunt in Feindschaft. Der Grund war ein ganz wissenschaftlicher. Bessarion war ein begeisterter Bewunderer Plato's, Georg von Trapezunt ein eben solcher von Aristoteles und dagegen ein Verkleinerer Plato's, den er in einer eigenen Schrift heftig tadelte. Das

<sup>1)</sup> Kästner II, 318.

war der Ursprung einer bis zum Hasse sich steigernden Aufregung für Bessarion, das vielleicht der Grund, warum dieser auch die Almagestübersetzung Georgs von Trapezunt von vornherein für verfehlt erklärte, warum er bei einem Aufenthalte in Wien zu Peurbach in Beziehung trat und denselben aufforderte, sich an eine Uebersetzung des Meisterwerkes des griechischen Astronomen zu wagen.

Wenn wir hiermit den Abschnitt beschliessen und nach unserer Gewohnheit umschauend einen Ruhepunkt für unser Auge suchen, so haftet dasselbe vorzugsweise an Nicolaus von Cusa. Andere Namen kommen ja auch vor. Wir verweilten bei deutschen und italienischen Rechenmeistern niederen und höheren Styles; wir sahen die Universitätswissenschaft ziemlich aller Orten von gleich geringfügiger Art, mit gleich geringen Erhebungen über den tiefstmöglichen Stand; wir sahen auch Johann von Gemunden, Georg von Peurbach zu trigonometrischen Neuerungen einen Anlauf nehmen. Als genialer Kopf mit dem Stempel des Erfinders ausgezeichnet war aber nur Einer, nur Cusanus, und für die Mängel seiner Erfindungen ist vielleicht verantwortlich, dass er nicht ausschliesslicher Mann der Wissenschaft, in erster Linie Mathematiker, sein durfte.