La perspective affranchie de l'embaras du plan géometral

Lambert, Johann Heinrich

Zuric, 1759

Zentralbibliothek Zürich

Shelf Mark: 16.249

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-18665

V. Section, de la projection perspective des plans inclinés & des objets qui s'y trouvent.

V. SECTION,

De la projection perſpective des plans inclinés & des objets qui s'y trouvent.

§. 158. Les Sections précedentes nous fourniſſoient divers ſujets, de parler de la manière de deſſiner les objets, qui ſe trouvent ſur des plans inclinés (§. 58. 126. 138. 151. 152.) & nous pourrions nous diſpenſer d'en pourſuivre la theorie, ſi les cas, que nous venons d'examiner, étoient les ſeuls, que la perſpective embraſſe. Car desque l'on ſuppoſe la table perpendiculaire à l'horiſon, il ne ſe trouvera gueres d'autres plans inclinés, que les toits des édifices & les ſurfaces des montagnes. Les premiers ne préſentent point une varieté d'objets, qui exigeaſſent des regles plus detaillées, & les montagnes ſont trop irregulieres pour être regardées comme des ſurfaces planes. Leur hauteur & leur diſtance ſe détermineront aiſément par les regles, que nous venons d'établir, & elles ſuffiront également pour deſſiner tout ce qui s'y trouve.

§. 159. Mais ces cas ne ſont pas les ſeuls, bienqu'ils ſoient les plus frequens. Le but, que nous nous ſommes propoſé, de rendre le plan géometral pleinement ſuperflu, & de faciliter la pratique des regles de la perſpective

tive, exige, que nous examinions aussi les cas moins ordinaires, en faisant voir, que les regles établies cy dessus, s'y appliquent également. Nous avons déjà observé (§. 88.) qu'on donne quelques fois une position inclinée à la table elle même, & cette seule circonstance fait disparoitre plusieurs opportunités, que l'on trouvoit dans le cas opposé. Le point de vue est moins arbitraire, les objets perpendiculaires sur l'horison ne se représentent plus par des droites paralleles, elles se croisent en quelque point, qu'il faut déterminer, & ce qui se trouve sur l'horison, doit être dessiné suivant des regles, qui demandent quelque préparation. Tel peintre, qui réüssira à merveille en peignant sur des tables, qu'on suppose perpendiculaires à l'horison, trouve souvent ici des embaras, qui dérivent du défaut des regles plus faciles.

§. 160. Ce ne sont pas cependant les cas, que nous examinerons particulièrement dans cette Section, que nous destinons à une théorie plus universelle, & qui nous fournira les regles, pour entrer dans ce détail. Nous ne les avons rapportés ici, que pour faire avoir, que cette théorie n'est nullement superflue, & qu'il sera utile, d'établir des regles praticables pour les plans inclinés. Tâchons donc d'en developper les principes, & d'en faire voir la ressemblance avec celles, que nous donnames dans les Sections précedentes pour le cas le plus frequent & le plus simple.

§. 161. Nous donnerons le nom d'*inclinées* à toutes ces lignes & à toutes ces surfaces, qui ne sont ni perpendiculaires ni paralleles à la table, indépendement de sa position. On voit aisément que cette définition est des plus universelles, & que nous ne la restreignons pas à quelque condition particulière.
F. 14. Ainsi p. ex. les surfaces G E e g, E e f i, g e f h, sont inclinées sur la table, parcontre la surface A a b B lui est paralele, & les deux surfaces B b c C, b a d c la coupent perpendiculairement, comme le plan horisontal.

§. 162. Le point de l'œuil P retiendra le nom, que nous lui avons donné, & nous ne l'appellerons *point de l'œuil principal* que lorsqu'il s'agit de le distinguer de quelqu'autre. En ce cas nous entendrons par là celui, dans lequel tombe la perpendiculaire, qu'on tire de l'œuil sur la table. La droite V P W retiendra son nom de *ligne horisontale* ou de *horison*, lorsque le plan qui s'y termine, est horisontal. Et il est clair, que le point de l'œuil principal ne s'y rencontrera plus, dès que la table est inclinée sur l'horison.

§. 163. S'il faut dessiner sur un même tableau des surfaces, d'une position différente, elles se diviseront commodement en trois classes.

1. Quelques unes sont perpendiculaires à la table, & celles ci passent nécessairement par le point de l'œuil principal. Telles sont la plaine horisontale, les
F. 14. surfaces B b c D, a b c d.

2. D'au-

2. D'autres ſeront paralleles au plan de la table, & tout ce qui s'y trouve ſe deſſine ſuivant les regles de la géometrie. p ex. AabB.

3. Enfin elles s'inclinent vers la table, comme p. ex. le toit & les côtés de la maiſon lg, & celles ci ont leur horiſon & leur point de l'œuil particulier. (§. 138. n. 13.).

§. 164. Ce dernier cas comprend deux autres, quand on compare deux ſurfaces à la fois avec la table, & leur inclinaiſon ſera ou *ſimple* ou *double*. Car desque l'une des ſurfaces eſt regardée comme la *principale*, il eſt évident, que les autres peuvent ſe diviſer en celles, qui y ſont perpendiculaires, & en celles, qui ſont inclinées, nonſeulement vers la table mais auſſi vers la ſurface principale. C'eſt ainſi que les côtés GgeE, EefJ, étant perpendiculaires ſur la plaine, s'inclinent ſimplement vers la table, parcontre la ſurface du toit ghfe a une inclinaiſon double, puisqu'elle eſt oblique tant à l'égard de la plaine, qu'à l'égard de la table. Et ſi au lieu de la plaine, on regardoit GgeE comme la ſurface principale, alors l'inclinaiſon de GgeE ſeroit ſimple, & celle du toit ghfe ſeroit double.

§. 165. Chaque ſurface, quelle que ſoit ſon inclinaiſon, a encore deux lignes, qu'il faut obſerver préferablement aux autres, puisque ces deux lignes étant données, on pourra deſſiner tout ce qui ſe trouve ſur ſon

 plan.

plan. L'une eſt celle, où le plan de la ſurface paſſe par la table, & que nous avons appellée ligne de terre dans le cas, où la ſurface eſt horiſontale. On pourra l'appeller plus géneralement la *ligne d'Interſection*, ou la *ligne des nœuds*, en empruntant ce terme de l'aſtronomie, où il ſignifie la même choſe.

§. 166. La ſeconde ligne eſt celle, où la ſurface ſe termine, & que nous avons appellée l'horiſon, pour les cas, où la ſurface eſt horiſontale. Ce terme ne ſignifiant dans ſon origine, que l'extremité d'une ſurface étendue à perte de vue, nous pourrons lui laiſſer cette ſignification primitive. C'eſt ainſi que la droite r q ſera appellé l'horiſon du toit g h f e, d'autant que nous avons déjà remarqué (§. 138. n. 13.) qu'elle eſt deſtinée au même uſage, comme on peut auſſi le voir de ce que nous avons dit (§. 152.) ſur la maniere de s'en ſervir, pour deſſiner l'ombre de la cheminée t f.

§. 167. Ces deux lignes ſont toûjours paralleles l'une à l'autre, c'eſt pourquoi l'une étant donnée de poſition, il ne faudra que ſavoir un ſeul point de l'autre, pour pouvoir la tracer. Comme p. ex. la ligne r q étant donné, & le point e, où le toit touche la table, on tirera par e une parallele avec q r, & elle ſera la ligne d'interſection. Ces deux lignes déterminent l'apparence de toute la ſurface.

§. 168. Comme en conſequence des definition établies, il n'y a qu'un ſeul point princi-

principal (§. 162.) qui est celui, où la perpendiculaire que l'on abaisse de l'œuil sur la table, la coupe, & que le point q nous prête le même service par rapport à la surface g h f e, nous l'appellerons simplement le point de l'œuil de cette surface. Il est clair, que chaque plan incliné en aura un particulier.

§. 169. Après ces remarques préliminaires, nous developperons les regles du dessin, & les principes, sur lesquels se fonde l'apparence des lignes & des angles qui se trouvent sur un plan incliné. Soit A B R Q F. 19. la surface, P R Q la table, R Q la ligne d'interfection, P Q A l'angle de l'inclinaison, & que l'œuil se trouve en O. Que la droite O Q tombe perpendiculairement sur R Q, & que P Q y soit pareillement perpendiculaire, de même que la droite A Q S. Soit enfin tirée O P parallele a A S, & O S à P Q.

§. 170. Pour trouver l'apparence d'un point quelconque A sur la table, tirez la droite A O de A en O, elle coupera la droite P Q en a, & a sera l'apparence de A. Supposons que le point A s'éloigne continuellement sur la droite Q A, l'angle A O Q croitra, jusqu'à ce qu'enfin A O deviendra parallele à A Q, en tombant sur P O, ce qui arrive, lorsque A sera éloigné à l'infini. Ainsi P sera le point de l'œuil pour la surface A B Q, & la droite P p parallele à R Q sera l'horison, où la surface Q A B étendue à l'infini, se termine.

§. 171.

§. 171. On démontrera de la même maniere. que nous l'avons fait dans la I. Section (§. 18.); que toutes les lignes de la surface, qui sont paralleles à AQ, doivent se croiser dans le point P, en s'y terminant, puisque leur distance apparente se retrecit dans le lointain, & qu'elle disparoit tout à fait, si on prend des points infiniment éloignés, donc leur apparence doit necessairement tomber dans le même point P. Ainsi par ex. la droite RB paroitra en RP. Il ne s'agit donc, pour dessiner toutes ces paralleles, que de savoir, où elles passent par la table, pour en tracer l'apparence, puisqu'elle sera toûjours une droite, que l'on tire de cet endroit la dans le point P.

§. 172. Soit donc BQ une autre ligne de la surface, dont la déclinaison de AQ soit = AQB Prenez un point quelconque B, & joignez B, O par une droite, il est évident que l'angle BOQ croitra à mesure que B s'éloigne de Q. Cet éloignement étant poussé à l'infini, la droite OB tombera sur Op, & sera parallele à BQ & partant à toute la surface. Or l'œuil étant également élevé pardessus la surface, comme la droite Pp, il faut que l'extremité de la droite QB prolongée a l'infini se présente sur la table dans le point de l'intersection des deux droites Op & Pp. Joignant donc p & Q, la droite pQ sera l'image de QB prolongée à l'infini, & chaque point B se trouvera dans l'intersection b des droites OB, Qp.

§. 173.

§. 173. Le point p etant trouvé pour la droite QB, toutes les lignes paralleles à QB se dessineront facilement. Il ne faudra que savoir les points, où elles touchent la table. De ce point on tirera des droites en p, qui représenteront ces paralleles. Ainsi p. ex. AF étant parallele à BQ, & touchant la table en F, tirez Fp, qui sera l'apparence de FB.

§. 174. Les droites OP, QA, de même que Op, QB étant paralleles, le plan du triangle POp sera aussi parallele à celui de la surface AQB, l'angle POp est égal à l'angle AQB, & l'angle pPO est droit. Prenant donc OP la distance de l'œuil du point P, comme étant un raïon, Pp sera la tangente de la déclinaison, pOP=AQB. Desorte que la distance PO, & la déclinaison étant données, on trouvera chaque point p.

§. 175. En comparant ce procedé avec celui, que nous avons expliqué dans la premiere Section pour un cas semblable (§. 20. & suiv.) on remarque, que la methode de construire le Transporteur sur l'horison d'un plan incliné quelconque est universelle, & ne differe point de celle, que nous avons donnée pour les plans perpendiculaires à la table. On n'aura qu'à regarder la distance OP comme le raïon d'un cercle, & porter sur Pp les tangentes de chaque angle de déclinaison, en écrivant les dégrés audessus des points qu'elles déterminent, & le Transporteur

teur ſera conſtruit. Cette conſtruction etant parfaitement la même, comme celle que nous avons enſeignée au 1. Problême, nous ne nous y arrêterons pas, non plus qu'à l'uſage de ce Transporteur, que nous avons expliqué ſuffiſement dans la 1. Section. Quiconque l'aura lue avec tant ſoit peu d'attention, ne trouvera point de difficulté, & il entendra facilement ce que nous en avons dit par maniere d'exemple dans la Section précedente (§. 138. n. 13.). Je n'ai pas beſoin d'avertir, que O P n'eſt point ici la diſtance de l'œuil de la table ou du point de l'œuil principal, c'eſt ce qu'il faut obſerver, quand on veut conſtruire le Transporteur. Mais néanmoins on ſe ſert du point P de la même maniere, comme ſi c'étoit ce point là.

§. 176. Ajoutons ici diverſes remarques, qui ſerviront beaucoup à nous faire connoitre & à déterminer la poſition des ſurfaces auſſibien à l'égard de la table, qu'entre elles mêmes.

1. Que le point principal ſoit π, la droite $O\pi$ ſera perpendiculaire ſur la table, & des triangles quelconques comme $PO\pi$, $QO\pi$ auront en π un angle droit.

2. De plus la droite πP forme un angle droit avec l'horiſon Pp en P. Si donc le point π & la ligne $P\pi$ eſt donnée, on tirera $P\pi$, puisqu'elle eſt perpendiculaire ſur $P\pi$. Par contre ſachant la poſition de Pp & du point π, on trouvera P, en abaiſſant de π une perpendicu-

diculaire $P\pi$ sur Pp. C'est de cette regle que nous nous sommes servis dans le §. 138. n. 13.

3. L'angle $OP\pi$ est égal à celui de l'inclinaison de la surface vers la table, ou à l'angle PQA, puisque PO & AQ sont paralleles. Ainsi πO étant le raïon, $P\pi$ sera la cotangente de cet angle. Et sachant cet angle, de même que la distance πO, on trouvera πP. On n'aura qu'à regarder πO comme le raïon d'un cercle, & on fera πP égale à la cotangente de l'inclinaison.

4. Par contre connoissant πP & la droite RF, où la table & la surface se coupent, on pourra déterminer Pp. Du point π on abaissera sur RF la perpendiculaire πQ, en la prolongeant vers P, jusqu'à ce que $P\pi$ aura la longueur donnée; ce qui étant fait, on tirera Pp parallele à RF, & l'horison Pp sera trouvé.

5. Regardant $O\pi$ comme le raïon d'un cercle, OP sera la cosécante de l'inclinaison, donc on trouvera la distance OP, ou, celleci étant donnée, on déterminera reciproquement l'angle de l'inclinaison.

6. Toutes les paralleles de la surface coïncident sur la table dans un point de l'horison. Sachant donc l'apparence de quatre de ces paralleles, dont les deux premiers se terminent dans un autre point

de

de l'horiſon, que les deux derniers, l'horiſon pourra être déterminé ſur la table. C'eſt ainſi que le rectangle ABRQ ſur la ſurface ſe préſente ſur la table en abRQ. Les côtés Qa, Rb ſe terminent en P, & les deux autres ſont paralleles à la ligne d'interſection RF. On n'aura donc qu'à tirer Pp parallele à RF. De même FA & QB ſont paralleles, & leurs apparences ſur la table, Fa, Qb concourrent en p, en joignant donc P & p par la droite Pp, l'horiſon ſera déterminé. Par ce moïen nous trouvâmes dans la 14e Fig. la droite rq moïennant les côtés du rectangle ghfe (§. 138. n. 13.) où l'on voit en même tems que Pq eſt la cotangente de l'inclinaiſon du toit ghfe vers la table, ſi on prend PV pour le raïon. (n. 3. h. §.)

§. 177. Lorsqu'il faut deſſiner des droites perpendiculaires ſur la ſurface ABS, nous avons déjà obſervé (159.) qu'on ne ſauroit les repréſenter par des paralleles, désque la ſurface eſt inclinée. On les repréſentera par des lignes, qui concourrent en quelque point, dont il faut trouver la poſition. Pour cet effet abaiſſez de O ſur la ſurface une perpendiculaire Or, prolongée jusqu'à la table en q, & q ſera le point de l'œuil pour les droites perpendiculaires ſur ABS, dans le quel elles ſe terminent. Si donc les points, oû elles paſſent par la table, ſont donnés, on en tirera des lignes en q, lesquelles en ſeront l'apparence.

§. 178.

§. 178. Faisons encore la dessus quelques remarques, qui serviront à déterminer le point q, & dont nous aurons besoin dans la suite.

1. La droite O r étant perpendiculaire sur ABS, & OP lui étant parallele, l'angle πO r sera égal l'angle OPQ & partant à celui de l'inclinaison PQA.

2. Si donc on regarde Oπ comme un raïon, πq sera la tangente, Oq la secante de l'inclinaison, donc cet angle & la distance Oπ étant donnée, on déterminera πq & Oq.

3. De même sachant des droites Pp, Pπ, Oπ, PO autant qu'il faut, pour déterminer la position du plan ABF à l'égard de la table, on trouvera πq & Oq sans difficulté.

§. 179. Il est d'autant plus interessant de savoir déterminer l'apparence des lignes perpendiculaires sur une surface quelconque, puisque dans les cas les plus embarassés, on peut s'en servir pour dessiner les corps, qui se trouvent sur ces surfaces.

§. 180. Voïons encore, comment toutes ces lignes, dont nous venons de déterminer la position sur la table, pourront être mesurées, à fin de leur donner chaque fois la longueur, qu'elles doivent avoir. L'usage du Transporteur, construit sur l'horison, s'étendant géneralement à tous les cas, on pourroit en agir, comme nous l'avons fait voir dans la premiere Section (§. 51. 52. 175.) en déterminant la longueur de chaque ligne moïennant un triangle isocèle. Mais nous avons déjà observé, que l'operation est plus prolixe, qu'on ne la souhaiteroit, ((§. 110.) & nous avons indiqué differens moïens, de l'abreger, soit par des instrumens, soit par des constructions plus faciles (§. 96. & suiv. 135. 148.). Les Instrumens serviront encore ici, & nous nous bornerons à rendre la construction universelle.

§. 181. Soit Fa l'apparence de FA, qu'il faille diviser ou mesurer. Comme Op & FA sont paralleles, (§. 172. 173) en y joignant les deux droites AO & Fp, nous aurons deux triangles semblables AaF, apO, & le rapport de AF à Op sera le même, que celui de aF à ap. Transportons Op de p en ω, & AF de F en α, & joignons α & ω. La droite αω passera par le point a, qui est l'apparence de A. Car pω & Fα sont aussi paralleles, (§. 170.) donc αF est à pω en raison de aF à ap. Delà nous tirerons la regle suivante, que nous circonscrirons en ces termes.

§. 182. La droite AF, dont il faut déterminer l'apparence, touche la table en F, & son apparence Fa se termine en p. Ces deux points F, p serviront de base. Deplus Op est la distance de l'œuil du point p, & on la porte de p en ω, desorte que ω est le centre de division pour la droite Fp & pour toutes celles qui se terminent en p. Sur l'échelle naturelle prenez la longueur de

la

la droite, dont il faut dessiner l'apparence, & portez la de F en α. Tirez par α & ω une droite $\alpha\,\omega$, qui coupera Fp en a, & Fa sera l'apparence de FA, qu'il faloit trouver.

§. 183. De là on voit, que pour trouver la longueur de chaque ligne de la table, il ne faut que savoir les deux points p & F. On trouvera le premier sans peine, des qu'on a dessiné l'horison, & le second se trouve aussi facilement, lorsque FA est sur la surface ABS.

§. 184. Tout ce que nous venons de dire, fait voir, que la détermination des angles, aussi bien que celles des lignes d'une surface inclinée quelconque, ne differe point de celle, que nous avons rapportée cy dessus pour les plans perpendiculaires à la table, & que pour éclaircir ces regles par des exemples on n'a pas besoin d'une nouvelle figure. Qu'on se représente la 4[e] Fig. comme le dessin d'un plan incliné, P sera son point de l'œuil, CPD son horison, PQ la distance de l'œuil de P, & ce que nous avons dit (§. 135.) sur la division de la droite rt servira d'exemple pour éclaircir la regle, que nous venons d'exposer (§. 182.). L'usage des Instrumens décrits dans la troisième Section est le même. Fig.4.

§. 185. Le point q est le point de l'œuil, dans lequel se terminent toutes les lignes perpendiculaires à la surface. On n'aura donc qu'à déterminer les points, où elles coupent la table, & ces points joints au point q, nous prêteront le même service pour la mesure F. 19.

ſure de ces lignes, que nous avoient prêté les points F & p dans le Cas précedent. (§. 180.).

§. 186. C'eſt ici que l'uſage du Compas de proportion décrit çy deſſus (§. 111. & ſuiv.) ſe fait voir dans toute ſon étendue, dont nous avons parlé dans le §. 126. Toutes les cho-
Fig. 4. ſes dans la 4e Fig. ſoient comme §. 184. Que l'on détermine la diſtance de l'œuil du point P, en la portant ſur l'échelle naturelle, & en fixant le nombre de pieds, qui lui repond. Portez la droite Q t ſur le même nombre, marqué ſur une des lignes de l'Inſtrument, afin de lui donner ſon ouverture. On trouvera, en y portant Q P, le nombre, qui repond à la diſtance de l'œuil du point t. Portez t r ſur ce nombre, & le compas aura ſon ouverture requiſe, pour ſervir d'échelle pour la droite t r. Ce ſecond nombre ſe trouvera encore d'une façon plus abregée, en portant Q t ſur l'échelle naturelle N q, puiſque par là on trouvera immediatement la diſtance de l'œuil du point t. La détermination des lignes perpendiculaires ſur la ſurface ne differre en rien pour l'uſage de l'Inſtrument, puiſqu'il ne faut que ſe ſervir du point de l'œuil, qui leur repond. (§. 185.).

§. 187. Toutes les lignes perpendiculaires
F. 19. à la ſurface ABFR & égales à O r, étant deſſinées ſur la table, y joignent neceſſairement l'horiſon P p, puiſqu'elles ont la même hauteur, que le plan, qui paſſe par

l'œuil

l'œuil O, & qui eſt parallele à la table. Mais ce plan coupe la table en P p. Delà nous déduirons un moïen, de meſurer ces lignes ſur la table, qui eſt aſſez ſemblable à celui, que nous avons décrit dans la troiſième Section (§. 100. & ſuiv.). Mais comme il ſe trouve ici quelque différence, qui dérive de l'inclinaiſon de la ſurface, nous allons l'éclaircir par un exemple.

§. 188. Soit PN l'horiſon, P ſon point de l'œuil, π le point de l'œuil principal, OPπ l'angle de l'inclinaiſon, tirez Oπ perpendiculaire ſur Pπ, & qO ſur OP, qui eſt la diſtance de l'œuil du point P, & q ſera le point, dans lequel ſe terminent toutes les lignes perpendiculaires à la ſurface. Faites enfin qω parallele à PN, & égale à Oq, & ω ſera le Centre de diviſion pour ces lignes. F. 20.

§. 189. Soit donc M un point quelconque & la baſe d'une de ces lignes perpendiculaires à la ſurface, qu'il faille deſſiner, & meſurer. Tirez une droite par qM, prolongez la jusqu'à l'horiſon en N, & MN doit avoir le même nombre de pieds, quelle que ſoit la poſition du point M, c'eſt à dire autant qu'en a la diſtance de l'œuil de la ſurface. Joignez ωM par une droite prolongée en R, & diviſez RN en ce nombre de pieds, & RN ſervira d'échelle naturelle pour diviſer MN perſpectivement. Car on n'aura qu'à faire paſſer des droites par les points, qu'on y déterminera dans le centre de diviſion ω,

& ces droites couperont MN dans les points qu'il faloit trouver. On pourra de même se servir du compas de propotion, pour diviser ces lignes. Aïant divisé NR, comme nous venons de le dire, mesurez QO ou Qω sur cette échelle, & notez le nombre de pieds, qui lui convient, sur le compas de proportion. Portez y la droite qN, & par là vous lui donnerez l'ouverture requise. Le reste de l'operation se fait, comme dans les cas rapportez dans la 3e Section. Car en portant qM sur cet Instrument, vous trouverez MN.

§. 190. Ce que nous venons de dire sur la projection des surfaces inclinées, ne regarde qu'une surface considerée en elle même & uniquement à l'égard de la table. L'inclinaison y est supposée quelconque mais elle n'est que simple. Voïons encore, comment il faudra dessiner plusieurs surfaces, qui diffèrent de position tant entre elles, qu'à l'égard de la table. Mais afin de ne point repêter inutilement, ce que nous venons de déterminer, nous présupposerons les points suivans comme donnés.

F. 21. 1. La *surface principale*, à laquelle on rapporte les autres, son horison CD, son point de l'œuil P, & le point de l'œuil principal π sont supposés être dessinés sur la table.

2. De même on dessinera (§. 188.) l'angle de l'inclinaison oPπ, le point de l'œuil q, dans lequel se terminent les lignes perpendiculaires à la surface principale.

PRO-

PROBLEME 14.

§. 191. *Dessiner une surface perpendiculaire sur la principale, la droite, r A, où elles se coupent, étant donnée.*

SOLUTION.

1. Il est clair, que toutes les droites, que l'on se représente sur cette surface & qui sont paralleles à A r, doivent se terminer dans le même point de l'horison principal r (§. 173.) & de la même maniere toutes les droites tirées sur cette surface, perpendiculairement à la principale se termineront en q. (§. 188.) Donc en joignant les points r, q, la droite r q sera l'horison de la surface, qu'il faut dessiner. (§. 176. n. 6.)

2. Abaissant du point principal π une perpendiculaire π p sur cet horison, p sera le point de l'œuil pour la surface perpendiculaire. (§. 176. n. 2.).

3. La distance de l'œuil de la table étant O π, portez là de p en s, & la distance s π, de p en Q sur la droite π p prolongée, & vous aurez Q p la distance de l'œuil du point p, qui servira de raïon pour tracer le Transporteur sur l'horison r p q. (§. 175.)

4. Soit E F la droite de l'interfection de la surface principale & de la table, F sera le point, où la droite r A, prolongée, joint la table, Faites F D parallele à l'hori-

l'horiſon r p q, & F D ſera la ligne de l'interſection de la table & de la ſurface perpendiculaire, qu'il faut deſſiner. (§. 167.).

5. Enfin portez O π de π perpendiculairemen ſur Q π, en ω, joignez p & ω, & vous aurez ω p π l'angle de l'inclinaiſon de la table vers la ſurface perpendiculaire, qu'il falloit deſſiner. (§. 176. n. 3.)

§. 192. La Solution de ce Problême renferme tout ce qu'il faut ſavoir pour déterminer l'apparence de la ſurface & ſa poſition, & pour y deſſiner des objets quelconques. Les deux *données*, que le Problême demande, ſont 1. la condition, que cette ſurface ſoit perpendiculaire ſur la principale; 2. que l'on ſache la droite r A, où l'une & l'autre ſe coupent. On pourra varier le Problême en changeant de données. Rapportons en deux exemples, dans lesquels la premiere condition reſte la même, mais qu'au lieu de r A.

1. On ſache la ligne d'interſection F D. Il eſt évident qu'on n'aura qu'à tirer q r parallele à F D, & joindre r F & le cas ſe trouvera reduit à celui du Problême.

2. Reciproquement ſachant les droites r F, F D on trouvera F E, puisqu'on n'aura qu'à tirer cette ligne parallele à C D.

§. 193. Prolongez p π vers G, & tirez ω G perpendiculaire ſur p ω, le point G, où ces deux lignes ſe croiſent, ſe trouvera ſur l'horil'horison principal C D, car il sera le point de l'œuil, dans lequel se terminent les droites perpendiculaires à la surface AabB (§. 188. 189) Mais cette surface etant perpendiculaire sur la principale, il est évident, que ces lignes lui seront parallèles, donc elles coïncident dans un point de l'horison C D, & partant ce point etant G, il se trouve sur cet horison. (§. 173) Le nombre de dégrés entre les deux points r & G sera donc 90. D'où on déduit un nouveau moïen pour trouver la position du point q. Sur l'horison C D prenez deux points quelconques G, r, dont l'intervalle soit de 90°. Faites passer une droite G Q par le point principal π, & abaissez y une perpendiculaire r p prolongée jusqu'en q, où elle coupe la verticale P π q, & q sera le point qu'il falloit trouver. (§. 188.)

§. 194. Les rapports, que nous venons de fixer entre les lignes & les points, dont nous avons chargé la 21^e^ figure, nous fournissent abondemment des moïens, pour la dessiner dans des circonstances quelconques. C'est ainsi p. ex. qu'on pourra en venir à bout, lorsqu'on n'a d'autres données que les trois points P, π, q. Voici comment.

1. Aïant tiré P π q, faites passer par P une perpendiculaire C P D, qui sera l'horison de la surface principale, & par q tirez une droite quelconque q r.
2. Du point π abaissez une droite π p Q perpendiculaire sur q r, & prolongez la jusqu'en G.

3. Tracez ſur r G un demi cercle, & marquez le point t où il coupe la verticale P q, & P t ſera le raïon pour conſtruire le Transporteur ſur C P D (§. 175.) & la diſtance de l'œuil du point P.

4. Tirez O π perpendiculairement ſur P π q, & faites P O = P t & O π ſera la diſtance de l'œuil de la table, & O P π ſon inclinaiſon vers la ſurface principale. Le reſte ſe fait comme dans le Problême précedent. On auroit auſſi pu tracer un demi cercle ſur P q, dont la circonference auroit paſſé par le point O, & O P auroit eté porté de P en p, pour décrire le Transporteur ſur C P D. Rendons le Problême, que nous venons de reſoudre, plus univerſel, en deſſinant une ſurface doublement inclinée.

PROBLEME 15.

§. 195. *La ligne de l'Interſection etant donnée, deſſiner un ſurface, dont l'inclinaiſon vers la ſurface principale ſoit donnée.*

SOLUTION.

F. 22. En préſuppoſant la préparation indiquée dans le §. 190. ſoit la ligne de l'interſection B A, ſur laqu lle il faille deſſiner une ſurface inclinée vers C D ſous un angle donné, p. ex. de 54 degrés.

1. Prolongez A B jusqu'à l'horiſon en r, où elle paſſe par le 40me dégré. De r en M comptez 90°. & tirez A M. r A M repré-

repréſentera un angle droit de la ſurface principale, & c'eſt vers cette ligne, que la ſurface propoſée doit s'incliner ſous un angle de 54 dégrés.

2. Faites paſſer une droite q N par les deux points M, q, & cette droite ſera l'horiſon d'une ſurface, qui coupe la ſurface principale perpendiculairement en A M. (§. 191.) & qui en même tems eſt auſſi perpendiculaire à celle, qu'il faut deſſiner. (n. 1.)

3. Déterminez les deux points p & Q, par le Problême précedent, & tracez ſur N M le Transporteur pour la meſure des angles.

4. L'angle d'inclinaiſon M A a dévant être de 54°, comptez de M en N ſon complément à 180°, ou de q en N ſon complément à 90°, qui eſt = 36°, & tirez les droites N A a, A B b, & A a, B b auront l'inclinaiſon deſirée, & elles ſeront dans le plan propoſé, puisqu'elles formeront un angle droit avec r A, & un angle de 54° avec M A.

5. Joignez les points r, N par la droite r N, qui ſera l'horiſon de la ſurface, qu'il faut deſſiner. La perpendiculaire $\pi\varpi$, que vous y abaiſſerez, marquera en ϖ le point de l'œuil pour cette ſurface, & moïennant les droites O π, $\pi\varpi$ vous trouverez le raïon ϖ n pour décrire ſur N r le Transporteur pour la meſure des angles. (§. 191. n. 32.)

6. Enfin

6. Enfin ſoit EF la ligne, où la ſurface principale coupe la table. Prolongez BA jusqu'en F, & tirez FD parallele à Nr, & FD ſera la ligne de l'interſection de la table & de la ſurface propoſée, ſur laquelle vous tracerez l'échelle naturelle, qui vous prêtera le même ſervice pour la diviſion des lignes, que la ligne de terre dans les Sections précedentes.

7. L'angle de l'inclinaiſon de la ſurface propoſée vers la table ſe trouve moïennant les droites $\pi\varpi$, $O\pi$, comme dans le Problême précedent. (§. 191. n. 6.)

§. 196. Le Problême, que nous venons de reſoudre, eſt le plus univerſel, que l'on puiſſe propoſer pour le deſſin des plans inclinés d'une façon quelconque. Sa Solution renferme tout ce qu'il faut ſavoir, pour en déterminer les détails. Quiconque ſe ſera exercé dans la pratique des regles pour le cas le plus ſimple, examiné dans les Sections précedentes, ne trouvera ici point de difficulté, attendu que tout eſt reduit aux mêmes regles, désque l'on a trouvé l'horiſon & la ligne d'interſection d'une ſurface, qu'il faut deſſiner. Ces deux lignes fourniront le Transporteur & l'échelle naturelle, & il n'en faut pas davantage, pour appliquer les regles, que nous avons données pour le cas le plus facile.

§. 197. Les données, dont nous avons fait dépendre la Solution du Problême, ſont 1°. la droite AB, où la ſurface principale & celle qu'il falloit deſſiner, s'entrecoupent, & 2°. l'inclil'inclinaison de l'une vers l'autre. C'est le cas le plus fréquent. Il y en a cependant d'autres, dont nous rapporterons encore deux, pour faire voir, comment on les reduit au cas du Problême. C'est ainsi que p. ex. dans la 14^e fig. nous ne nous sommes pas servi de l'angle d'inclinaison pour dessiner la surface du toit g h f e (§. 138. n. 13.) mais nous y avons emploïé les droites G g, E e, J f. Et nous trouvames son horison q r & son point de l'œuil q, de même que son inclinaison vers la table, comme en retrogradant (§. 176. n. 6. 2.) De la même manière on dessinera toute la surface r b a F, aprez qu'on aura déterminé le rectangle A a b B, en se servant d'autres circonstances. Car les côtés de ce rectangle etant prolongés, on trouvera les deux points r, N, & la droite N r sera l'horison de cette surface, sur lequel on déterminera le point de l'œuil π & le raïon ϖ n comme dans les deux Problêmes précedens, de même que tout le reste de la figure. F. 14 F. 22.

§. 198. Mais si au lieu de l'inclinaison e A M on avoit la hauteur du point a sur la surface principale, & le point e, dans lequel tombe la perpendiculaire qu'on y abaisse de a, ou la distance A e. On portera cette distance de A en e, & en joignant q, e, par une droite q e a, sur laquelle on coupera e a en lui donnant la longueur proposée (§. 189.) Si par contre le point a est dessiné sur la table, la droite a A N se trouve comme d'elle même, & partant aussi N r, π, & F D.

§. 199.

§. 199. Ces deux exemples, que nous nous sommes contentés d'indiquer brievement, suffisent, pour faire voir, comment on pourra s'y prendre dans d'autres circonstances. Remarquons encore, que la solution des deux derniers Problêmes est plus complette, qu'il ne le faut dans la plus part des cas, afin qu'ils puissent suffire même dans les plus compliqués. C'est ainsi p. ex. qu'on pourra omettre le transporteur sur N M, lorsqu'on n'y cherche qu'un seul point N, puisque ce point pourra être trouvé indépendement des autres, & de la même manière (§. 32.) Le moïen le plus commode pour tous les transporteurs, qu'il faudra construire soit entièrement soit en partie, ce sera d'en faire un sur le compas de proportion, qui tiendra lieu de tous, outre qu'il pourra être d'usage pour les cadrans & pour plusieurs autres figures, où on a besoin des tangentes des angles.

§. 200. Si le plan, qu'il faut dessiner, est parallêle à la surface principale, C P D sera l'horison pour l'un & l'autre, & il ne faudra plus que trouver la ligne d'intersection, ce qui se détermine par la distance des deux plans. Prenez cette distance sur l'échelle naturelle, & l'aïant portée de E en g, érigez en g une perpendiculaire g f. Faites l'angle P E f égal à l'inclinaison du plan vers la table & partant à l'angle O P π, & portez E f de E en h, & tirant par h une droite parallêle à E F, elle sera la ligne, où le plan proposé coupe la table. Si la surface principale cou-

pe

pe la table perpendiculairement, il eſt évident, que les deux points f, h coïncident, & que leur diſtance ſera Eh = Eg.

§. 201. Si ſur ce plan parallèle il faut deſſiner un autre, qui y eſt incliné, le deſſin s'exécutera de la même façon, comme dans le cas précedent, en obſervant pourtant, que la droite EF doit être hauſſée de E en h. (§. 200.)

§. 202. Entrons encore en quelque détail ſur la manière de deſſiner un plan, qui paſſe par l'œuil. On peut s'en ſervir avec avantage en pluſieurs rencontres, & particulièrement, quand il s'agit de deſſiner des colonnes ou d'autres corps cylindriques, afin de leur donner facilement l'épaiſſeur requiſe. La projection d'une ſurface préſuppoſe géneralement deux points comme donnés. Dans le cas, que nous allons examiner, l'un eſt déterminé par la condition, que la ſurface, qu'il faut deſſiner, paſſe par l'œuil. Et cette condition nous ſuggére dabord la qualité principale de ſa projection, c'eſt qu'elle ſe repréſente par une ſimple ligne droite, puisque tous les points de ces plans, qui ſont ſur les lignes tirées dans l'œuil, ſe couvrent l'un l'autre, & ne paroiſſent être qu'un ſeul point.

§. 203. La ſeconde donnée, pour la projection de ces plans, varie ſuivant les circonſtances du deſſin. Nous en expoſerons quelques cas, afin de faire voir, comment on pourra proceder dans tous les autres.

§. 204. *Le premier* en eſt le plus facile, c'eſt quand on ſait la ligne de la ſurface principale, par laquelle celle, qu'il faut deſſiner, doit paſſer. Car on n'aura qu'à mettre cette ligne en perſpective, & elle repréſentera en même tems le plan entier. De là, en invertant le cas, *chaque ligne du tableau repréſente, comme d'elle même, un plan, qui paſſe par cette ligne & par l'œuil.*

205. *Second cas.* Si le plan, qu'il faut deſſiner, & qui paſſe par l'œuil, eſt perpendiculaire ſur la ſurface principale, il ne s'agit que d'en ſavoir un ſeul point. Que ce point, projetté ſur la table, ſoit k, menez par k, & q une ligne droite kq, qui repréſentera le plan propoſé. (§. 191.) Car l'œuil ſe trouve perpendiculairement au deſſus du point q, qui eſt en même tems le point de l'œuil pour toutes les lignes perpendiculaires ſur la ſurface, (§. 190.) donc auſſi pour toutes celles, qui ſe trouvent ſur le plan propoſé.

§. 206. *Le troiſième cas* eſt, lorsque le plan propoſé doit paſſer perpendiculairement par la ſurface principale & par une autre donnée, qui ſoit ABba, & dont la ligne d'interſection ſoit AB. Aiant prolongé AB jusqu'en r, comptez depuis r en M 90°, & menez une droite par q, M, cette droite ſera la projection du plan, qu'il falloit deſſiner. Car puisqu'elle paſſe par le point q, elle ſera perpendiculaire à la ſurface principale; (§. 190.) & le ſera auſſi à la ſurface AabB, puisque l'angle rkM eſt droit. Donc elle ſatisfait aux conditions propoſées.

§. 207.

§. 207. *Le quatrième cas.* Si le plan, qui paſſe par l'œuil, coupe la table ſous un angle droit, il faut qu'il paſſe auſſi par le point principal π. (§. 190.) On n'aura donc qu'à trouver encore un autre point, p. ex. n, par lequel il paſſe, & ſon apparence ſera πn. Si ce point eſt q, l'apparence du plan ſera πq, dans ce cas il paſſera perpendiculairement par la table & par la ſurface principale.

§. 208. *Le cinquième cas.* Si le plan, qui paſſe par l'œuil, coupe la table ſous un angle quelconque donné. On trouvera la diſtance de la ligne d'interſection, en prenant Oπ pour le raïon, & cherchant la cotangente de l'inclinaiſon; avec laquelle on décrit un cercle, dont le centre eſt π, & la ligne d'interſection touchera le cercle, deſorte qu'il ne faudra plus qu'en ſavoir encore un ſeul point, pour la deſſiner.

§. 209. *Le ſixième cas.* Si le plan propoſé s'incline vers la ſurface principale ſous un angle donné, on ſuppoſe le même cercle décrit ſur la ſurface principale, ſon centre étant F. 19. r. Après quoi on le mettra en perſpective, & on en agira comme dans le cas précedent.

§. 210. Chaque ſurface, qui paſſe par l'œuil, ne ſe préſentant ſur la table, que comme une ligne droite, il eſt évident, que tous les objets, qui s'y trouvent, ſe confondent, & ne ſauroient être repréſentés. Mais dès qu'il s'y trouve des parties éminentes, il faut ſavoir les placer & leur donner la grandeur apparente, qui reponde à leur éloignement. Les données, dont nous nous sommes servis dans les autres cas, étoient l'horison & la ligne d'intersection de la surface. Mais dans ce cas ces deux lignes, de même que toutes les autres se confondent, & ne paroissent que comme une seule. Soit N r la projection d'un plan, qui passe par l'œuil, cette droite sera aussi l'horison du plan, & le transporteur s'y construit comme cy dessus. Elle est en même tems la ligne, où le plan & la table se coupent, donc on pourra y tracer l'échelle naturelle, qui servira pour la mesure des droites qui sont sur ce plan.

1. Soit donc à dessiner l'apparence d'un objet, qui se trouve sur la ligne, qui coupe la table en N, & qui se termine dans le point de son horison ϖ, l'apparence de cette ligne prolongée à l'infini, sera ϖ N, & la distance d'un de ses points quelconque de la table, se trouvera par les mêmes regles, comme dans les autres cas. C'est ainsi qu'en tirant N l parallêle à n ϖ, & portant sur N l l'échelle naturelle, & les droites, telles que n l couperont en m le point, où il faut peindre l'objet proposé.

2. Mais si la droite, dans laquelle cet objet se trouve, se terminoit dans un autre point de l'horison, comme p. ex. N r, il faudroit tirer une perpendiculaire par r, & y porter la distance n r, laquelle y détermineroit le centre de division, dont

dont vous vous ſervirez comme du point n dans le cas précedent.

Si enfin la ſurface ou le plan, qu'il faut deſſiner, eſt parallèle à la table, ſa projection n'a aucune difficulté. Il n'y a ici ni horiſon, ni ligne d'interſection, & tout ce qui s'y trouve, ſe deſſinera ſimplement comme ſi c'étoit un plan géometral, puisque toutes les parties auront ſur la table le même rapport entre elles, qu'elles ont ſur le plan propoſé. Il n'eſt queſtion que de ſavoir la diſtance du plan de la table, qu'on trouvera de pluſieurs manières, ſuivant les differentes combinaiſons des circonſtances. Un exemple ſe trouve dans la 13^e^ figure, touchant la projection du côté a b c d.