

www.e-rara.ch

Davidis Gregorii ... Astronomiæ Physicæ & Geometricæ Elementa

Gregory, David

Genevæ, M. DCC. XXVI

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 8927 q

Persistent Link: <https://doi.org/10.3931/e-rara-2137>

Tomus secundus.

www.e-rara.ch

Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20^e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

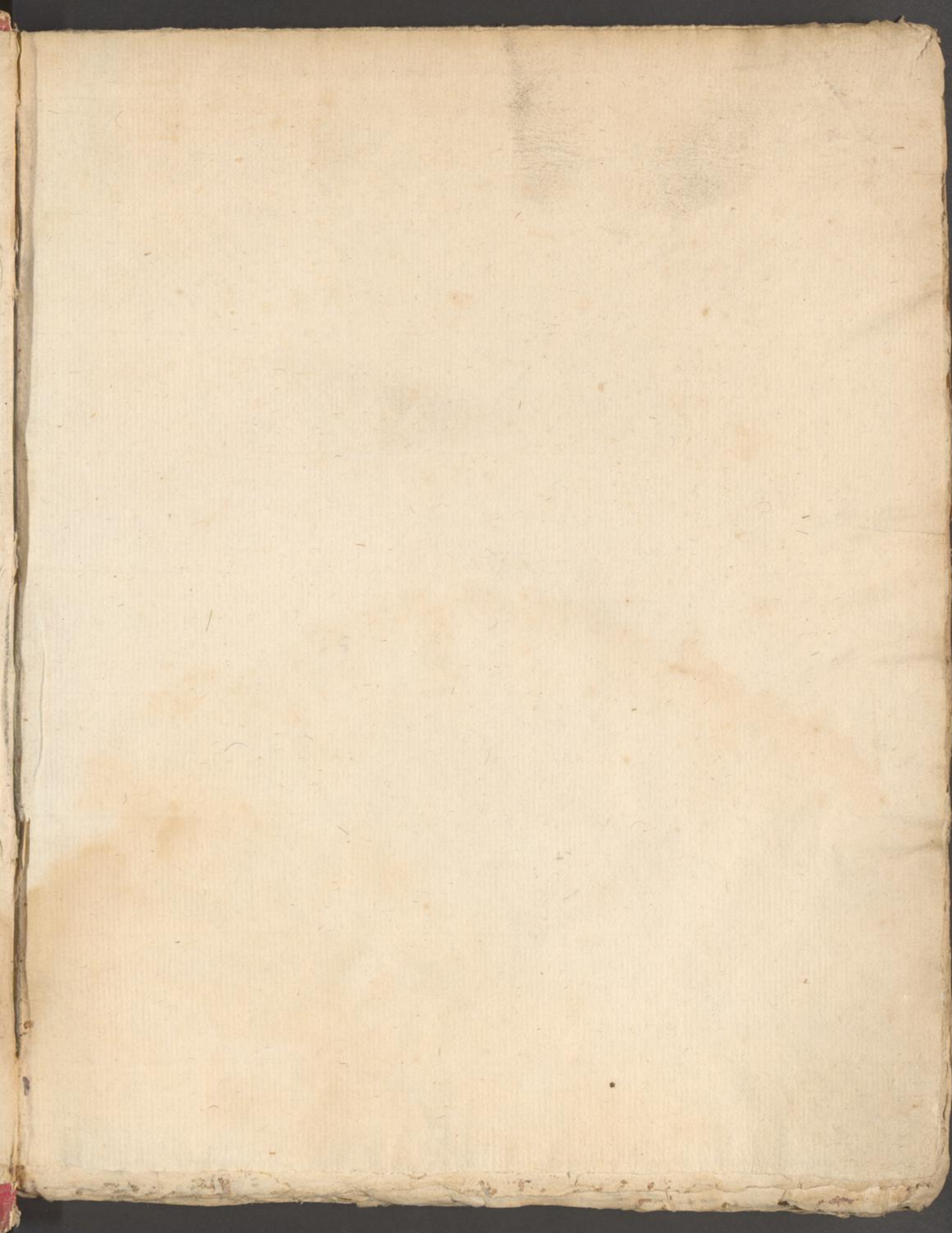
Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

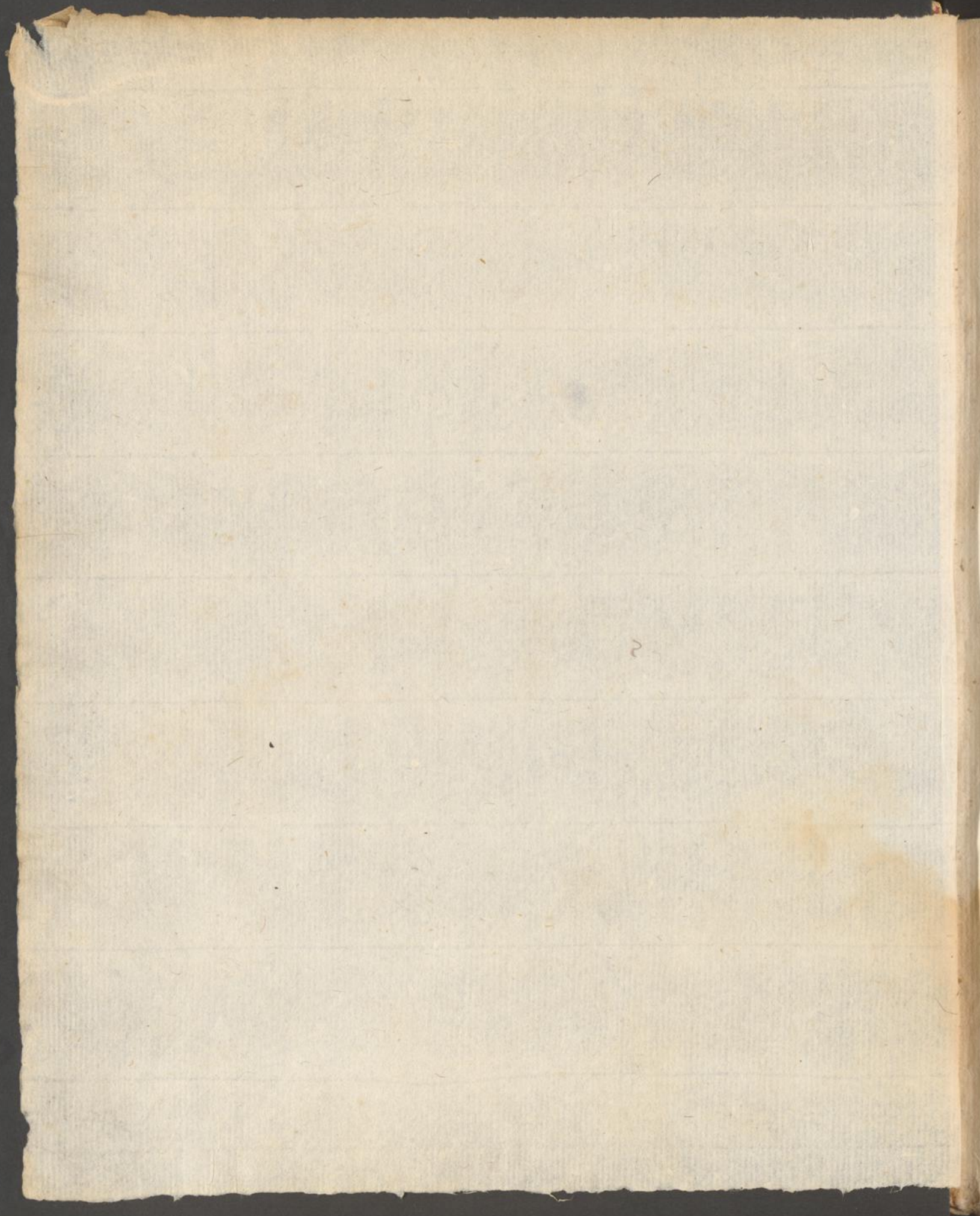


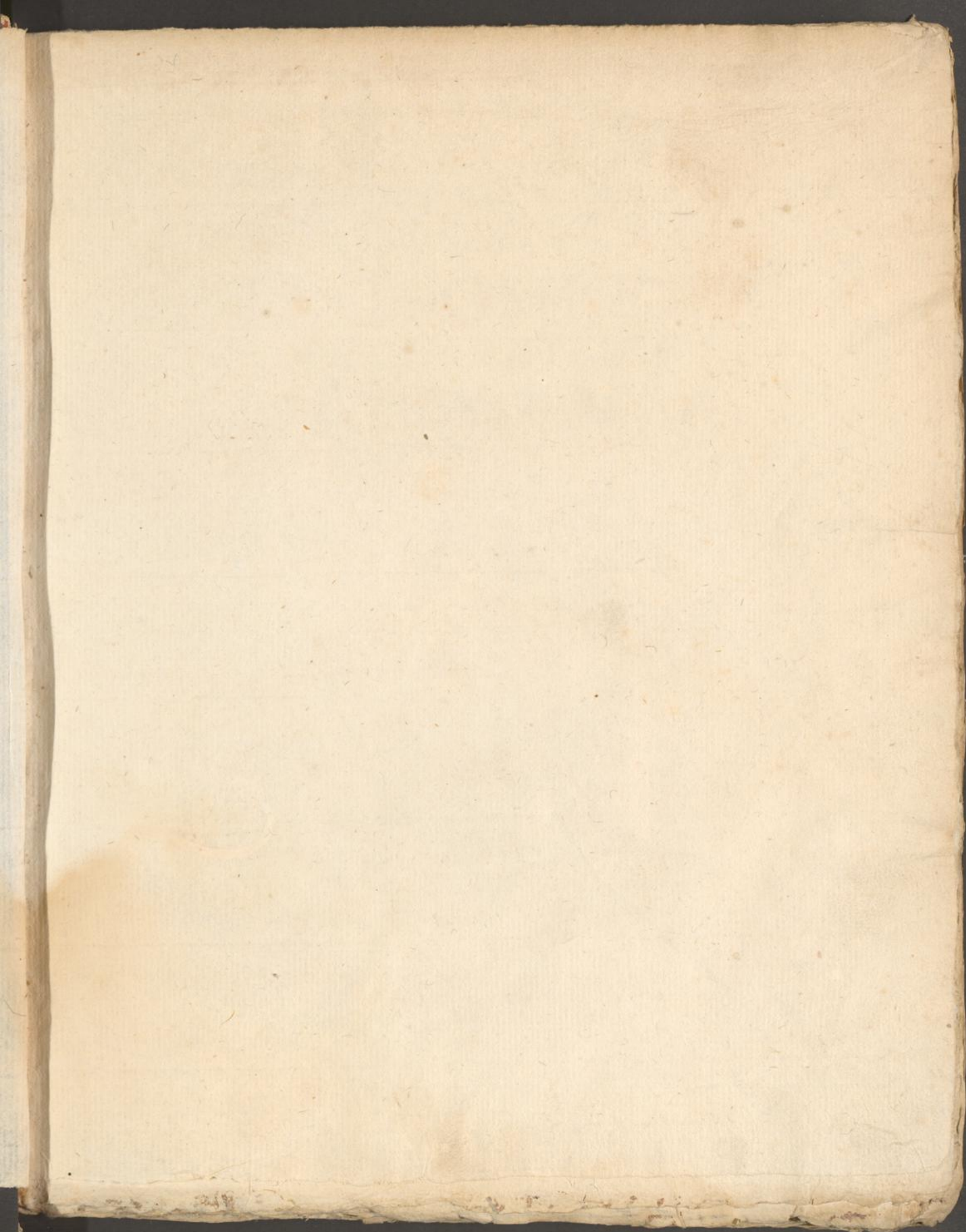
11627 (Rar)

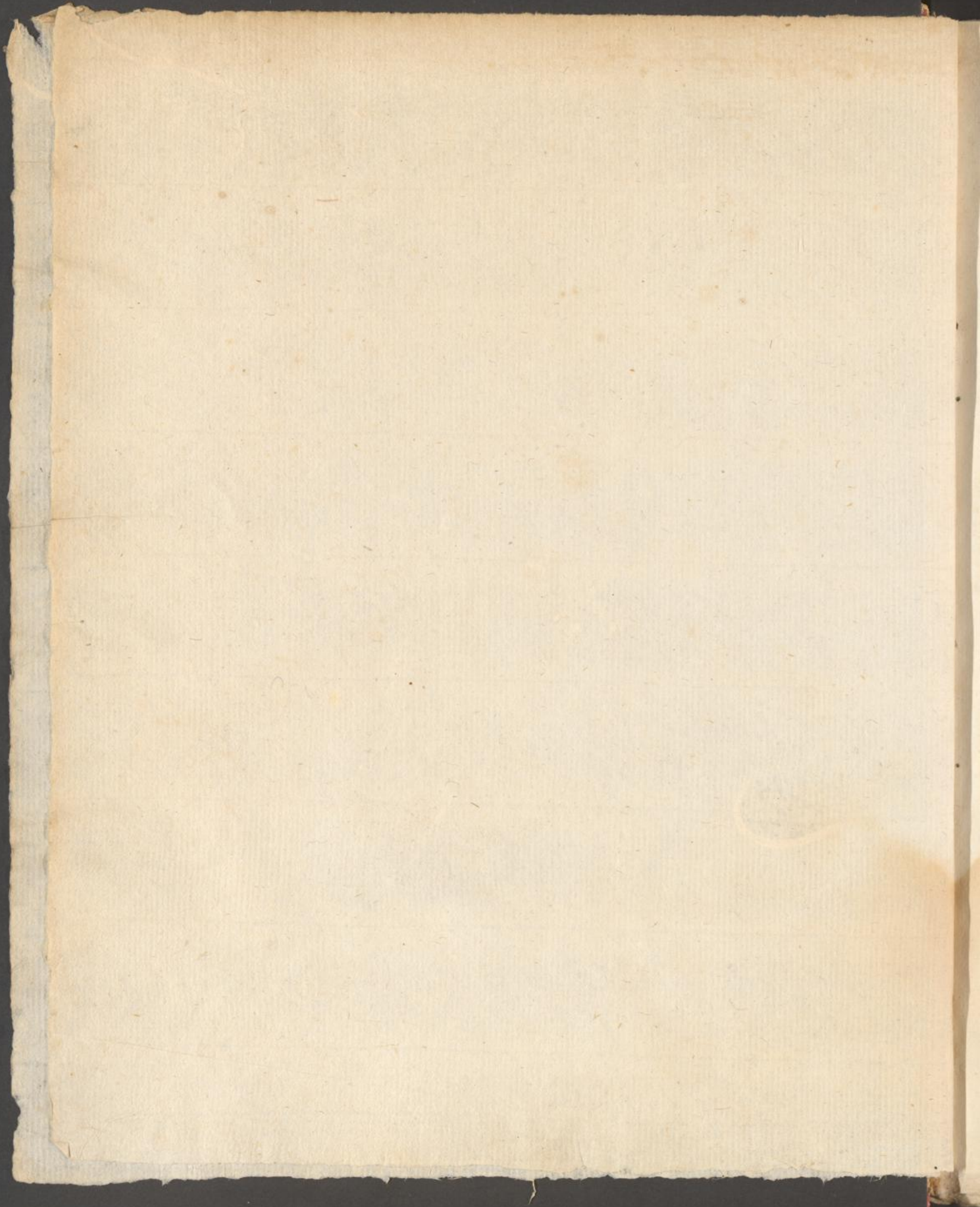
coll. Wray
M

Rar 8927:29









ASTRONOMIAE

PHYSICAE

PRINCIPALIA

ASTRONOMIAE

PHYSICAE

PRINCIPALIA

ASTRONOMIAE

PHYSICAE

PRINCIPALIA

ASTRONOMIAE

PHYSICAE

PRINCIPALIA

ASTRONOMIAE

PHYSICAE

PRINCIPALIA

ASTRONOMIAE

PHYSICAE

PRINCIPALIA

ASTRONOMIAE

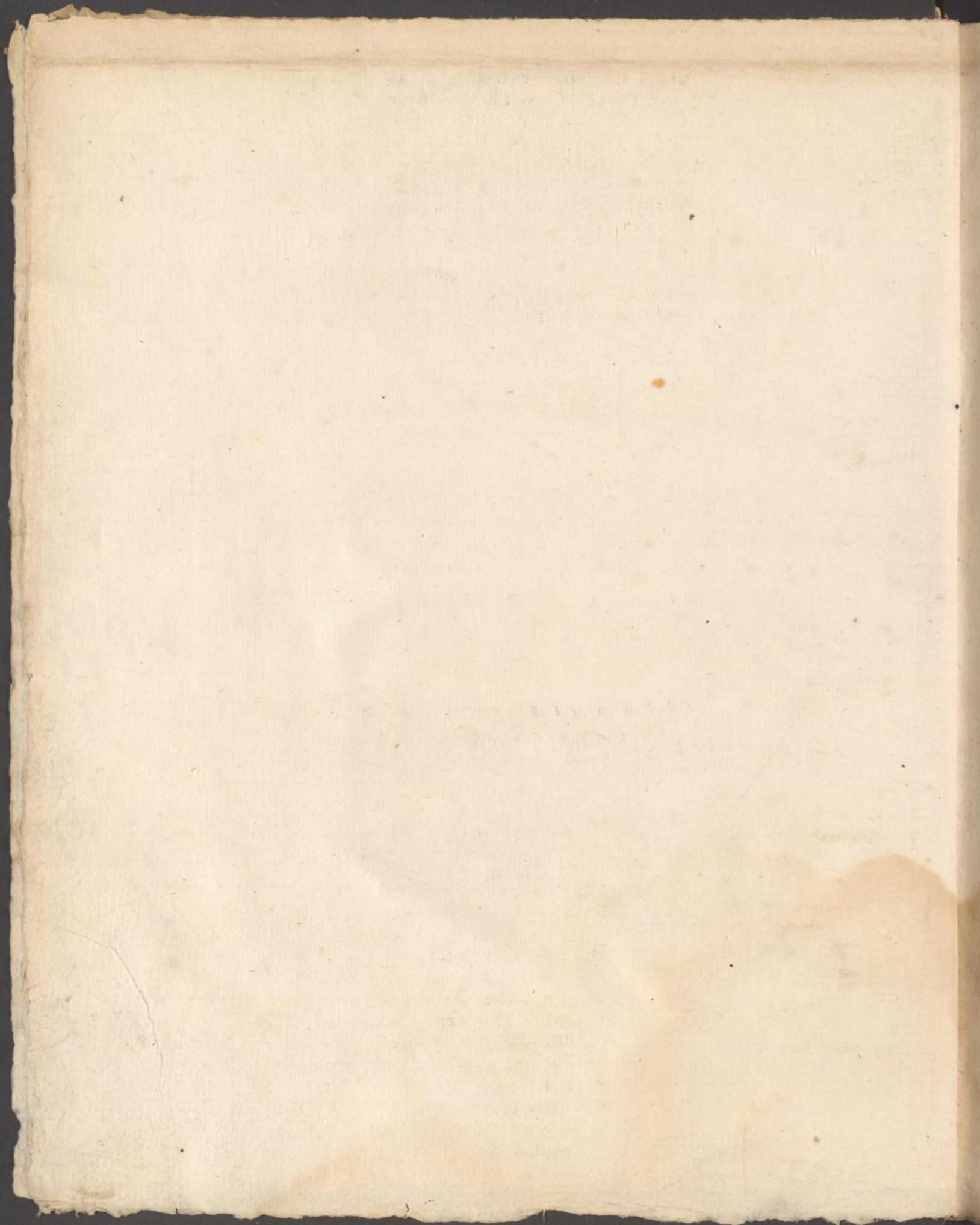
PHYSICAE

PRINCIPALIA

ASTRONOMIAE

PHYSICAE

PRINCIPALIA



DAVIDIS GREGORII

M. D. ASTRONOMIÆ PROFESSORIS SAVILIANI
OXONIÆ, ET REGALIS SOCIETATIS
LONDINENSIS SODALIS

ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ & GEOMETRICÆ
ELEMENTA.

Secunda Editio revisa & correctæ.

ACCESSERUNT

*Prefatio Editoris; Cometographia HALLEIANA in modum Appen-
dicis; brevis ad Calcem Horologiorum Sciotericorum tractatus &
duplex Index, primus Sectionum & Propositionum, alter Rerum
& Verborum copiosus.*

TOMUS SECUNDUS.



GENEVÆ,

Apud MARCUM-MICHAELEM BOUSQUET ET SOCIOS.

M. DCC. XXVI.

ASTRONOMIÆ

PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ

E L E M E N T A.

LIBER QUARTUS

DE THEORIA PLANETARUM SECUNDARIORUM.



Ost jacta in Lib. I. Astronomiæ Physicæ fundamenta vera & genuina, explicata in Lib. II. Primi Motûs phænomena à Telluris motu circa proprium Axem oriunda, & Planetarum primariorum Theoriam Lib. III. traditam; hoc est, quomodo eorum Orbitæ describantur, & loca, cum ex Sole, tum ex ipsorum aliquo visâ ad tempus datum determinantur; item Primariorum Magnitudo, Densitas, Distantia mutua reliquaque hujusmodi definiuntur: Ordo postulat ut ad Secundariorum, qui circa Primarios revolvuntur, Theoriam tradendam Lib. hoc IV. descendamus. Licet Primarii cujusque Planetæ motus satis sit simplex, quippe compositus (projecti motûs instar) ex uniformi progressivo in recta Orbitam tangente, alioque descensivo, quo (quasi attractus) ad Solem descendit, immensâ eorum à se mutuo distantia actionis seu gravitatis mutue effectus insensibiles reddente; Secundariorum longe alia erit ratio: Nam eorum quivis (licet maxime ad Primarium suum respectivum tendat) eadem gravitate acceleratrice versus Solem, in eadem ab

Gregori Astr. Tom. II. A illo

illo distantia, urgetur atque ipse Primarius; in majori minus, in minori magis. Ex diversa hac ad bina corpora, Solem nempe suumque Primarium, tendentia Secundarii motus maxime compositus redditur, iisque afficitur inæqualitatibus, quas Astronomi Hypothesibus salvare potius quam Philosophi ex Causis Physicis explicare, ante felicissimum *Newtonum*, sperabant.

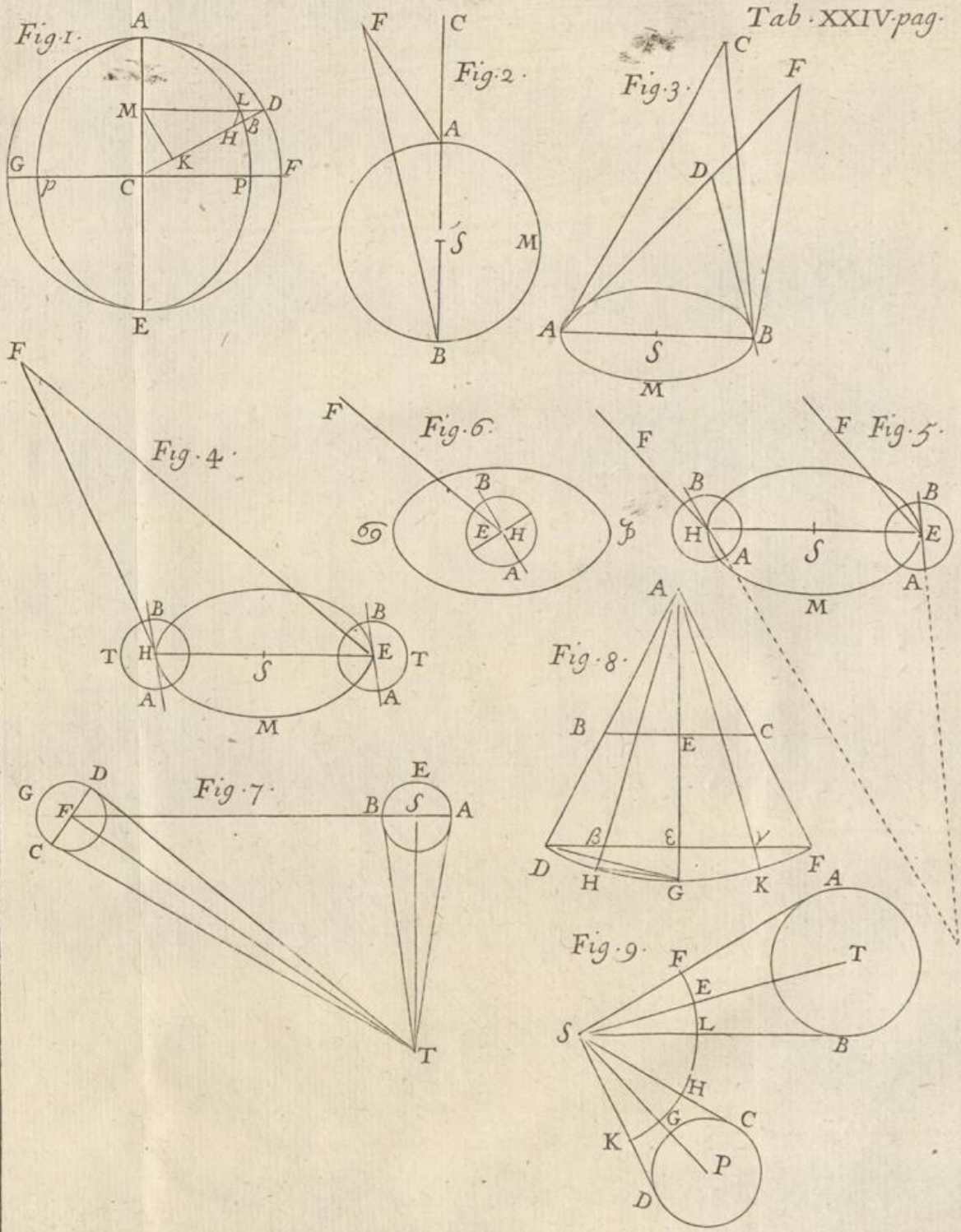
SECTIO I.

DE ERRORIBUS QUOS SOL PRODUCIT IN
MOTU SATELLITIS, CUM EJUS ORBITA
PRIMARIO SUO EST CONCENTRICA.

PROPOSITIO I.

Si Planeta primarius circa Solem revolvens secum deferat Satellitem, hic circa Primarium ita movebitur, ut à Quadratura cum Sole ad Conjunctionem aut Oppositionem proxime insequentem acceleretur perpetuo; à Syzygia vero ad Quadraturam retardetur: Adeoque prope Syzygias Satelles velocius feratur, prope Quadraturas vero tardius.

*Tab. XXV.
Fig. 1.* **Q**Uoniam Libro I. ostensum est in tribus hisce corporibus, Sole nimirum, Planeta primario ejusque Satellite, attractiones binorum quorumcunque in tertium esse inter se reciproce ut quadrata distantiarum ab eodem; manifestum est casum hujus Propositionis eundem esse cum illo Prop. LX. Lib. I: Adeoque si, ut illic, s denotet Solem, T Planetam primarium in Orbe E T E revolventem, L Satellitem Orbitam B C G D circa primarium describentem, in qua puncta B & G Syzygias cum Sole designant, c & d Quadraturas: Si porro s k mediocris distantia Satellitis à Sole exponat attractionem acceleratricem ipsius Satellitis à Sole in ista media



dia distantia, & quicunque supponatur Satellitis locus L in sua Orbita, fumatur in $L S$ (cave producta) $S A$ Tab. XXV.
Fig. 1. quæ sit ad $S K$ in duplicata ratione $S K$ ad $S L$; hæc $S A$ exponet attractionem Satellitis ad L positi versus S . Jungatur $T L$, & huic parallela ducatur $A M$ cum $S T$ in M concurrens. Notissimum est attractionem $S A$ resolvi in attractiones ut $A M$ & $M S$, & cum harum rectarum directionibus: quarum ea, quæ per $M S$ exponitur, reducitur ad attractionem ut $M N$, auferendo attractionem ut $N S$ Satelliti Primarioque communem; ut fuit ad dictam Prop. LX. Lib. I. ostensum est. Adeoque hoc modo Satelles L triplici attractione agitur: Prima nempe & præcipua illa est, quâ T trahit L ; Secunda est illa, quæ est ut $A M$ cum directione $A M$, hoc est, cum directione $L T$ ipsi $A M$ parallela. Unde Vis ex binis hisce composita etiam dirigitur versus T ; corpusque L , si ex hisce solis compositâ ageretur, areas circa T describeret etiamnum temporibus proportionales per Prop. XI. Lib. I. Sed Satelles in L Vi tertiâ etiam urgetur, quæ nempe est ut $M N$ & cum directione ab M versus N ; hoc est, ab L versus F , (positâ $L F$ ad $M N$ parallêlâ;) quæ cum ad T non tendat, neque ex tribus hisce composita Vis, totalis nempe illa quâ L revera urgetur, ad T tendit. Quapropter Satelles L non describet areas circa T temporibus proportionales, sed Vis hæc per $M N$ exposita arearum descriptionem temporibus proportionalem perturbabit: nempe in semicirculi $C G D$ quadrante $C G$ motum corporis L circa T à C versus G facti accelerat: post conjunctionem vero in G , in quadrante $G D$, cum rectæ $L F$ directio ab L versus F sit in antecedentia, Vis secundum hanc agens motum retardat. Satellite L ad quadraturam in D pervento, $M N$ evanescit (quoniam $S K$, $S L$, ac proinde etiam & $S A$, tunc æquales sunt) & proinde Vis per illam ubique expositæ nulli hic sunt effectus: Satelles igitur

Tab. XXX. *Fig. 1.* L reliquis Viribus agitatus areas per radium vectorem temporibus proportionales nunc describit. Dum vero L quadrantem D B peragrat, s M deficit ab s N, & Vis perturbans descriptionem areae per radium vectorem T L, quo minus sit tempori proportionalis, quæ est ut M N, directionem ab M versus N sive ab L versus F (hoc est, in consequentia) habet, ac proinde motum Satellitis in illo quadrante accelerat : post oppositionem vero in B, L F tendit in antecedentiam, motumque retardat, donec in quadratura ad C evanescat rursus M N, ejusque proinde effectus cessent. Rursus, cum Vis M N perturbans descriptionem areae quam radius T L verrit, ne sc. hæc sit tempori proportionalis, in transitu Satellitis à C ad G, vel à D ad B, perpetuo augeatur & in G ac B sit maxima, & hinc rursus perpetuo diminuatur donec Satelles perveniat in D vel C ubi evanescit ; patet Satellitis sic perturbati motum esse velocissimum (cæteris paribus) in Syzygiis B & G, tardissimum in Quadraturis C & D. Q. E. D.

PROPOSITIO II.

Isdem positis, Satellitis L Orbita circa Primarium T descripta (cæteris paribus) magis curva est in C & D Quadraturis cum Sole, quam in Syzygiis G & B.

Vide Fig. 2. CUM enim Satelles L velocius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis, minus deflectet à recto tramite, quem vi insitâ solâ describeret, in illis quam in hisce ; hoc est, Satellitis Orbita minus curva est in Conjunctione & Oppositione quam in Quadraturis. Sed & major hæc Curvedo ex alia etiam causa provenit : Vis ut M N (de qua Prop. præc.) in Conjunctione & Oppositione ad G & B contraria est Vi, quâ Corpus T trahit L, adeoque illam minuit : Minus ergo urgetur L versus T ad G & B quam ad C & D ; minusque prop-
terea

terea à recto tramite deflectet in illis quam in hisce. Satellitis igitur Via curvior est in Quadraturis c & d quam in Syzygiis b & g.

COROLLARIUM.

Ex prædictis sequitur Satellitem L, (cæteris paribus) Tab. XXV.
Fig. 2. longius recedere à Primario T in Quadraturis quam in Syzygiis. Hoc pacto Satellitis Orbita circa Primarium Elliptica quasi sit, cujus centrum Primarius occupat; major Axis Quadrata Solis interjacet, minor Syzygias: sic enim Orbita curvior est illic quam hic. Atque augmentum celeritatis Satellitis prope Syzygias diversum erit in Orbita hac, ab illo quod fuisset in Orbita circulari Prop. præc. quia Vis ut M N Satellitis motum accelerantis aut retardantis directio alia est in hanc, alia in illam.

Quæ hic dicta sunt de Figura Orbitæ Satellitis circa Primarium obtinent tantum, si, exclusâ actione Vis extraneæ Solis, ejus Orbita foret Primario Concentrica. Nam si Excentrica sit, fieri potest ut Satelles L per hanc Excentricitatem longius absit à Primario T, & ex illo spectatus tardius moveatur in Syzygiis quam in Quadraturis; cum nempe Satelles Apfidem summam in Conjunctione vel Oppositione cum Sole versantem tenet. Sed & hic etiam supra demonstrata locum habebunt, cæteris paribus; celerius enim propter dictam Vim ut M N movebitur Satelles etiam tunc, & propius ad Primarium accedet quam absque illa.

Prædicta Orbitæ Satellitis figura Elliptica in Luna animadversa fuit ab Acutissimo Astronomo Ed. Halleio, qui Anno 1679 illam publico communicavit primus in Tractatu de *Quibusdam Lunaribus Theoriæ Emendationem spectantibus*. Sed & idem à D. Picard jam inde ab anno 1668 animadversum testatur *Academia Scientiarum Gallicæ Historia* Anno 1698 edita.

S E C T I O II.

DE ERRORIBUS QUOS SOL PRODUCIT IN
MOTU SATELLITIS, CUM EJUS ORBITA
EXCENTRICA EST A SUO PRIMARIO.

SI corporis minoris L Orbis non sit Circulus corpori magno T concentricus, sed Ellipsis in cujus focorum altero T corpus constituitur, Vires corporis maximi s ita corpus istud L perturbabunt, ut loco Ellipseos constantis & immotæ, quam per Prop. xxxix. Lib. I. describeret, describat Ellipsin, cujus Excentricitas perpetuo mutatur: Orbitaque ista corporis L sic perturbati talis erit, ac si istud Ellipsin suam describeret, interea dum ipse Ellipseos Axis (ac simul ipsa Ellipsis) motu angulari super Primarii centrum prorsum vel retrorsum movetur, manente plano; hoc est, dialecto Astronomicâ, Satellitis Orbitam Excentricam describentis motus à Sole ita perturbatur, ut dum hic Orbitam suam percurrit, ipsius Orbitæ Apfides nunc in consequentia ferantur, nunc in antecedentia. Ad hoc probandum res altius est repetenda, & quædam Lemmata præmittenda.

P R O P O S I T I O III.

Invenire legem Vis centripetæ, quâ urgente, corpus in trajectoria quacunque circa centrum virium revolvente moveri possit, dum corpus aliud in simili & æquali trajectoria quiescente movetur.

Tab. XXV.
Fig. 3.

SIT ALP trajectoria quiescens, quam corpus ad centrum virium T tendens describit, pergendo ab A per L ad P. Invenienda est lex Vis centripetæ ad T tendentis, quâ urgente, corpus aliud feratur in perimetro figuræ alp priori similis & æqualis, interea dum hæc ipsa figura alp circa T revolvitur vel in consequentia
vel

vel in antecedentia; ita ut dum corpus prius arcum quem libet ut AL percurrit in orbe quiescente ALP , postea ^{Tab. XXV. Fig. 3.} rursus similem & æqualem al percurrat in orbe revolvente alp .

Per centrum T in plano ALT agatur semper Tl ipsi TL æqualis, angulumque ATl angulo ATL perpetuo proportionalem efficiens; hoc est, ut hic angulus ATl sit ad correspondentem ATL ut alter quivis ATl ad suum ATL . Adeoque area, quam Tl motu angulari circa T sic lata describit, proportionalis erit area quam TL describit. Sit $alEGH$ (a) Curva quam punctum l , modo jam expofito motum, contingit: Et quoniam una cum L revolvitur corpus quod urgetur à Vi centripeta ad centrum T tendente, area $ATLA$ (per Prop. XI. Lib. I.) est tempori proportionalis; quare & area $ATlA$ tempori etiam proportionalis erit: sed & in plano immobili consistit, eodem nempe in quo corpus L circa T revolvitur; hoc est, puncti l is est motus, ut in plano immobili per T traducto perpetuo inveniatur, & areas $ATlA$, radio per T ducto descriptas, efficiat temporibus proportionales. Igitur per Prop. XII. Lib. I. manifestum est quod corpus, cogente justæ quantitatis Vi centripetæ, revolvi possit una cum puncto l in curva linea $alEGH$, quam punctum l describit. Datur autem hæc linea curva $alEGH$, quippe ex data linea $ALPA$ modo constanti & dato genita: quærat igitur (per Cor. Prop. XXXVII. Lib. I.) lex Vis centripetæ, quâ corpus in illa revolvi possit. Fiat angulus ATa angulo LTl , rectaque Ta rectæ TA æqualis; & igitur angulus

(a) Curva hæc descripta talis est, ut si semper angulus ATL sit ad angulum ATl , ut 3. ad 4. punctum l describat curvam illam $alEGH$. Si alia ratio supponatur eorum dem angulorum, alia describenda erit curva. Cæterum observet Lector hujusce curvæ originem seu initium esse in puncto A , non vero in a : quod non satis nitidè à scalptore expressum est.

Tab. XXV. Fig. 3. gulus aTl angulo ATL æqualis erit. Describatur jam figura aTl similis & æqualis ALT : adeoque punctum l est in perimetro figuræ ipsi $ALPA$ similis & æqualis circa T revolvantis. Corpus ergo una cum l latum, & figuram immotam $ALEGH$ describens, describit etiam perimetrum $alpa$ Orbis ipsi $ALPA$ similis circa T revolvantis; ita ut eodem tempore describatur arcus al in Orbe revolvente $alpa$, quo similis & æqualis AL in $ALPA$ Orbe quiescente ab alio corpore descriptus est. Inventa ergo est lex Vis centripetæ quæsita. Q. E. F.

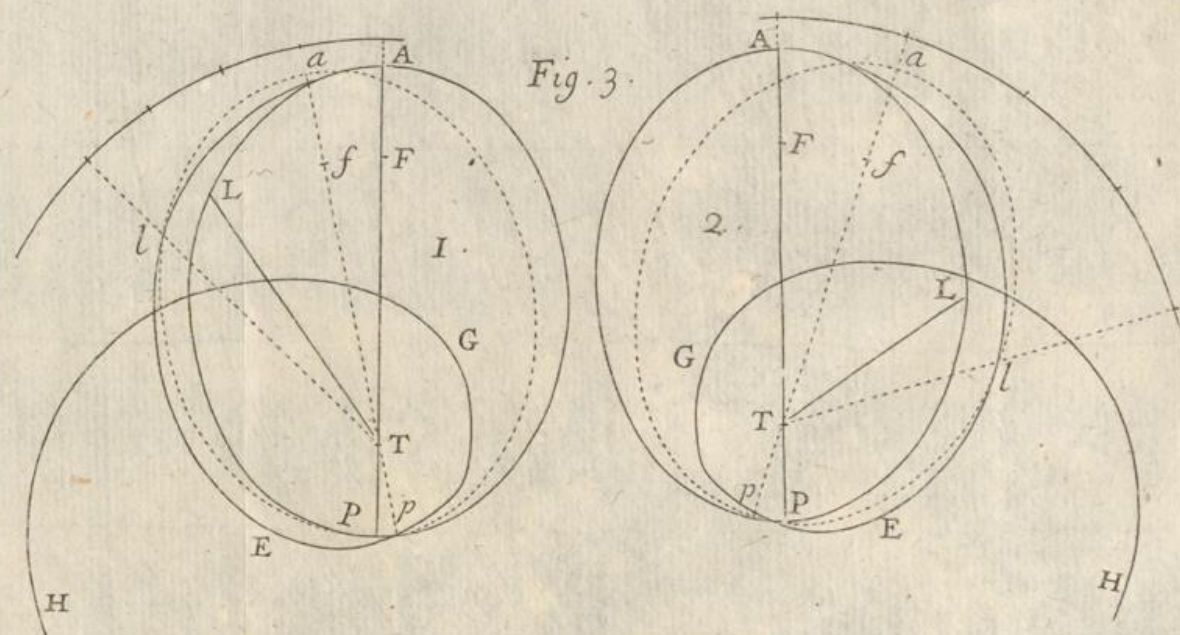
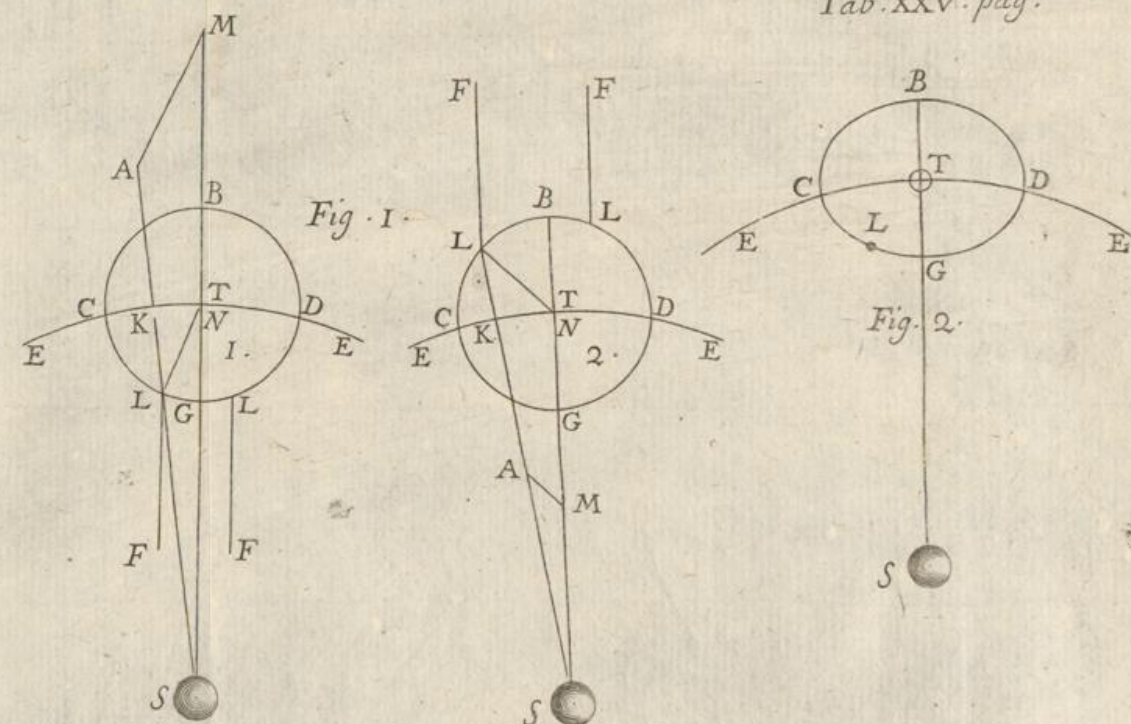
PROPOSITIO IV. LEMMA.

Differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & corpus aliud in eodem orbe revolvente equaliter moveri possunt, modo Prop. præc. indicato, est in triplicata ratione communis altitudinis inverse.

Tab. XXVI. Fig. 1. **M**Anentibus quæ in præcedente posita sunt, dico differentiam virium centripetarum, quibus corpora L & l agitantur, esse reciproce in triplicata ratione communis altitudinis TL vel Tl ; sive esse differentiam virium in punctis L & l ad differentiam virium in aliis quibusvis punctis orbis quiescentis & revolvantis, ubi corpora eodem momento invenientur, ut cubus altitudinis sive distantiae horum punctorum à centro virium T ad cubum rectæ LT vel lT .

Sumantur LB , lb arcus minimi æquales, qui proinde æqualibus minimis temporibus à corporibus L & l describentur. Ex B & b in TL , Tl ducantur normales BE , be , quæ (sicut & LE , le) æquales erunt. In recta be (si opus est ad partes b producta) sumatur punctum c , ut sit ce ab be ut angulus ATl ad angulum ATL . Quoniam corporum in locis L & l existentium motus singuli distinguuntur in binos, quorum hi secundum lineas LT , lT , illi vero prioribus transversî secundum lineas ipsas

Tab. XXV. pag.



ipsis LT , lT normales diriguntur; motus versus centrum erunt æquales, quia ex hypothesi rectæ LT , lT ; *Tab. XXV. Fig. 1.*
 BT , bT , & proinde harum incrementa vel decreméta æqualia sunt. Et motus transversus corporis l erit ad motum transversum corporis L ut motus angularis lineæ Tl ad motum angularem lineæ TL ; id est, ut angulus ATl ad angulum ATL , sive ut ce ad be vel BE . Et igitur eodem tempore, quo corpus L motu suo utroque pervenit ad B , corpus l reperietur in loco c . Atque hæc ita se habebunt, ubi corpora L & l æqualiter secundum directiones LT , lT moventur; hoc est, æqualibus viribus centripetis urgentur: Ast cum punctum D , locus corporis orbem revolventem describentis, (per Prop. præc.) reperiatuŕ capiendó angulum lTd ad lTb in dicta ista constanti ratione (sc. ratione anguli ATl ad ATL) & rectam Td rectæ Tb vel TB æqualem, (figurâ alp & rectâ lT hic sustinentibus partes, quas illic figura ALP & TA recta sustinebant;) differentia inter vires centripetas corporis in L vel l & corporis in D est ut ejus effectus CD ; locorum nempe intervallum, per quod corpus in orbe revolvente latum, ipsius actione, dato illo temporis minimi spatio transferri debet. Comparanda igitur est hæc CD sive huic proportionalis differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & revolvente urgetur in hoc mobilis orbitæ situ & hac corporis distantia Tl à centro, ad similem differentiam in alio rerum statu, ubi eadem (sive potius similia) omnia facta & constructa supponuntur quæ hic: Nempe centro T , distantia Tb vel Td describatur circulus secans Te in n , ce in F , & CD in G : Sitque novissimum trilineum lbt tale, ut ejus area à radio vectore Tb verratur æquali tempore, quo area hæc lbt ab hac Tb . Unde (cum in æqualibus triangulis bases sint reciproce proportionales altitudinibus) hæc eb est ad alteram eb sicut altera Tl ad hanc Tl , hoc est, eb

Tab. XXVI.
Fig. I.

est reciproce ut correspondens tl ; quare & ce (eandem perpetuo ad be rationem habens) erit etiam reciproce ut tl : adeoque harum aggregatum cf , & intervallum cb eidem tl reciproce proportionalia sunt; & proinde rectangulum sub illis, sc. $fc \times cb$, reciproce proportionale est quadrato ipsius tl . Porro (per *Prop.* xxxv. vel xxxvi. *El.* III.) $cd \times cg = fc \times cb$, hoc est, $cd = \frac{fc \times cb}{cg}$: Adeoque cd in hoc rerum statu est ad analogam cd in alio quovis directe ut hoc $fc \times cb$ ad istud aliud $fc \times cb$, & reciproce ut hæc cg recta ad aliam istam cg simul. Sed supra ostensum est esse $fc \times cb$ reciproce ut quadratum rectæ tl ; & cg est ut huic proxime æqualis dg , vel ut ejus dimidium td vel tb , vel ab hac minime diversa tl : Adeoque cd in hoc orbis revolvētis situ est ad similiter productam cd in alio quovis ejusdem situ (hoc est, differentia virium centripetarum, quibus corpus in orbe quiescente & corpus aliud in eodem orbe revolvente æqualiter moveri possunt, in altitudine tl vel tl est ad similem virium differentiam in alia quavis altitudine) reciproce ut quadratum prioris altitudinis ad quadratum posterioris, & reciproce ut altitudo prior ad altitudinem posteriorem simul; hoc est, reciproce ut cubus altitudinis prioris ad cubum altitudinis posterioris: hoc est, (breviter loquendo de una altitudine, cum de duabus inter se comparatis sermo intelligendus est,) dicta virium centripetarum differentia est in triplicata ratione communis altitudinis inverse. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Corpus ab apside summa versus imam, in orbe in consequentia revolvente, motum majore Vi centripetâ urgetur quam idem in orbe quiescente. Nam quoniam (in fig. præc.) in isto casu angulus atl major est quam

quam ATL , erit & ec major quam eb ; quippe in eadem ratione cum prædictis angulis: adeoque punctum c est extra peripheriam circuli $bb^{\circ}D$. Sed corpus in orbe revolvente motum reperitur in puncto D ; & supra ostensum est, si corpus l æquali Vi centripetâ urgeretur atque corpus L , perventurum illud ad c punctum; adeoque non tantum versus centrum T urgeretur.

Rursus, idem fiet si, reliquis manentibus, orbis revolvens moveatur in antecedentia majore celeritate quam est Tab. XXVI
Fig. 2. dupla ejus celeritatis quâ linea TL in consequentia fertur, ut in fig. 1. Quoniam in hoc casu ATA est plusquam duplo major quam ATL sive atl , erit ATl major quam ATL , adeoque (ut prius) ec major quam eb , & punctum c extra circulum $bb^{\circ}D$; & ob eandem quam prius rationem, Vis centripeta corporis in orbe revolvente alp moti etiamnum major quam Vis centripeta corporis moti in orbe quiescente ALP .

At si Orbis hic alp regreditur celeritate minore Fig. 3. quam dupla ejus quâ linea TL progreditur, ut in fig. 2; corpus l ad apsidem imam descendens minore Vi centripetâ urgebitur quam L in orbe quiescente. Nam quoniam angulus ATA non est duplus ipsius ATL sive atl , erit ATl minor quam atl , (hoc est, ATL), & ideo ec quam eb minor; adeoque c punctum, ad quod l perveniret si pari Vi centripetâ urgeretur atque ipsum L , intra circumferentiam circuli $bb^{\circ}D$. Sed corpus in orbe revolvente motum superius ostensum est reperiri in D puncto remotiore à centro quam est c ; minore ergo Vi centripetâ urgetur corpus l orbem alp describens, quam illud L quod fertur in orbe quiescente ALP . Atque contraria omnia contingent corpori ab ima apside ad summam ascendenti: & per omnia vicissim.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam differentia Virium centripetarum in orbe Fig. 4.
B 2 mobili

Tab. XXVI.

Fig. 4.

mobili & immobili (puta in B & b) est ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri potest ab N ad B eodem tempore quo corpus L in orbe immobili describit arcum LB, ut $RC \times Cb$ ad ebq . Nam dictæ Vires sunt ut earum effectus CD & Hb eodem minimo tempore producti: nascens vero Hb æqualis est ne , & CD ostensa est æqualis $\frac{RC \times Cb}{CG}$: quare prædictæ Vires sunt ut $\frac{RC \times Cb}{CG}$ & ne , hoc est, ut $RC \times Cb$ & $CG \times ne$. Sed recta CG minime differt à recta Me , & (per Prop. xxxv. El. III.) rectangulum sub Me & en æquatur quadrato ab eb : prædictæ ergo Vires centripetæ sunt ut $RC \times Cb$ & ebq . Si jam capiuntur cognitæ quantitates F & G in ea ratione ad invicem quam habet angulus ATL ad ATl , hoc est, quam habet be ad ce ; erit CR ut $G + F$, & Cb ut $G - F$: Adeoque differentia Virium centripetarum, quibus corpora in orbe immobili & mobili in B & b urgentur, est ad Vim centripetam, quâ corpus motu circulari moveri potest ab N ad B eodem tempore quo L describit arcum LB, sicut $G + F \times G - F$ ad Fq ; id est, ut $Gq - Fq$ ad Fq .

LEMMATA.

Fig. 5. Si corpus ad umbilicum T seu centrum tendens describat Ellipsin ABP, cujus apsides A & P; Vis centripeta, quâ corpus in apside A urgetur, est ad Vim centripetam corporis alterius, in circulo AEH ad eandem distantiam TA eadem cum velocitate revolventis, ut diameter circuli ad latus rectum Ellipseos.

PER A ducatur recta AG ad AT normalis, quæ tam circulum quam Ellipsin continget. Per punctum G ipsi A proximum ducatur recta GEB versus T, circulum in

Fig. 1.

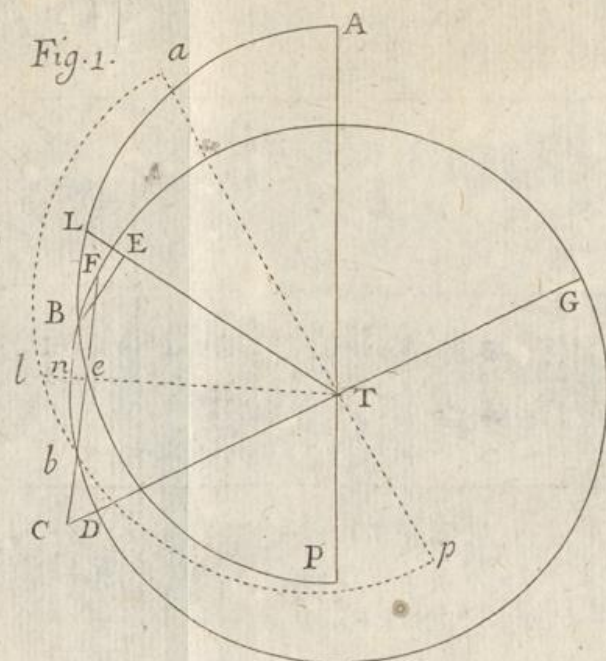


Fig. 3.

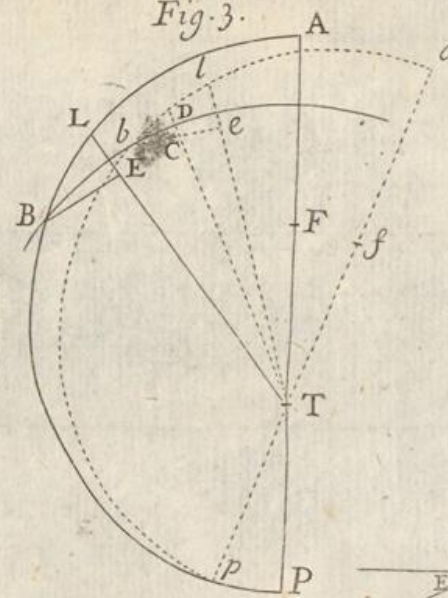


Fig. 2.

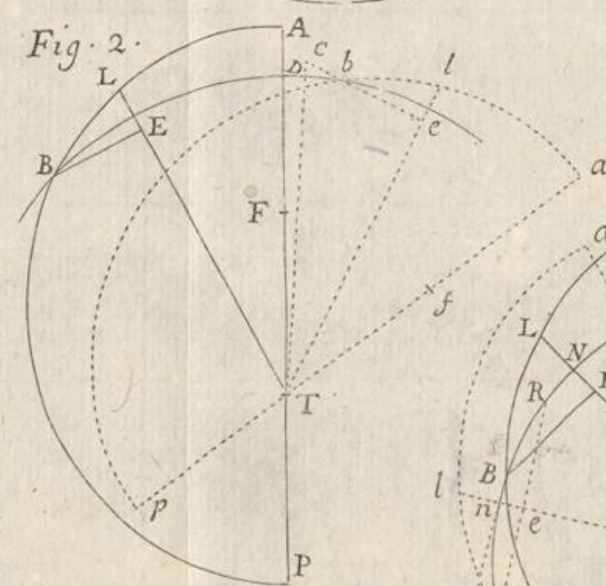


Fig. 5.

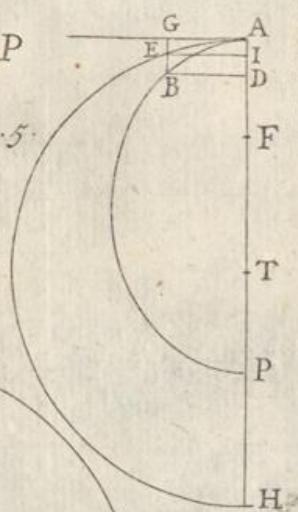
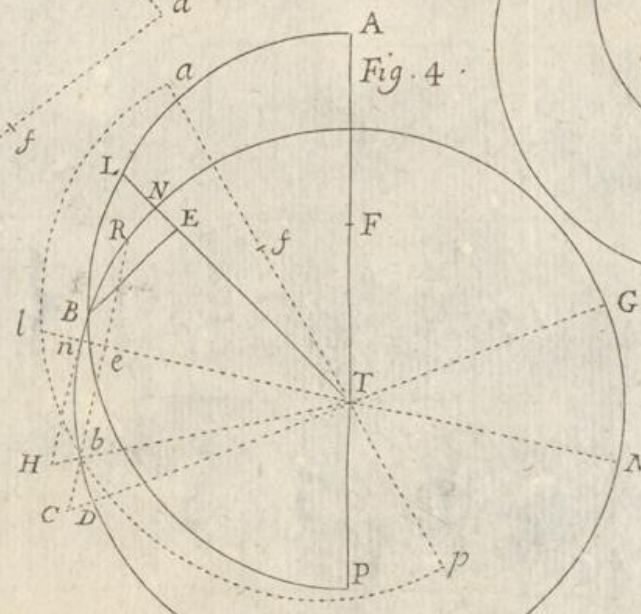


Fig. 4.



in E, Ellipsin in B interfecans. Cumque nascentes arcus AB, AE sint proxime æquales, corpora æquielocia ex A simul digressa ad B & E simul pervenient; & illorum vires centripetæ sunt ut harum effectus GB, GE eodem minimo tempore producti. Porro, ex natura circuli, $EIq = AI \times IH$, sive $AI \times \text{diam.}$ & ex natura Ellipseos, $BDq = \text{lateri recto} \times AD$ (defectus quippe, sive quantitas quâ BDq isto rectangulo minus est, evanescit in casu præsentis, cum BD nascitur;) EI vero & BD nascentes lineolæ æquantur: Igitur $AI \times \text{diam. circuli} = AD \times \text{lat. rect. Ellipseos}$: Adeoque AD ad AI, sive GB ad GE, sive Vis centripeta in Ellipsi ad Vim centripetam in circulo sicut diameter circuli ad latus rectum Ellipseos. Q. E. D.

PROPOSITIO V. LEMMA.

Si Orbis ALP Ellipsis sit, cujus latus rectum 2 R, umbilicum habens T, apsidem summam A, imam P; eique Tab. XXVII.
Fig. 1. similis & æqualis ponatur Ellipsis alp circa immotum umbilicum T modo superius descripto revolvens, & quantitates data G & F eandem habeant rationem quam anguli ATL & ATL; si altitudo corporis revolvantis, sive distantia à centro, vocetur A: Erit Vis centripeta, quâ corpus in Ellipsi mobili revolvi potest, ut $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$; & vicissim, urgente hujusmodi Vi centripetâ, in Ellipsi mobili feretur corpus.

Cum Vis, quâ corpus in Ellipsi immobili ALP revolvi potest, sit (per Prop. xxxix. Lib. I.) reciproce ut quadratum distantiae à centro sive altitudinis A; exponatur Vis hæc per $\frac{Fq}{Aq}$, & Vis in apside A erit $\frac{Fq}{ATq}$. Vis autem, quâ corpus in circulo ad distantiam

Tab. XXVII.
Fig. 1.

T A ea cum velocitate revolvi posset, quam corpus in Ellipsi revolvens habet in A, est (per præc. Lem.) ad Vim, quâ corpus in Ellipsi revolvens urgetur in A, ut semilatus rectum Ellipseos ad semidiametrum circuli, sive ut R ad A T; adeoque valet $\frac{R \times F q}{A T \text{ cub.}}$. Cum autem (per Corol. 2. Prop. IV.) differentia Virium in punctis A & a sit ad Vim prædictam in circulo, ipsi $\frac{R \times F q}{A T \text{ cub.}}$ æqualem, ut $G q - F q$ ad $F q$; erit ista differentia Virium æqualis $\frac{R \times G q - R \times F q}{A T \text{ cub.}}$; & (per Prop. IV.) differentia Virium in aliis quibuscumque punctis æqualis (ubi nempe altitudo est indeterminata A) est ad differentiam Virium in apside A (ubi altitudo est T A) sicut cubus ipsius T A ad A cub; adeoque in quavis altitudine valebit $\frac{R \times G q - R \times F q}{A \text{ cub.}}$. Si igitur ad Vim $\frac{F q}{A q}$, quâ corpus revolvi potest in Ellipsi immobili A L P, addatur dicta differentia $\frac{R \times G q - R \times F q}{A \text{ cub.}}$; componetur Vis tota $\frac{F q}{A q} + \frac{R \times G q - R \times F q}{A \text{ cub.}}$, quâ corpus in Ellipsi mobili a l p eodem tempore revolvi potest. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Hinc si Vi centripetæ, quæ est in reciproca duplicata ratione distantiae à centro, quâ corpus in Ellipsi immota revolvitur, superaddatur alia quælibet Vis quæ est ut cubus distantiae reciproce; corpus describet Ellipsin cujus apsidæ in consequentia feruntur. Nam quia differentia, quæ est ut $\frac{R \times G q - R \times F q}{A \text{ cub.}}$, in hoc casu est positiva, G excedit F; hoc est, angulus A T l excedit angulum A T L; unde (per Corol. I. Prop. IV.) apsidæ vel feruntur

feruntur in consequentia, vel feruntur in antecedentia Tab. XXVII.
 celeritate majore quam dupla ejus quâ corpus L in orbe Fig. 1.
 immobili in consequentia fertur: verum cum ultimum hoc
 in nullo corporum Cœlestium locum habeat, ab hoc ca-
 su abstrahimus. At si à Vi, quæ est reciproce in dupli-
 cata ratione distantiae, auferatur Vis, quæ est recipro-
 ce in ejusdem triplicata ratione; relinquetur Vis, quâ
 urgente corpus describet Ellipsin ejus apsidēs regrediun-
 tur: Differentia enim Virium $\frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$ est in hoc
 casu negativa; & proinde G minor quam F, sive angu-
 lus ATL quam ATL minor.

COROLLARIUM 2.

Atque hinc rursus sequitur quod si in orbe, à circu-
 lari non multum abludente, Vis centripeta in recessu à Fig. 2.
 centro decrescat magis (sive minor sit) quam pro ra-
 tione duplicata distantiae aucta; orbis apsidēs movebuntur
 in consequentia. Sit enim immota Ellipsis ALP orbis
 descriptus à corpore, quod urgetur à Vi ad centrum T
 tendente, cujus summa apsis A duplo magis distat à cen-
 tro T quam ima P; non quod talis orbis ad circularem
 accedat, sed hanc rationem majoris perspicuitatis & tan-
 tum exempli gratiā ponimus. Supponamus Vim centri-
 petam, quâ corpus in P urgetur, esse partium 400, &
 Vis, quâ in A urgetur, erit 100, & in locis intermediis
 proportionaliter; illa nempe Vis, quâ urgente corpus
 Ellipsin immobilem ALP describeret, sc. reciproca dupli-
 cata distantiae à centro. Si jam præter hanc Vim, cor-
 pus in P urgeatur aliâ Vi quæ sit ex. gr. ut 64, & in A
 Vi quæ sit ut 8, & in locis intermediis proportionaliter;
 nempe sit hæc Vis superaddita inverse ut cubus distantiae
 à centro; in hoc casu (per præc. Corol.) apsidēs in
 consequentia ferentur. Verum Vis tota in P sive ex bi-
 nis composita est ut 464, & Vis in A ut 108, & in
 locis

Tab. XXVII.
Fig. 2.

locis intermediis proportionaliter; hoc est, in recessu à centro Vis centripeta minuitur magis quam pro ratione duplicata distantiae auctae: nam si ea minueretur in illa ratione distantiae duplicata tantum, Vis in A foret ut 116. Et licet requiratur ut Vis nova, superaddita priori illi quae est inverse ut quadratum distantiae, sit ubique praecise sicut cubus dictae distantiae inverse, ut orbis ellipticus circa centrum Virium in consequentia revolvatur: si tamen Ellipsis haec à Circulo non multum abludat & Vis talis integra corpus urgeat, quae in recessu à centro minuitur magis quam quadratum distantiae corporis à centro augetur; orbis hujus apsides in consequentia movebuntur. Nam quoniam, in orbe fere circulari, distantiae à centro non multum differunt; Vis illa (cujus superadditione fit ut integra Vis, quae urgeatur corpus, minuatur magis quam quadratum distantiae à centro augetur) minuitur in ratione quae non multum differt ab inversa triplicata distantiae.

Sequitur etiam, si in orbe, circulari proximo, Vis centripeta decrescat minus quam pro ratione duplicata distantiae auctae, (hoc est, major sit quam pro dicta ratione,) orbis apsides moveri in antecedentia. Nam eadem manente Vi in P & A, quae corpus Ellipsin immobilem describit, si ab illa auferatur Vis reciproce proportionalis cubo distantiae à centro; nempe ab illa in P Vis quae est ut 64, & à Vi in A Vis ut 8, & in locis intermediis similiter; relinquetur ubique Vis, quae urgente corpus (per Corol. praec.) describet Ellipsin cujus apsides in antecedentia moventur. Sed relinquitur in P Vis ut 336, & Vis reliqua in A est ut 92, & in intermediis distantibus similiter: adeoque in recessu à centro Vis centripeta minuitur minus (sive major est) quam pro ratione duplicata distantiae auctae: nam Vis minuta in duplicata ratione dictae distantiae foret in A partium 84. Unde, ob rationes hactenus expositas,

positas, si in orbe à circulo non multum abludente corpus urgeatur Vi, quæ in ejus recessu à centro minuitur minus quam in duplicata ratione distantiae auctæ; orbis apsidæ in antecedentia ferentur. Sed & hæc patent ope Corol. I. Prop. IV.

PROPOSITIO VI. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui sunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripeta determinare motum apsidum; & è contra, ex dato apsidum motu invenire legem Vis centripetae, modo Vis centripeta sit ut altitudinis dignitas aliqua.

SI ex data Vis centripetae lege quæratu-
 Problema solvitur faciendo ut orbis, quem corpus
 in Ellipsi mobili revolvens describit in plano immoto,
 accedat ad formam orbis cujus apsidæ requiruntur, &
 inveniendò apsidæ orbis sic descripti. Orbes autem ad
 eandem accedunt formam, cum Vires centripetae, qui-
 bus describuntur, in æqualibus à centro distantiis pro-
 portionales fiunt.

Sit (in quavis Fig. præced.) punctum A summa apsis, T
 centrum Virium. Vocetur A T maxima altitudo T, & alia
 quævis indeterminata A, harumque differentia x. Et Vis,
 quâ urgetur corpus in Ellipsi circa ejus umbilicum T re-
 volvente, est (per præc.) ut $\frac{Fq}{Aq} + \frac{R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$,
 five ut $\frac{A \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$; & deniq; (substituen-
 do T — x pro A) ut $\frac{T \times Fq - X \times Fq + R \times Gq - R \times Fq}{A \text{ cub.}}$.

Vis centripetae, cujus lex datur, valor ad similem
 fractionem reducatur; hoc est, talem cujus denomi-
 nator est idem A cub. & numeratores (factâ homolo-
 gorum terminorum collatione) statuendi sunt analogi;
 ex qua collatione eruetur ratio G ad F, five motus ap-
 sidum

fidum quæsitus. Detur Vis centripetæ lex, puta sit hæc ut distantia à centro dignitas cujus exponens est data p , five ut A^p , hoc est, ut $\frac{A^{p+3}}{A^3}$. Loco datæ $p + 3$ ponatur n , & loco A in numeratore $T - x$; eritque Vis centripeta ut $\frac{T - X^n}{A^3}$. Reducatur hujus fractionis nume-

rator $T - X^n$ ad seriem infinitam, nempe ad $T^n - n \times T^{n-1} x + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} x^2 - \&c$; conferantur termini hujus numeratoris cum terminis numeratoris præcedentis, nempe $T \times Fq - x \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$; nimirum dati cum datis, & non dati (five in quibus indeterminata x reperitur) cum non datis; & fiet $T \times Fq + R \times Gq - R \times Fq$ ad T^n sicut $-Fq \times x$ ad $-n \times T^{n-1} x + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} x^2 \&c$; hoc est, sicut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1} + n \times \frac{n-1}{2} \times T^{n-2} x \&c$. Cumque

Ellipsis, de qua nunc agitur, sit circulo finitima, in qua semi-latus transversum & rectum, five T & R æquantur, & omnes altitudines five à centro distantia prope eadem, adeoque x illarum respectu fere nulla; hoc est, termini ab hac affecti evanescentes; per mutuam terminorum destructionem & evanescentium neglectum analogia prior mutabitur in hanc $R \times Gq$ ad T^n sicut $-Fq$ ad $-n \times T^{n-1}$; & ponendo etiamnum T loco R in primo termino, fiet $T \times Gq$ ad T^n sicut Fq ad $n \times T^{n-1}$; adeoque Gq ad T^{n-1} sicut Fq ad $n \times T^{n-1}$, & vicissim Gq ad Fq ut T^{n-1} ad $n \times T^{n-1}$; id est, ut 1 ad n : adeoque G ad F , id est, angulus ATL ad angulum ATL , ut 1 ad $\sqrt{n}$. Quare cum angulus, quem corpus in Ellipsi immota describit in descensu ab apside summa ad imam, 2 rectis æqualis sit; erit angulus, quem corpus (quod urgetur à Vi centripeta proportionali altitudinis

itudinis dignitati cujus exponens p five $n - 3$ in orbe propemodum circulari conficit in descensu ab apside summa ad imam, ad duos rectos ut 1 ad $\sqrt{n}$; adeoque in phrasi arithmetica æqualis $\frac{180^\circ}{\sqrt{n}}$: & æquali angulo repetito, corpus ab apside ima ad summam redibit; & sic in perpetuum.

Et vice versâ, si Vis centripeta sit ut aliqua altitudinis dignitas, inveniri potest dignitas illa ex motu apsidum. Nimirum, si motus angularis, quo corpus descendit à summa apside ad imam, sit ad motum angularem semi-revolutionis unius (five 180°) quo in Ellipsi immota à summa apside ad imam descendit, five motus totus angularis, quo corpus ab apside discedens ad eandem redit, ad motum angularem revolutionis integræ (seu 360°) ut unitas ad numerum $\sqrt{n}$; erit Vis centripeta ut altitudinis dignitas cujus exponens est $n - 3$. Posita enim Vi centripeta ut A^{n-3} , per Prop. hujus partem priorem dicta ista ratio inter motus angulares five inter G & F prodibit; & igitur hæc lex Vis centripetæ ex ista ratione inter G & F pendet. Inventa ergo est lex Vis centripetæ quæsitæ. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Hujus Problematis exempla aliqua dabimus in casibus quibusdam illustrioribus. Quæritur angulus, quem corpus conficit in descensu ab apside summa ad imam in orbe fere circulari, dum illud urgetur à Vi centripeta uniformi five eadem in omni altitudine. Quoniam in hoc casu Vis centripeta est constans, five ut A^0 , five ut A^{3-3} , est $n = 3$, & $\sqrt{n} = \sqrt{3}$; adeoque angulus à corpore confectus ab apside summa ad imam est $\frac{180^\circ}{\sqrt{3}}$ five 103° .

55', & hoc angulo rursus descripto ad apsidem summam redit, apsidibus velociter in antecedentia latis. Si vero

Vis centripeta sit ut ipsa altitudo five A^1 , hoc est, ut A^{4-3} ; erit $n = 4$, & angulus inter apsidem summam & imam $\frac{180^\circ}{\sqrt{4}}$, five 90° : hujusmodi igitur orbis apsidēs in antecedentia feruntur eādem celeritate angulari, quā corpus orbem describens in consequentia fertur. Similiter, si Vis centripeta sit ut $A^{\frac{11}{4}}$ inverse, five ut $A^{-\frac{11}{4}}$, five ut $A^{\frac{1}{4}-3}$, erit $n = \frac{1}{4}$ & $\sqrt{n} = \frac{1}{2}$; adeoque angulus inter summam apsidem & imam, qui est $\frac{180^\circ}{\frac{1}{2}}$, est 360° ; hoc est, corpus, urgente hācce Vi, de apsidē summa discedens, & subinde perpetuo descendens, perveniet ad apsidem imam ubi complevit revolutionem integram; dein perpetuo ascensu, complendo aliam revolutionem integram, redibit ad apsidem summam; & sic per vices in perpetuum.

Proponatur è converso motus apsidum datus, & quæ-
ratur lex Vis centripetæ: quæatur *ex. gr.* lex Vis centripetæ, quā urgetur corpus quod revolutione integrā & præterea alterius revolutionis parte dimidiā de apside summa ad apsidem summam, alterno descensu & ascensu, redierit. Quoniam in hoc casu motus angularis quo corpus descendit à summa apside ad imam est 270° , erit quarta proportionalis ipsis 270° , 180° , & 1, five $\sqrt{n}$, æqualis $\frac{2}{3}$, & ideo $n = \frac{4}{9}$: Ac proinde (per Part. 2. hujus Prop.) Vis centripeta est ut $A^{\frac{4}{9}-3}$; id est, reciproce ut $A^{3-\frac{4}{9}}$ five $A^{2\frac{5}{9}}$. Rursus, quæatur lex Vis centripetæ, quā corpus urgetur, quod ab apside summa ad apsidem summam conficit 363° ; hoc est, quod fertur in orbe propemodum circulari, cujus apsis summa singulis corporis revolutionibus confecerit in consequentia 3° . Quoniam motus totus angularis, quo corpus ab apside summa discedens ad eandem redit, est ad motum angularem 360° ut 363 ad 360; $\sqrt{n}$, five quarta

quarta proportionalis ipsis 363, 360 & 1, erit $\frac{360}{363}$ adeo-

que n erit $\frac{129600}{131769}$; & Vis centripeta ut $A \frac{129600}{131769} - 3$:

sive ut $A \frac{-265707}{131769}$; hoc est, inverse ut $A \frac{265707}{131769}$,

sive inverse ut $A^2 \frac{4}{242}$. Vis igitur, quâ urgetur cor-

pus describens orbem cujus apsidēs in una corporis re-
volutione moventur 3^{er} in consequentia, in recessu à cen-
tro decrescit in ratione paulo majore quam duplicata,
sed quæ plusquam 60 vicibus propius accedit ad duplica-
tam quam ad triplicatam.

COROLLARIUM.

Hinc patet, quod si Vis centripeta, quâ corpus ur-
getur in ejus accessu ad centrum, in triplicata altitudinis
minutæ ratione aut minore crescat, corpus, si incipiat
descendere, nunquam perventurum ad apsidem imam, sed
ad centrum usque descendere; sin vero ab apside ascen-
dat minimum, in infinitum ascensurum, neque unquam
ad apsidem summam pervenire. Nam quoniam Vis cen-
tripeta est reciproce ut A^3 , hoc est, ut A^{-3} , hoc est,
 $p = -3$; erit $n (= p + 3) = 0$, & $\sqrt{n} = 0$;
& angulus quo descripto ab apside summa ad imam per-

venit, aut è contra, æqualis $\frac{180^{\text{er}}}{0}$, sive infinitus: nun-

quam ergo ad alteram apsidem pertinet, sed post innu-
meras revolutiones vel descendet ad centrum vel ascen-
det in infinitum. Si vero Vis in recessu corporis à cen-
tro decrescat in majore quam triplicata ratione distantiae,

n erit negativa quantitas, & $\sqrt{n}$ impossibile quid; unde patet propositum. Et è converso patet, quod si corpus ab apside ad apsidem, alternis vicibus descendens & ascendens, nunquam appellat ad centrum; Vis in recessu à centro aut augebitur, aut in minore quam triplicata altitudinis ratione minuetur: & quo minor fuerit angulus descriptus à corpore, dum ab apside ad apsidem redierit, eo longius ratio Virium recedet à ratione illa reciproca triplicata.

PROPOSITIO VII. LEMMA.

In orbibus ellipticis, qui sunt circulis finitimi, ex data lege Vis centripetæ determinare motum apsidum, modo Vis centripetæ sit ut summa vel differentia aliquarum duarum altitudinis dignitatum.

R Eliquis manentibus, sint m , b & c quantitates datæ quælibet, quarum m est exponens dignitatis, qualis etiam est n , ut in præcedente; deturque hæc lex Vis centripetæ, ut illa sit ubique ut $\frac{b A^m + c A^n}{A^3}$; five,

ponendo $T - X$ loco A , ut $\frac{b \times T - X^m + c \times T - X^n}{A^3}$.

Reducendo hunc valorem ad seriem infinitam, erit Vis centripetæ ut $b T^m - b T^{m-1} X + b m \times \frac{m-1}{2} T^{m-2} X^2$

$$\frac{+ c T^n - c n T^{n-1} X + c n \times \frac{n-1}{2} T^{n-2} X^2 \&c.}{A^3}$$

Statuendi sunt analogi valor hic Vis centripetæ & valor prius inventus istius Vis, quâ urgente corpus in Ellipfi mobili movetur, nempe $\frac{T \times F q - X \times F q + R \times G q - R \times F q}{A^3}$;

hoc est, cum valores hi eundem hætenus habeant deno-
mina-

minatorem, pars data numeratoris unius ad hujus partem alteram non datam & pars data numeratoris alterius ad ipsius partem non datam in eadem ratione ponendæ sunt; hoc est, $R \times G q - R \times F q + T \times F q$ ad $-F q \times x$, sicut $b T^m + C T^n$ ad $-b \times m T^{m-1} x + b \times m \times \frac{m-1}{2} T^{m-2} x^2 - C \times n T^{n-1} x + C \times n \times \frac{n-1}{2} T^{n-2} x^2$ &c. Cumque orbes fere circulares ponantur, erunt T & R æquales. Porro, applicando consequentes ad $-x$, negligendo terminos ab x (quippe infinite parvo) porro affectos, quia minimos; fiet $T \times G q$ ad $F q$ sicut $b T^m + C T^n$ ad $b \times m \times T^{m-1} + C \times n T^{n-1}$. Majoris simplicitatis gratiâ, ut nempe omnes ipsius T dignitates æquales deveniant, ponatur T unitas; eritque tum $G q$ ad $F q$ sicut $b + c$ ad $b m + c n$. Et inde G ad F , five (in figura Prop. IV.) angulus $A T l$ ad angulum $A T L$ ut $\sqrt{b+c}$ ad $\sqrt{b m + c n}$, five ut 1 ad $\sqrt{\frac{b m + c n}{b+c}}$. Et propterea, cum angulus inter apsidem summam & apsidem imam in Ellipsi immobili sit duobus rectis æqualis, erit angulus, quem corpus, Vi centripetâ quæ est ipsi $\frac{b A^m + C A^n}{A^3}$ proportionalis, in descensu ab apside summa ad imam aut è contra describit, ad duos rectos, ut 1 ad $\sqrt{\frac{b m + c n}{b+c}}$; & in phrasi arithmetica, angulus iste est $\sqrt{\frac{b+c}{b m + c n}} \times 180^\circ$. Si Vis centripeta sit ut differentia duarum dignitatum altitudinis, (puta ut $\frac{b A^m - C A^n}{A^3}$), ponendo $-c$ loco $+c$ in valore supra invento, fiet angulus inter apsidem summam & imam, mobilis orbis fere circularis, æqualis $\sqrt{\frac{b-c}{b m - c n}} \times 180^\circ$. Nec secus resolvetur Poblema in casibus difficilioribus.

SCHOLIO.

Si corpus Vi centripetâ, quæ sit reciproce ut quadratum altitudinis, revolvatur in motâ Ellipsi umbilicum habente in centro Virium, & huic Vi centripetæ addatur vel auferatur Vis alia quævis, cujus lex & quantitas datur; per hanc Prop. determinabitur motus apsidum ex data illa Vi oriundus: Nempe si à Vi ut $\frac{1}{A^2}$ auferatur Vis extranea, quæ est ut altitudo seu distantia à centro, nempe ut cA ; Vis reliqua, quâ corpus urgetur, erit $\frac{A - cA^4}{A^3}$, ubi $b = 1$, $m = 1$, $n = 4$: Adeoque

angulus revolutionis inter absides est $\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}} \times 180^{\text{gr.}}$

Ponatur *ex. gr.* Vim extraneam ablatam esse 357, 45 vicibus minorem quam Vis primaria, quâ corpus revolvitur in Ellipsi, quamque facilitatis gratiâ vocavimus 1;

eritque proinde $c = \frac{1}{357,45}$ five $\frac{100}{35745}$, & $1 - c = \frac{35645}{35745}$, & $1 - 4c = \frac{35345}{35745}$; adeoque $\frac{1-c}{1-4c} = \frac{35645}{35345} = 1,008487754$, & $\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}} = 1,004234$.

Et igitur $\sqrt{\frac{1-c}{1-4c}} \times 180^{\text{gr.}}$, five angulus inter apsides in orbe mobili, erit $1,004234 \times 180^{\text{gr.}}$, seu $180^{\text{gr.}}$, 76228, id est, $180^{\text{gr.}}$ 45'. 44": Inventus igitur est motus apsidum in una semi-revolutione, five dum corpus ab apside summa ad imam descendit, sc. 45'. 44" in consequentia, & tantundem progreditur dum corpus ab ima apside ad summam ascendit; nempe singulis corporis revolutionibus apsis $1^{\text{gr.}}$ 31'. 28" in consequentia fertur.

Et

Et è converſo, ex dato angulo inter apſides determinabitur ratio Viſ extraneæ, cujus lex datur, ad Vim quâ in immota Ellipſi moveretur : Puta, ſi corpus diſcedens de apſide ſumma & ad apſidem ſummam reverſum motu angulari conficiat angulum 315^{gr} , ipſâ apſide interim in antecedentia motâ 45^{gr} , & quæratuſ ratio Viſ hujus ſuperadditæ, quæ eſt ut altitudo, ad Vim primariam quâ ſola corpus in Ellipſi immota moveretur. Nam quoniam Prop. hæc demonſtratum eſt angulum inter apſidem ſum-

nam & imam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 180^{\text{gr}}$, ſive inter apſidem

ſummam & ſummam eſſe $\sqrt{\frac{b+c}{bm+cn}} \times 360^{\text{gr}}$, *i. e.* (in ca-

ſu præſenti, ubi Viſ ſuperaddita eſt ut altitudo,) $\sqrt{\frac{1+c}{1+4c}}$

$\times 360^{\text{gr}}$; erit $315^{\text{gr}} = \sqrt{\frac{1+c}{1+4c}} \times 360^{\text{gr}}$. Et reſolutâ

hâc æquatione, valor ipſius c reperietur $\frac{5}{44}$. Cum au-

tem Viſ iſta primaria, quâ in Ellipſi immota moveretur corpus, poſita ſit unitas; erit hæc ad Vim iſtam additam (quæ eſt ut altitudo, quæque facit ut apſides tam velociter regrediantur) ut 44 ad 5.

COROLLARIUM.

Ex præced. Schol. & Corol. 2. Prop. v. ſequitur, ſi à Vi quæ eſt in duplicata ratione altitudinis inverſa, auferatur Viſ, quæ eſt directe ut ipſa altitudo, relinqui Vim quæ in reſeſſu à centro decreſcit magis (ſive minor eſt) quam pro ratione duplicata altitudinis auctæ, ſive quæ in acceſſu ad centrum creſcit magis (ſive major eſt) quam pro ratione duplicata altitudinis diminutæ; nam tam in illo caſu quam in hoc orbis apſides progrediuntur, & propterea duo illi caſus coincidunt. Eodemque ratiocinio patet, ſi Vi quæ eſt in reciproca duplicata ratione

distantiæ à centro, addatur Vis extranea, quæ est directæ ut dicta distantia, constari Vim, quæ in recessu à centro decrescit minus (sive major est) quam pro duplicata ratione distantiae auctæ, sive (quod idem est) quæ in accessu ad centrum crescit minus (sive minor est) quam pro duplicata ratione distantiae diminutæ. Verum hæc etiam immediate consequuntur ex Corol. I. Prop. IV.

PROPOSITIO VIII.

Tab. XXVII.
Fig. 3.

Si Planeta secundarius L circa Præmarium T describat Orbitam Ellipticam, cujus focus est T; hujus Axis major sive Apsidum linea motu angulari bis progreditur & bis regreditur singulis Satellitis L revolutionibus; progreditur nempe cum L est in Syzygiis G & B, regreditur vero dum L est in Quadraturis C & D cum Sole.

Designet s Solem, T Planetam præmarium in Orbita DC à D versus C circa Solem motum, L Planetam secundarium, Orbitam ellipticam, cujus focus T, à C ad G versus D describentem. Cum in tribus hisce corporibus attractiones acceleratrices binorum quorumcunque in tertium sint (per ostensa in Lib. I.) inter se reciproce in duplicata ratione distantiarum ab eodem, recidimus in conditiones Prop. I. hujus Libri, (cujus constructionem hic supponimus,) in qua ostensum est Satellitem L duplici Vi acceleratrice urgeri, unâ ab L ad T, alterâ ab L ad s. Cumque Vis prior ab L ad T ex mutua attractione corporum L & T orta, sit quadrato distantiae reciproce proportionalis, (per Corol. 2. Prop. II. Lib. I.) hæc Vi solâ corpus L describet Ellipsin focum in T habentem. Quoniam vero Vis posterior, quâ urgetur L quæque dirigitur ab L ad s, estque per ostensa ad Prop. I. ut As recta, resolvitur in Vires binas, quarum altera est ut AM, altera ut Ms, quæ semper ad MN reducitur, (ut supra ostensum est,) & cum harum rectarum directionibus; (quarum illa quæ est ut AM, licet eandem

dem habeat directionem cum priori qua T trahit L , tamen eandem non observat legem: neque enim est AM reciproce ut quadratum rectæ LT distantiae corporis L à T , sed fere directe ut ipsa LT ; crescente enim LT , cæteris manentibus, in eadem fere ratione crescit & AM ; nam SL ob longinquitatem corporis S est fere parallela ad ST ;) Vis quâ L in Quadraturis C & D positum urgetur versus T , composita ex binis (prima nempe illa qua T trahit L , quæque est inverse ut quadratum distantiae LT , & illa ut AM quæ est fere directe ut ipsa distantia LT ; nam tertia Vis MN in hoc casu nulla est,) non est ut Quadratum distantiae LT inverse, sed in recessu à T decrescit in minore quam duplicata ratione distantiae auctæ: & igitur cum Vi , quæ est Quadrato distantiae à centro sive altitudinis reciproce proportionalis, quâ nempe T trahit L , addatur Vis extranea quæ est ut ipsa altitudo; componetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus Ellipsin describit, cujus Apfides in antecedentia moventur. Satellite igitur in Quadraturis versante, Orbis elliptici Apfides regrediuntur.

Quod si Satelles L sit in Conjunctione G vel Oppositione B cum Sole S , in quo casu Vis ut AM evanescit, præter Vim quâ T trahit L , quæque est reciproce ut Quadratum altitudinis TL ; corpus L urgetur Vi ut MN , ab M versus N urgente, quæ non est ut Quadratum altitudinis TL inverse, sed crescente ipsâ crescens, & fere ut ipsa TL directe. Cum ergo à Vi Quadrato altitudinis reciproce proportionali, quâ T trahit L , auferatur Vis extranea (nempe ab actione Solis orta) quæ est fere ut ipsa altitudo; relinquetur (per Corol. Prop. præc.) Vis quâ urgente corpus fertur in Ellipsi, cujus Apfides in consequentia moventur. Igitur quando Planeta secundarius in Syzygiis cum Sole versatur, Orbis elliptici ab illo descripti Apfides progrediuntur.

Satellite vero in locis versante inter Syzygias & Quadraturas

draturas cum Sole, pendet motus Apfidum ex utraque causa supra descripta conjunctim; nempe ex Vi extranea addititia ut AM & ablativa ut MN ; adeo ut pro hujus vel illius excessu progrediantur illæ vel regrediantur: Bis igitur in qualibet Satellitis L revolutione circa T progrediuntur Apfides, & bis regrediuntur per vices. Q. E. D.

PROPOSITIO IX. LEMMA.

Tab. XXVII. In fig. Prop. præc. Vis MN in Syzygiis est fere duplo major quam Vis AM in Quadraturis.
Fig. 4.

IN Syzygiis SM est ad SN in duplicata ratione SN ad SL : Distantia autem punctorum N & T præ ST distantia Planetæ à Sole evanescit, adeoque ST æqualis SN ; est igitur SM ad ST in duplicata ratione ST ad SL : Sed quantitates arithmetice proportionales ut SB , ST , SG &c, ubi illarum intervallum BT vel TG est minimum respectu cujusvis ex illis ut SG , sunt etiam quasi geometrice proportionales, & è contra; quare posita BM (in fig. 1.) & GM (in fig. 2.) æquali TB , erunt (in fig. 1.) MS , BS , TS & LS , & (in fig. 2.) MS , GS , TS , LS quamproxime geometrice proportionales continue: adeoque (in utraque fig.) MS est ad TS in duplicata ratione TS ad LS . Sed MT est duplo major (ex constructione) quam TB , quæ (ex præc.) æqualis est AM in Quadraturis; & MN est fere æqualis ipsi MT : Et igitur MN in Syzygiis est quasi duplo major quam AM in Quadraturis. Q. E. D.

PROPOSITIO X.

In singulis Satellitis cujusvis revolutionibus Apfides plerumque magis progrediuntur quam regrediuntur, & excessu progressus feruntur in consequentia.

NAm Vis ut MN in Syzygiis, cujus ablatione à Vi^{Tab XXVII. Fig. 4} quâ T trahit L fit ut Apfides progrediuntur, est (per præc. Lem.) quasi duplo major quam Vis ut A M in Quadraturis, cujus additione ad prædictam Vim quâ T trahit L Apfides regrediuntur: Et igitur excessus in integra Satellitis revolutione erit penes MN , transferetque Apfides in consequentia. Q. E. D.

Hæc ita se habebunt ordinario & cæteris paribus: Dantur autem casus particulares (ut Prop. sequente ostendetur) in quibus, in una Satellitis revolutione circa proprium Primarium, Apfides magis regrediuntur quam progrediuntur.

PROPOSITIO XI.

In una Satellitis L revolutione circa T , progressus Apfidum magis superat illarum regressum, cum hæc in Syzygiis cum Sole versantur, quam si inde longius distant; regressus vero Apfidum superat illarum progressum in una Satellitis revolutione, cum Apfides sunt in Quadraturis cum Sole: Magis tamen & velocius progrediuntur in Syzygiis suis. minus vero & tardius in Quadraturis recedunt; & excessu progressus supra regressum, in una Apfidum revolutione ad Solem, feruntur in consequentia.

QUoniam Apfidum progressus vel regressus pendet (per Corol. 2. Propositionis v.) à Vi centripeta Satellitis versus Primarium suum decrescente magis vel minus quam pro duplicata ratione distantie auctæ in recessu à centro, sive transitu ab Apfide ima ad Apfidem summam

Tab. XXVII. mam, ut & à contrario incremento in accessu ad centrum, sive reditu ad Apfidem imam; patet progressum vel regressum maximum esse; ubi ratio inter Vires in Apfidibus maxime recedit ab inversa duplicata ratione distantiarum. Ponatur cum esse situm Orbitæ Satellitis respectu Solis, ut ejus Apfides sint in Syzygiis cum Sole: Vis ergo extranea MN , quæ Satellitem in Syzygiis versantem urget, ablata à Vi , quâ Primarius trahit Satellitem, relinquit Vim in Satellite ad B , cujus ratio ad Vim similiter relictam in Satellite ad G magis recedit à duplicata ratione distantiarum inversa, quam si Apfides non essent in Syzygiis; quoniam ratio inter distantias TB , TG magis inæqualis est, sive longius à ratione æqualitatis distat, quam ratio inter alias binas quasvis in hac Orbita: progressus ergo Apfidum in hoc casu maximus est. Satellite vero ad C pervento, Vis extranea ut AM , addita Vi quâ T trahit Satellitem, non tantum inducit recessum à ratione duplicata distantiarum inversa in transitu à C ad D ; quoniam distantia TC , TD æquantur: Quare hujus Vis additiæ effectus minor est; hoc est, Orbis Apfides minus in hoc casu regrediuntur. Quoniam ergo Apfidibus in Syzygiis versantibus, illæ velocissime progrediuntur cum Satelles Syzygias transit, tardissimeque regrediuntur cum Satelles in Solis Quadrato est; patet, in integra Satellitis revolutione circa Primarium, Apfides in hoc casu velocissime in consequentia ferri.

Fig. 5. Sint nunc Apfides Orbis Satellitis in Quadrato Solis: In quo casu Vis extranea AM jam sæpius descripta, quæ Satellitem in Quadratura C versantem urget, addita Vi primariæ quâ T trahit Satellitem, conficit Vim ex utraque compositam, quâ Satelles ad C situs tendit versus T ; cujus ratio ad Vim similiter compositam, quâ Satelles ad D perventus versus idem T urgetur, magis recedit à duplicata ratione distantiarum inversa, quam si Apfides non essent in Quadraturis; quoniam ratio inter TC , TD magis

magis inæqualis est quam ratio inter alias binas quaslibet hujus Orbitæ : regressus ergo Apfidum in hoc casu maximus est. Satellite vero ad G vel B pervento, Vis extranea $M N$ Satellitem nunc urgens, ablata à Vi quâ T trahit Satellitem, tam magnum non inducit recessum à ratione duplicata distantiarum inversa, dum Planeta transit à G ad B , aut vicissim; quoniam distantia TG , TB æquantur: unde Vis hujus ablatitiæ effectus in Apfidibus promovendis minor est; hoc est, Orbis Apfides tardius promoventur. Ideoque ex utraque hac causa, in hoc Orbis situ respectu Solis, dum Satelles integram revolutionem circa Primarium suum perficit, Orbis Apfides regrediuntur.

Tab. XXVIII
Fig. 5.

Porro, si is sit motus Apfidum Satellitis circa T , isque motus Primarii T circa Solem S , ut Apfides Orbis Satellitis in eodem fere sint aspectu ad Solem per tempus satis notabile, sive dum ipse Satelles aspectus omnes ad Solem sæpius mutat; ob diuturnitatem temporis quo velocitas progressus & tarditas regressus Apfidum continuantur, dum nempe Apfides prope Syzygias Solis hærent, satis notabiliter progredientur: Et similiter ob diuturnitatem temporis quo Satellitis Apfides prope Solis Quadratum hærent, & consequenter quo velocitas regressus tarditasque progressus continuantur, sensibilibiter satis recedent.

Quoniam vero Vis extranea ablatitia $M N$, progressum Apfidum causans, Prop. IX. ostensa est quasi duplo major quam Vis $A M$, quæ illas retrocedere cogit; & præterea Apfides diutius hærent in Syzygiis quam in Quadraturis, quia illic in consequentia latæ cum Sole progrediuntur, hic in antecedentia latæ Solis Quadratum in consequentia latum cito transeunt; patet Apfides velocius & diutius progredi in suis Syzygiis, tardius vero & non tam diu recedere in Quadraturis suis; & excessu progressus supra regressum, in integra revolutione Apfidum ad Solem (hoc est, dum Apfides ex T visæ omnes cum Sole

Tab. XXVII. le aspectus subeunt,) ferri in consequentia.

Fig. 5.

Omnia prædicta eodem fere modo se habebunt, licet species Orbitæ Secundarii non maneat præcise eadem, modo mutatio Excentricitatis non sit magna nimis.

PROPOSITIO XII.

Si Satelles in Orbe Excentrico circa Primarium suum moveatur, hujus Excentricitas bis in quavis revolutione mutabitur: & in una Satellitis revolutione erit hæc maxima, cum Satelles versatur in Syzygiis cum Sole; minima vero, cum in Quadraturis: & in transitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & è contra in ejusdem transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur.

NAm si corpus quod Ellipsin datam describebat, (quod sc. urgebatur à Vi centripeta ad focus alterum ceu centrum tendente, quæ est reciproce proportionalis quadrato distantiae ab eodem,) in descensu ab Apside summa ad imam urgeatur à Vi centripeta, quæ augetur magis quam pro duplicata ratione distantiae à centro sive altitudinis diminutæ; manifestum est, quod corpus sic versus centrum impulsus magis urgeretur in hoc centrum, quam si urgeretur (ut prius) à Vi crescente solum in duplicata ratione distantiae diminutæ; adeoque Orbem describeret Orbe Elliptico antea descripto (præterquam in ipsa Apside summa) interiorem, & in Apside ima propius accederet ad centrum quam prius; hoc est, Orbem Orbe priore magis Excentricum, sive in quo distantia corporis in Apside summa majorem habet rationem ad illius distantiam in Apside ima, quam in priore. Si porro Vis in ascensu corporis ab Apside ima decresceret iisdem gradibus, quibus in descensu creverat; rediret corpus ad distantiam priorem: Sed si Vis centripeta decrescat magis quam pro dicta ratione, corpus jam minus attractum

tractum ascendet ad distantiam majorem, Orbemque describet cujus Excentricitas adhuc est major. Similiter prorsus, si corpus in descensu ab Apside summa urgeatur Vi, quæ augetur minus quam pro duplicata ratione distantiae diminutæ; patet corpus illud descripturum Orbem Orbe elliptico prius descripto (cum Vis erat reciproce ut distantiae quadratum) exteriorem, præterquam in Apside summa unde digressum est; hoc est, minus Excentricum; & Excentricitatem hanc adhuc minui, si in corporis ascensu Vis centripeta decreseat minus, sive tardius quam antea creverat.

Tab. XXVII.
Fig. 3. & 4.

In figuris jam sæpius usurpatis ponatur Satelles L prope Quadraturam in C, in quo casu Vis ut MN evanescit, ac præter Vim quâ Primarius T trahit Satellitem L, quæ est reciproce ut quadratum distantiae, Satelles urgetur Vi ut AM, quæ est ut ipsa distantia LT directe. Et Vis ex hisce constata (per Cor. Prop. VII.) in recessu à centro decrescit minus quam pro duplicata ratione distantiae auctæ, & in accessu ad illud crescit minus quam pro duplicata ratione distantiae minutæ: Adeoque corpus, si per integram revolutionem ab hac Vi versus centrum impelleretur, Orbem describeret minus Excentricum quam si abesset Vis hac extranea ut AM, solâque Vi quâ T trahit L quæ est ut distantiae quadratum inverse urgeretur; & igitur, in revolutionis parte illa ubi ab hac Vi impellitur, describit partem Orbis minus Excentrici quam si abesset dicta Vis extranea ut AM.

Quod si Satelles in Syzygiis versetur ut in B vel G, Vi ut AM evanescente, à Vi qua T trahit L aufertur Vis ut MN; hoc est, à Vi quadrato distantiae reciproce proportionali aufertur Vis ut ipsa distantia; Vis igitur reliqua quâ Satelles T nunc urgetur (per Corol. Prop. VII.) in accessu ad centrum crescit magis quam pro ratione distantiae diminutæ, & in recessu à centro similiter magis decrescit; & præterea (per supra ostensa) si Sa-

Tab. XXVII
Fig. 3. & 4.

telles per integram revolutionem hâc Vi residuâ ad centrum impelleretur, Orbem describeret magis Excentricum quam est ille quem describeret, si solâ Vi attractrice corporis τ urgeretur; & proinde multo magis Excentricum quam est ille quem describeret, si eâ Vi centripetâ urgeretur quâ in Quadratura ad c urgebatur: Unde in revolutionis suæ parte quando Vis extranea mn est maxima (hoc est, in Syzygiis) Satelles describit partem Orbis magis Excentrici quam cum ille in Quadraturis versatur; five Orbis à Satellite descripti Excentricitas major est dum Satelles in Syzygiis versatur, minor dum in Quadraturis.

Porro, quoniam Vis extranea addititia ut am maxima est, & Vis mn minima seu nulla Satellite in Quadraturis versante, Vis conflata ex hac & Vi qua τ trahit l est (cæteris paribus) maxima, maximeque recedit à reciproca duplicata distantiarum; adeoque in hoc casu, Orbis portio descripta pertinebit ad Orbem minime Excentricum. Satellite à c versus b progressu, Vis extranea ablatitia ut mn simul crescit, effectusque suos proinde magis magisque edit; hoc est, Satellitem describere facit Orbis partem ad Orbem magis Excentricum pertinentem: quare in progressu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias ejus Orbis magis magisque Excentricus evadit, donec Satellite ad ipsam Oppositionem vel Conjunctionem cum Sole pervento, Orbis fiat omnium maxime Excentricus, ablatitiâ Vi ut mn existente nunc tum solâ, tum maximâ & maxime directâ. Postea vero, Satellite versus Quadraturam pergente, Excentricitas rursus diminui incipit, ob auctam Vim am quæ illam minuit. Orbis igitur Excentricitas in progressu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias perpetuo augetur, & in ejusdem progressu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo diminuitur: Et maxima proinde est (cæteris paribus) in Syzygiis, minima in Quadraturis.

P R O.

PROPOSITIO XIII.

Isdem positis qua in Prop. præc. in pluribus Satellitis revolutionibus inter se comparatis, dico Orbitæ Satellitis Excentricitatem maximam esse, cum ejus Apfides in Syzygiis versantur; exinde vero diminui perpetuo in transitu Apfidum à Syzygiis ad Quadratum Solis, ubi illa minima est; in transitu vero Apfidum à Quadraturis ad Syzygias Excentricitatem rursus perpetuo augeri.

P Robatur eodem modo quo Propositio penultima. Tab. XXVII.
Fig. 3. & 4.
Nam (per Corol. Prop. VII.) Vires Satellitis in Quadraturis crescunt vel decrescunt minus quam pro duplicata ratione distantie minutæ vel auctæ: quare si Orbis Apfides sint in Quadraturis, dicta ratio incrementi ac decrementi totius in transitu inter Apfides est omnium minima. Similiter, Vires Satellitis in Syzygiis crescunt vel decrescunt magis quam pro duplicata ratione distantie minutæ vel auctæ; & propterea, si Orbis Apfides simul in Syzygiis versentur, dicta ratio totius incrementi ac decrementi Virium in transitu inter Apfides est omnium maxima; id est, ratio totius incrementi ac decrementi Virium minima est dum Apfides sunt in Quadraturis, maxima dum in Syzygiis; & propterea, in transitu Apfidum à Quadraturis ad Syzygias, in singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur. Sed Prop. præc. ostensum est, quod si in singulis Satellitis revolutionibus augeatur ratio incrementi & decrementi Vis centripetæ, augebitur simul & Orbis Excentricitas; & e contra minuetur Excentricitas, si ratio illa decrescat: Et igitur in transitu Apfidum à Quadraturis ad Syzygias Orbis Excentricitas perpetuo augetur, & in transitu à Syzygiis ad Quadraturas perpetuo minuitur; maxima ergo est Orbis Excentricitas dum Apfides in Syzygiis

zygiis sunt, minima cum illæ in Quadraturis versantur. Et ob diuturnitatem temporis quo Apfides prope Quadraturas aut Syzygias hærent, fit Excentricitatis incrementum aut decrementum admodum sensibile; & inæqualitas inter Excentricitatem in uno casu eandemque in altero longe maxima. Q. E. D.

SECTIO III.

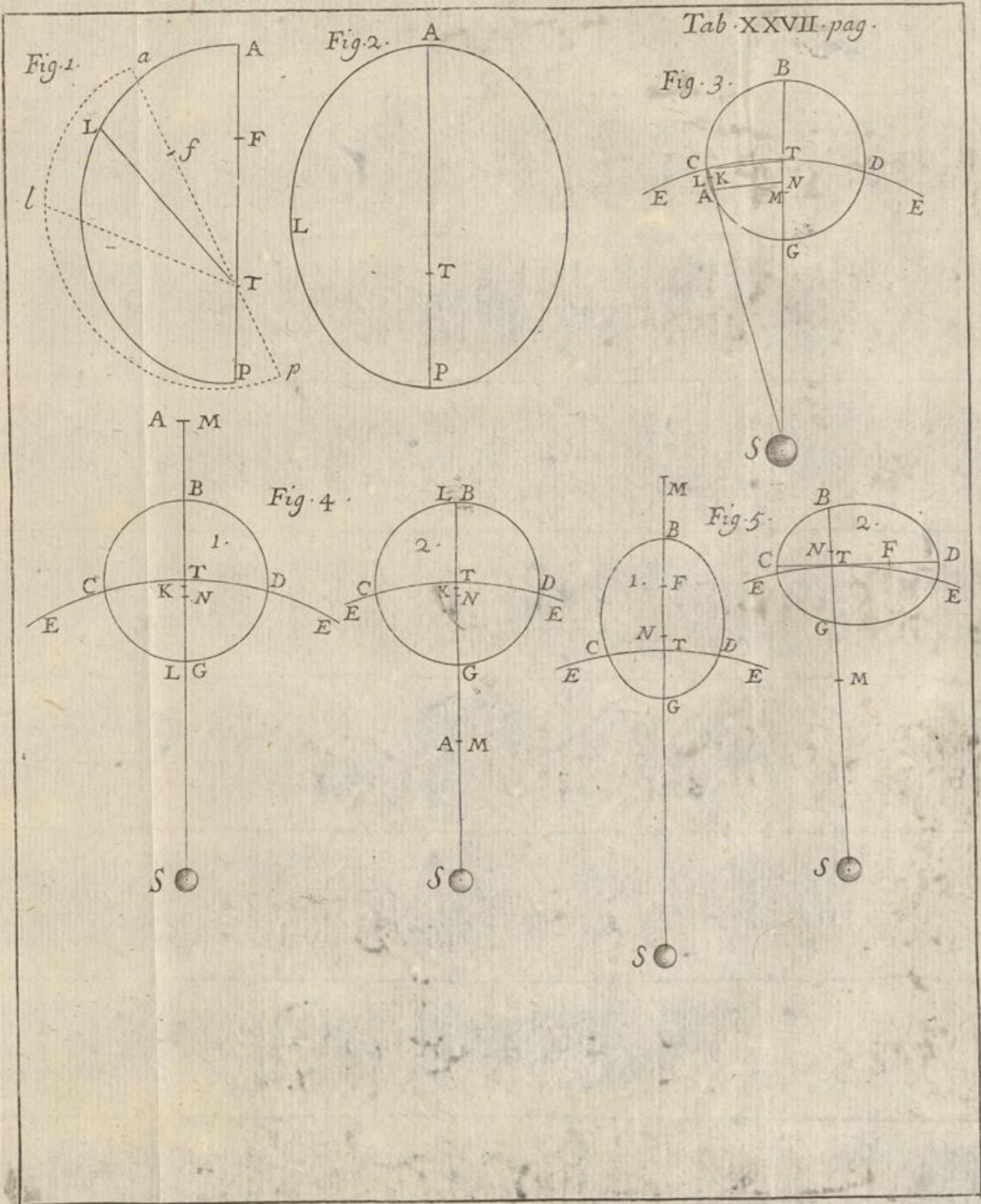
DE ERRORIBUS QUOS SOL PRODUCIT IN MOTU SATELLITIS, CUM PLANUM ORBIS AB ILLO CIRCA PRIMARIUM DESCRIPTI INCLINATUM EST AD PLANUM ORBIS A PRIMARIO CIRCA SOLEM DESCRIPTI.

DE Satellitum Erroribus in Latitudinem supra Libro I. egimus, generatim quidem Prop. LXI. & specialius postea Prop. LXIV. dum Præcessionis punctorum Æquinoctialium ex eodem fonte manantis rationem causamque indicaremus. Liceat tamen istorum quædam huc, quippe in locum proprium, transferre, aliaque magis particularia de Erroribus hisce explicare.

PROPOSITIO XIV.

Si Satelles circa Primarium revolvatur in Orbe cujus planum ad planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum fuerit, Linea Nodorum motu angulari movebitur in antecedentia velocitate inæquali; celerrime quidem cum Nodi sunt in Quadrato Solis, postea tardius, donec Nodi in Syzygiis constituti quiescat prorsus. In locis inter Quadraturas & Syzygias intermediis Nodi conditionis utriusque participes recedunt tardius; adeoque semper vel Retrogradi vel Stationarii singulis Satellitis revolutionibus circa Primarium feruntur in antecedentia: Et in eadem Satellitis revolutione celerius regrediuntur, ceteris paribus, cum Satelles est in Syzygiis.

Designet,



Designet, ut sæpe superius, s Solem; $E T E$ Orbitam Primarii T ; $C B D G$ Orbitam Secundarii L circa Primarium: Ducantur rectæ $s L$, $s T$, & si opus est producantur inque iis signentur K , A , M & N puncta, & jungatur $A M$. Ex Prop. LX. Lib. I. patet Errores omnes Satellitis L oriri ab ejus Viribus quæ sunt ut $A M$, $M N$, & cum harum rectarum directionibus. Vis autem in L secundum directionem rectæ $A M$ (hoc est, secundum $L T$ rectam) agens motum ipsius L in Latitudinem neutiquam perturbat, cum $L T$ in plano Orbis $C B D G$ jaceat. Porro, si directio Vis alterius ut $M N$ etiam in plano Orbis $C B D G$ jaceat, hoc est, si recta per L ducta & ad $M N$ parallela in plano $C B D G$ jaceat, neque hæc Satellitis motum in Latitudinem perturbabit. Ipsa vero $M N$, seu $s T$, cum sit in plano Orbis $s E T$, erit etiam in plano $C B D G$, si fuerit communis intersectio duorum istorum planorum, Orbium nimirum Primarii & Secundarii; hoc est, si Nodi fuerint in Syzygiis. Igitur Nodis in Syzygiis versantibus, nullus orietur Error motus in Latitudinem neque à Vi ut $A M$, neque à Vi ut $M N$, quæ solæ sunt Vires Satellitis motum perturbantes; ergo nullus prorsus Error in Latitudinem. Unde Nodorum Linea simulque ipsi Nodi in hoc casu quiescunt, cum motus illorum sit Error à perturbante Vi aliqua oriundus.

Ubi vero Orbis $C B D G$ Nodi sunt in Quadraturis C & D , Vis ut $M N$ Satellitis motum in Latitudinem maxime perturbat; quoniam in hoc casu recta $M N$ (eique per L parallela $L F$, secundum quam exeritur Vis Satellitis L quæ est ut $M N$) omnium maxime ad planum Orbis $C B D G$ inclinatur, tantum nempe quantum Orbium $s T E$, $C B D G$ plana ad se invicem inclinantur. In hoc casu supponatur plani $C B D G$ pars altera $C G D$ supra planum hujus schematis (quod cum plano Orbis Primarii $s T E$ congruit) elevata, altera $C B D$ infra il-

Tab. XXVIII.

Fig. 2.

lud depressa : Orbitæ huic $c b d g$ æqualis, similis & respectu centri T similiter posita concipiatur Orbita $c b d g$: In hoc igitur casu, quamprimum Satelles L Nodum c transit, ut ad Conjunctionem cum Sole in g perveniat, Vis ut $M N$ cum directione rectæ $M N$ five huic parallelæ $L F$, hoc est, ab L ad F agens, trahit illum ex Orbita $c g d$, quam alias percurreret, & recedendo perpetuo versus s à plano $c g d$ usque ad Nodum proximum, non jam transit planum $s t e$ five $c g d$ in puncto d , (ubi illud transiret si Vis hæc abesset,) sed paulo citra illud respectu Solis s ; hoc est, Orbitæ à Satellite (dum à $Vi M N$ urgetur) descriptæ Nodus paulo citior est quam d punctum, ubi in præcedente Satellitis revolutione inveniebatur.

Similiter, in transitu Satellitis à Nodo d ad Oppositionem cum Sole in B , Vis ut $M N$ agens secundum directionem $M N$ ab M versus N , five ab L versus F , facit ut Satelles L perpetuo recedat ab Orbita $d b c$, Orbitamque describat ad planum $s e t$ five $d b c$ minus inclinatam. Cumque hæc Vis in Satellitem L Vires suas exerat usque dum evanescat hæc, nempe cum Satelles ad Quadraturam in c pervenit, facit etiam ut Orbita à Satellite revera descripta citius interfecet planum $b c g d$ quam Orbita $d b c g$, five paulo propius ad b quam est punctum c , ibique Orbitæ Satellitis Nodum cum plano Orbis sui Primarii constituat. Atque simile rursus fiet dum Satelles secundo peragrat semicirculum $c g d$; Nodus nempe, five punctum in quo Satelles trajicit $b c g d$, est in antecedentia respectu puncti in quo illud postremâ vice trajecerat, atque ita porro; hoc est, Vis hæc $M N$ Satellitem L cogit in Orbitam, cujus Nodi singulis ipsius L revolutionibus circa T in antecedentia vergunt: celerrime autem regrediuntur Nodi cum in Quadraturis c & d versantur, quoniam (ut supra ostensum est) recta $M N$ vel $L F$, secundum quam agit Vis ut

M N

M N Nodorum regressum efficiens, ad Orbitam C G D B Tab. XXVIII.
in hoc casu maxime recta seu perpendicularis est. Fig. 2.

Porro, quæ de Nodorum situ inter Quadraturas & Syzygias intermedio asseruntur, per se patent, cum recta M N ad planum C B D G sit in isto casu magis obliqua, minusque propterea potenter Satellitem inde deturbet. Cumque Nodorum regressus pendeat à Vi M N, ille (ceteris paribus) maximus est cum hæc est maxima; hoc est, quando Satelles est in Syzygiis. Q. E. D.

Mutatâ Inclinatione Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii circa Solem, non mutatur motus Nodorum sensibilibiter, nisi mutatio Inclinationis fuerit nimis magna; nam Vis Nodis motum inducens in isto casu non multum mutatur.

PROPOSITIO XV.

Iisdem positis, dico Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis, in quo Primarius circa Solem revolvitur, perpetuo mutari, & quidem maximam esse cum Nodi sunt in Syzygiis cum Sole; minimam vero (ceteris paribus) cum in Quadraturis: Et insuper in hoc casu minui dictam Inclinationem in transitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, eandemque rursus augeri in Satellitis transitu à Syzygiis ad Quadraturas. Unde fit ut Satellite in Syzygiis existente, Inclinatione planorum evadat minima, redeatque ad priorem magnitudinem circiter, ubi Satelles ad Nodum proximum accedit. Dico insuper in transitu Nodorum à Syzygiis ad Quadraturas diminui hanc planorum Inclinationem, & fieri omnium minimam (ceteris paribus) ubi Nodi sunt in Quadraturis; dein crescere iisdem gradibus quibus antea decreverat, Nodisque ad Syzygias denuo reversis, ad magnitudinem primam redire.

Licet

Tab. XXVIII.
Fig. 1.

Licet Propositionis hujus partes omnes satis facile consequantur ex Prop. LXI. Lib. I. illas tamen hoc loco fusius explicare & demonstrare libet, proprium cuique adscribendo Schema.

Sint primo Nodi Satellitis *L* in Syzygiis cum Sole *s*, hoc est, Linea Nodorum producta transeat per Solem; in quo casu recta *MN* (quæ ad Prop. LXI. Lib. I. demonstrata est positione suâ ostendere directionem, & magnitudine suâ quantitatem Vis istius, quæ sola Satellitis motum in Latitudinem afficit) est in plano Orbis Satellitis *L*: Et igitur, utut illa Satellitis motum in dicto plano perturbet, Satellitem ad motum quemcunque extra dictum planum *BCGD* nequaquam impellit; hoc est, motum Satellitis secundum Latitudinem omnino non afficit, sed Satellitem perturbationis omnis, quoad ejus motum in latum, immunem prorsus & expertem relinquit, ut Orbem suum circa proprium Primarium describat. Cumque Vis illa perturbans *MN* Inclinationem Orbis Satellitis ad Primarii Orbem suâ naturâ minuat semper, neque augeat unquam nisi per accidens, propter motum Nodorum in antecedentia ab illa factum; patet dictorum Orbium Inclinationem esse omnium maximam quando Nodi sunt in Syzygiis.

Fig. 3. & 4.

Positis jam Nodis in Quadrato Solis, Satelles, quamprimum Nodum *c* vel *d* transierit, impulsus Vi ut *MN*, & secundum directionem *LF* ab *L* versus *F*, de plano Orbis *CGDB* (quem absque hac describeret) perpetuo trahitur, & Orbitam describit, cujus planum ad planum Orbis Primarii *cgdb* minus inclinatum est. Quod ut clarius pateat, referat (in aliis figuris annexis, oculo in Lineâ Nodorum productâ accommodatis) *ST* planum Orbis Primarii circa Solem, *TL* planum Secundarii ad planum *ST* inclinatum angulo *LTS* vel hujus complemento ad duos rectos. Satelles in *L*, Vi ut *MN* ab *L* versus *F*, hoc est, de loco *L* in locum *l* tractus, describit

cribit Orbitam, cujus planum τl minore angulo $l \tau s$ ad $s \tau$ planum Orbis Primarii circa Solem inclinatum est. Atque mutatio hæc Inclinationis Orbis Satellitis ad Orbem Primarii est (cæteris paribus) eo major quo major est Vis $m n$ illam producens: Vis vero $m n$ est major quo Satelles est Syzygiis $g \& b$ propior. Nodis igitur in Solis Quadrato hærentibus, Inclinationis Orbis Satellitis est minima quando Satelles est in Syzygiis. Rursus, quoniam recta $m n$ eique parallela $l f$ (directio nempe Vis perturbantis & Inclinationem minuientis) magis recta est in planum Orbitæ Satellitis cum Nodi sunt in Quadraturis, quam in alio quovis Nodorum situ; mutatio Inclinationis in hoc casu erit maxima, adeoque Inclinationis planorum minima: Nam quo propius angulus $f l \tau$ accedit ad rectum, eo majorem angulum rectula $l l$ datæ longitudinis subtendit. Omnium igitur minima erit Inclinationis plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii, ubi Nodi sunt in Quadraturis & simul Satelles in Syzygiis.

Tab. XXVIII.
Fig. 3. & 4.

Porro, designet (oculo nempe in Linea Nodorum producta constituto, ut prius) $s \tau b$ planum Orbis Primarii τ circa Solem revolventis; $g \tau b$ planum Orbis Satellitis, dum hoc angulo minimo (nempe $g \tau g$ vel $b \tau b$) ad illud inclinatur, quod contingit (ut superius est ostensum) ubi Satelles ex τ videtur in Syzygiis Solis. Cumque in præc. sit ostensum Nodos Orbitæ Satellitis vergere in antecedentia, Orbita quam Satelles discedens à g (ubi ex τ visus conjungebatur cum Sole) porro describit, occurret ipsi $s \tau b$ citra τ respectu ipsius Solis, eritque linea $g d$; & Orbita quam describit idem discedens à b ubi Soli opponebatur, nempe $b \delta$ linea, occurret plano $s \tau b$ in δ , sc. ultra τ respectu Solis. Patet jam $g d$ vel $b \delta$ lineam angulum majorem cum $s \tau b$ continere ad d & δ , quam est ille quem $g \tau$ vel $b \tau$ cum eodem $s \tau b$ plano continet; æqualem cir-

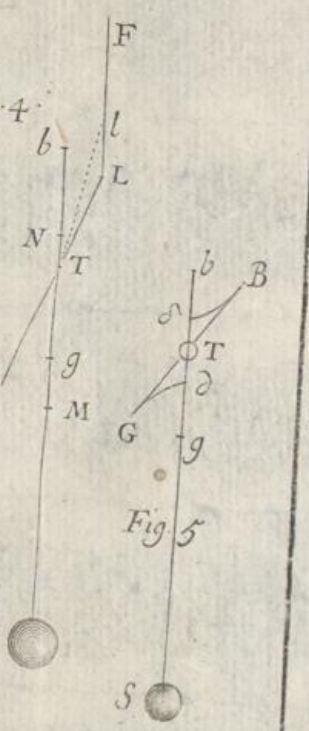
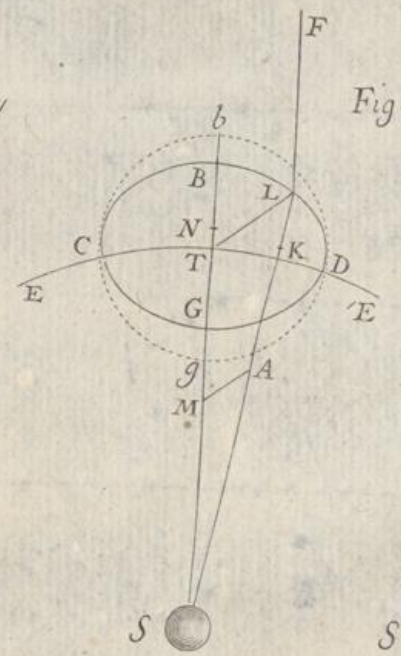
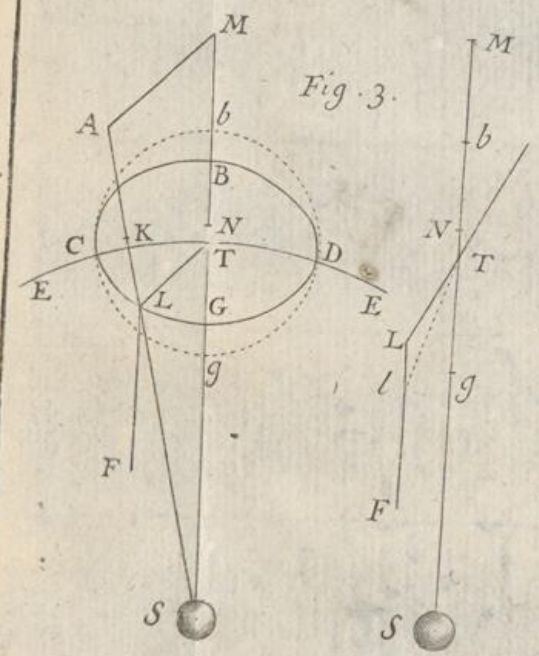
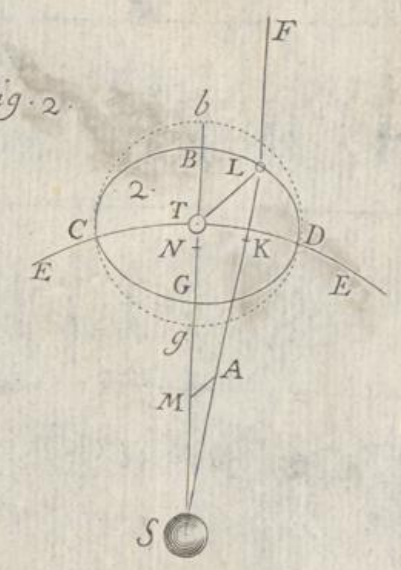
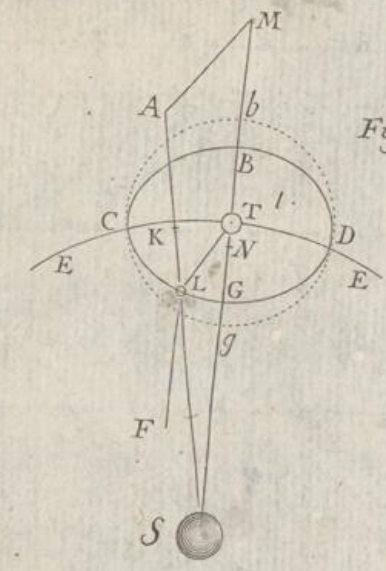
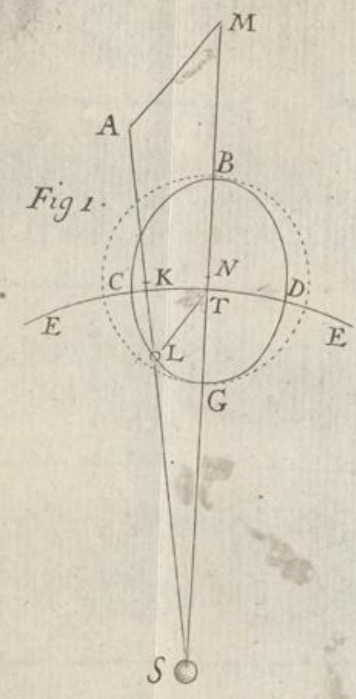
Fig. 5.

Tab. XXVIII.

Fig. 5.

citer illi quem continebat Satellitis Orbita cum $s\tau\ell$ plano, cum Satelles proxime in Nodo versaretur. Igitur, ubi Nodi sunt in Quadraturis, Inclinatio plani Orbis Satellitis minuitur in transitu Satellitis à Quadraturis ad Syzygias, & vicissim augetur in Satellitis transitu à Syzygiis ad Quadraturas; reditque ad priorem magnitudinem circiter ubi Satelles ad Nodum proximum accedit.

Cum igitur ostensum sit quod Vis ut $m\ n$ Satellitis motum in Latitudinem perturbans, & speciatim Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii minuens, maxima est cum Satelles est in Syzygiis, & minima (quia nulla) cum ille est in Quadraturis, at maxime potenter ad hunc effectum producendum agit (ceteris paribus) cum Satelles est in Limite; patet quo Limites sunt propiores Quadraturis cum Satelles est in Syzygiis, eo Vim hanc ut $m\ n$ dictorum planorum Inclinationem minus minuere, quia ejus magnitudo nulla est cum Satelles est in situ ad hunc effectum producendum maxime commodo, & maxima cum propter Satellitis situm hic effectus cessat. Et ex altera parte cum sit modo ostensum quod Vis ut $m\ n$, Nodos in antecedentia circumducendo, Inclinationem dictam rursus auget, & hanc maxime potenter auget cum Satelles est prope alterutrum Nodum, & interim ipsa Vis fit maxima cum Satelles est in Syzygiis; patet quo Nodi sunt Syzygiis cum Sole propiores, eo Vim ut $m\ n$ planorum Inclinationem magis augere. Et igitur cum Limites sint simul Quadraturis propinqui aut ab illis remoti, atque Nodi Syzygiis; patet quo Nodi propiores sunt Syzygiis, eo Inclinationem plani Orbis Satellitis ad planum Orbis Primarii esse majorem, & quo propiores Quadraturis, eo minorem. Cumque (per Prop. præc.) Nodi in antecedentia ferantur, in Nodorum transitu à Syzygiis ad Quadraturas diminuitur hæc planorum Inclinatione, & fit omnium minima (ceteris paribus) ubi Nodi sunt in Quadraturis; dein crescit



crefcit iisdem gradibus quibus antea creverat, Nodisque ad Syzygias denuo revertis, ad magnitudinem primam redit. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

*Omnes supra descriptæ Inæqualitates quæ in Satellitis motu contingunt, tam quæ motum ejus in longum quam quæ in latum afficiunt, tam quæ Orbita Concentrica quam quæ Excentrica competunt, paulo majores sunt in Conjuncti-
one Satellitis cum Sole quam in Oppositione.*

Quoniam (per Prop. xxv. El. v.) in quatuor ma- Tab. XXIX.
gnitudinibus geometricè proportionalibus summa ma- Fig. 1.
ximæ & minimæ excedit summam reliquarum duarum;
auferendo utrinque summam duarum minorum, intervallum
maximæ & minimæ proximæ excedet intervallum maximæ
proximæ & minimæ. Cumque (per construct. Prop.
xiv.) Satellite in Conjunctiōe cum Sole ad G versan-
te, s m sit ad s n, hoc est (ob parvitatem ipsius n t
respectu s n) ad s t in duplicata ratione s t ad s g; recta
m t excedit duplam t g: Nam maximæ proxima exce-
dit s b. Cumque rursus, Satellite in Oppositione ut ad
b existente, s m sit ad s t in duplicata ratione s t ad
s b; recta t m (propter eandem rationem) deficit à du-
pla t b: ideoque t m à fortiori excedit t m, hoc est,
n m excedit n m. At n m, n m representant Vires Sa-
tellitem in Conjunctiōe & Oppositione respectiue per-
turbantes: Major itaque est Vis perturbans in Conjun-
ctiōe quam in Oppositione; & proinde majores sunt
illius quam hujus effectus. Cumque præter Vires per n m,
n m representatas (quæ solæ sunt quæ Satellitis in ipsa
Conjunctiōe & Oppositione positi motus perturbant)
altera Vis ut a m (quæ prope Syzygias Satellitem pertur-
bat) major sit in Conjunctiōe quam Oppositione, nem-
pe illic major quam radius l t, hic minor; patet om-

nes Inæqualitates Prop. præced. explicatas (cæteris paribus) paulo majores esse prope Conjunctionem Satellitis cum Sole quam prope Oppositionem cum eodem. Q. E. D.

S C H O L I U M.

Prop. præc. præcise semper obtineret, si Orbita Satellitis Primario Concentrica esset; sin aliter, saltem locum haberet in integra revolutione Apsidum ad Solem. Verum Satellitum motus exactius observati hujusmodi quid suadent, quod Satellitis Orbitæ circularis centrum semper paulo remotius est à Sole quam ipsius Planetæ primarii centrum, eo nempe fine ut Satelles Primarium perpetuo comitetur. Nam si Orbitæ Satellitis centrum cum Primarii centro congrueret, Satelles relicto Primario ad Solem caderet. Satelles enim Orbitam suam describens facit ut Orbita hæc censenda sit quasi Annulus gravis, & Annuli hujus partis cujusque gravitas ea est censenda quæ est Satellitis in ea versantis, hujusque gravis is locus qui est centri gravitatis ejusdem. Cumque per Prop. xvi. Satellitis gravitas acceleratrix versus Solem, supra gravitatem acceleratricem Primarii versus eundem, magis augeatur in inferiori Orbitæ suæ parte prope Conjunctionem quam minuatur in superiori prope Oppositionem, & tandem in illa moretur Satelles quam in hac; prædicti gravis Annuli sive Orbitæ centrum gravitatis, ipseque proinde Annulus, majore urgetur gravitate acceleratrice ad Solem quam Primarius; relicto igitur Primario, ad Solem propius accedet: quod etiam à fortiori obtinebit, si Orbitæ circularis centrum sit Soli propinquius quam Primarii centrum. Orbitæ vero centrum ita à Deo O. M. collocatur pro cujusque Primarii distantia à Sole, ut prædicti Annuli (cei gravis considerati) gravitatis centrum tantum à Sole distet quantum ipsius Primarii centrum, ne alterum ab altero deferatur: Quæ attemperatio in Orbibus Excentricis locum etiam habet, Satellitis morâ in

in quavis Orbitæ particula ad illius partis gravitatem æstimandam adhibitâ.

SECTIO IV.

DE ERRORIBUS QUOS SOL PRODUCIT IN MOTU SATELLITIS, CUM PRIMARIUS MOVETUR IN ORBE EXCENTRICO CIRCA SOLEM.

PROPOSITIO XVII.

Si ob diminutam & auctam per vices Distantiam inter Solem s & Primarium t actio ipsius s augeatur ac diminuat per vices; augebitur simul ac diminuetur Orbitæ Satellitis radius LT, & Tempus periodicum Satellitis circa Primarium augebitur ac diminuetur in ratione composita ex ratione sesquuplicata radii & ratione subduplicata, qua Primarii t Vis attrahens per incrementum vel decrementum actionis Solis diminuitur vel augetur.

Tab. XXIX.
fig. 2.

Vis quâ Primarius t trahit Satellitem L (quâ nempe L in Orbe suo B C G D retinetur) augetur (ut sæpe superius ostensum est) cum L est in Quadraturis c vel d per additionem Vis extraneæ à Sole s oriundæ, quæ est ut A M; ac dum idem L in Syzygiis versatur, Vis illa attrahens corporis t diminuitur per ablationem Vis ut M N. Et quia M N recta in Syzygiis (per Prop. IX.) ostensa est quasi duplo major quàm A M in Quadraturis, per Vires hæc extraneas à Sole oriundas Primarii Vis attrahens magis diminuitur quam augetur; adeoque simpliciter pro diminuta est censenda. Et quoniam Vis attrahens corporis t illa est quâ L in Orbe suo retinetur, si hæc paulatim languesceret, Satelles L minus semper & minus attractus perpetuo recederet longius à

F 3

T; &c

Tab. XXIX. T ; & è contra, si Vis illa in Primario augetur, accederet propius. Auclâ igitur actione corporis Solaris s per accessum Primarii τ ad illud, augebitur Vis ablatitia, & consequenter paulatim minuetur Primarii τ Vis attrahens, & propterea augebitur Satellitis distantia τL ; & è contra, diminutâ actione ipsius s per recessum Primarii τ ab eodem, minuetur simul $m n$, rursusque augebitur ipse τ Vis attrahens, accedetque rursus Satelles ad Primarium. Atque hæc per vices contingent: Satellitis nempe Orbita dilatabitur Primario Perihelium occupante, & contrahetur rursus eodem ad Aphelium redeunte. Porro, Vis in Primario attrahens L in diversis distantis positum, siue Vis centripeta Satellitis L versus τ , est (per Prop. xxvi. Lib. I.) in ratione composita ex ratione simplici radiorum directe & ratione duplicata Temporis periodici ipsius L circa τ inverse: adeoque si radius maneat idem, inversa ratio duplicata Temporis periodici eadem est cum ratione Vis centripetæ Satellitis L ; hoc est, quadratum Temporis periodici augetur in eadem ratione qua Vis illa centripeta diminuitur, siue ipsum Tempus periodicum augetur in subduplicata ratione qua dicta Vis centripeta diminuitur; & è contra, Tempus periodicum diminuitur in subduplicata ratione qua Vis centripeta augetur. Cumque præterea ea sit lex attractionis in Primario τ , siue Vis centripetæ in Satellite L , ut sit reciproce ut quadratum radii τL , & Vis extranea ablatitia sit hujus respectu parva admodum; Vis reliqua, quâ L etiamnum versus τ tendit, est fere in duplicata ratione radiorum inverse; adeoque (per Prop. xxvii. Lib. I.) manente eadem absolutâ Vi attractrice in τ , sed mutato utcumque radio, Quadrata Temporum periodicorum sunt ut Cubi radiorum, & ipsa proinde Tempora periodica in sesquuplicata ratione radiorum. Igitur si neque maneat eadem Vis attractrix in Primario τ , sed per actionem Solis s augeatur hæc & diminuatur per vices neque

neque idem radius TL , (quem etiam mutari jam supra Tab. XXIX
Fig. 2. d ostensum est;) Tempus periodicum augebitur etiam ac diminuetur in ratione composita ex binis prioribus rationibus: id est, si actio Solis s , quâ Vis attractrix Primarii τ minuitur, augeatur ac minuatur per vices; & Tempus periodicum augebitur ac diminuetur in ratione composita ex ratione sesquuplicata radiorum & ratione subduplicata qua Vis attractrix corporis τ diminuitur vel augetur. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Si Vis attrahens Satellitem τ aliunde quam per Vim extraneam à Sole oriundam augeatur, v. g. si novæ materiæ accessu ipse Primarius major evadat, & inde (per Prop. XLIX. Lib. I.) ejus attractio in eadem ratione major; Satelles L & in minori Orbita revolvetur diminuto radio TL , & ejus periodicum Tempus minuetur in ratione composita ex ratione sesquuplicata radiorum directe, & ratione subduplicata Virium attractricium corporis τ inverse; ut supra: Similiterque, si Primarius per ablationem materiæ diminuatur, augebitur Satellitis Tempus periodicum. Vis enim composita vel residua, quâ Primarius auctus vel diminutus trahit Satellitem, est præcise in duplicata ratione distantiae inverse, quod in casu Prop. præc. tantum fere obtinet. Idemque respectu Primarii continget, quod de Secundario hic ostensum est, si Sol casu aliquo augeatur vel diminuatur.

PROPOSITIO XVIII.

Iisdem positis, in Satellitis Systemate dilatato vel coarctato Virium perturbantium effectus periodici, sive Satellitis Errores lineares in qualibet revolutione, sunt ut Orbitalium radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim: Errores vero ejusdem angulares, è Primarii centro spectati, sunt ut dicta quadrata Temporum periodicorum.

Tab. XXIX.
Fig. 3.

NAm Vires perturbantes, sive Errorum productrices; A M, M N (cæteris stantibus) sunt ut radius T L; & harum proinde effectus (sive Errores) periodici (per Corol. Prop. XXI. Lib. I.) sunt ut Vires & quadrata Temporum periodicorum conjunctim; hoc est, ut radii & quadrata Temporum periodicorum conjunctim. Errores autem hi sunt Errores lineares, mensurati nempe per distantias corporum à figurarum similium locis illis, ad quæ corpora Temporibus iisdem proportionalibus absque Viribus istis pervenirent. Et propterea Errores angulares è centro Primarii T spectati; hoc est, anguli sub quibus prædicti Errores lineares ex dicto centro apparent, sunt in quibuslibet revolutionibus Satellitis L ut quadrata Temporum revolutionum quamproxime; alterâ componentium rationum (nempe ratione radiorum) evanescente, quia Errores lineares ad distantiam radiorum spectantur.

SCHOLIUM.

Licet omnes in Satellitis motu Errores angulares, è Primarii centro spectati, mutatâ Satellitis periodo mutantur, nempe motus Apfidum, regressus Nodorum aliæque tam in longitudine quam in latitudine supra explicatæ deviationes à Viribus extraneis Solis oriundæ; cum tamen in una Satellitis periodo horum Errorum quidam insen-

insensibiles fere sint, & non nisi post plures revolutiones Tab. XXIX.
notabiles, aliique ab aliis Erroribus compensentur, adeoque Astronomis minus noti; unus saltem est Error, Prop. I. descriptus, quo Satellitis motus in Orbitæ Quadrantibus ante Syzygias acceleratur, in Quadrantibus vero post illas retardatur, qui singulis revolutionibus aut potius semi-revolutionibus perficitur: in Quadrato enim Solis cessat Error hic, cessante causâ. Error igitur hic, prout ex dicta Prop. I. deducitur, aut potius sicut per Corol. Prop. II. corrigitur, per Prop. hanc XVIII. (aucto aut minuto periodico ejus Tempore) in integra sua periodo augetur vel diminuitur in duplicata ratione temporis inter Quadraturas. Sed tempus inter Quadraturas non à sola periodo pendet, sed majus est aut minus pro Satellitis loco in propria Orbita Apfidi summæ aut imæ viciniore.

PROPOSITIO XIX.

Si Primarius circa longinquum Solem in Orbe Excentrico moveatur, Solis Vires Satellitis motum perturbantes harumque effectus, omnes sc. supra descripti Errores tam in longitudinem quam in latitudinem & altitudinem, sunt reciproce ut Cubi distantiarum Primarii à Sole; hoc est, directe ut Cubi diametrorum apparentium Solis è Primario spectati.

Quoniam Sol ponitur longinquus, distantia inter puncta T & N præ s T evanescit, sive s N , s T æquales sunt. Cumque Orbitæ $CBDG$ Excentricitas (si quam habet) ad T s comparata etiam evanescat, erit s K itidem æqualis s T . Porro, minutâ vel auctâ T s , Orbita $CBDG$ una cum lineis hinc pendentibus TL , MN , AM &c. augentur vel diminuuntur per Prop. præc. Et quidem ob longinquitatem Solis s omnes hæ in eadem proportionem augentur vel diminuuntur; hoc est, recta AM
Gregori Astr. Tom. II. G (quæ Fig. 2.

Tab. XXIX.
Fig. 2.

(quæ in media sua quantitate æquatur ipsi TL , quippe Satellite versus Conjunctionem cum Sole versante est illa major, versus Oppositionem minor) est ad LT sicut SK ad ST ; adeoque Vis ut AM ad Vim ut SK in eadem ratione atque LT ad ST . Similiter, Vis ut MN est ad Vim ut SK fere sicut LT ad ST ; hoc est, Vires ut MN , AM sunt quamproxime sicut Vis ut SK & ratio LT ad ST conjunctim; hoc est, sicut Vis ut $SK \times \frac{LT}{ST}$. Cumque Vis acceleratrix ad constans corpus Solare sit (per Prop. XLII. Lib. I.) inverse ut quadratum distantia ab illo, hoc est, in distantia SK ut $\frac{1}{SK^2}$; loco Vis ut SK posito $\frac{1}{SK^2}$, erunt Vires ut AM , MN sicut $\frac{1}{SK^2} \times \frac{LT}{ST}$; hoc est, sicut $\frac{LT}{SK^2 \times ST}$. Sed supra ostensum est SK esse in hoc casu æqualem ST : Unde Vires ut AM , MN sunt sicut $\frac{LT}{ST^3}$. Quod si LT etiam pro constanti & immutata habeatur, erunt Vires perturbantes ut AM , MN ; adeoque & harum Virium effectus, Errores nempe omnes (de quibus actum est in præcedentibus) sicut $\frac{1}{ST^3}$, hoc est, reciproce ut cubus distantia Primarii à Sole. Et vulgo notum est diametros apparentes Sphæræ datæ magnitudinis esse ut distantias inverse: Et igitur dictæ Vires perturbantes, Satellitisque Errores inde orti, sunt ut cubi diametrorum apparentium Solis è Primario spectati. Q. E. D.

PROPOSITIO XX.

Invenire rationem inter Solis Vires, quibus Satellitis motus perturbatur, & Vim, quâ Satelles in Orbe suo circa Primarium retinetur.

In

IN præcedentibus ostensum est quam rationem habeant Solis Vires Satellitis motum perturbantes ad Vim quâ Sol trahit Primarium, five quâ Primarius in Orbe suo circa Solem retinetur: est nempe ea, quam rectæ AM , MN respective habent ad SN , five AM , MT (coeuntibus punctis N & T) ad ST . Restat ut determinetur ratio inter dictas Vires perturbantes & Vim quâ Satelles L retinetur in Orbe suo $CB DG$ circa Primarium T . Recta AM in media sua quantitate æqualis est TL ; quare Vis mediocris ut AM est ad Vim ut SN vel ST , quâ T in Orbe suo retinetur, ut TL ad TS : Et (per Prop. XXVI. Lib. I.) Vis, quâ T retinetur in Orbe suo $E TE$, est ad Vim, quâ L retinetur in suo $CB DG$, in ratione composita ex ratione ST ad TL & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem. Et igitur, ex æquo, prædicta Vis mediocris ut AM est ad Vim, quâ L in Orbe suo retinetur, in ratione composita ex rationibus TL ad TS , ST ad TL & ratione duplicata Temporis periodici Satellitis circa Primarium ad Tempus periodicum Primarii circa Solem; hoc est, (duabus prioribus rationibus se mutuo perimentibus,) Vis mediocris ut AM ad Vim, quâ L in Orbe suo circa T retinetur, est in prædicta ratione duplicata Temporum periodicorum. Quod si investigetur ratio inter MN & AM , inveniatur ratio utriusque Vis perturbantis AM & MN ad Vim quâ L in Orbe suo retinetur. Immo licebit Vim AM non in mediocri sua quantitate, sed exactissime pro vario Satellitis L situ invenire, & inde rationem inter Vires perturbantes & Vim, quâ L in Orbe suo retinetur, exactissime determinare.

COROLLARIUM.

Si Sol ponatur longinquus, ut fit Planetis circum-solaribus, iis saltem qui Satellitio gaudent; AM erit sem-

per æqualis TL existentibus tum rectis MT , AL parallelis; & MN five MT æqualis AL . Quoniam vero SA est ad SK in duplicata ratione SK ad SL , & SL infinita respectu KL ; erit AK (differentia ipsarum AS & SK) dupla KL (differentiæ ipsarum SK & SL) & AL ejusdem tripla: Sed KL est sinus rectus arcus CL , distantiae nempe Satellitis à proxima Quadratura C , posito TL radio. In hoc igitur casu datur perpetuo ratio Vis AM ad Vim MN , eadem nempe quæ radli ad triplum sinum rectum Distantiæ Satellitis à Quadratura.

S C H O L I U M.

Eodem plane modo quo Sol extra Satellitis Orbitam constitutus ejus motum perturbat, idque multifariam, ut ex præcedentibus hujus Libri Propositionibus liquet; Planetæ superiores inferiorum, Cometæ omnium Planetarum motus perturbabunt. Supra descripta enim Satellitum perturbatio à Sole oriunda provenit ex gravitate Satellitis cujusque versus Solem, qua (inter alia) fit ut Satellitis gravitas versus suum Primarium non sit amplius in reciproca duplicata ratione distantiae ab eodem. Et actiones Planetarum in alios Planetas similes producent effectus, utut longe minores, propter illorum corpora parva, si cum Sole conferantur, & distantias immensas. Aliquæ tamen erunt hi effectus, qui, si persistent, & in eandem semper plagam dirigantur, sensibiles tandem evadent: exempli gratiâ, Orbitæ Telluris Apsides post plures annos sensibilibiter in consequentia latæ deprehendentur, licet admodum parvus sit hic motus, si conferatur cum motu Apsidum Lunæ in consequentia; quippe qui in viginti annis quatuor scrupula prima & scrupuli semissem non attingit, cum motus Apsidum Lunæ interim factus duas revolutiones integras & revolutionis quadrantem excedat.

Porro, perturbatio motus Planetarum ab aliis Planetis & Cometis oriunda valde inæqualis erit, ob distantias corpo-

corporum perturbantium admodum inæquales. Cum tamen effectus omnis ejus perturbationis parvi sint, eorum inæqualitates quasi insensibiles evadent; & media cujusque quantitas ad calculum Astronomicum sufficiet.

SECTIO V.

DE MOTU LUNÆ & TERRA SPECTATÆ.

IN præcedentibus Propositionibus fuscè ostensum est; quinam sint Errores quos in Planetarum secundariorum motu Sol producit: In quorum omnium exemplum Lunam Telluris Satellitem afferemus, & summatim ostendemus quibusnam Inæqualitatibus afficiatur hæc, quomodo observentur & earum aliæ ab aliis distinguantur, item quomodo ex ipsis fontibus, nempe Solis Viribus illarum generatricibus, per calculum inveniantur: Et denique pro Motibus Lunaribus Tabulas condendi iisdemque utendi methodum indicabimus, ubi obiter apparebit quas Lunæ Inæqualitates consideraverint, hucusque Tabularum Conditores, quasque neglexerint.

PROPOSITIO XXI.

Luna Motum ejusque Inæqualitates hætenus observatas; vel distinctas, vel cum aliis mixtas, ex superioribus consequentes describere & explicare.

Q UOD Tellus corpus magnum & Planeta primarius; interea dum circa Solem fertur, possit Lunæ corpus minus circum se revolvens sub Satellitis forma deferre in Orbe, cujus planum utcunque inclinatur ad planum Eclipticæ in quo Tellus circa Solem defertur; quodque Luna in Ellipsi umbilicum in Terræ centro habente quamproxime possit revolvi; patet ex Prop. LIX. Lib. I. ejusque Corollariis: Atque hæc sunt phænomena evidentissima omnium oculis exposita: hinc enim & Lunæ

Phases & Luminarium Eclipses Propp. XVI, XVIII & XIX. Lib. I. explicantur. Actione autem Solis Lunæ Motus varie perturbabitur, iisque afficietur inæqualitatibus quas assiduus & accuratior observatio detexit, quarum tamen effectus, si cum prioribus illis conferantur, evanescent fere; unde fit quod in supra citatis Propositionibus Satellitis motus circa Primarium similis quamproxime statuitur motui Primarii circa Solem, cum accuratius observatus in singulis paululum differat.

Etenim primo, absque Solis actione Luna circa Terram ita moveretur, ut radio ad Terram ducto areas describeret temporibus proportionales: Per dictam vero actionem fit (per Prop. I.) ut describat aream pro tempore majorem (hoc est, velocius feratur) in Syzygiis cum Sole quam in ejus Quadrato. Atque Error hic etiam mutatur, & quidem in qualibet ejus periodo in duplicata ratione temporis inter Quadraturas, per Schol. Prop. XVIII.

Secundo, si Solis actio non perturbaret Lunæ motum, Luna Ellipsin describeret umbilicum in Terræ centro habentem: nunc vero per Prop. II. patet Lunæ Orbitam fore (cæteris paribus) minus curvam in Syzygiis, curviorem in Quadraturis; adeoque propius accedere ad Terram in illis quam in his.

Tertio, Luna circa Terram Ellipsin immotam perpetuo describeret, si Sol eam non perturbaret: nunc vero ex illius perturbatione fit ut Orbita hæc ab Ellipsi longissime recedat, nec nisi per Astronomorum solertiam ad hanc reduci queat. Ejus enim Orbita est Curva, quæ generatur quidem ex Ellipsi circa immotum umbilicum sive Terræ centrum mota, majore interim ejus axe motu angulari nunc prorsum nunc retrorsum oscillante; ut ex Prop. VIII. patet. Illa autem Curva immota AEGH (fig. Prop. III.) revera est Lunæ Orbita, quæ non magis est Ellipsis censenda; quam Helix est linea recta, quo-

quoniam generatur ex puncto in recta moto dum ipsa recta motu angulari circumfertur. Si tamen Astronomis veteribus morem (uti decet) gerentes Ellipsin pro Planetæ Orbita habeamus, ejus Linea Apfidum (per Prop. VIII.) bis in qualibet Lunatione progreditur, cum nempe Luna est in Syzygiis, & bis regreditur, cum Luna tenet Quadraturas; progressusque hic (per Prop. XI.) regressum superat dum Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias tenent, at regressus vicissim progressum dum illa in Quadraturis versantur. Simpliciter ergo in priori casu (si integram Lunæ revolutionem spectes) progreditur Apogæum; simpliciter regreditur in posteriori: Cumque prior casus diutius duret, in integra revolutione Apfidum circa Solem progrediuntur simpliciter.

Quarto, si nulla foret Solis actio in Lunæ motibus perturbandis, eadem perpetuo Ellipsis circa Terram à Luna describeretur: nunc autem fit ut hæc perpetuo mutetur specie; Orbitæ enim Excentricitas indies mutatur, & (per Prop. XII.) in qualibet revolutione fit maxima dum Luna in Syzygiis versatur, minima dum hæc Quadraturas tenet; & in pluribus hujusmodi Lunæ revolutionibus inter se comparatis, maxima est Excentricitas Orbitæ (per Prop. XIII.) cum Apfides Lunæ Syzygias tenent, minima cum Quadraturas. Quod si Lunæ Apogæum & Perigæum Syzygias teneant & simul Luna in Apogæo versetur, hoc est, si Excentricitas sit omnium maxima; Luna in Syzygiis & remotissima simulque tardissima fiet, contra supradicta ad paragr. 2 & 3. hujus Prop. Verum cum in istis ab Excentricitate abstraheremus, & ibi dicta cæteris paribus obtinere tantum assertum sit, hisce nullo modo contraria sunt. Sed neque in hoc etiam casu tam lente Luna movetur, nec tanta est Orbitæ Excentricitas quanta foret, si Errores in citatis paragraphis explicatæ prorsus abessent.

Quinto, si Sol non perturbaret Lunæ motum, hæc Orbitam

Orbitam circa Terram describeret in plano immoto confistentem, sicut Primarius quilibet circa Solem; quam esse præcipuam semitæ projecti proprietatem ex Lib. i. Prop. xi. constat: à Sole autem fit quod plani hujus positio varie mutetur, vel per mutatam ejus communem sectionem cum Eclipticæ plano, hoc est, Nodorum Lineam, vel mutatam ejusdem Inclinationem ad planum Eclipticæ fixum. Et per Prop. xiv. in una Lunæ revolutione circa Terram Nodi regrediuntur celerrime cum Luna Syzygias tenet, tardissime cum Quadraturis; in pluribus vero inter se comparatis, regressus Nodorum celerrimus est cum hi in Quadrato Solis versantur, tardissimus (quia nullus) cum Syzygias tenent.

Sexto, ipsa etiam plani Orbis Lunaris Inclinatione ad Eclipticæ planum mutatur. Hæc quippe Inclinatione per Prop. xv. est, in eadem Lunæ revolutione, minima cum Luna est in Syzygiis, maxima cum in Quadraturis; in diversis autem inter se comparatis, minima est cum Nodi Quadraturas tenent, maxima è contra cum hi Syzygias occupant.

Septimo, omnes supra descripti Errores ab actione Solis oriundi quolibet tempore minimo producti, hoc est, velocitates seu motus horarii Apogæi, Nodorum &c. Lunæ mutantur pro mutata Telluris distantia à Sole Errorum causa, idque (per Prop. xix.) in triplicata ratione distantie Telluris à Sole inverse, sive in triplicata ratione diametri apparentis Solis è Terra spectati.

Octavo, ipsum etiam Lunæ Tempus periodicum mutatur, mutatâ distantia Telluris à Sole: est namque hoc minimum (per Prop. xvii.) Terrâ Aphelium tenente; maximum cum Terra est in Perihelio. Adeoque præter omnes inæqualitates supra recensitas in Lunæ motu, quæ istis temporibus incidunt, ipse motus Lunæ medius velocior est cum Terra est in Aphelio quam cum in Perihelio, & proportionaliter tardior vel velocior prout Terra huic vel illi propior fuerit. Aliæ

Alia quædam forsan sunt nondum observatæ (saltem ab aliis nondum distinctæ) Lunæ inæqualitates, quibus ejus motus adeo perturbatur, ut nullo pacto ad regulam certam hæcenus reduci potuerit; istæ v. g. de quibus Schol. Prop. XVIII. &c. Post hæc vero satis cognitæ reliquæ facilius observabuntur, earumque causæ ex principiis prius positis deducuntur.

PROPOSITIO XXII.

Distantiam Lunæ à centro Terræ per unicam Eclipsin Lunarem (sine ulla prævia observatione Lunæ) invenire.

Distantiæ Lunæ à Terra investigatio vulgaris (methodis Lib. I. & III. traditis inædificata) Lunæ Theoriam saltem aliqualem supponit, cum vicissim hæc ab illa pendeat, nec sine illa obtineri possit; sicut notat *Ptolemaeus Cap. XI. Lib. V. Almagesti*. Ille per observationem Lunæ in Vertice & simul maximam Latitudinem habentis rem expedit. Hujusmodi Observatio paucarum est habitationum, certe non nostræ. Liceat igitur ad Geometriam recurrere, numque hæc opem ferre posset tentare, & Lunæ Parallaxin absque ulla prævia vel Theoria vel Observatione Lunari invenire.

Momento quo Cornua Lunæ (in hujus immersione in Telluris Umbram, aut emersione ex eadem) sunt circulo Æquinoctiali parallela, observentur Lunæ Altitudo apparens & (ope vicinarum Fixarum) illius Ascensio recta & Declinatio etiam apparentes. Dicta autem Lunæ deficientis Phasis optime distinguitur, si collimando Cornua reperiantur in recta perpendiculari ad Scioterici Gnomonem, Axi conversionis diurnæ parallelum, Æquator Tab. XXIX. Fig. 4. rem referente; in quo casu palam est Lunam & Telluris Umbram eandem habere Ascensionem rectam. In annexo schemate referat circulus *ZPHO* Meridianum, in quo *P* Polus, *Z* Zenith. Sit *EQ* Æquator, in quo principium

Tab. XXIX
Fig. 4.

cipium numerationis Ascensionis rectæ sit φ ; sitque H habitationis Horizon, & A Lunæ locus apparens, v verus tempore Observationis; quæ loca in eodem erunt verticali circulo, quoniam Parallaxis Phænomenon depri- mit tantum. Per A & v traducti intelligantur Declina- tionum circuli PAB , PvD Æquatori in B & D occur- rentes. Ex dato Solis loco dabitur ejus Ascensio recta, & consequenter Ascensio recta puncti huic oppositi, nem- pe centri Umbræ; hoc est, φ_D : Dabitur igitur Ascen- sionis veræ φ_D & apparentis φ_B differentia BD , si- ve (quem arcus hic mensurat) angulus BPd . In tri- angulo sphærico APZ dantur tria latera; nempe PZ com- plementum Altitudinis Poli, ZA complementum observa- tæ Altitudinis apparentis Lunæ, & AP complementum observatæ Declinationis Lunæ apparentis; dabitur ergo ZAP angulus. Rursus, in triangulo vAP dantur duo anguli modo inventi vAP & vPA , cum latere inter- cepto AP ; invenietur igitur latus Av , Lunæ Parallaxis; quâ datâ, invenietur per Prop. XLVI. Lib. II. quæsita Lunæ Distantia à centro Terræ.

PROPOSITIO XXIII.

Lunæ Distantiam à centro Terra, dato tempore, per obser- vationem determinare.

Fig. 5.

Designet O R Terram, cujus centrum T ; O locum Observatoris: Sitque L Luna in priore observatio- ne, quando ipsius distantia tam à Terræ centro quam ab Observatoris oculo (nempe rectæ TL , OL) per præ- cedentem determinatæ sunt; & immediate ante vel post Defectum Lunæ istum quo observatio dicta facta fuit, observetur Lunæ in L diameter apparens. Sit jam Luna in alio quovis Orbitæ suæ loco, ut ad l : quæritur Tl ejus Distantia à Telluris centro. Observetur Lunæ in l diameter apparens; estque (ut vulgo notum) Ol ad OL ut

ut apparens diameter Lunæ in L ad ejusdem diametrum apparentem dum est in l ; hoc est, in ratione data; datur ergo ipsa $o l$: Sed per Altitudinem apparentem Lunæ in l datur angulus $l o \tau$; in triangulo igitur $l o \tau$ datis lateribus $o l$, $o \tau$ cum angulo $l o \tau$, invenietur τl Distantia Lunæ à Terræ centro. Q. E. F.

Tab. XXIX.
Fig. 5.

Non est opus ut diametri apparentes in circuli partibus præcise exprimantur; sufficit si harum ratio ad invicem observatione innotescat: Nam arcus hi aut anguli non comparantur cum aliis angulis aut arcibus per circuli partes expressis, sed tantum inter se; horum enim ratio inversa est ratio Distantiarum Lunæ ab oculo temporibus observationum. Satis igitur est si illæ Micrometro Telescopio aptato observentur, & filorum Distantiæ, in æquales partes divisæ & per illarum numerum expressæ, notentur.

PROPOSITIO XXIV.

Lunæ Inæqualitates & Errores per observationem determinare & inter se distinguere.

Lunæ loca apparentia determinantur ope vicinarum Fixarum, quarum loca prius exacte per Prop. XXIX. Lib. II. cognita habentur; & loca vera ex apparentibus per Prop. LXVIII. ejusdem: Distantia autem à Terræ centro tempore quovis per præcedentem est nota: Omnia ergo quæ Lunæ Motum attinent, nota sunt.

Inæqualitates in Motu Lunari Prop. XXI. recensitæ, cum jam notum sit & quales sint qualesque expectare licet, ex pluribus hujusmodi Observationibus, continuo & per plures annos factis, inter se collatis patefcent, harumque quantitates determinabuntur: *ex. gr.* hoc modo determinabitur, num (cæteris paribus) Luna velocius moveatur in Syzygiis cum Sole quam in Quadraturis; num longius à Terra distet hic quam illic; num Lunæ

Motus medius fit velocior in Telluris Aphelio quam in Perihelio &c. Aliquibus semel determinatis (iis nempe quæ à Syzygiis cum Sole pendent, & mense Synodico semel aut forte bis desinunt rursusque incipiunt) reliquæ facilius à se invicem distinguuntur, quæ vel à Telluris motu Annuo, vel à revolutione Apsidum & Nodorum Lunæ ad Solem pendent. Hisce à se invicem separatis, relinquitur Lunæ Inæqualitas, de qua generatim actum est Schol. Prop. xvi, cujus quantitas ex ejus periodo cognita per Observationes colligetur. Et tandem apparebit, comparando Periodum Lunarem hodie observatam cum illa ante plura sæcula per observationes cognita, num Telluris Globus temporis decursu auctus sit (quod suspicor) vel diminutus, & de incremento vel decremento interea facto per Schol. Prop. xvii. statuatur geometricè. Quod si aliæ hætenus inobservatæ Inæqualitates Lunæ Motum afficiant, prædictis demptis apparebunt illæ, inque lucem protractæ Astronomiam augebunt, Lunæ Theoriam perficiendo.

PROPOSITIO XXV.

Invenire Solis Vires ad perturbandos Motus Lunæ, sive rationem determinare inter Vires hæc perturbantes & Gravitatis Vim nobis familiarem.

Tab. XXIX.
Fig. 2.

Iisdem positis, Vires Solis perturbantes Lunæ motum representantur per rectas AM , MN , & ob longinquitatem Solis recta MN non differt ab MT , estque tripla finis recti arcus CL distantie Lunæ à Quadratura, posito TL radio; & AM æqualis est LT , ut Corol. Prop. xx. est ostensum. Similes etiam Vires, at minores, perturbant Motum Telluris, quia non ipsum Telluris centrum Orbem magnum circa Solem describit, sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ, ut Prop. lxi. Lib. 1. ostensum est; adeo ut Terra & Luna sint quasi Satellites

Satellites circa dictum gravitatis centrum revoluti. Sed *Tab. XXIX. fig. 2.*
 Vires utrasque ad Lunam referimus, propter demonstra-
 ta ad Prop. I. & LI. Lib. I. Porro, per Prop. XX. Vis
 Solis Lunam perturbans, quæ est ut AM , est ad Vim,
 quâ Luna in Orbe suo retinetur, in duplicata ratione
 Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus perio-
 dicum Terræ circa Solem: Et Vis, quâ Luna in Orbe
 circa Terram immotam revolveretur ad Distantiam quâ
 nunc à Terra distat, (quæ per Prop. LI. Lib. I. æqualis
 est Vi , quâ nunc in Orbe suo retinetur circa prædictum
 gravitatis centrum,) est (per Corol. I. Prop. XXVI.
 Lib. I.) ad Vim, quâ eodem tempore circa Terram re-
 volvi posset ad Distantiam quâ Luna à dicto gravitatis
 centro distat, ut Distantia Lunæ à Terra ad Distantiam
 Lunæ ab isto gravitatis centro; nam Lunæ & Terræ
 Tempora periodica circa eorum commune centrum gra-
 vitatis sunt eadem: Et Vis prædicta, quâ Luna retine-
 retur in Orbe suo circa Terram immotam ad Distantiam
 Lunæ à communi isto gravitatis centro, est ad Vim quam
 Gravitationem dicimus (quæ eadem quidem est Vis, sed
 ad minorem à centro distantiam, nempe ad Terræ tantum
 superficiem propagata) in duplicata ratione Semidiametri
 Terræ ad prædictam Distantiam Lunæ à communi centro
 gravitatis Lunæ & Terræ: Et igitur, Vis Solis ut AM
 est ad Vim Gravitationis in Terræ superficie in ratione com-
 posita ex hisce tribus rationibus; nempe ex duplicata ra-
 tione Temporis periodici Lunæ circa Terram ad Tempus
 periodicum Terræ circa Solem, ex ratione Distantiæ Lu-
 næ à Terra ad Distantiam Lunæ à communi centro gra-
 vitatis Lunæ & Terræ, & ex ratione duplicata Semidia-
 metri Terræ ad Distantiam Lunæ à communi centro gra-
 vitatis Terræ & Lunæ. Dantur autem rationes tres com-
 ponentes; ergo datur & ex hisce composita ratio inter
 Vim Solis ut AM & Gravitationis Vim. Sed & alterius
 Vis perturbantis MN aut MT ratio ad AM aut LT no-

ta est, eadem nempe quæ tripli finûs arcûs c l Distantiæ Lunæ à Quadratura ad radium : Inventa igitur est ratio utriusque Vis Solaris perturbantis Lunæ Motum ad Gravitatis Vim nobis familiarem.

Poterit absque sensibili errore media Vis componens negligi, quippe ad rationem æqualitatis proxime accedens : Unde multo simplicior evadit solutio.

S E C T I O VI.

DE TABULIS LUNARIBUS & EARUM USU.

PROPOSITIO XXVI.

Tabularum Lunarium, ad Lunæ locum è centro Terræ visum expedite inveniendum destinatarum, Ordinem exponere.

Primo omnium constituitur Epochæ seu Radix Motûs Lunæ ; hoc est, (ut superius Lib. III. explicatum,) assumpto puncto notabili Temporis medii numerati in Loco ad quem Tabulæ destinantur, è regione apponuntur mediæ Longitudines Lunæ, ejusdem Apogæi & Nodi ascendentis dicto Tempori competentes. Similiterque, ad Lunæ Aspectus cum Sole prompte inveniendos constituitur Radix Motûs medii Lunæ à Sole ; hoc est, adscribitur congrua dictæ Epochæ Distantia mediæ Lunæ à Sole.

Secundo, Motus medii ipsius Lunæ, ejusdem Apogæi & Nodi, pro Annis, horum decadibus, centenariis &c; item pro Mensibus, Diebus, Horis & Horæ partibus in Tabulas disponuntur. Pariterque Motus medii Lunæ à Sole pro similiter expansis & collectis Annis, Mensibus, Diebus &c. in Tabulas disponuntur ; qui facile inveniuntur subducendo Motum Solis medium ex Motu medio Lunæ eidem tempori congruo.

Tertio, ponitur Correctio Motûs medii Lunæ pro Distantia

Distance Terræ à Sole. Nam Lunæ Motus medius ex præcedenti Tabula collectus in laxiore sensu medius est, eidem in plurium Annorum curriculo competens. At per Prop. xviii. Lunæ Tempus periodicum brevius est Terræ Aphelium tenente; hâc autem inde discedente, Lunæ Tempus periodicum augetur, donec maximum fiat Tellure ad Perihelium perventâ. Locus igitur illius medius supra-inventus corrigendus est additione vel subtractione cuiusdam arcûs aut anguli pendentis ab Anomalia Telluris media: Locus tamen Lunæ sic correctus medius adhuc manet. Tabula hæc Correctionis Motûs Lunæ medii à Terræ Anomalia pendentis constituitur ope Propp. xvii, xx & xxv.

Quarto, Correctiones (in phrasi Astronomica *Æquationes*) Loci medii Apogæi Lunaris. Atque hæ *Æquationes* sunt tres: Prima pendet ab Aspectu Apogæi & Solis; Prop. enim xi. ostensum est quod Apogæum progreditur dum est in Syzygiis, & regreditur dum est in Quadraturis cum Sole; Loco igitur Apogæi medio addenda vel subducenda est *Æquatio* hæc pendens à situ Apogæi respectu Solis: Hujus *Æquationis* quantitas proportionalis est quantitati Virium productricium per Propp. xi, xx & xxv. determinandæ. Secunda Apogæi Lunaris *Æquatio* menstrua est, pendetque ab Aspectu Solis & Lunæ. Nam licet prope Conjunctionem aut Oppositionem Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum progrediatur in integra Lunatione, tamen iste progressus Apogæi non est æquabilis, sed Lunâ in Quadris versante tardius progreditur, vel forsan etiam regreditur; in Syzygiis versante Lunâ, ejus Apogæum progreditur multo celerius. Et similiter, licet prope Quadraturam Apogæi Lunæ cum Sole, Apogæum Lunare regrediatur si integram Lunationem spectes, tamen non regreditur æquabiliter, sed Luna in Syzygiis facit illud aut progredi aut saltem regredi tardius. Hæc patent ex Prop. x; unde Locus Apogæi Lunæ,

Lunæ, primo (per Correctionem præc.) æquatus, etiam per Æquationem hanc Menstruam secundo corrigendus est. Æquationis hujus quantitas pro diversis Lunæ ad Solem Aspectibus colligenda est ex Propp. viii, xx & xxv. Sed & tertiâ opus est Æquatione ad Apogæi Locum plene rectificandum: Apogæi enim Motus, sive progressivus sive regressivus, major est vel minor pro minore aut majore Distantia Terræ à Sole; estque ejus velocitas (per Prop. xix.) in triplicata ratione Diametri apparentis Solis: Adeoque hæc ab Anomalia Terræ media pendet, sicut Motûs medii correctio, de qua supra. Ejus quantitas pro Anomalie gradu ope Propp. xix, xx & xxv. elicitur.

Quinto, Orbitæ Lunaræ Excentricitas perpetuæ mutationi obnoxia est, & mutationis hujus eadem sunt Tempora quæ motûs progressivi & regressivi Apogæi. Quippe (per Prop. xiii.) si integram Lunationem cum integra Lunatione conferas, Excentricitas maxima est cum Apfides sunt in Syzygiis, minima cum illæ sunt in Quadræ. Et in una Lunatione (per Prop. xii.) maxima est cum Luna Syzygias tenet, minima cum hæc in Quadræ versatur: *ex. gr.* Mense quo Apfides Syzygias tenent, Excentricitas minuitur, cum ipsa Luna ad Quadræ pervenit, quando minima est omnium in ista Lunatione. Similiterque, Apogæo in Quadratura cum Sole versante, Excentricitas hæcenus parva minuitur, dum Luna à Syzygiis ad Quadraturas pervenit. Excentricitates igitur Orbitæ Aspectui Apogæi Lunaræ congruæ in Tabulas disponuntur, & quidem commode inferuntur è regione Æquationum ipsius Apogæi ab eodem Aspectu pendentium, eandemque quasi cum illis Tabulam constituunt. Porro, Excentricitates hæc rursus corrigendæ sunt per Æquationem Menstruam pendentem à Distantia Lunæ à Syzygiis: Nam Lunâ in Syzygiis versante (cæteris paribus) Excentricitas maxima est. Sed & Excentricitas sic æquata rursus ex Propp.

Propp. XVIII. & XIX. corrigenda est pro aucta aut minuta Distantia Terræ à Sole; Æquatioque hæc ab Anomalia Terræ pendet: Hæ autem tres Tabulæ ex respectivis Propositionibus supra-citatis cum XX & XXV. supputantur. Cumque eisdem terminos eademque Tempora habeant prædictæ Excentricitatis mutationes cum Apogæi Motibus prædictis, duæ ultimæ hujus Æquationes, Menstrua nempe & Annuæ, commode etiam in eandem Tabulam coalescent cum duabus ultimis Æquationibus illius. Correctiones hæc optime & commodissime fiunt additione aut subtractione particularum in Tabula dispositarum pro varia Lunæ Distantia à Syzygiis Solis, aut varia Telluris Distantia ab Aphelio; hoc est, sub iisdem titulis quibus Correctiones Apogæi Menstrua & Annuæ prius dispositæ fuerant.

Sexto, adjungitur *Tabula Æquationum Orbitæ* dicta; quâ, ex dato Tempore quo Luna Apogæum tenebat, invenitur angulus quo Luna ex Terra spectata ab Apogæo distat. Cum enim Luna in sua elliptica Orbita temporaria eodem modo circa Terram in Ellipseos foco positam moveatur, quo Primarius quivis circa Solem; hoc est, radio ad Terram ducto describat aream temporari proportionalem; (saltem ab omni alia inæqualitate nunc abstrahimus, ipsarum rationem in aliis Tabulis ad Lunæ Motum æquandum habentes;) datâ Orbitâ Locus ejus verus è Terra spectatus eodem modo ad datum Tempus elicitur, quo Primarii Locus è Sole spectatus; hoc est, datâ Excentricitate sive ratione distantie focorum ad axem majorem, ex data Anomalia Lunæ media (quæ in area temporari proportionali consistit) Anomalia coæquata eodem modo calculo elicitur hic quo illic; nempe ope Prop. III. Lib. III; vel, si approximatione uti libeat, Prop. aliqua ex insequentibus in Lib. III. adhibenda est. *Wardi* approximatio sufficit, in quo casu Æquatio Orbitæ sive Æquatio Excentrici (quæ & *Gregori Astr. Tom. II.* I *Æquatio*

Æquatio centri Lunæ quandoque dicitur) per Prop. vi. Lib. iii. pro gradu Anomalix Lunæ mediæ invenitur, & inventæ *Æquationes* pro singulis gradibus in Tabulas disponuntur, addendæ vel subtrahendæ pro Orbitæ semis- se ab Apogæo ad Perigæum, vel à Perigæo ad Apogæum. Quoniam vero Orbitæ Lunaris Excentricitas perpetuo mutatur, & pro qualibet Excentricitate Tabulam construere impossibile foret ; ideo communiter Artifices hujusmodi *Æquationum* Tabulas construunt ad singulos Anomalix mediæ gradus pro maxima & minima Excentricitate Orbis, quandoque etiam pro media ; & *Æquationem* sumunt similiter proportionalem inter *Æquationem* majorem & minorem, atque Excentricitas Lunari Orbitæ competens est inter Excentricitatem maximam & minimam.

Septimo, subnectenda est Tabula indicans Inæqualitatem Lunæ illam, quam omni Satelliti competere ostensum est Prop. i. pro varia Lunæ Distantia à Syzygiis. Lunæ enim Motus in primo Mensis quadrante (sive pergente Lunâ à Conjunctione ad Quadraturam proximam) retardatur, in secundo acceleratur, in tertio retardatur rursus, & in quarto iterum acceleratur. Hanc Inæqualitatem in Lunæ motu primus deprehendit *Tycho*, & vocabulo satis apto *Variationem* dixit. At Variationis Tabula condenda est ex dictis in Corol. 2. Prop. ii. pro Lunæ Orbita latiore inter Quadraturas, constrictiore sive angustiore inter Syzygias, quam veram esse Lunæ semitam ostensum est Prop. ii. ejusque Corol. i. Variationis hujus quantitas maxima ex Prop. xx & xxv. elicitur, & quantitas cuique Distantiæ Lunæ à Syzygiis competens ex Prop. i & ii. hujusque Coroll. Ceterum Variatio rursus corrigenda est ope Tabulæ per Propp. xviii & xix. constructæ: Terrâ enim Perihelium tenente, Lunæ Tempus periodicum augetur, atque inter alios Errores auctos ipsa hæc (de qua nunc agimus) Variatio in qualibet revolutione augetur in ratione duplicata

plicata Temporis inter Lunæ Quadraturas, per Schol. Prop. xviii. Hæc Correctio à Terræ Anomalia media pendet, ut & alia quâ augetur Variatio aut diminuitur in triplicata ratione Diametri apparentis Solis è Terra spectati.

Octavo, Nodorum Lunæ Æquationes tres in Tabulas sunt disponendæ. Harum prima pendet ab Aspectu Nodorum cum Sole: Nam per Prop. xiv. Nodi in Syzygiis quiescunt penitus; dum vero hæ prope Quadratum Solis hærent, velocissime in antecedentia feruntur; atque hoc si Lunationem integram cum alia integra conferas. Nam si unicam per se spectes, Nodi celerius regrediuntur (per Prop. xiv.) cum Luna Syzygias tenet: Atque hinc Nodorum Æquatio Menstrua est necessaria, quæ ab Aspectu Solis & Lunæ pendet. Æquatio tertia Annua est; Nodi enim (cæteris paribus) eo velocius regrediuntur quo Tellus Perihelio est propior, per Prop. xix. Harum Æquationum quantitates (tum maximæ, tum cuilibet Aspectui Nodorum vel Lunæ ad Solem, & Anomaliæ Terræ congruæ) determinantur per Propp. xx & xxv. una cum xiv & xix.

Nono, similibus Correctionibus opus est ad æquandam Inclinationem Orbis Lunaris ad planum Eclipticæ: Hæc enim (per Prop. xv.) minima est cum Nodi sunt in Quadraturis cum Sole, maxima cum Syzygias tenent; & in eadem Lunatione minima cum Luna est in Syzygiis, maxima cum in Quadris. Hæ igitur, cum eadem habeant Tempora cum Nodorum Æquationibus (de quibus hætenus) quoad Aspectum tum Nodorum tum Lunæ cum Sole, commode in eandem coalescunt Tabulam. Et Inclinationis planorum Correctio commode fit per particulas Inclinationi minimæ addendas (ut prius de Excentricitate corrigenda) varias pro dictis Aspectibus Nodorum & Lunæ ad Solem, (vel, in Artificum phrasi, pro Distantiis Nodorum & Lunæ à

Sole,) vel fortasse aptius per particulas ab Inclinatione maxima subducendas: hæc enim Orbitæ Lunari naturalis videtur, quippe quæ illi competeret si Sol non perturbaret ejus motum. Sed & Inclinatione hæc Correctione Annua æquanda est, quæ proinde à Distantia Terræ à Sole seu Terræ Anomalia pendet, quæque in unam cum Nodorum Æquatione Annua coalescet Tabulam. Harum trium Æquationum quantitates maximæ & cuique Aspectui sive Distantiæ respective congruæ eliciuntur ex Propp. xv, xviii, xix, xx & xxv.

Decimo, Tabella est adhibenda quæ præcedentium omnium Menstruarum Correctionum, sive incrementorum & decrementorum, in Syzygiis factorum proportionem in Conjunctione & Oppositione cum Sole ostendat. Nam (per Prop. xvi.) effectus omnes in Luminarium Syzygiis contingentes majores sunt in Conjunctione, minores in Oppositione. Proportio ex Virium generatricium ratione ex præcedentibus elicitur.

Undecimo, adjungitur Tabula Latitudinis Lunæ pro singulis gradibus Distantiæ ejusdem à Nodo. Hujus constructio Doctrinæ Sphæricæ soli innititur. In triangulo enim sphærico rectangulo præter rectum datur hypothenusa, nempe Lunæ Distantia à Nodo, & angulus ad Nodum, nempe Inclinatione plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum, (quæ & *Inclinatio Limitum* vocatur;) invenietur ergo latus huic angulo oppositum, nempe quæsita Latitudo Lunæ pro prædicta à Nodo Distantia. Quoniam vero Inclinatione plani Orbis Lunæ ad Eclipticæ planum diversis temporibus varia est, ideo communiter Tabula unica Latitudinis Lunæ ad minimam dictorum planorum Inclinationem construitur, adjunctis particulis ad Latitudinem adjiciendis cum dicta Inclinatione est maxima. In Inclinationibus mediis, adjunctæ particulæ pars adjicienda est, quæ ad totam se habeat ut excessus Inclinationis datæ supra minimam ad excessum maximæ supra minimam;

nimam; ut in casibus similibus fieri solet.

Duodecimo, subnectitur etiam Tabula ostendens Lunæ Locum ad Eclipticam reductum pro singulis gradibus Distantiæ Lunæ à Nodo. Hujus constructio etiam à Sphæricis pendet. In eodem enim triangulo, in quo prius Latitudo inventa est, latus tertium, sive distantia inter Nodum punctumque ubi Latitudinis circulus per Locum Lunæ transiens Eclipticam interfecat, est ipsa Lunæ Distantia à Nodo ad Eclipticam reducta: Et intervallum inter hanc & Lunæ Distantiam à Nodo in sua Orbita computatam *Reductio* dicitur, & in Tabulam secundum artem disponitur. Cumque hæc etiam varia sit pro varia Inclinatione Lunaris Orbis ad Eclipticam, (simili artificio quo prius,) excessus prædictæ Reductionis cum Limitum Inclinatione est maxima notatur, ut ejus pars proportionalis assumatur cum Limitum Inclinatione est inter minimam maximamque media: Nam ipsa Reductio aptatur ad Inclinationem minimam, ut prius Latitudo.

Sed & aliis Erroribus detectis, aliæ condendæ erunt Tabulæ ad Lunæ Motum plene & perfecte rectificandum, quod in Astronomia opus est longe difficillimum. Hæc interim impræsentiarum de Tabularum harum Ordine sufficiant.

PROPOSITIO XXVII.

Tabularum Lunarum, ad Lunæ Locum è dato in Telluris superficie puncto visum expedite inveniendum, Ordinem exponere.

Quoniam Lunæ Locus è puncto in Terræ superficie spectatus sensibiliter diversus est ab illo quem occuparet si è centro spectaretur, quemque solum ex Tabulis præcedentibus deducere licet; ideo Tabulas ad illum quoque ex priori prompte colligendum condunt Artifices. Cum autem Parallaxis sit omnis illa inter dicta

Loca differentia, hujus notitia sufficit. Et quia ex data Parallaxi horizontali Parallaxis alteri cuivis supra Horizontem Elevationi congrua facile invenitur, per Prop. XLVII. Lib. II; ideo solâ horizontali Lunæ Parallaxi opus est. At cum Lunæ Parallaxis horizontalis varia sit pro majore aut minore Distantia Lunæ à Terra, Parallaxium istarum Tabula est condenda: Parallaxis nempe uni Distantiæ competens per Prop. XXII. innotescit, & Lunæ à Terra Distantiæ in aliis Orbitæ suæ punctis respectu Distantiæ per dictam XXII. inventæ, ex Lunæ Orbita (ut supra ostensum est definita) determinantur; Parallaxes igitur horizontales Lunæ (quæ per Prop. XLVIII. Lib. II. sunt reciproce ut ejus Distantiæ à Terræ centro) pro ejus situ ad Apogæum & Perigæum suæ Orbitæ, hoc est, pro Anomalia ejus media, notæ fiunt & in Tabulam rediguntur.

Quoniam vero hujusmodi Tabula Parallaxium Lunæ horizontalium pro una tantum Orbitæ forma inservit; ideo pro Excentricitate maxima unam, aliamque pro minima condunt, & Parallaxin Lunæ horizontalem pro dato tempore assumunt in eadem ratione mediam inter Parallaxes maximæ & minimæ congruas, quâ Excentricitas dato isti tempori congrua media est inter Excentricitatem maximam & minimam.

Parallaxis Lunæ horizontalis sic inventa rectificanda est per Æquationem quandam ex alia Tabula desumendam, cujus hoc est fundamentum. Ex Prop. II. constat Lunam (cæteris paribus) longius à Terra distare in Quadraturis quam in Syzygiis. Proportionem inter distantias hæc Lunæ à Terra, ex proportionem Virium Solis qui effectum hunc producant, ope Propp. XX & XXV. invenire licet. Tabula igitur ad æquandam Lunæ Parallaxin constat ex particulis subtrahendis à Parallaxi quæ in Syzygiis obtinet, prout Luna ad Quadraturam propius accedit, ubi (cæteris paribus) Parallaxis est minima, quia

quia Luna maxime à Terra distat : Æquatio igitur hæc Menstrua est, à Syzygiis Solis & Lunæ pendens.

Sed & Æquatione Annua afficitur hæcce Lunæ Parallaxis ; minor quippe est cum Terra est in Perihelio, major cum in Aphelio, (cæteris paribus,) quia totum Systema Lunare in hoc casu contrahitur, in illo dilatatur per Prop. xvii. Æquatio hæc ab Anomalia Terræ media pendet, & ope Prop. xvii. item xx & xxv. constructur.

PROPOSITIO XXVIII.

Ad datum Tempus Lune Locum, è data in Tellure habitatione visum, ope Tabularum supra descriptarum determinare.

Tempus in habitatione data numeratum reducat (per Prop. xxxii. Lib. ii.) ad Tempus numeratum sub Meridiano Loci cui Tabulæ accommodantur ; ad quod (per Prop. xvii. Lib. iii.) æquatum, inveniatur Solis Locus.

Ad Epocham in Tabula notatam, datum Tempus præcedentem, notentur Loca media Lunæ, Apogæi Lunaris Nodique ascendentis, & colligendo horum trium Motus medios factos ab Epochâ istâ ad Tempus datum, addantur primi duo ad prædicta Lunæ & Apogæi Loca, ut fiant eorundem Loca media ad Tempus datum ; motus vero Nodi interea factus subtrahatur à Loco radicali (quoniam movetur in antecedentia) ut fiat ejus Locus medius ; Locusque medius Lunæ corrigatur per Æquationem istam à Terræ Anomalia media pendentem, de qua §. 3. Prop. xxvi.

Porro, Locus Apogæi medius corrigatur tribus Æquationibus, de quibus §. 4. dictæ Prop. xxvi. Dato enim Solis Loco & Apogæi Loco prope vero, datur Aspectus Apogæi Lunaris cum Sole, indeque Æquatio hinc pen-

pendens. Similiter, quia tam Solis Locus verus quam Lunæ Locus prope verus innotescunt, innotescit & Lunæ ad Solem Aspectus, indeque Apogæi Æquatio Menstrua inde pendens. Et datæ Terræ Anomaliae mediæ (prius ad Solis Locum determinandum necessariae) congrua invenietur, in tertia Apogæi æquandi Tabula, Æquatio Apogæi Annua. Atque Æquatio hæc est vere Annua, à Telluris periodo circa Solem pendens: Perperam enim prima illa, pendens ab Aspectu Apogæi Lunaris cum Sole, Annua à quibusdam appellatur, cum non nisi post 400 dies absolvatur ejus periodus; Sole nempe istud tempus requirente ut digressus ab Apogæo Lunari illud in consequentia motum denuo assequatur. Similiter & Orbis Lunaris Excentricitas, ex dato Apogæi Aspectu ad Solem ex Tabula excerpta, per Æquationem Menstruam & Annuam corrigitur.

Invento igitur Lunaris Apogæi Loco vero Lunæque medio primo correcto, illo ab hoc subducto, relinquitur Lunæ Distantia mediæ à suo Apogæo in consequentia numerata, sive Lunæ Anomalia mediæ; cui (in Tabula §. 6. Prop. xxvi.) invenietur Prosthaphæresis congrua pro Orbitæ Excentricitate prius inventa, per quam Lunæ Locus medius, primo correctus, denuo rectificatus exhibebit Lunæ Locum correctiorem, quibusdam Æquatum dictum.

Ex modo invento Lunæ Loco Æquato, & omnium primo determinato Solis Loco, Aspectus Solis & Lunæ nunc satis notus est, & hinc pendens Variatio ex Tabula (de qua §. 7. Prop. xxvi. actum est) innotescet; sed hæc ipsa duplici Æquatione Annua (de quibus ibidem) corrigenda est. Locus Lunæ æquatus per Variationem sic correctam corrigendus est; exsurgitque Lunæ Locus correctissimus in sua Orbita, sive respectu suæ Apfidis.

Ad illum vero ad Eclipticam reducendum, primo omnium Loca Nodorum determinanda sunt. Cum & Solis

Locus

Locus verus & Nodorum prope verus sive medius datur; dabitur Aspectus Nodorum cum Sole, & huic proinde Æquatio correspondens ex Tabula, de qua §. 8. Prop. xxvi; per quam correctus Nodi Locus medius rursus bis corrigendus est per Æquationem Menstruam Annuamque, de quibus ibidem actum est.

Simul, ex eodem Aspectu Nodorum ad Solem, excerpendus est Excessus Inclinationis Limitum supra eorundem Inclinationem minimam, (vel Defectus à maxima,) quo Inclinatione minima (vel maxima) corrigenda est ut correctior evadat: sed quæ bis rursus corrigenda est; nempe pro ipsius Lunæ Aspectu ad Solem & Telluris Anomalia media; de quarum Æquationum Tabulis actum est §. 9. Prop. xxvi. Si Lunæ Locus correctissimus in ipsis Syzygiis inquiratur, etiam correctionis, de qua §. 10. Prop. xxvi. ratio haberi poterit.

Quoniam vero innotescunt Nodi & Apogæi Lunaribus vera Loca in Ecliptica, & Orbis Lunaribus Inclinatione ad eandem, resolvendo triangulum sphericum rectangulum, in quo præter rectum dantur angulus alter alterumque latus circa rectum, invenitur Distantia Apogæi à Nodo in Orbe Lunari computata; nempe hypotenusa. Et supra inventus est Lunæ Locus in sua Orbita ab Apogæo computatus: Et igitur non ignorabitur Distantia Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata. Cumque etiam data sit Inclinatione dicti Orbis Lunaribus ad Eclipticam; invenietur tum Lunæ Latitudo, tum ejus Locus in Ecliptica, vel per resolutionem trianguli sphericus rectanguli inter Orbem Lunarem, Eclipticam circumque Latitudinis comprehensi, vel expeditius per Tabulas Latitudinis & Reductionis, de quibus §. 11 & 12. Prop. xxvi. ubi dictum triangulum est hætenus resolutum, quarum usus satis est notus: namque Distantia hæc Lunæ à Nodo in Orbe Lunari computata *Argumentum Latitudinis* appellatur.

Inventus igitur est Locus Lunæ verus, sive è Terræ
Gregori Astr. Tom. II. K cen-

centro spectatus, tam in longum quam in latum. Qualem vero in dato Horizonte situm, hoc est, quam Altitudinem quemque Verticalem ad datum Tempus obtineat Phænomenon, cujus Longitudo & Latitudo dantur; Problema est solutu obvium ex Doctrina spherica: est nempe conversa Propp. xxvi & xxvii. Lib. ii.

Quod si Locus Lunæ apparens sive visus quærat, in Tabula prima, de qua Prop. xxvii, adnotetur Lunæ Parallaxis Orbis Excentricitati Lunæque Anomalie mediæ prius cognitæ congrua, quæ per Æquationem Menstruam & Annuam (de quibus in eadem xxvii. dictum est) corrigatur. Ex Parallaxi horizontali inveniatur (per Prop. xlvi. Lib. ii.) Parallaxis inventæ prius Altitudini competens, quæ inde subtracta relinquit Altitudinem Lunæ visam: Et alia nulla est inter Lunæ Locum verum & visum differentia præter hoc Altitudinis decrementum sive Parallaxin, & communem illam ex Refractione ad Atmosphæram ortam, de qua Propp. lxiv & lxv. Lib. ii. Qualem vero in Longitudine Latitudineque mutationem inducunt Parallaxis & Refractio, ex Propp. lxiii & lxviii. Lib. ii. colligetur. Inventus igitur est Lunæ Locus, tam verus quam è dato in Telluris superficie puncto visus, secundum Longitudinem & Latitudinem. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

Quasnam ex supra explicatis Correctionibus, ad Lunæ Motum attinentibus, adhibuerint hucusque Tabularum Conditores, quasque neglexerint breviter recensere.

PRimo, omnes Correctiones sive Æquationes Annuas à varia Distantia Telluris à Sole (Propp. xviii & xix. explicatas) negligunt, unamque considerant, quæ ab aucto & diminuto Tempore periodico Lunæ circa Terram pro diminuta vel aucta Terræ Distantia à Sole

le provenit ; hoc est, quæ ab Anomalia Terræ media pendet. Immo hanc Inæqualitatem, licet à *Tychone*, *Keplero* & *Horoxio* observatam, aliis immiscebant : Propter hanc enim compulsi sunt, reclamante naturâ rerum, Tempus apparens ad medium aliter reducere in Lunæ Locis computandis, quam in computandis Locis Solis aliorumque Syderum ; & speciatim *Tycho* eam Æquationis Temporis partem, quæ pendet à Terræ Anomalia media, (à qua & hæc Lunæ Inæqualitas similiter pendet,) omisit prorsus. At *Keplerus* & *Horoxius* ulterius progressi ad Tempus æquandum partem Physicam adhibent addititiam cum vera & Astronomica sublatitia est, & è contra. Acutissimus *Ed. Halleus* hanc Inæqualitatem (quam Lunæ inesse ad *Schol. Prop. LXXXVI. Optice Promota pag. 128.* suspicatus est *Jacobus Gregorius*) ab aliis primus separavit in Tractatu *Catalogo Fixarum Australium* subnexo. Patet vero ex citatis Propp. XVIII. & XIX. omnes Lunæ Inæqualitates duplici Correctione Annuâ indigere, ut veræ & accuratæ evadant.

Deinde, omnes Æquationes Menstruæ ab Aspectu Solis & Lunæ oriundæ negliguntur præter unicam Variationem. Verum quidem est harum aliquas ab aliis fere compensari : v. g. Inclinationis Limitum variatio Menstrua & Æquatio Menstrua Nodorum ita se mutuo contemperant & corrigunt, ut ambæ negligi possint in determinanda Latitudine Lunæ ; Æquationes autem Menstruæ Motûs Apogæi, & differentiæ inter Excentricitatem minimam & maximam, item Nodorum & Inclinationis Orbis Lunaris ad Eclipticam, basis sunt & fundamentum reliquarum Inæqualitatum, quæ ab Aspectu Solis & Apogæi, aut Solis & Nodorum pendent ; ut ex Propp. X, XI, XII, XIII, XIV & XV. abunde patet. Æquatio item Menstrua inter Novilunium & Plenilunium (de qua Prop. XVI. dictum est) negligitur.

Æquationes item illæ, tam quæ Motum Lunæ verum

afficiunt quam quæ visum, (de quibus Prop. II.) oriunda à majori Distantia Lunæ à Terra in Quadraturis quam in Syzygiis, negliguntur prorsus: neque enim Distantiæ Lunæ à Terra diversitas alia consideratur, quam quæ ab Orbis Excentricitate provenit, quæque ab Anomalia media pendet; unde & Parallaxium horizontalium Æquatio Menstrua (de qua Prop. xxvii. dictum est) etiam negligitur.

At Æquationes illæ quæ ab Aspectu Solis & Apogæi Lunaris pendent, (de quibus Propp. xi. & xiii.) ut & illæ quæ ab Aspectu Solis & Nodorum, (Propp. xiv. & xv. tractatæ,) ab Artificibus considerantur. Hæ enim sunt longe maximæ, magnamque partem Inæqualitatum Motûs Lunæ constituunt.

Adhibentur igitur ad Tabulas condendas, præter Æquationes præcedentes ab Aspectu Solis cum Apogæo Lunari vel cum Nodis pendentes, una Annua unaque Menstrua, de quibus hætenus. Verum Æquationes Motûs Lunæ, in plerisque Tabulis Lunaribus, titulos præ se ferunt à veris Periodis harum Inæqualitatum adeo abhorrentes, ut fatis difficile sit asserere quasnam considerarint quasque neglexerint earum Conditores. Quandoque etiam Inæqualitates aliis immiscentur & cum illis confunduntur: *ex. gr.* Æquationem Excentrici (sive Centri Lunæ) non pure ex Orbita data deducunt, sed aliis quasi contaminant; ut Inæqualitatis Variationis à Tempore inter Quadraturas pendens parte eâ, quæ à situ Lunæ respectu sui Apogæi provenit, de qua Schol. Prop. xviii. Verum cum non ex cognitis causis Physicis harumque Periodis, sed tantum ad Observationes attendendo, Tabulas condiderint; non mirum est si Inæqualitates non rite à se invicem distinxerint, illasque sub titulis disposuerint alienis minusve propriis.

SCHOLIUM.

Libet Lunæ Theoriam à D. *Newtono* in praxi usurpatam hic adjungere, quâ difficillimum istud & ab Astronomis hæcenus desperatum consecutus est celeberrimus Philosophus; nimirum ut Lunæ Locum, etiam extra Syzygias, & in ipsis cum Sole Quadraturis, Cœlo adeo consentientem ex calculo definiat, (sicuti per plurima Lunæ Loca à Cl. D. *Flamstedio* observata expertus est,) ut dissensus à Cœlo, etiam cum maximus, vix duo scrupula prima adæquet; plerumque adeo sit exiguus, ut observandi incertitudini sit jure imputandus. In hac Calculi forma, quam ipsis Auctoris verbis expressam Astronomis sistimus, non attingit omnes omnino Inæqualitates quarum causæ superius sunt explicatæ, nedum illas de quibus adhuc tantum est suspicio; sed omissis iis quas se invicem compensaturas novit, aliisque minoris efficacæ, eas duntaxat Æquationibus & Tabulis coercet, quarum majores sunt vires & effectus sensibiliores.

Lunæ Theoria Nevvtoniana.

„ Observatorium *Grenovicense* occidentalius est *Parisiensi*
 „ 2^{gr}. 19', *Uraniburgo* 12^{gr}. 51'. 30" & *Gedano* 18^{gr}. 48'.
 „ Solis & Lunæ Motus medios ab Æquinoctio verno
 „ in Meridiano *Grenovicensi* pono sequentes: nempe *An-*
 „ *no* 1680 *Decembris* Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie,
 „ Motus medius Solis est 9^{fig}. 20^{gr}. 34'. 46". Apogæi So-
 „ lis 3^{fig}. 7^{gr}. 23'. 30". Motus medius Lunæ 6^{fig}. 1^{gr}. 35'.
 „ 45". Apogæi Lunæ 8^{fig}. 4^{gr}. 28'. 5". Nodi ascendentis
 „ Orbitæ Lunaræ 5^{fig}. 24^{gr}. 14'. 35". Et *Anno* 1700.
 „ *Decembris* Die ultimo *Stylo Juliano* Meridie, Motus me-
 „ dius Solis est 9^{fig}. 20^{gr}. 43'. 50". Apogæi Solis 3^{fig}.
 „ 7^{gr}. 44'. 30". Motus medius Lunæ 10^{fig}. 15^{gr}. 19'. 50".
 „ Apogæi Lunæ 11^{fig}. 8^{gr}. 18'. 20". & Nodi ascendentis

„ 4^{fig.} 27^{gr.} 24'. 20". Viginti enim Annis *Julianis*, si-
 „ ve diebus 7305, Solis motus est 20^{rev.} 0^{fig.} 0^{gr.} 9'.
 „ 4". Motus Apogæi Solis 21'. 00". Lunæ Motus est
 „ 247^{rev.} 4^{fig.} 13^{gr.} 34'. 5". Apogæi Lunaræ Motus
 „ 2^{rev.} 3^{fig.} 3^{gr.} 50'. 15". Nodi Motus 1^{rev.} 0^{fig.}
 „ 26^{gr.} 50'. 15". Omnes prædicti Motus sunt à puncto
 „ Equinoctii verni. Quod si ab illis subducatur ipſius
 „ Equinoctialis puncti Motus in antecedentia interea fac-
 „ tus, sc. 16'. 40"; manebunt Motus respectu Fixarum
 „ in Annis 20. *Julianis*, nempe Motus Solis 19^{rev.} 11^{fig.}
 „ 29^{gr.} 52'. 24". Apogæi Solis 4'. 20". Lunæ 247^{rev.}
 „ 4^{fig.} 13^{gr.} 17'. 25". Apogæi Lunæ 2^{rev.} 3^{fig.} 3^{gr.}
 „ 33'. 35". Nodi Lunæ 1^{rev.} 0^{fig.} 27^{gr.} 6'. 55".
 „ Secundum hunc computum Annus Tropicus est 365^{dier.}
 „ 5^{hor.} 48'. 57". Annusque Sydereus 365^{dier.} 6^{hor.} 9'.
 „ 14^{1/2}".

„ Motus Medii Luminarium suprapositi variis afficiuntur
 „ Inæqualitatibus.

„ Et primo sunt Annuæ Equationes dictorum Motuum
 „ mediorum Solis & Lunæ, & Apogæi Nodique Lunæ.
 „ Æquatio Annua Motûs medii Solis pendet ab Excentri-
 „ citate Orbitæ Telluris circa Solem, quæ est partium
 „ 16^{11/12}, qualium mediocris Distantia Solis à Terra est
 „ 1000; indeque vocatur Æquatio Centri: estque, cum
 „ maxima, 1^{gr.} 56'. 20". Maxima Æquatio Annua Mo-
 „ tûs medii Lunæ est 11'. 49". Apogæi ejus 20'. Nodi-
 „ que 9'. 30". Atque quatuor istæ Æquationes Annuæ
 „ sunt semper sibi mutuo proportionales. Ideoque cum ea-
 „ rum aliqua est maxima, tres reliquæ sunt etiam maximæ;
 „ diminutâ vero quâvis, minuuntur etiam & reliquæ in ea-
 „ dem ratione: Unde datâ Æquatione Annuâ centri So-
 „ lis, dantur & tres reliquæ Annuæ Æquationes congruæ;
 „ illius igitur Tabula sufficit: Nam si Æquatio Annua Cen-
 „ tri Solis Tempori cuivis congrua inde deprompta voce-
 „ tur P, & fiat $\frac{1}{10} P = Q$, $Q + \frac{1}{60} Q = R$, $\frac{1}{6} P = D$,
 „ $D +$

„ $D + \frac{1}{30} D = E$, & $D - \frac{1}{60} D = 2 F$; erit *Æquatio Annua* eidem
 „ *Tempori congrua* *Lunæ* quidem *R*, *Apogæi Lunaris* *E*, &
 „ *Nodi* (*F*). Adnotandum, si *Æquatio Centri Solis* est ad-
 „ denda, *Æquationem Lunæ prædictam* esse subducendam,
 „ *Apogæi Lunaris Æquationem* addendam, *Nodi vero*
 „ *Æquationem* subducendam; & è contra, si *Æquatio*
 „ *Centri Solis* est subducenda, addenda erit *Lunæ Æqua-*
 „ *tio*, *Apogæi vero* subducenda, & *Nodi* addenda.

„ Alia est *Æquatio Motûs mediî Lunæ*, pendens à si-
 „ tu *Apogæi Lunaris* respectu *Solis*, quæ maxima est cum
 „ *Apogæum Lunæ* versatur in *Octante* cum *Sole*, &
 „ nulla cum illud ad *Syzygias* vel *Quadraturas* pervene-
 „ rit. *Æquatio hæc*, quando maxima, ad 3'. 56". af-
 „ cendit, *Sole* in *Perigæo* versante; si vero *Sol Apo-*
 „ *gæum* teneat, non ultra 3'. 34". In aliis *Distantiis*
 „ *Solis à Terra Æquatio hæc* maxima est reciproce ut
 „ *Cubus istius Distantiæ*. At cum *Lunæ Apogæum* est
 „ extra *Octantes*, *Æquatio dicta* evadit minor, est que
 „ ad maximam, posita eadem *distantiâ Terræ & Solis*;
 „ ut *sinus duplæ Distantiæ Lunaris Apogæi à proxima*
 „ *Syzygia* vel *Quadratura* ad *radium*. Additur hæc *Mo-*
 „ *tui Lunæ*, dum *Lunæ Apogæum* transit à *Solis Qua-*
 „ *drato* ad *Syzygiam*; sed inde subducitur in transitu *Apo-*
 „ *gæi à Syzygia* ad *Quadratum*.

„ Alia porro est *Motûs Lunæ Æquatio*, pendens ab
 „ *Aspectu Nodorum Orbitæ Lunaris* cum *Sole*; estque
 „ maxima cum *Nodi* in *Solis Octantibus* versantur, eva-
 „ nescitque cum hi ad *Syzygias* aut *Aspectum Quadra-*
 „ *tum* appellant. *Æquatio hæc* proportionalis est *sinui*
 „ *duplæ Distantiæ Nodi à proxima Syzygia* aut *Quadra-*
 „ *tura*, cumque maxima ad 47" ascendit. Additur hæc
 „ *Motui Lunæ*, dum *Nodi* transeunt à *Solis Syzygiis* ad
 „ *eiusdem Quadraturas*; & subducitur in eorum transitu
 „ à *Quadraturis* ad *Syzygias*.

„ A *Solis Loco* vero aufer *Motum medium Apogæi*
 „ *Lunæ*

Tab. XXIX.
Fig. 6.

„Lunæ æquatum, ut supra est ostensum; residuum erit
 „Argumentum Annuum dicti Apogæi. Exinde computen-
 „tur Lunæ Excentricitas & secunda Æquatio ejus Apo-
 „gæi modo sequenti, [*qui in aliis quibusvis intermediis*
Æquationibus computandis locum etiam habet:] „Referat
 „T Terram; T S rectam conjungentem Terram & Solem;
 „T A C B rectam à Terra ductam ad Locum medium A-
 „pogæi Lunaris ut supra æquatum; angulus S T A Argu-
 „mentum Annuum dicti Apogæi; T A Lunaris Orbitæ
 „Excentricitatem minimam; T B ejusdem Excentricitatem
 „maximam. Biseca A B in C, centro C per A describe
 „circulum A F B; fiat angulus B C F æqualis duplo Ar-
 „gumento Annuo: juncta recta T F erit Lunaris Orbitæ
 „Excentricitas, angulusque B T F erit secunda Apogæi
 „Lunæ Æquatio. Ad horum determinationem sit medio-
 „cris Distantia Lunæ à Terra, sive Orbitæ Lunaris Se-
 „midiameter, partium 1000000: Ejus maxima Excen-
 „tricitas T B erit partium 66782, & minima T A earun-
 „dem 43319; adeo ut maxima Orbis ejus Æquatio, cum
 „sc. Apogæum est in Syzygiis, sit 7^{gr}. 39'. 30'', vel
 „forsan 7^{gr}. 40'. 00''; (suspicio enim est hanc mu-
 „tari pro situ Apogæi in ☿ vel ♃;) cum vero illud
 „in Solis Quadrato hæret, dicta maxima Æquatio sit
 „4^{gr}. 57'. 56'', & ut maxima Apogæi Æquatio sit 12^{gr},
 „15'. 4''.

„Constructâ ex hisce principiis Tabulâ Æquationum
 „Apogæi Lunæ & Excentricitatum ejus Orbitæ ad singulos
 „gradus Argumenti Annuum, unde Excentricitas T F & angu-
 „lus B T F (sc. Æquatio secunda & præcipua Apogæi) dato
 „Tempori congruentes facile possint depromi; ad Locum A-
 „pogæi Lunæ primo æquatum ut supra addatur Æquatio mo-
 „do inventa, si Argumentum Annuum minus sit 90^{gr}, aut
 „majus 180^{gr}, minus vero quam 270^{gr}; secus vero ab eo
 „subducatur: summa vel differentia erit Apogæi Lunaris Lo-
 „cus secundo æquatus; quo subducto ex Lunæ Loco ter-
 tio

„tio æquato, relinquitur Lunæ Anomalia media dato Tem-
 „pori congrua. Porro, ex hac Anomalia Lunæ media &
 „modo inventa Orbis Excentricitate habebitur (ope Ta-
 „bulæ Æquationum Centri Lunæ ad singulos Anomaliæ
 „mediæ gradus, & aliquot Excentricitates v. g. 45000,
 „50000, 55000, 60000 & 65000 fabricatæ) Prosthæ-
 „resis sive Æquatio Centri Lunæ, ut vulgo; quâ subdu-
 „ctâ in priori Anomaliæ mediæ semicirculo, additâ vero
 „in posteriori ad locum Lunæ hætenus ter æquatum,
 „prodit Lunæ locus quarto æquatus.

„Maxima Lunæ Variatio, sc. quæ contingit cum Lu-
 „na est in Octantibus Solis, est fere reciproce ut Cubus
 „Distantiæ Solis à Terra. Capiatur ea 37'. 25" cum
 „Sol est Perigæo, & 33'. 4" cum in Apogæo: fiantque
 „Variationis hujus in Octantibus differentiæ reciproce ut
 „differentiæ Cuborum Distantiarum Solis à Terra, & ex-
 „inde construatur Tabula prædictæ Variationis Lunæ in Oc-
 „tantibus Solis (ejusve Logarithmi) ad singulos denos
 „vel senos vel quinos gradus Anomaliæ mediæ: Et pro
 „Variatione extra Octantes, fiat ut radius ad sinum du-
 „plæ Distantiæ Lunæ à proxima Syzygia vel Quadratura
 „ita supra inventa Variatio in Octante ad Variationem
 „dato Aspectui congruam, quæ addita loco Lunæ supra
 „invento in primo & tertio quadrante, (computando à
 „Sole,) aut ab eodem subducta in secundo & quarto,
 „exhibet Lunæ locum quinto æquatum.

„Rursus, ut radius ad sinum summæ Distantiarum Lu-
 „næ à Sole & Apogæi Lunæ ab Apogæo Solis (vel si-
 „num excessus istius summæ supra 360^{gr}) ita 2'. 20"
 „ad sextam loci Lunæ Æquationem, subducendam si præ-
 „dicta summa vel dictus excessus minor sit semicirculo,
 „addendam si major.

„Fiat etiam ut radius ad sinum Distantiæ Lunæ à Sole
 „ita 2'. 20" ad Æquationem septimam. Hanc aufer
 „quando Lunæ Lumen augetur, & (è contra) adde

„cum illud minuitur; & prodibit Lunæ Locus septimo
 „æquatus, quique est Locus ejus in propria Orbita. No-
 „tandum Æquationem, quæ hic effertur per mediocrem
 „quantitatem 2'. 20", non esse ejusdem semper magni-
 „tudinis, sed augeri & minui pro situ Lunaris Apogæi.
 „Nam si Apogæum Lunare conjunctum fuerit cum Solis
 „Apogæo, prædicta Æquatio est circiter 54" major; sin-
 „illi oppositum, tantundem minor: libratque inter maxi-
 „mam quantitatem 3'. 14" minimamque 1'. 26". Atque
 „hæc obtinent ubi Apogæum Lunare est in Solis Syzy-
 „giis; ubi vero illud in Solis Quadrato hæret, minuenda est
 „Æquatio prædicta 50 circiter scrupulis secundis aut integro
 „scrupulo primo, quando Apogæum Lunæ & Solis Apogæum
 „conjuncta sunt; si vero sunt opposita, propter Observatio-
 „num penuriam affirmare nequeo augendane sit illa, an mi-
 „nuenda. Immo de suprapositis incremento & decremen-
 „tationis 2'. 20", propter Observationum satis ac-
 „curatarum defectum, certo statuere non ausim.

„Si Æquationes sexta & septima augeantur vel mi-
 „nuantur in ratione reciproca Distantiæ Lunæ à Terra,
 „hoc est, in directa ratione Parallaxis horizontalis Lunæ;
 „accuratiores fient. Atque istud prompte fiet, si prius
 „Tabulæ fuerint constructæ ad singula scrupula dictæ Pa-
 „rallaxis, singulosque senos vel quinos gradus cum Ar-
 „gumenti Æquationis sextæ pro Æquatione sexta, tum
 „Distantiæ Lunæ à Sole pro septima.

„A Loco Solis vero aufer medium Motum Nodi af-
 „cendentis Lunæ æquatum ut supra; residuum erit No-
 „di Argumentum Annuum; unde ejus Æquatio secunda
 „computabitur modo sequenti: In figura præcedente re-
 „ferat ut prius T Terram; T S rectam jungentem Terram
 „& Solem: Referat porro T A C B lineam ductam ad
 „Locum Nodi ascendentis Lunæ ut supra æquatum, &
 „S T A Argumentum Annuum Nodi. Capiatur T A ad
 „A B ut 56 ad 3, sive $18\frac{2}{3}$ ad 1. Biseca A B in C, &
 „cen-

Tab. XXIX.
Fig. 6.

„centro c intervallo c A vel c B describe circulum A F B,
 „fiatque angulus B C F æqualis duplo Argumento Nodi
 „Annuo ut supra invento; eritque B T F angulus Æquatio
 „secunda Nodi ascendentis, addenda in transitu Nodi à Solis
 „Quadrato ad Syzygiam, subducenda in ejusdem transitu
 „à Syzygia ad Quadratu am. Atque sic habetur Locus
 „verus Nodi Orbitæ Lunaræ: Unde ex Tabulis metho-
 „do vulgari constructis supputabitur Lunæ Latitudo &
 „Reductio Lunæ ab Orbita sua ad Eclipticam, positâ
 „Inclinatione Orbis Lunaræ ad planum Eclipticæ 4^{gr}.
 „59'. 35" cum Nodi sunt in Solis Quadrato; & 5^{gr}.
 „17'. 20" cum iidem in Syzygiis versantur. Ex modo
 „inventis Longitudine & Latitudine & data Obliquitate
 „Eclipticæ 23^{gr}. 29', Lunæ Ascensio recta & Declinatio
 „eruentur.

„Lunæ in Syzygiis mediocriter distantis à Terra Pa-
 „rallaxin horizontalem pono 57'. 30"; Motum hora-
 „rium 33'. 32". 32"; & Diametrum apparentem 31'.
 „30": In Quadraturis vero mediocriter à Terra distan-
 „tis Parallaxin pono 56'. 40"; Motum horarium 32'.
 „12". 2"; & Diametrum apparentem 31'. 3". Lunæ
 „in Solis Octante mediocriter distantis centrum distat à
 „centro Terræ quasi 60 $\frac{2}{3}$ Semidiametrorum Terræ.

„Solis Parallaxin horizontalem pono 10"; & 32'. 15"
 „apparentem ejus Diametrum in mediocri Distantia à Terra.

„Telluris Atmosphæra, refringendo & dissipando Solis
 „Lumen, Umbram projicit, perinde ac si opaca foret,
 „ad altitudinem minimùm 40 aut 50 milliarium Geogra-
 „phicorum: (Milliare Geographicum appello partem se-
 „xagesimam Gradûs magni Circuli in Telluris superficie:)
 „Umbra hæc in Eclipsi Lunari in Lunam incidens Tel-
 „luris Umbram auctiorem reddit. Et singulis milliariis
 „Atmosphære Terrestris respondent singula scrupula se-
 „cunda in Lunæ disco. Adeoque Umbræ Terrestris Se-
 „midiameter in Lunæ discum projecta augenda est 50

„circiter secundis, aut (quod eodem recidit) in Ecliptici Lunari Lunæ Parallaxis horizontalis augenda est in ratione circiter 70 ad 69.

Si plura Lunæ Loca accuratissime observata (præsertim circa Quadraturas) cum ejusdem Locis ad eadem tempora ex supraposita Theoria supputatis conferantur; patebit tandem num aliæ sint Æquationes sensibiles, quibus Theoria hæc est amplificanda.

PROPOSITIO XXX.

Tempus media Conjunctionis aut Oppositionis Solis & Lunæ proxime insequentis ad datum Tempus determinare.

Conjunctio media est cum Locus Solis medius idem est cum Loco Lunæ medio in Ecliptica: Oppositio vero media cum ille huic opponitur. Quærat ex Tabulis Motûs medii Lunæ à Sole Distantia media Lunæ à Sole dato Tempori (ad medium reducto) competens, quæ si nulla sit, vel Signorum sex, tunc erit ipsa Conjunctio aut Oppositio media; sin minor, notetur defectus, (sive arcus quem Luna percurrere debet ut Solem denuo assequatur si Conjunctio media desideretur, vel ut à Sole sex Signis elongetur si Oppositio,) & ex Tabula Motûs medii Lunæ à Sole in diebus, horis horæque partibus colligatur Tempus requisitum ad istum arcum percurrendum; subducendo nempe semper ab arcu adhuc percurrendo arcum in Tabula repertum proxime minorem, Tempus quo subductus percurritur notando, Temporaque hæc in unam summam colligendo: hæc addita Tempori dato conficiet Tempus Syzygiæ mediæ quæsitum.

Quod si Tempora aliquot deinceps Syzygiarum mediarum quærantur, addatur Tempori supra invento Tempus revolutionis integræ Lunæ ad Solem; invenietur Tempus Syzygiæ ejusdem nominis proximæ. Atque hoc quoties libue-

libuerit facile repetetur, & Syzygiæ quotquot libet in-
venientur.

PROPOSITIO XXXI.

*Tempus veræ Conjunctionis aut Oppositionis Solis & Lunæ,
proxime insequentis, ad datum Tempus determinare.*

Conjunctio vera Solis & Lunæ contingit cum Locus Solis verus idem est cum Lunæ vero & correcto ad Eclipticam reducto; Oppositio vera cum ille huic opponitur. Invento (per præc.) Tempore Syzygiæ mediæ proxime insequentis, (quod exactissime determinare necessarium non est, cum illud præterpropter cognitum sufficiat,) quærantur (per Prop. xviii. Lib. iii. & Prop. xxviii. Lib. iv.) Solis & Lunæ Loca vera congrua, quæ si coinciderint aut opposita fuerint, Syzygia mediæ & vera coincidunt; sin secus, notetur Distantia Lunæ à Sole, quâ nempe Luna Solen ejusve oppositum vel nondum est affecuta vel hætenus præterit. Ad inveniendum vero spatium Temporis, quo Luna arcum hunc vel percurreret vel hætenus percucurrit, sic commode procedere licet: Quærantur Solis Lunæque Loca horâ ante vel post Temporis punctum ad quod hætenus habentur; quo pacto habebuntur Solis Lunæque Motus horarii horumque proinde differentia, sive horarius Motus Lunæ à Sole ad datum Tempus; hoc est, habebitur spatium Temporis (nempe Hora) necessarium ut Luna à Sole moveatur arcu cognito modo invento. Et igitur, supposito quod Sol Lunaque æquabiliter moveantur tantillo tempore quo Syzygia vera possit à mediâ distare, habebitur Tempus requisitum ut Luna à Sole moveatur arcu quo à Sole distat Tempore Syzygiæ mediæ. Tempus hoc, additum Tempori Syzygiæ mediæ si Luna Solem ejusve oppositum nondum erat affecuta, aut eidem detractum si hæc illum hætenus præterit, dabit Tempus Syzygiæ veræ quæsitum.

Quod si summa desideretur exactitudo, (ut fit in Syzygiis Eclipticis,) ad Tempus Syzygiæ veræ modo inventum quærantur rursus Solis Lunæque Loca, quæ si congrua sint aut opposita præcise, hætenus quæsito satis est factum; sin secus, Tempus hoc rursus corrigatur similiter atque prius; nempe ex Syzygiæ veræ Tempore prope vero, hætenus invento, ejusdem Tempus exacte verum eodem modo eliciatur atque dictum illud Tempus prope verum ex Tempore Syzygiæ mediæ supra invento.

Communiter Calculatores Motum horarium Lunæ à Sole invento Tempori Syzygiæ mediæ competentem non exquirunt, ut supra docuimus; sed ex Tabulis depromunt, ubi Solis Lunæque horarii Motus disponuntur pro Anomalix gradu quem respective tenent: nec male quidem in Sole; at in Luna, tot Inæqualitatibus obnoxia, cautius procedendum: Ulterior vero correctio tollit omnem Errorem, qui hinc oriri possit. Pari modo determinabitur Tempus alterius cujusvis Aspectus Solis & Lunæ.

SECTIO VII.

DE ECLIPSI LUNÆ.

CUM Lib. III. actum sit de vero Motu Telluris circa Solem, cui per omnia respondet Solis circa Terram Motus apparens; & Lib. hoc IV. de Lunæ è Terra spectatæ Motibus variis; omniaque quæ ob Diurnum Telluris Motum circa proprium Axem in Cœlis apparent Lib. II. pertractata habeantur; quæcunque Soli Lunæve accidunt ex supra traditis facile deduci poterunt. Quoniam vero *Eclipses Luminarium* Phenomena sunt inter Cœlestia admodum conspicua, quarum contemplationi, causarum investigationi & calculo plurimum (immo ipsos fere natales) debet Astronomia; illas aliorum exemplo seorsim tractabimus, præsertim cum hic plurimæ occurrant speculationes dignæ quæ plene excutiantur. In hunc

hunc finem Lemmata quædam ad utramque Eclipsin præmittemus de Luminarium Semidiametris apparentibus, Terræ & Lunæ Umbris &c. quæ vulgo nomine *Diagrammatis Hipparchi* indigitantur, quia ex harum comparatione (quæ ex Diagrammate est satis manifesta) *Hipparchus* Luminarium Magnitudines & Distantias definire est aggressus; sicut antea ab *Aristarcho* factum in *Libro De Magnitudinibus & Distantiis Solis & Lunæ*, & postea à *Ptolemæo* Cap. xv & xvi. *Lib. v. Magnæ Constructionis*.

PROPOSITIO XXXII.

Solis & Lunæ Semidiametros apparentes dato Tempore congruas invenire.

Observentur Tempore quovis Solis Lunæque Semidiametri apparentes; cumque ex Theoriis Solis & Lunæ supra traditis horum Distantiæ à Terra tam Tempore Observationis quam alio quovis dato innotescant; eorum apparentes semidiametri etiam innotescant: Sunt enim dati corporis sphaerici Semidiametri apparentes reciproce ut ejus distantiae ab oculo.

Artifices Tabulas condunt Semidiametrorum Solis & Lunæ apparentium pro Anomaliæ mediæ gradu (quinisve gradibus) quem Luminare tenet. Cumque porro sphaeræ semidiameter, in eadem distantia à Terræ centro, major sit quo Vertici propior est, quippe spectatori vicinioris; & differentia hujus in Horizonte & Vertice sit in Luna sensibilis, in Sole non item: ideo Tabulas Incrementi Semidiametri Lunæ apparentis pro singulis (vel quinis) gradibus Elevationis Lunæ supra Horizontem etiam condunt.

PROPOSITIO XXXIII.

Si sphaera opaca lucida sphaera exponatur, fiet umbra totalis sive plena (hoc est, spatium medii circumfusi ad quod nullus lucide sphaerae radius pertingit) ad partes à sphaera lucida aversas, inclusa superficie conii recti, cujus axis est recta sphaerarum centra conjungens, basis circulus sphaerae opaca partem illuminatam ab obscura determinans: & angulus verticalis trianguli per axem est proxime aequalis differentie angulorum, quibus sphaera lucida ex centro opaca & sphaera opaca ex centro lucida videntur. Et si conus umbrosus secetur utcumque plano ad planum basis parallelo, umbrosi circuli sic geniti diameter ex centro opaca sphaera videbitur sub angulo proxime equali intervallo duorum angulorum; quorum alter est aggregatum angulorum sub quibus opaca sphaera ex centrīs sphaera lucide & circuli umbrosi videtur, alter angulus in quo sphaera lucida ex opaca centro spectatur.

Tab. XXIX.
Fig. 7.

SInt duæ sphaeræ centrīs A & B, quarum altera est lucida altera opaca: jungatur recta AB per quam traducatur planum, cujus communes sectiones cum sphaeris sint circuli DF, EG; ducantur rectæ DE, FG binos circulos ad partes easdem in D & E, F & G contingentes, & producantur donec cum AB etiam producta concurrant in C. Patet umbram totalem sive plenam, quam alterutra sphaera opaca ab altera lucente illuminata projicit, contineri sub conica superficie descripta per rectam DC circa axem AB rotatam; hoc est, superficie conii recti cujus axis est recta ABC, basis circulus cujus diameter est recta DF vel EG. Superficie conicæ annumero cylindricam factam cum expositæ sphaeræ sunt æquales.

Ex A ducantur rectæ circum G & E contingentes in H & I, & producat A H donec cum CD concurrat in K, & ex B ducantur rectæ tangentes circum DF in L & M. Per Prop. XXXII. El. I. angulus ACD æqualis est AKD,

AKD , dempto KAB : Sed (propter suppositam magnam *Tab. XXIX.*
sphaerarum distantiam) angulus AKD est proxime æqua- *Fig. 7.*
lis ABL ; & igitur ACD æqualis est ABL , dempto
 KAB . Et sumendo horum duplos, angulus PCD æqua-
lis est angulo MBL , dempto IAH angulo.

Ponatur alterutra sphaera, v. g. EG opaca, & fece-
tur conus umbrosus ECG utcumque plano basis plano
parallelo, fietque (per *Prop. IV. Lib. I. El. Conic.*)
circulus, cujus diameter NO est rectæ DF vel EG pa-
rallela, cujusque centrum P est in axe conii; ex quo du-
cantur PQ , PR circulum EG tangentes, & jungantur
rectæ BO , BN . Per *Prop. XXXII. El. I.* angulus PBN
æqualis est BNE , dempto BCN : Sed (si BN sit fere
æqualis BP , quod suppono) BNE est proxime æqua-
lis BPQ , & modo est ostensum BCN esse æqualem ABL ,
dempto BAH ; & igitur PBN æqualis est aggregato angu-
lorum BPQ & BAH , dempto ABL angulo. Et sumen-
do horum duplos, angulus OBN æqualis est aggregato
angulorum QPR , HAI , dempto LBM angulo. Q. E. D.

Si EG ponatur sphaera lucida & DF opaca, eadem
obtinereprehendentur, si ON & quæ hinc pendent
ducantur ultra sphaeram DF respectu B .

SCHOLIUM.

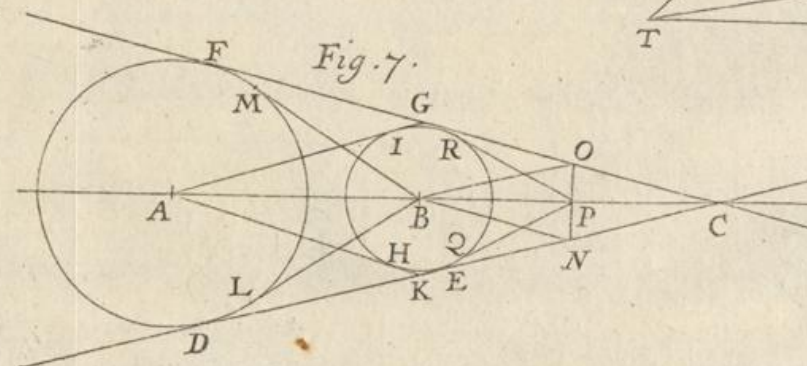
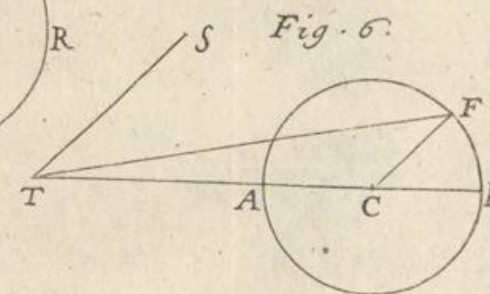
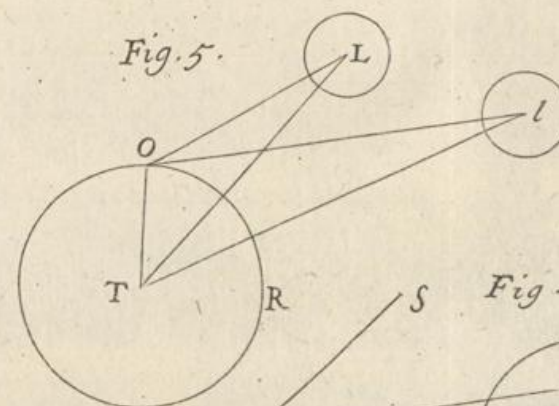
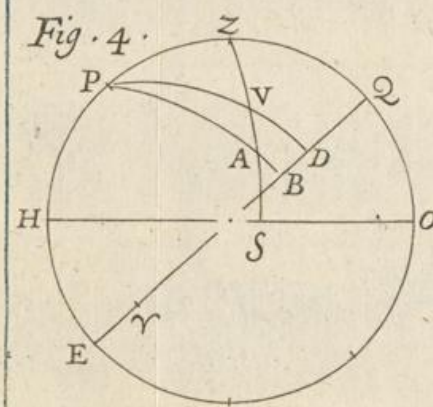
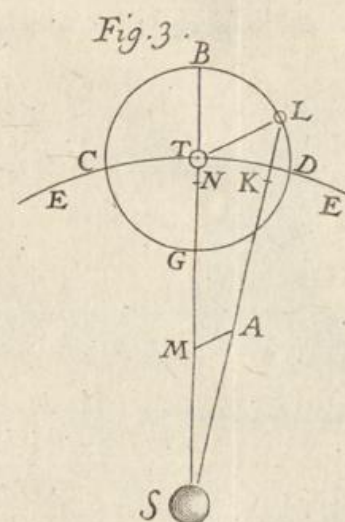
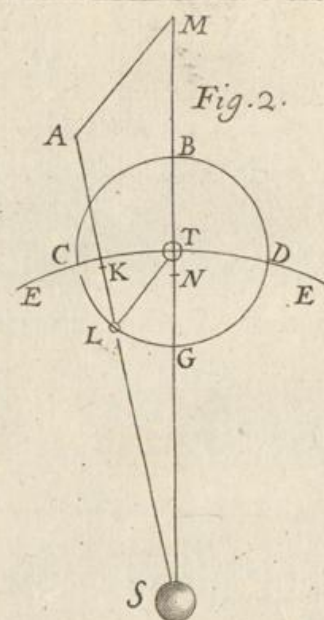
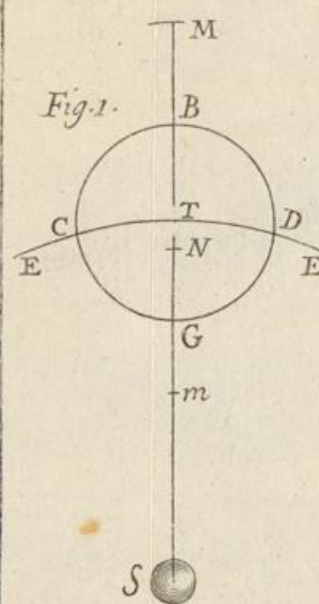
Si sphaera DF referat Solem; EG Terram, huic accen-
fendo quicquid ei circumfufum est quod radiorum tran-
fitum impedit; ECG Umbram Terræ; & NPO partem
Orbitæ Lunarîs: Erit angulus ABL apparens Semidiamet-
ter Solis ex centro Terræ visi; BAH Parallaxis Solis ho-
rizontalis; BPQ Parallaxis horizontalis Lunæ in distantia
 BP ; adeoque BCE semiangulus verticalis Coni umbrosi
æqualis differentiæ Semidiametri apparentis & Parallaxis
horizontalis Solis; & PBN Semidiameter ex Terræ cen-
tro apparens Umbræ Telluris (ad Lunæ transitum) æqua-
lis summæ Parallaxium horizontalium Solis & Lunæ minutæ

Tab. XXIX.
Fig. 7.

Semidiametro apparenti Solis. Et igitur, datis tribus ex hisce quatuor non latebit quartus: *ex. gr.* hinc Solis Parallaxis, & proinde (per Prop. XLVI. Lib. II.) ejus Distantia, æstimari poterit: Nam Parallaxis Lunæ horizontalis & Solis Semidiametri apparentis, Observatione notarum, differentia subducta à nota (per Eclipsis Lunæ Observationem) Umbrae Terrestris ad notam Lunæ Distantiam Semidiametro apparenti relinquit Solis Parallaxin.

At si DF sit Sol, EG Luna, & NPO portio Disci Telluris (hoc est, plani Circuli in Terra maximi, cui normalis est recta Solis & Terræ centra jungens) in quam Umbra incidit; Umbrae Semidiameter ex Lunæ centro B videtur sub angulo PBN æquali summæ Semidiametrorum Lunæ ex Solis & Terræ centris apparentium, minutæ Semidiametro apparenti Solis è centro Lunæ visi. Et quoniam, propter immensam Distantiam Solis à Terra respectu Distantiæ inter Lunam & Terram, Solis Diameter ex Luna in eodem proxime angulo videtur quo ex Terra, & Lunæ Semidiameter ex Sole visa pro nulla quasi est habenda, quippe sub-quadrupla fere Parallaxis Solis horizontalis; Semidiameter Umbrae Lunæ in Discum Telluris exceptæ videtur ex centro Lunæ sub angulo æquali fere differentiae angulorum, sub quibus Solis & Lunæ Semidiametri ex Terræ centro apparent.

Verum, si Solis Semidiameter è Terra visa major sit Semidiametro Lunæ spectatâ ex eadem, apparens Semidiameter Umbrae (cum sit æqualis minori post demptam majorem) negativa evadit; hoc est, post terminatam finitamque Umbram in Coni apice, circellus factus ex sectione Coni, Umbroso Cono ad verticem positi, ex Luna videtur sub angulo æquali differentiae angulorum, in quibus Sol & Luna ex Terræ centro apparent. Circellus autem hic circelli Umbrosi locum tenet: est enim totius circuli penumbrosi maxime obscurus, & (Umbrae plenæ instar) æqualiter obscurus; cujus nempe puncta singula



gula illustrantur ab excessu Solaris Disci supra Lunarem ex Tellure apparente : Nam præcedentia omnia vera sunt de ON recta ultra c ducta.

PROPOSITIO XXXIV.

*Si Sphæra opaca Sphæra lucida exponatur, præter umbram totalem sive plenam fiet penumbra (hoc est, spatium medii circumfusi, à cuius singulis punctis aliqui per opacam sphæram arcentur radii) ad partes à sphæra lucida aver-
sas, inclusa superficie conici recti, cuius axis idem est cum axe umbræ plenæ, & angulus verticalis trianguli per axem æqualis est summæ angulorum, quibus sphæra lucida ex centro opacæ & sphæra opaca ex centro lucidæ vi-
dentur. Et si conus hic penumbrosus secetur utcunque plano ad planum basis parallelo, penumbrosi circuli sic ge-
niti (incluso circulo plene umbroso ad ejus centrum, si quis sit) diameter ex centro opacæ sphære spectata vi-
detur sub angulo æquali aggregato trium angulorum; eo-
rum nempe sub quibus opaca sphæra ex centrâ sphære lu-
cidæ & circuli penumbrosi videtur, ejusque in quo sphæ-
ra lucida ex opacæ centro spectatur.*

Reliquis manentibus ut in præc. ducantur rectæ DE, Tab. XXX.
FG circulos ad partes alternas contingentes, se mu- Fig. 1.
tuo in rectæ AB puncto c decussantes. Patet præter um-
bram totalem projici etiam circa hanc penumbram in par-
tes à lucida sphæra averfas, quia spatium omne intra super-
ficiem conicam, genitam à recta DE ultra sphæram opa-
cam producta circa axem AB rotata, tale est ut ab ejus
singulis punctis quidam sphære lucidæ radii arceantur per
interpositionem opacæ; & ideo non tantum illustratur
atque reliquum huic spatio conico circumfusum, à quo
nulli arcentur. Et spatii hujus partes viciniores ipsi um-
bræ plenæ (in ejus meditullio positæ, à quo omnes ar-
centur radii à lucida sphæra manantes) obscuriores sunt

Tab. XXX. quam remotiores; quippe radiis à minore lucidæ sphaeræ
Fig. 1. parte provenientibus illustratæ: Superficies autem penum-
 bram circumscribens est coni recti, ejus axis est recta
 AB ultra sphaeram opacam protensa, basis vero circulus
 diametro DF vel EG descriptus.

Eodem prorsus modo quo in præc. ex A ducantur rec-
 tæ circulum GE contingentes in H & I, quarum AH cum
 ipsa DE producta concurrat in K; & ex B ducantur rectæ
 tangentes circulum DF in L & M. Per *Prop. xxxii. El.*
 I. angulus ACD æqualis est AKD & BAK simul: Sed
 AKD est proxime æqualis ABL; & igitur ACD æqualis
 est ABL & BAH simul. Et sumendo horum duplos, an-
 gulus FCD æqualis est angulis MBL & IAH simul
 sumptis.

Ponatur alterutra sphaera, v. g. EG opaca, & secetur
 conus penumbrosus plano basis plano parallelo, fietque
 circulus cujus diameter NO est rectæ DF vel EG paralle-
 la, cujusque centrum P est in axe coni; ex quo ducan-
 tur PQ, PR circulum EG tangentes, & jungantur rec-
 tæ BO, BN. Per *Prop. xxxii. El. I.* angulus PBN æqua-
 lis est BNC & BCN simul sumptis: Sed (si BN sit fere
 æqualis BP, quod suppono) BNC est proxime æqualis
 BPQ, & modo ostensum est BCN esse æqualem ABL &
 BAH simul sumptis; & igitur PBN æqualis est aggregato
 trium angulorum BPQ, BAH & ABL. Et sumendo horum du-
 plos, angulus OBN æqualis est aggregato trium angulo-
 rum QPR, HAI & IBM.

SCHOLIUM.

Si sphaera DF referat Solem, EG Terram, & NPO
 partem Orbitæ Lunaris; Penumbræ Semidiameter ex cen-
 tro Terræ visa æqualis est summæ Parallaxium horizon-
 talium Solis & Lunæ auctæ Semidiametro apparenti Solis.

At si sphaera DF referat Solem, EG Lunam, NPO portio-
 nem Disci Telluris in quam Penumbra incidit; Penumbræ
 Semi-

Semidiameter ex Lunæ centro videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum apparentium Lunæ ex centrīs Solis & Terræ, & Semidiametri apparentis Solis ex centro Lunæ: & proinde, propter rationes in Schol. Prop. præc. allatas, in angulo proxime æquali aggregato Semidiametrorum Luminarium ex Terræ centro visarum.

Tab. XXX.

Fig. 1.

PROPOSITIO XXXV.

Num dati Mensis Plenilunium futurum sit Eclipticum determinare; & si futura est Eclipsis, ejus Speciem (hoc est, sitne Partialis aut Totalis, cum aut sine Mora) definire.

INveniatur per Prop. xxxi. Plenilunii veri dato Mense contingentis Tempus, ad quod (per Prop. xviii. Lib. ii.) quærat^{ur} Locus Solis, dabiturque proinde punctum huic oppositum: Sit illud o in annexis figuris, ubi c $\odot$ refert Eclipticam. Ad idem Tempus quarantur Loca Nodorum Lunæ, (quorum puncto o proximus sit $\odot$,) & Inclinatio Orbitæ Lunæ ad Eclipticam. Per o ductus intelligatur Latitudinis circulus o p, Orbitæ Lunæ $\odot$ p occurrens in p puncto, ubi Luna versatur tempore Plenilunii veri. In Lunæ Cælo circa o centrum perpetuo versatur circulus umbrosus per r g expressus, ex sectione Umbræ Terræ conica per dicti Cæli portionem basi Coni parallelam genitus, quem si Luna m h, vel tota vel in parte, subintret, futura est Eclipsis; sin aliter, nulla. Luna vero omnium proxime ad o accedit, adeoque si in Umbram immergitur omnium maxime in Umbram immergitur, cum ejus centrum punctum l tenet, quod arcus circuli maximi o l in Viam Lunæ perpendicularis ostendit: punctum enim l propius ad o accedit quam aliud quodvis Viæ Lunar^{is} punctum. Patet vero si o l arcus excedit o r & l m Semidiametros Umbræ & Lunæ simul sumptas, (ut in fig. i.) Lunam ab Umbra illibatam in Via sua $\odot$ p promoveri.

Fig. 2.

Tab. XXX.
Fig. 2.

Si OL ipsi dictarum Semidiametrorum summæ æqualis fuerit, Luna Umbram continget quidem, nec tamen illam subintrabit aut deficiet. Si arcus OL minor sit aggregato Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, major tamen quam illarum intervallum, (ut in fig. 2.) Luna deficiet; Defectus tamen non erit Totalis, sed Partialis tot Digitorum quot Unciæ Diametri Lunaris Disci in Umbram immerguntur. Si vero prædictus arcus OL ipsi dictarum Semidiametrorum intervallo æquetur, Defectus Totalis quidem erit, at sine Mora: Quamprimum enim Luna tota in Umbram immergitur, Lunari Disco circum Umbræ interius contingente, Luna ulterius paululum progressa denuo emergere statim incipiet. Quod si OL arcus minor sit quam prædictum Semidiametrorum Umbræ & Lunæ intervallum, tum integra Luna in Umbram immergetur, aliquâ Umbræ parte ultra Lunam protensa, (ut in fig. 3;) unde non solum Totalis erit Lunæ Defectus, sed aliquandiu durabit; hoc est, erit Totalis cum Mora, majori quidem aut minore pro arcûs OL magnitudine, Umbræ crassitie Lunæque velocitate.

Fig. 3.

Quomodo vero arcus OL sit inveniendus, sic patet: In triangulo sphaerico $\triangle NOP$ rectangulo ad O , datur $\angle NO$ distantia Nodi à puncto Soli opposito, angulus ad $\angle N$ Inclinatione Viæ Lunaris ad Eclipticam tempore Conjunctionis, unde invenientur angulus ad P & latus OP . Rursum, in triangulo POL præter rectum ad L dantur modo inventa latus & angulus, unde OL & PL eruentur. Promptissime autem invenitur OL ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendò illum æqualem Latitudini ad argumentum Latitudinis æquale ipsi $\angle NO$: Nam posito $\angle NO$ æquali $\angle NO$ patet $\angle NO$ arcum ad Eclipticam perpendicularem æqualem esse arcui OL ; in triangulis etenim OLN , ONP communem angulum ad $\angle N$ habentibus omnia sunt æqualia. Porro, ad Tempus Plenilunii supra inventum datur (per Prop. xxxii.) Lunæ Semidiameter apparens, &

(per

(per Schol. Prop. xxxiii.) apparens Semidiameter Umbræ Telluris, qua Luna hanc transit; & igitur poterit Semidiametrorum Umbræ & Lunæ summa vel differentia cum arcu OL supra invento comparari, & inde iudicium ferri de Eclipsis Lunaribus specie, secundum superius demonstrata.

Tab. XXX.
Fig. 3.

Communiter per Umbram Telluris non nisi totalis Umbra intelligitur; hæc enim sola omne Lumen Lunare tollit, quippe ad quam nulli radii Solares pertingunt: neque Lunam deficere dicimus nos Terricolæ, nisi istud accadat. Luna autem revera deficere incipit quamprimum Telluris Penumbram ingreditur, quippe quæ minus in hoc casu illustratur, opacâ Terrâ quosdam Solis radios ab illa arcente. Sed & ipsius Penumbræ Terrestris effectus in Lunam nobis Terricolis manifesti sunt: inde enim fit quod Luna jamjam defectura prius hebetetur & paleat, præsertim in parte qua vicina est Umbræ. Nam (ut Prop. xviii. Lib. I. explicatum est) priusquam totus Sol tegatur alicui parti Lunæ, hoc est, priusquam Luna totalem Umbram attingat, pars Solis ab ipsa per Terram intercipitur, & Solis pars major ab ejus Limbo Umbræ totali propior: totus autem Sol clarius Lunam illustrat quam pars, & pars major clarius quam minor. Si igitur de hujusmodi Eclipsi Lunæ sermo fit, loco Umbræ totalis Terræ (de qua sola superius dictum) sumenda est Penumbra, cujus Semidiameter per Schol. Prop. xxxiv. innotescet.

COROLLARIUM.

Hinc *Termini* qui vocantur *Ecliptici* pro Luna definiuntur. Si enim OL minor sit quam summa Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, aliqualis saltem erit Eclipsis. In triangulo igitur $\triangle LO$ datis præter rectum ad L angulo $\angle LO$ & latere OL , dictæ Semidiametrorum summa æquali, invenietur latus LO , distantia nempe Lu-
næ

Fig. 3.

Tab. XXX *Fig. 3.* na à Nodo in Ecliptica computata ; quâ obtinente ; tempore Plenilunii veri, Luna illibato lumine Umbram præteribit : si vero dicto Plenilunii momento, Lunæ distantia à Nodo minor sit quam supra inventus $\mathcal{N}$ o arcus ; Luna Eclipsin patietur aliqualem : Ob parvitatem vero anguli ad $\mathcal{N}$ & laterum trianguli $\mathcal{N}$ o p, o p parvo admodum intervallo differt ab o l ; & igitur Termini Ecliptici ii tuto constituentur, quando Tempore Plenilunii veri Lunæ Latitudo est æqualis summæ Semi-diametrorum Lunæ & Umbræ.

L E M M A.

Fig. 4. *Datis in superficie sphaerae arcibus BC, DE circularum maximorum, qui in datis angulis insistant super ABD circumulum etiam maximum, una cum arcu BD, invenire angulum A, quem circulus maximus per C & E traductus comprehendit cum BD.*

DUcantur circuli maximi BE, CD. In triangulo CBD datis lateribus CB, BD cum angulo interjecto CBD, dantur latus CD angulusque CDB: Sed datur angulus BDE; ergo & CDE notus erit. In triangulo porro CDE datis lateribus CD, DE cum angulo CDE, innotescet & CED angulus. In triangulo tandem ADE datis angulis ADE, AED cum latere DE, invenietur angulus A.

P R O P O S I T I O XXXVI.

Datis Inclinatione Orbitæ Lunaræ ad Eclipticam & Motu horario Solis & Lune, invenire Inclinationem Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam, vel ad Latitudinis circumulum, data Luna distantia à Nodo competentem.

IN præcedentibus ostensum est quomodo Viæ Lunæ absolutæ, sive Orbitæ, Inclinatione ad Eclipticam ad datum

tum Tempus reperiatur. Verum in Luminarium Defectibus supputandis scire oportet Viam quam tenet Luna à Sole eive opposito puncto, quomodo nempe hæc ad Eclipticam inclinatur; & Lunæ Motus consideratur qui à Sole fit, quasi Sol ipse immotus consisteret, aut potius quasi Sol post aliquem motum in pristinum locum retraheretur, unaque Luna tantundem, per rectas parallelas. In hoc casu patet Viam, quam Luna à Sole in sensu jam explicato ingreditur, aliam esse à Via Lunæ absoluta, aliterque ad Eclipticam inclinari.

Ad hanc Inclinationem exquirendam referat s c Eclipticam, L B Viam Lunæ absolutam, $\odot$ Nodum. Sit s *Tab. xxx. Fig. 5.* Sol aliudve quodvis Eclipticæ punctum, datam habens à Sole distantiam; L Locus Lunæ, cujus Latitudo L A. In temporis parte satis parva (Hora e. g. aut binis Horis) motus intelligatur Sol ab s ad σ , & Luna ab L ad λ . Retrahi jam supponatur Sol ab σ ad s, simulque tantundem Luna, nempe ab λ ad l per rectam λl parallelam & æqualem σs ; junctus intelligatur arcus L l, qui erit Via quam Luna à Sole mota percurrit, licet ejus Via absoluta sit circulus L B. Ad determinandam Viam hanc L l, dantur L A Latitudo puncti L in vera Lunæ Via dati, & l a Latitudo puncti l eadem cum λa Latitudine puncti λ in vera absolutaque Lunari Via L B etiam dati, cum detur ejus distantia λL à dato L, Via nempe Lunæ dato tempore percurfa: datur etiam A a differentia Longitudinum, nempe excessus datæ A a supra a a vel s σ ; dabunturque proinde (per præc. Lem.) angulus inter L l Viam Lunæ à Sole & Eclipticam, & angulus L l a inter dictam Viam & Latitudinis circulum a l comprehensus. Q. E. F.

COROLLARIUM.

Quo minor est Motus Lunæ à Sole, eo (ceteris paribus) angulus inter Eclipticam & l L major est; nam, *Fig. 5.*
Gregori Astr. Tom. II. N λl eâ-

Tab. XXX. λ l eâdem manente, patet quo L λ fuerit minor angulum λ L l esse majorem: Et quo punctum L est Nodo propius, eo (ceteris paribus) major erit angulus inter l L & Eclipticam; nam quo L est propius ad $\mathcal{N}$, λ L portio minima, considerata tanquam recta, majorem angulum cum $\mathcal{N}$ c comprehendit, & igitur à fortiori l L : Sed & angulus l λ L etiam major est, quia λ l est ubique ad $\mathcal{N}$ c parrallela.

SCHOLIUM.

Artifices Tabulas condunt angulorum horum, quos Via Lunæ à Sole cum Ecliptica comprehendit, pro vario tum Lunæ à Sole Motu horario, tum Lunæ à Nodo distantia, ut Lunæ per Telluris Umbram, Umbræ Lunarise per Telluris discum, Via prompte & facile determinetur. Tabulas hasce supputant ad singula gradûs scrupula prima excessûs Lunarise Motûs supra Solarem in Horæ spatio: Sed cum in Eclipsibus præcipue inserviant, harum Tabulæ ad distantiam à Nodo tantum producuntur, in qua Luna versans in Umbram Terræ incurrere potest, aut Umbram suam in aliquam Telluris partem projicere.

PROPOSITIO XXXVII.

Mediæ Eclipsis Lunarise dato Mense contingentis Tempus determinare.

Fig. 6. **R** eferat ut prius $\mathcal{N}$ k Eclipticam; $\mathcal{N}$ e Viam Lunæ à Sole per præc. inventam pro Eclipsi Mediâ, (si libet hanc habere, quasi obtineret toto Eclipsis tempore, quod tuto fati fit; alias licebit exaciùs procedere Viam hanc Lunæ à Sole sapiùs quarendo;) $\mathcal{N}$ d r c g Umbræ Telluris sectionem circularem à Coelo Lunari factam, in quam Luna deficiens incurrat, cujus centrum sive potius polus o. Eodem

Eodem polo describatur alter circulus $A F B$ umbroso circulo exterior, ita ut distantia $A C$ inter horum circumferentias æquetur Semidiametro Lunæ apparenti. Circuli hi occurrant Viæ Lunari in M, N, A, B . Si $\odot E$ non secat circulum $A F B$, nulla erit Eclipsis per præc. Ducti intelligantur arcus circulorum maximorum $O A, O B$ circulo $D C G$ in c & d occurrentes; item circulus Latitudinis $O P$ Viæ Lunæ in P occurrens, ut prius. Si per O ducatur $O R F$ arcus circuli maximi perpendicularis ad circulum $\odot E$, illi in L occurrens; erunt (ex *Element. Sphæric.*) arcus $L B, L A$, item $L M, L N$ æquales. Adeoque Luna (quam Eclipsis tempore æquabiliter moveri supponimus) tantum temporis insumit pergendo ab A ad L quantum ab L ad B . Centris sive polis A, B , distantis $A C, A D$ descripti intelligantur circuli, qui Lunam rite referent (cum $A C$ sit ad $O C$ ut Semidiameter Lunæ ad Semidiametrum Umbræ) contingentque circulum $D C G$, puta in c & d . Lunæ centro punctum A obtinente Eclipsis Lunæ incipit, (quippe Lunæ limbus Umbræ limbum in c attingit,) & centro hoc ad B progressu finitur Eclipsis ob eandem rationem; & igitur Eclipsis istius Medium incidit dum Lunæ centrum punctum L tenet, idem nempe proxime in quo versante centro Lunam omnium maxime in Umbram immergi Prop. præc. ostensum est. Similiterque ostendemus Tempus, quo Lunæ centrum punctum L attingit, in Eclipsibus totalibus esse medium Obscurationis totalis, quando integra Luna in Umbram immergitur; ut verbo dicam, esse medium transitus centri Lunæ ab N ad M , quia $N L$ æqualis $L M$. Nodi Locus & Limitum Inclinatio pro immutatis habentur, non solum propter parvitatem temporis quo Eclipsis durat, sed quod Nodis in Syzygiis cum Sole versantibus hæc vere immutata manent, per Propp. xiv & xv. Problema igitur huc redit, ut determinetur Temporis punctum cum Lunæ centrum in L reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. xxxi.) Tempus

Tab. XXX.
Fig. 6.

veræ Oppositionis, hoc est, tempus quando centrum Umbræ erit in o, & Luna in p; nisi hæc duo coincident, quod fit cum tempore veræ Oppositionis Sol Nodorum Lunarium alterutrum tenet, quo casu OL, PL & OP evanescent: In præc. autem inventa est per resolutionem triangulorum $\triangle O P$, $\triangle O L P$, magnitudo arcus LP. Inveniendum igitur est tempus requisitum ut Luna percurrat PL, & quidem non PL simpliciter, sed PL ultra Solis Motum in Ecliptica; (nam interea dum Luna transit à vera Oppositione ad punctum suæ Orbitæ centro Umbræ proximum, vel ab hoc ad illam, Sol eique proinde Oppositum punctum, Umbræ centrum, in Ecliptica procedit;) quod fit inveniundo Motus horarios Solis & Lunæ tempori Eclipsis congruos, & inde horum differentiam, Lunæ à Sole Motum horarium tempori Eclipsis competentem, ut in Prop. xxxi; unde per analogiam inveniatur tempus requisitum ut Luna à Sole moveatur per arcum cognitum LP. Ex figurarum respectivis casibus adaptatarum inspectione patet tempus, quo Lunæ centrum est in l puncto Umbræ centro proximo, præcedere Tempus Oppositionis veræ celebrandæ cum Luna ad p pervenerit, in casu præsentis; hoc est, cum Luna mox superavit Nodum ascendentem, quod obtinet etiam cum mox superavit Nodum descendentem: Sed cum Luna nondum assecuta est Nodos, Tempus mediæ Eclipsis posterius esse Tempore Oppositionis veræ; unde constat quando Tempus inter veram Oppositionem mediamque Eclipsin Tempori Oppositionis addendum sit quando subducendum, ut conficiatur Tempus mediæ Eclipsis.

Artifices vulgo Tabulas condunt Temporis, quo LP arcus percurritur, addendi aut subtrahendi à Tempore Syzygiæ veræ, ut fiat Tempus Eclipsis mediæ aut Obscurationis maximæ. Tempus hoc varium est pro varia Motûs Lunæ à Sole velocitate & varia distantia à Nodo. Tabulas hæc, ut prius illas de quibus Schol. Prop.

xxxvi,

xxxvi, ad singulos gradus Terminorum Eclipticorum producant.

PROPOSITIO XXXVIII.

Tempus Initii & Finis Eclipsis Lunæ dato Mense contingentis, item Immerſionis totalis Lunæ in Umbram determinare; indeque Durationem tam integræ Eclipsis quam totalium Tenebrarum deſignare.

Idem poſitis quæ in præcedente, niſi quod in ſchemate Tab. XXX.
Fig 7. & 8.
1. Luna deſiciens verſus Nodum deſcendentem vergere ponatur, patet Eclipſin incipere cum centrum Lunæ eſt in A, Lunæ limbo Umbræ limbum ad c (per Prop. IV. Lib. II. Theod.) contingente. In triangulo igitur ALO rectangulo ad L dantur præter rectum hypothenuſa OA, ſumma nempe Semidiametrorum Umbræ & Lunæ, & OL diſtantiâ minima centri Umbræ à centro Lunæ Prop. xxxv. inventa; inveniatur igitur arcus AL, adeoque Tempus requiſitum ut Luna hunc (exceſſu motûs ſui ſupra Solis motum) percurrat; hoc eſt, Semiduratio integræ Eclipsis. Sed ex præc. notum eſt Tempus mediæ Eclipsis; innotefcent igitur ejus Initium & Finis.

Ad determinandum Initium totalis Immerſionis Lunæ in Umbram Terræ, reliquis manentibus ut ſupra, ſit in ſchemate 2, ubi Deſectus Lunæ incidit dum Luna ad Nodum aſcendentem appropinquat, circulus AFB circulo umbroſo CDG interior; circulus centro A, diſtantiâ AC deſcriptus (per Prop. III. Lib. II. Theod.) tanget CGD interius, adeoque rite Lunam repræſentabit in propria Via Eꝰ progredientem, cum primum tota in Umbram GCD immergitur. Ad inveniendum Temporis punctum quando centrum Lunæ tenet A, in triangulo rectangulo ALO dantur latera OL (per Prop. xxxv.) & OA, quod per conſtructionem æquale eſt differentiæ Semidiametrorum Umbræ & Lunæ; innotefcet igitur AL ar-

cus Viæ Lunaræ percurrendus motu Lunæ supra motum Solis, ex quo Luna tota in Umbram immergitur ad usque Eclipsis medium. Ex cognito igitur ad Eclipsis tempus motu Lunæ à Sole tempori certo (v.g. Horæ) competenti, cognoscetur tempus infumendum ut Luna (excessu motûs sui supra motum Solis) arcum AL percurrat; hoc est, Semiduratio totalium Tenebrarum. Sed per præcedentem notum est mediæ Eclipsis momentum, unde Initium & Finis totalis Immerfionis Lunæ in Umbram Terræ innotescunt. Q. E. F.

S C H O L I U M.

In resolutione trigonometrica triangulorum OLP , ALO , $BL O$, ut & figurarum $L \lambda$, $AL \lambda$, in Prop. præc. poterunt illa pro rectilineis haberi (quod & communiter fit) ob parvitatem laterum: tantilla enim superficiæ sphaericæ portio tuto potest censerî plana.

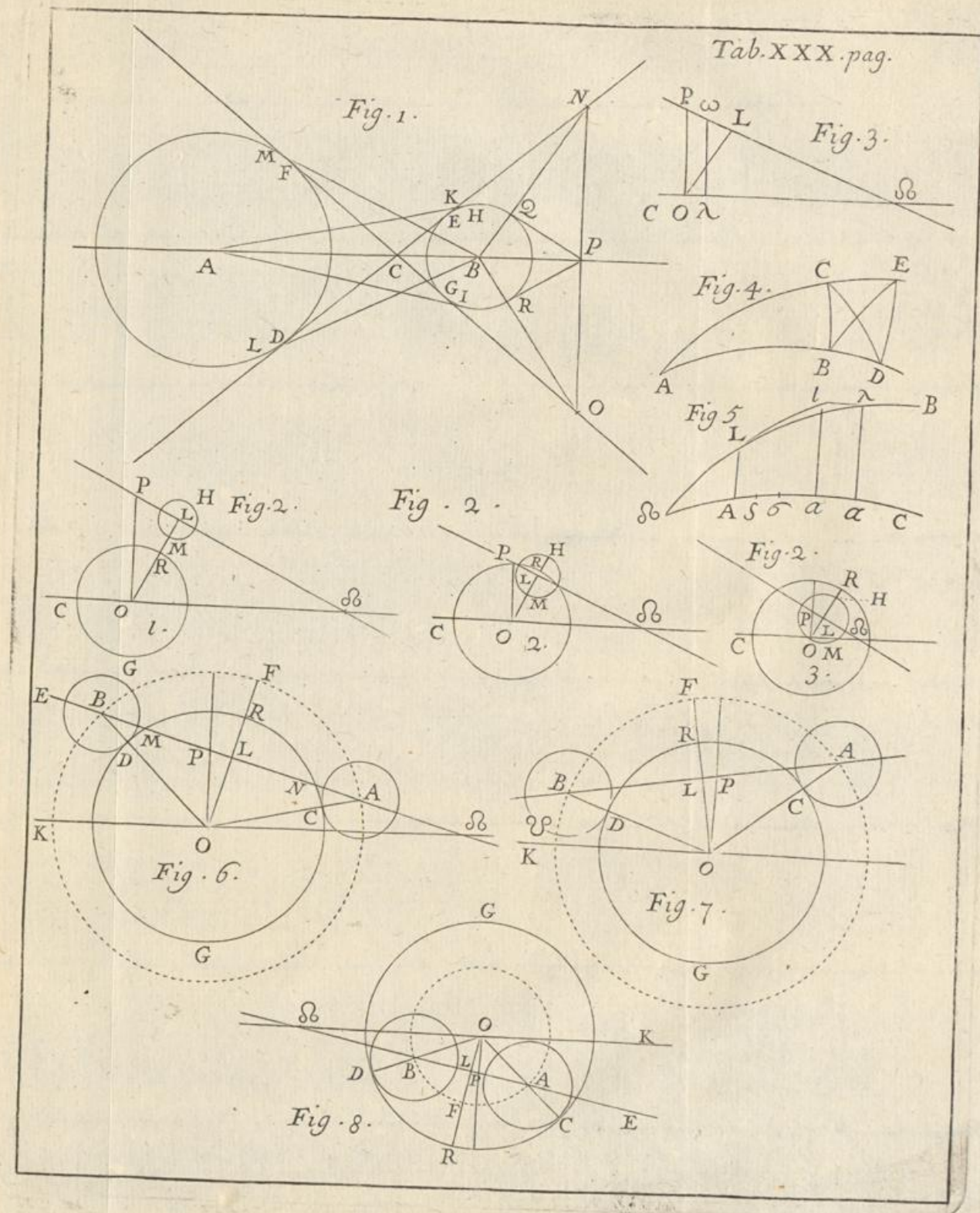
P R O P O S I T I O XXXIX.

Quantitatem Eclipsis dato Mense contingentis, tam in ejus medio, quam alio quovis dato Tempore definire.

Tab. XXXI.
Fig. 1. & 2.

Iisdem positis, in annexo schemate Defectum Lunæ referente contingentem paulo post superatum Nodum descendentem, inveniendâ est Quantitas Eclipsis mediæ partialis. Lunæ Discus Defectu medio centro L (jam sæpius determinato) descriptus secet OR rectam in M . Cum igitur detur (in partibus circuli maximi in Sphæra Cœlesti) OR Semidiameter Umbræ, & Prop. xxxv. inventus sit OL arcus, distantia minima centri Lunæ à centro Umbræ in partibus iisdem; dabitur (per 4. *Dat.*) horum arcuum differentia LR : Sed datur LM Lunæ Semidiameter; unde (per 3. *Dat.*) MR horum summa data est in iisdem; ejusque ideo (per 1. *Dat.*) ratio ad integram Lunæ Diametrum MH , in partibus circuli

Tab. XXX. pag.



culi itidem notam, etiam data est: & MR est pars Diametri Lunarisi Eclipsi mediâ obscurata; datur igitur ratio Tab. XXXI.
Fig. 1. & 2. Diametri partis obscuratæ ad integram; ergo & numerus Unciarum Unciæque partium Diametri obscuratæ.

Non absimiliter Eclipsis Quantitas ad datum Tempus ante vel post Plenilunium verum visâ invenietur. Ex invento per methodum supra indicatam motu Lunæ à Sole horario, determinabitur arcus quo Luna distat à puncto P , ubi Plenilunium verum celebratur: Sit hic PS ; ideoque centri Lunæ Locus ad Tempus datum est S . Jungatur arcus OS Lunæ Disco in M & H , circuloque ODG in R occurrens. In triangulo UOP dantur præter rectum ad O latus UO angulusque OPU ; unde invenientur latus OP (jam supra definitum) & angulus OPU . In triangulo rursus OPS dantur duo latera PO , PS & angulus interjectus OPS ; unde dabitur etiam OS arcus, & proinde hujus notique arcus SM differentia OM : Sed datur OR , & proinde ipsarum OR , OM differentia MR data est; omnes nempe in partibus circuli, ut supra: adeoque, ut in casu priori, Quantitas Eclipsis in Unciis Diametri & Unciæ partibus expressa.

Si MR excedat Diametrum Lunæ integram (quem casum schema annexum refert) Eclipsis dicitur tot Digitorum quot Diametri Lunæ Uncias MR continet; abusive quidem & improprie, cum proprie loquendo Luna deficere nequeat pluribus Digitis quam ipsa habet in sua Diametro; MR autem constat ex Lunæ Semidiametro MS & SR distantia minima Centri S ab Umbrae margine ODG , quæ (per *Elem. Spheric.*) circuli maximi centra O & S conjungentis arcus est. Fig. 2.

COROLLARIUM I.

Hinc facile determinabuntur Telluris Loca, ex quibus Eclipsis Lunarisi data Phasis spectari potest. Cum enim ad istam Phasim deficientis Lunæ locus ex Prop. hac detur

tur, & hora in dato Loco Telluris; dabitur (per Coroll. xxxvi. Lib. II.) Locus Terræ, cui Luna tum est in vertice. Omniaque Loca, quæ hinc absunt minus quadrante circuli, hanc videbunt; quæ magis, non videbunt; quæ ipso quadrante, in Horizonte videbunt.

COROLLARIUM 2.

Ex tribus ultimis Propositionibus Schema Eclipsis Lunaræ in plano graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli Lunaræ pars, quam Umbra (vel etiam Penumbra) Terræ una cum Luna ad Eclipsis Initium illam tangente occupat, pro plano tuto possit haberi: Ductis rectis, se decussantibus in angulo æquali illi quem Via Lunæ cum Ecliptica comprehendit, Circulos istos, earumque concursu Nodum proximum referentibus; sumatur in recta Eclipticam referente punctum à communi rectarum concursu distans tot partibus æqualibus quibusvis quot partibus circuli (v. g. scrupulis) Centrum Umbræ sive punctum Soli oppositum distat à Nodo; centro hoc describatur Circulus Terræ Umbram referens, hujus Semidiameter tot prius assumptarum æqualium partium faciendo quot scrupulorum in Cœlo Umbræ Semidiameter revera occupat; ex hoc centro ducendo rectas tam ad Eclipticam quam ad Viam Lunarem normales, signabuntur in Via Lunari puncta veri Plenilunii mediæque Eclipsis. Quod si eodem centro, extra intraque circulum hunc umbrosam, alii duo ducantur à priori distantes spatio tot prius assumptarum æqualium partium, quot prædictorum scrupulorum Lunæ Semidiameter apparens constat; horum circulorum intersectiones cum recta Viam Lunæ referente ostendent in Schemate puncta, in quibus Lunæ centrum versatur ad Initium & Finem Eclipsis totalisque Obscurationis. Cum porro Motus horarius Lunæ à Sole & Horarum in dato Loco numerus tempore veri Plenilunii, ut & incipientis, mediæ & finientis Eclipsis,

ex

ex præcedentibus dentur ; recta Lunarem Viam repræsentans dividetur in partes æquales, quæ numeris insigni-entur Horas denotantibus, in data habitatione numeratas, quibus Luna puncta Coeli homologa tenet. Et Lunæ deficientis Phasis, quolibet tempore contingens, oculo commodissime subjicietur, si puncto in Via Lunari, numero Temporis dati insignito, tanquam centro & intervallo Semidiametrum Lunæ apparentem referente describatur circulus : hic, quâ parte intra circulum Umbram referentem cadit, representabit Lunæ partem deficientem ; quâ vero extra illum prominet (si modo prominet) partem illustratam ostendet : adeoque Digiti Ecliptici per se patent, ut & ratio inter integrum Lunæ Discum & partem ejus lucidam (si qua est) nempe differentiam inter duo segmenta datorum circulorum, quæ ex circuli dimensione innotescit.

SECTIO VIII.

DE ECLIPSI SOLIS.

HActenus de Lunari Eclipsi dictum : Supereſt ut de Solari etiam agamus. Ac prius quidem hanc universaliter tractabimus, Umbramque Lunarem in Terram incidentem considerabimus, quomodo vere proprieque Eclipsis Terræ dicenda eſſet : Nam in hac Terra eandem vices gerit quas Luna in supra descripta Eclipsi Lunari, Lunaque eandem hic quas illic Terra. Deinde Phænomenon hocce Eclipsis Terræ considerabimus, quatenus Telluris incolæ in Lunari Umbra immerſo, Cœlumque ſuſpicienti, Luna aliquam Solis partem tegit, & quâ Sol ideo deficere videtur ; unde Phænomeno huic Solis Defectûs nomen eſt inditum.

PROPOSITIO XL. LEMMA.

Si Distantia apparens inter Solem & Lunam ex centro Terræ visa sit æqualis Parallaxi Lunæ horizontali; hæc, aucta Parallaxi Solis horizontali, æquat Distantiam inter Terræ centrum centrumque Umbrae Lunaræ in Terræ Discum excepta, visam ex puncto ubi recta Solis & Terræ centra conjungens Luna Cælo occurrit: & proportionaliter si Distantia Solis & Lunæ major sit vel minor.

Tab. XXXI,
Fig. 3.

SIt Terræ centrum T , Solis s , ts recta conjungens centra Solis & Terræ, normalis ad Discum Terræ DT , Cælo Lunæ in m occurrens. Sit $\odot L$ Orbita Lunæ, in qua L Luna; $\odot M$ Ecliptica; LM Distantia ex T apparens inter Solem & Lunam, Lunæ Parallaxi horizontali æqualis. Juncta sL producatuꝛ donec Terræ Disco DT occurrat in v , ubi centrum Umbrae Lunaræ in Discum Terræ exceptæ versatur. Dico angulum TMV æqualem esse sTL Distantiæ apparenti Solis & Lunæ & Parallaxi Solis horizontali simul. Ducatur LR parallela MT , & jungatur MR . Quoniam angulus TMV æqualis est angulis LMR & RMV simul sumptis, angulus autem LMR (per *Prop. XXIX. El. I.*) æqualis LRM , hoc est (ob viciniam punctorum R & T) LTM , & RMV (ob eandem rationem) ipsi RLV , five (per *Prop. XXIX. El. I.*) LSM æqualis; erit TMV æqualis angulis LTM & LSM simul sumptis. Porro, quia angulus LTM supponitur Parallaxi Lunæ horizontali æqualis, & L Luna; erit Distantia punctorum L & m Semidiametro Terræ æqualis; (Parallaxis enim Lunæ horizontalis est angulus in quo Terræ Semidiameter videtur ad distantiam æqualem distantia Terræ & Lunæ:) adeoque LSM angulus est proxime horizontalis Solis Parallaxis, (angulus nimirum

tum in quo apparet Terræ Semidiameter ad distantiam Solis & Terræ, hoc est, fere ad distantiam Solis & Lunæ,) & angulus $LT M$ est Solis & Lunæ Distantia ex centro Terræ visa. Et igitur angulus $T M V$ æquatur Distantiæ Solis & Lunæ ex Terræ centro visæ & Solis Parallaxi horizontali simul sumptis.

Eodemque modo si arcus LM sit semissis, sesquialter aut duplus Parallaxis Lunæ horizontalis; erit angulus $T M V$ æqualis $LT M$ & semissi, sesquiplæ aut duplæ Parallaxi Solis horizontali. Q. E. D.

PROPOSITIO XLI.

Num dati Mensis Novilunium futurum sit Eclipticum, hoc est, num in qualibet Terræ parte Sol partialiter aut totaliter deficere videbitur, determinare; & si futura est Eclipsis, ejus Speciem definire.

REferat DCG Tellurem, in qua Poli revolutionis diurnæ sunt p punctumque huic oppositum latens. Hemisphærium in Schemate conspicuum idem sit cum illo à Sole illustrato; adeoque DCG circulus, cujus centrum T , Hemisphærium illuminatum ab obscuro determinans, cujus planum est Terræ Discus. In planum Disci Telluris DCG excepta intelligatur Umbra Lunæ à Sole facta: erit hæc sic excepta formâ circulari, puta HM , cujus centrum V ; quia conus penumbrosus est rectus, ejusque axis ad planum Disci perpendicularis fere: nam de casu quo V à T non multum distat nos tantum loquimur, cum in hoc solo Lunæ Umbra Terram attingere possit; hoc est, Solis aliqualis Eclipsis fieri. In hujus centro circellus est totaliter umbrosus, si Lunæ Umbra totalis hucusque porrigitur: reliqua circumcirca corona est pene umbrosa, cujus partes circello prædicto propiores obscuriores sunt, per Prop. xxxiv. Patet quod, si Penumbra Tellurem non tangat, nulla futura

Tab. XXXI.
Fig. 3.

Fig. 4.

Tab. XXXI.
Fig. 4.

est Eclipsis per universam Terram : Sin aliqua Telluris pars Penumbrae immergatur , ea aliqualem (proprie loquendo sicut prius de Luna) patietur Eclipsin ; sive tractus istius incolis Sol ob interpositam Lunam deficere videbitur. Patet autem Umbra in Terram incurrere , si circulus HM circulum DCG secet ; alias non incurrere , cum circulus DCG sit Telluris maximus.

Ut autem dignoscatur an in dati Mensis Novilunio circulus HM circulum DCG secet , concipiatur Telluris Hemisphaerium à Sole illustratum & circulum penumbrosus desuper spectari ab Oculo , in rectae Solis & Terrae centra conjungentis puncto , ubi Coelum Lunae interfecat , constituto ; quo casu Hemisphaerium istud , licet convexum , quasi Disci planum videbitur , sicut nobis Lunam intuentibus accidit ; distantiam Oculi abstractionem à convexitate naturaliter causante. Eclipticā , hanc ratione , tanquam recta videbitur , v. g. NTK , cum Oculus in ejus plano reperiatur : Et quia Oculus à plano Orbis Lunaris proxime abest , Orbita Lunaris in Discum excepta , sive potius Via centri circuli umbrosi , id est , linea quam hoc in plano Disci Telluris describit , erit etiam recta , puta NL . Ex Terrae centro T ducatur TV in NL normalis ; erit V punctum omnium in NL punctorum centro Terrae proximum. Adeoque si penumbrosus circulus HM Telluris Discum DCG omnino attingat , hunc attinget cum ejus centrum est in V : in quovis enim alio puncto circuli hi magis inter se distant. Et ob eandem rationem , si HM in DCG incurrat , maxime incurrit cum penumbrosi circuli centrum ad V pervenerit. Patet vero circulum HM circulum DCG non attingere , si centro ipsius HM ad V pervento VT excedat TR & VM simul sumptas : Sed (per Prop. praec.) TV Oculo ut supra constituto apparet in angulo aequali Distantiae Solis & Lunae ex Terrae centro apparenti , auctae angulo qui est ad Parallaxin Solis horizontalem ut dicta Luminarium Distantia ad Lunae Paral-

Parallaxin horizontalem ; & TR eidem oculo apparet sub angulo æquali Parallaxi Lunæ horizontali ; & VM (per Schol. Prop. xxxiv.) ab eodem videtur in angulo æquali aggregato Semidiametrorum Solis & Lunæ ex Terræ centro apparentium : Si igitur circuli penumbrosi centro ad v pervento Distantia Luminarium ex Terræ centro visa, aucta angulo qui est ad horizontalem Solis Parallaxin ut dicta Luminarium Distantia ad Lunæ horizontalem Parallaxin, major fuerit quam aggregatum Parallaxis Lunæ horizontalis & Semidiametrorum Luminarium ; patet nullam in quavis Terræ parte futuram Solis Eclipsin. Cumque in Noviluniis, in quibus Eclipsis subest suspicio, sive in quibus HM tangit DCG , Distantia Luminarium visa sesquialtera est Parallaxis Lunæ horizontalis, (nempe TV sesquialtera TR ,) cum VM aggregatum Semidiametrorum apparentium Luminarium mediocrium subdupla quasi sit TR mediocris Parallaxis Lunæ horizontalis ; nullus erit in tota Terra Solis Defectus, si circuli HM centro ad v pervento Distantia Luminarium ex Terræ centro visa, aucta sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis, excedat summam Semidiametrorum Solis & Lunæ, & Parallaxis Lunæ horizontalis ; hoc est, si Luminarium Distantia ex Terræ centro visa excedat summam Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis, minutam sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis.

At si ista Distantia huic summæ æqualis fuerit, Penumbra Terram stringit, in illam tamen non incurret, nec Sol deficere Terricolæ videbitur.

Si vero illa hâc sit minor, hoc est, si Penumbra centro in v versante, Luminarium Distantia ex centro Terræ visa deficiat à summa Semidiametrorum eorundem & Parallaxis Lunæ horizontalis, multata sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis ; hoc est, si TV minor sit quam TR & VM simul, aut circulus HM circulum DCG interfecet, (puta in y & z ,) & interim ipse circellus

Tab. XXXI.

Fig. 4.

Fig. 5.

T. 6. XXXI.
Fig. 5.

totaliter umbrosus in centro circuli HM aut non omnino contingat, aut tantum contingat DCG circulum; Solis pars deficere videbitur illis, qui illuminatam Hemisphærii partem segmento $YRZM$ circulo utrique communi incumbentem incolunt.

Quoniam vero circelli hujusce plene umbrosi Semidiameter Oculo ut supra constituto apparet sub angulo æquali Semidiametro Lunæ ex Terræ centro apparenti, diminutæ Semidiametro apparenti Solis ex eodem, per Schol. Prop. XXXIII; patet hunc (licet in v positum) Discum CDG non attingere, si Distantia Luminarium ex centro Terræ visâ una cum Solis Parallaxi horizontali (τv enim in hoc casu non multum superat RT) excedat Parallaxin Lunæ horizontalem & excessum Semidiametri apparentis Lunæ supra Semidiametrum apparentem Solis, vel hisce sit æqualis; hoc est, si dicta Luminarium Distantia excedat Semidiametrum & Parallaxin horizontalem Lunæ, demptis Semidiametro & Parallaxi horizontali Solis, vel illis sit æqualis: At si illa ab his deficiat, tum ipsa totalis Umbra Terram delibabit, & totalem Solis Defectum efficiet incolis tractûs Terræ quem involvit; at sine notabili mora, quia circellus hic parvus admodum est, cum Lunæ Diameter apparens parum excedat Diametrum apparentem Solis, ideoque communiter pro centro Penumbræ habetur. Immo quandoque circellus hic vere nullus est, Solis Diametro Lunæ Diametrum apparentem superante. In utroque autem casu aliquis Terræ locus totalem (vel centralem; licet non totalem) Solis Eclipsin patitur, cum Penumbræ centro in minima à centro distantia versante, Distantia visâ Luminarium æquetur summæ Parallaxium horizontalium eorundem, aut ab illa deficiat.

Fig. 6. Penumbra autem Lunæ integra Terram obumbrat primum, cum τv Distantia minima centrorum Terræ circuli que Penumbrofi, hoc est (per Prop. præc.) Distantia minima Luminarium visâ minuta semisse Parallaxis Solis horizontalis, (nam vm est proxime æqualis semissi τR),
æqua

æqualis est differentia ipsarum TR , HV , sive excessui Parallaxis Lunæ horizontalis supra summam Semidiametrorum Luminarium. Quod si Distantia ista excessu hoc minor sit, Penumbra integra in Terram incidit, restatque circumcirca Telluris tractus ab omni Solis Defectu immunis.

Tab. XXXI.
Fig. 6.

Licet Lunæ Umbra Penumbrae in Disci planum excepta sit circulus, in superficie Telluris sphaerica (ubi revera excipitur) circumscribitur lineâ minime circulari, (nisi cum umbrosi conii axis per Telluris centrum extenditur,) immo non in eodem plano jacente; de cujusmodi Lineis opusculum Anno 1663. edidit *P. Courcier*, quod & de Umbra Telluris in superficiem Lunæ sphaericam excepta similiter verum est. Verum in Eclipsi Lunæ tractanda non opus erat hujus meminisse, quia ejus sphaerica superficies Observatori Terricolæ in ipsum Discum planum abit. At in Tellure domicilio nostro res aliter se habet: Spectatores enim in Tellure omnes, eodem temporis puncto ejusdem magnitudinis Solis Eclipsin passi, in hujusmodi Linea jacent. Verum ejus determinatio non est hujus loci, nec ad Astronomiam proprie pertinet.

Distantia vero proxima inter Luminarium centra prope Novilunium ex Terræ centro visa investiganda est eodem prorsus modo, quo distantia proxima inter Lunæ Umbraeque Terrestris centra prope Plenilunium Prop. xxxv. inventa est; nempe (per Prop. xxxi.) inveniundo Conjunctionis veræ dato Mense contingentis Tempus, quando sc. Luna reperitur in N Sole in s versante, posito sN Latitudinis circulo, & ad idem Tempus quærendo loca Nodorum Lunæ, quorum ipsi s proximus sit Ω , ut & Inclinationem Orbitæ Lunaræ ad Eclipticam: quo pacto in triangulo sphaerico $\Omega s N$ rectangulo ad s dantur Ωs Distantia Nodi & Solis, & angulus Ω Inclinatione Lunaræ Orbitæ ad Eclipticam; unde invenientur latus sN angulusque N . Rursus, in triangulo sLN (quod prop-

Fig. 7.

Tab. XXXI.

Fig. 7.

propter parvitatem pro rectilineo potest haberi) præter rectum ad L (nam SL ex constructione normalis est in Orbitam Lunarem, adeoque distantia proxima Luminarium, cum nempe Luna in L versatur) dantur modo inventa latus SN & angulus N ; unde SL distantia Luminarium minima cruetur, & etiam latus NL usui postea futurum: Promptissime autem invenitur arcus SL ex Tabulis Latitudinis Lunæ, capiendo illum æqualem Latitudini Lunæ cum Latitudinis argumentum æquale est arcui ΩS distantiae Solis à Nodo, cujus rationem ostendimus Prop. xxxv. in casu consimili.

COROLLARIUM.

Fig. 6. &
duæ præce-
dentes.

Hinc Termini definientur pro Solis Eclipsibus omnimodis per totam Terram contingentibus. Si enim TV minor sit summâ Semidiametrorum Disci Terræ Penumbræque Lunæ, partialis saltem erit Eclipsis in aliqua Telluris parte. Quod si TV minor sit quam TR Semidiameter Disci, totalis erit alicubi Solis Defectus; saltem centralis. In triangulo igitur rectilineo in Terræ Disco descripto ΩVT datis præter rectum ad V angulo V ΩT & latere VT , dictæ Semidiametrorum summæ æquali, invenietur latus ΩV , Distantia nempe centri Penumbræ Lunaris à Nodo proximo ipsiusve Lunæ à Nodo opposito, quâ obtinente Tempore Novilunii veri Lunæ Penumbra Terram pertransibit, illam minime attingens: Si vero dicto Novilunii momento Lunæ distantia à Nodo proximo minor sit quam supra inventus arcus ΩV , Lunæ Penumbra Terræ tractum aliquem involvet, & Sol Eclipsin pati aliqualem videbitur istius tractûs incolis. Similiter definientur Termini pro centrali Solis Eclipsi alicubi in Terra contingente, loco summæ Semidiametrorum Disci & Penumbræ ipsam Disci Semidiametrum sumendo, ut supra est ostensum. Ob parvitatem vero anguli ad Ω laterumque trianguli VNT , TN parvo admo-

admodum discrimine differt à τv : unde ii erunt quamproxime Termini pro Eclipsi Solis vel omnimoda vel totali alicubi contingente ; distantia nempe Lunæ à Nodo proximo , quando Tempore Novilunii veri Lunæ Latitudo æqualis est vel summæ Semidiametrorum Luminarium & Parallaxis Lunæ horizontalis minutæ sesquiplo Parallaxis Solis horizontalis , vel differentia Parallaxium horizontalium Lunæ & Solis.

PROPOSITIO XLII.

Tempus Initii , Medii & Finis tam omnimodæ Eclipsationis à Penumbra Lunæ , quam Eclipsis Solis totalis in omni Telluris globo dato Mense contingentiis , indeque harum Durationem integram definire.

SIT DCG Discus Terræ centro τ descriptus , visus ex puncto rectæ Solis & Terræ centra conjungentis , ubi hæc Cœlo Lunæ occurrit. Plani Eclipticæ hujusque Disci communis intersectio , sive Ecliptica in plano Disci visa , sit $\Omega \kappa$ recta ; & τn huic perpendicularis erit communis sectio planorum circuli Latitudinis & Disci Terræ , in qua sit n punctum , ubi Lunæ Orbitæ planique Disci communis intersectio , sive Orbita Lunæ in planum Disci projecta , dictum Latitudinis circulum interfecat. Cum oculum , Eclipsin hanc Terræ videntem , collocatum supponamus in recta Solis Terræque centra jungente ; patet hunc una cum Sole motum iri , adeoque visurum centrum Penumbrae Lunaris describens in Disco Terræ Viam istam à Sole , de qua fuse actum est Prop. xxxvi. Ducta igitur concipiatur per n recta $ln\Omega$ faciens cum τn angulos hinc inde æquales illis , quos Via Lunæ à Sole cum Latitudinis circulo efficit tempore Novilunii veri ; atque Via hæc Lunæ à Sole , ad Novilunium sive mediam Eclipsin definita , manere supponatur per integram Eclipsin ; quod proxime quidem fit : at si exactius procedere libeat , illam in aliis Lunæ à Nodo distantibus

Tab XXXI.
Fig. 8.

Tab. XXXI.
Fig. 8.

tantiis de novo licebit ducere. Ex τ ducatur τv ad l $\mathcal{N}$ normalis; eritque v punctum ad quod cum centrum Penumbrae Lunarise pervenerit, illud omnium minime abest à Disci centro τ , omniumque maxime in Terram incurrit; ut Prop. præc. ostensum est. Porro (ex Prop. III. El. III.) v est etiam punctum medium portionis rectæ $\mathcal{N} l$, quæ in circulo DCG aut alio quovis huic concentrico jacet; adeoque tale est ut Penumbrae centrum in illo reperiat in media Eclipsatione Terræ omnimoda, quæ durat dum Penumbrae centrum percurrit rectam AB , posito TA excedere TR excessu AC Semidiametro circuli penumbrosi æquali; item tale ut Penumbrae centrum in illo reperiat in medio tempore, quo ipsum Penumbrae centrum rectam EF peragrans Eclipsin Solis totalem & centralem in aliqua Telluris parte producit. Problema igitur huc redit, ut determinetur punctum temporis cum Penumbrae centrum in v reperitur. Ad quod faciendum inveniatur (per Prop. XXXI.) Tempus veræ Conjunctionis, quæ in N celebratur; cumque in triangulo $\tau v N$ præter rectum ad v detur latus τN , & (per Prop. XXXVI.) angulus $\tau N v$, inveniatur $N v$ in iisdem partibus in quibus τN aut TR datur; hoc est, notum fiet qualem angulum ad oculum $N v$ subtendat. Sed ex dato Solis & Lunæ Motu horario datur Lunæ Motus horarius à Sole, sive arcus quem Luna à Sole spatio Horæ percurrit, hoc est, tempus necessarium ut Luna à Sole per cognitum arcum moveatur; ideoque tempus innotescet quod requiritur ut Luna à Sole moveatur per arcum subtendentem angulum quem recta $N v$ subtendit, hoc est, ut Penumbrae Lunarise centrum rectam $N v$ in Terræ Disco percurrat; hoc est denique, tempus interjectum inter momentum Conjunctionis veræ momentumque Eclipsationis mediæ, respectu totius Telluris: adeoque dato illo inveniatur & hoc: Momentum enim mediæ Eclipsis Solaris respectu totius

totius Telluris (similiter atque mediæ Eclipsis Lunar) præcedit Conjunctionem veram cum Sol Lunaque mox
Tab. XXXI.
Fig. 8.
superarunt Nodorum alterutrum, illum vero sequitur cum Luminaria Nodos nondum sunt affecuta. Ad tempus istud promptius inveniendum inserviunt Tabulæ temporis inter veram Syzygiam maximamque centrorum Disci Umbræque approximationem interjecti, de quibus ad Prop. xxxvii. dictum est.

Invento autem tempore Eclipsis Mediæ, Initium ac Finis omnimodæ Eclipsationis, sive momenta quando Penumbra Lunæ Discum Terræ primo attingit & ultimo deserit, facile definiuntur. In triangulo enim rectangulo $TV A$ dantur latera TV , TA , illud prius inventum, hoc conflatum ex Semidiametris Disci & Penumbrae prius determinatis; dabiturque proinde AV , indeque ut prius, ex Motu horario Lunæ à Sole, invenietur tempus requisitum ut Penumbrae centrum hanc percurrat, hoc est, omnimodæ Eclipsationis dimidia Duratio; cumque detur momentum Mediæ, nota sunt Initium Finisque. Similiter invenietur Semi-mora totius Penumbrae intra Terræ Discum, si loco TA summæ Semidiametrorum Disci Penumbraeque sumatur harum differentia, prorsus similiter atque in Immersione totali Lunæ in Telluris Umbram in Eclipsis Lunæ totalibus.

Semi-mora vero centri Penumbrae intra Terræ Discum (sive totalis Umbræ, quæ, cum semper angusta, sæpe nulla sit, pro centro habetur) invenitur investigando EV ex datis TE , TV , tempusque requisitum ut Lunar is Umbræ centrum hanc percurrat, ut prius. Cum vero innotescant mediæ Eclipsis momentum & Semi-mora centri intra Discum, innotescit & tempus cum Umbra totalis Terram attingit deseritque; hoc est, cum Eclipsis Solis totalis Terricolæ primo ultimoque contingit.

Tab. XXXI.

Fig. 6.

Hinc triangulorum rectilineorum ATN , ETN , VTN , FTN & BTN dantur omnes anguli; & hinc etiam Schema Eclipsis Disci Terræ, qualis revera est hæc de qua agimus, in plano graphice describetur, ut factum est in Eclipsi Lunæ Coroll. 2. Prop. XXXIX: Figura enim præcedens est illud ipsum Schema quod quæritur; illa igitur rite protrahatur. Cumque notum sit quantas rectæ $\mathcal{N}l$ portiones Umbræ Lunaris centrum Horæ spatio peragret, & quænam in dato loco numeretur Hora, quando dictum centrum tenet N vel v vel aliud quodvis punctum in $\mathcal{N}l$ datum; patet quod si rectæ istius rite divisæ punctis adscribantur numeri, quibus Horæ in dato loco indicantur, perfectum esse Schema quæsitum pro dato loco.

PROPOSITIO XLIII.

Eclipsis Solaris Quantitatem respectu Spectatoris Terrestris intra circulum Penumbrosam, qui est sectio Penumbrae Lunaris per Discum Terræ, datum Locum occupantis determinare.

Fig. 9.

Si $EF G$ circulus determinans Terræ Hemisphærium à Sole illuminatum ab obscuro, cuius proinde planum idem est cum plano Disci de quo supra. In hoc plano sit $\kappa T \mathcal{V}$ Ecliptica; $l N \mathcal{V}$ Via centri Penumbrae Lunaris; N punctum ad quod cum Penumbrae centrum pervenerit, fit Novilunium verum. Ponatur A esse Penumbrae huius centrum quodam temporis puncto dum iter suum per rectam $l \mathcal{V}$ instituit, ipsumque circulum penumbrosam esse $M Q X$; erit $A N$ itineris Penumbrae pars ea quæ facienda est inter hocce temporis punctum & momentum Conjunctionis veræ, celebrandæ cum illud ad N pertigerit. Supponamus Observatorem intra hunc circulum

circulum constitutum, ut ad O , sive potius in Hemisphaericae superficiei illuminatae puncto, quod recta ex O ad planum Disci normalis ostendit; invenienda est quanta Diametri Solaris pars à Luna tegatur prædicto Observatori. Jungatur recta AO , & producaturs donec circulo MQX occurrat in M ; dico Solis Diametri partem à Luna tectam esse ad Diametrum integrum ut OM ad AM . Nam si Observator esset in M , Luna nullam prorsus Diametri Solaris partem ab illo tegeret: Observatori vero paulatim versus Penumbræ centrum A progredienti, Solaris Diametri pars major majorque per interpositam Lunam ab illo tegitur, donec tandem illo ad centrum A pervento, Sol totus (hoc est, ejus Diameter integra) ab eo tegatur, si modo Solis apparens Diameter Lunæ Diametrum apparentem non excedat, (quod hic suppono, quodque in harum magnitudinibus mediocribus fere obtinet,) & Lunæ totalis Umbrae vertex ad Terram usque pertingat, sive circulus penumbrosus MQX centrum habeat perfecte & totaliter umbrosus: Et ideo si Solis Diameter ut AS in Uncias dividatur, ex data ratione inter AM & OM , quæ ex Loci intra circulum MQX situ dato innotescit, dabuntur Diametri Solis Unciæ sive Digi obscurati horumque partes respectu Observatoris.

Quod si circulo MXQ concentricus sit (ut in fig. separata) circellus BC vel totaliter umbrosus, vel non mere umbrosus, sed reliquo obscurior & quidem æqualiter; hoc est, si Umbrae Lunaris centrum vel ultra Spectatorem protendatur, vel citra illum desinat, loco rectæ AM sumenda est in priori casu recta BM Semidiametrorum AM & AB differentia; in posteriori CM illarum summa: est nempe Solis Diameter integra ad ejus partem Spectatori ad O à Luna tectam in casu priori ut BM ad OM , in posteriori vero ut CM ad OM . Nam in priori casu Spectator ad

Tab. XXXI.
Fig. 9.

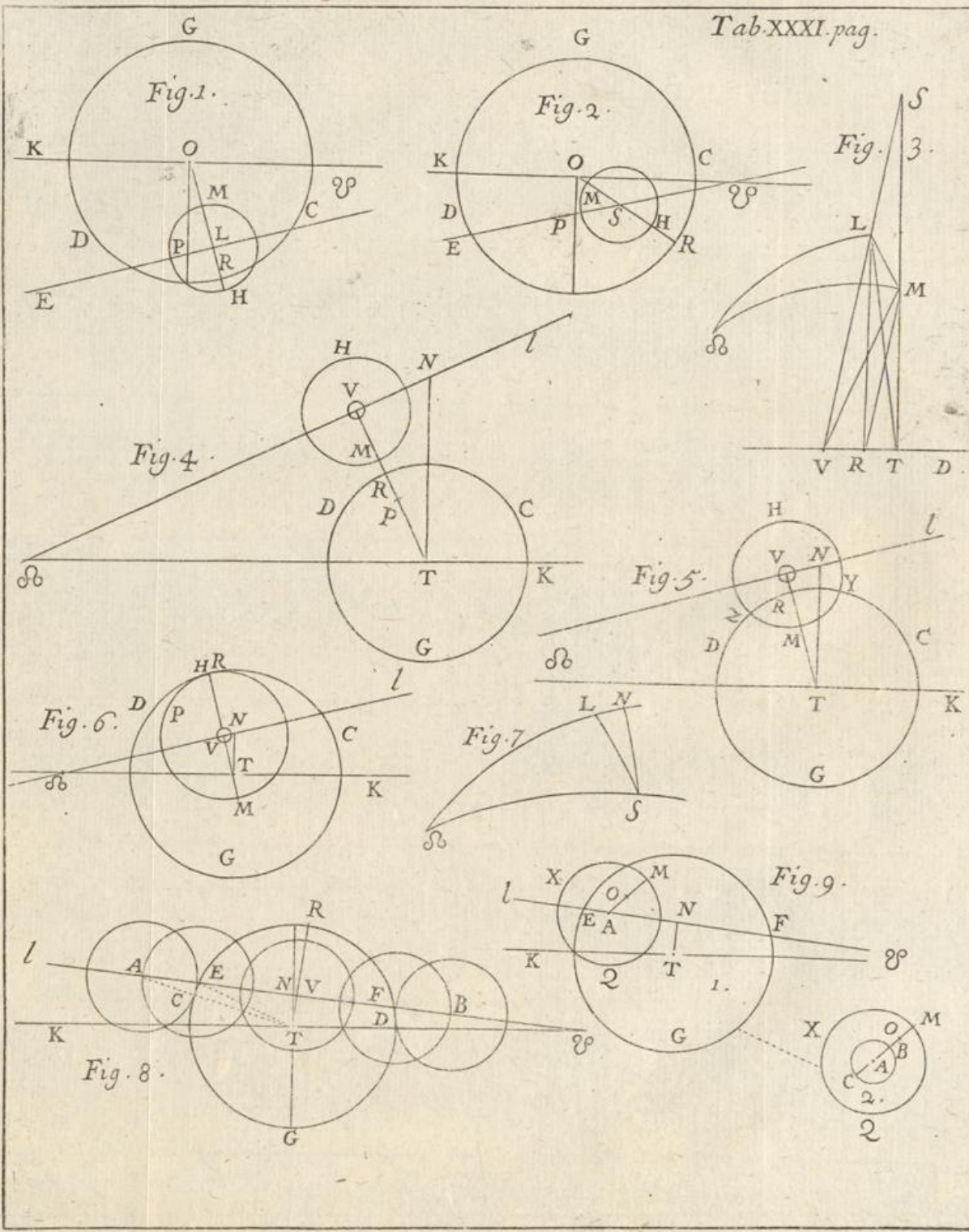
B Solem integrum videbit à Luna rectum, in posteriori Spectator in A positus circa obscuram Lunam circulum è Solari Disco residuum lucidum videbit, coronæ instar, cujus visa Latitudo æquatur Semidiametro Solari minuta Semidiametro Lunari, eidem nempe cum Semidiametro A B è Luna visa; oportetque ut Spectator in C constitutur, ut Lunæ marginem Solis Discum interius contingentem cernat. Determinata igitur est in omni casu Eclipsis Solaris Quantitas. Q. E. F.

PROPOSITIO XLIV.

Precipua Defectus Solaris Phenomena recensere, Tellurisque Loca describere ubi contingunt, dum Lunaris Umbra in Novilunio Ecliptico per Tellurem incedit.

Tab. XXXII
Fig. 1.

Representet C G D Telluris Globum, super Polum P alterumque latentem motu diurno ab Occidente in Orientem, sive à C sursum versus G revolutum. Globi hujus Hemisphaerium in Schemate conspicuum idem sit cum illuminato à Sole, adeoque Sol directe & perpendiculariter incumbat circuli C D G polo S. Per Polum P & punctum S traductus supponatur circulus immobilis extra Telluris superficiem exstans P S R, item alter K S Y communis sectio plani Eclipticæ cum superficie Terræ & huic alter ad angulos rectos Z S X, similiter exstantes, intra quos Terra motu diurno revolvitur. Constat in quovis Telluris Loco esse Meridiem, cum ille ad circuli P S R semissem hic conspicuam appellit, quoniam Sol in hujus plano versatur. Referat A B iter centri Penumbrae Lunaris semitam E N F in Telluris superficie describentis: licet Telluris Hemisphaerium illuminatum à Sole, cuique proinde Dies est, supra Schematis hujus superficiem attolli supponatur; Via tamen A B Æ à centro penumbrosi circuli peragrata concipitur in plano Disci, super quod dictum Hemisphaerium insistit. Porro, licet P S R, K S Y, Z S X



$z s x$ sint circuli in dicto Hemisphario illuminato, in s puncto Soli directe subjecto se mutuo decussantes, repræsentant etiam & rectas in Disco Terræ circulis istis directe subjectas, in quas nimirum dicti circuli orthographice projiciuntur ab Oculo constituto in rectæ Solis & Terræ centra conjungentis puncto longinquo.

Tab. XXXII.
Fig. 1.

Patet Penumbrae Lunaræ centro ad A pervento (quando nempe circulus penumbrosus tangit Terræ Discum in c) incolæ ad c posito Eclipsin Solis incipere: Qui vero ad c consistit, per revolutionem Terræ diurnam Hemispharium illuminatum ingredi incipit; hoc est, illi Sol oritur; Telluris igitur incolæ c , quem omnium Terricolarum Penumbra primum attingit, Sol oriens primo deficere videbitur in supremo seu occidentali sui margine. Cum ipsum Penumbrae centrum Tellurem ad e attingit, incolæ ad e orientem Solem centraliter deficientem spectat, quippe Penumbrae centro subjectus. Qui punctum Telluris habitat, ubi Penumbra tota intra Terræ Discum recepta (si quidem id accadat) eundem interius tangit, illi Eclipsis Solis ad marginem infimum finitur in Ortu: sicut illi qui punctum tenet, ubi Penumbra interius Discum ultimo tangit, jamjam ex parte ultra hunc protendenda, Eclipsis Solis ad limbum infimum incipit ipso Sole occidente. Casus hosce duos in figura non expressimus, ne confusio oriretur.

Cum circuli penumbrosi centrum ad $z s x$ rectam in Disco Eclipticæ normalem, sive cum Penumbrae Lunaræ axis ad circulum $z s x$ prædictæ rectæ respondentem, cujus nempe illa est Diameter, pervenerit in n ; Telluris superficiæ punctum, quod puncto n exstantis circuli $z s x$ subjicitur, Eclipsin Solis centalem patitur, & Spectatori ad n aliudve quodlibet circuli $z s x$ punctum posito Sol in Eclipticæ puncto supra Horizontem altissimo videtur. Cum enim circulus $z x$ per Spectatoris Zenith transeat ex hypothese, erit ejus Horizonti perpendicularis: sed & Eclipticæ etiam perpendicularis est ad s ; & igitur (per

Elem.

Tab. XXXII.
Fig. 1.

Elem. Spheric.) distat quadrante ab dicti Horizontis & Eclipticæ concursu : sed Eclipticæ (utpote circuli maximi) dimidium supra quemlibet Horizontem exstat ; unde $z x$ Eclipticæ occurrit in puncto ab oriente puncto per quadrantem distante , sive altissimo. Terricola igitur , qui tum punctum N in Telluris superficie tenet , Solem centraliter deficientem in gradu nonagesimo cernit : Qui vero ab N versus z vel x , at in circulo $z s x$, degit , Solem in gradu nonagesimo deficientem quidem cernit , si intra limites penumbrosi circuli versetur ; sed plus minusve deficientem pro majori aut minori ejus distantia ab N , ut Prop. præc. ostensum est. Similiter , cum Penumbrae centrum circulum exstantem immobilem $p s r$ in M attingit , Telluris incola , qui huic subjicitur , Solem ipso Meridie centraliter deficientem videt : Qui vero ab M versus alterutrum Polum sub prædicto Meridiano $p r$ degunt , Solem ipso Meridie partialiter deficientem vident , si intra Penumbrae limites constiterint. Et ille quidem , qui versus Polum , borealem p ab M removetur , Solis partem australem deficientem videt , & è contra ; quod & in casu priori & universaliter in omnibus casibus obtinet. Penumbrae centro tandem ad extremum Discum ad F pervento , qui illud ipsum punctum simul attingit. Spectator , Solem occidentem (quia ex illuminato Hemisphærio in obscurum , Noctem cum Die commutaturus , transit) centraliter deficientem videt : At qui ad D ultimum Penumbrae Lunarisi tum patitur , Solem occidentem supremo sui limbo Lunæ contiguum quasi , & Eclipsis omnimodæ finem cernit.

PRO:

PROPOSITIO XLV.

Telluris Locum (hoc est , ejus Longitudinem & Latitudinem) determinare , ubi Sol oriens supremo sui margine deficere videtur.

Iisdem manentibus quæ posita sunt supra , determinanda est Longitudo & Latitudo puncti c. Per Telluris punctum s, cui Sol perpendiculariter imminet , & punctum c traductus intelligatur circulus maximus s c , qui, in schemate ut supra delineato , quasi recta apparebit. Ducantur etiam arcus circulorum maximorum p c , p z. In triangulo sphærico p s z dantur tria latera , sc. p s distantia Solis à Polo illuminato , s z quadrans , & p s distantia Poli Eclipticæ z (cum arcus s z sit normalis ad Eclipticam k s y & in quadrantem protensus) à Polo Equatoris p ; innotescit igitur angulus sphæricus inter arcus circulorum s p , s z , qui idem est cum angulo rectilineo inter rectas s p , s z in plano Disci ductas ; sicut universaliter angulus in superficie sphæræ æqualis est angulo rectilineo , quem communes sectiones planorum circulorum sphæricum angulum comprehendendum cum plano tertio ad utrumque normali continent. Porro (per Corol. Prop. XLII.) datur angulus rectilineus n s a eique deinceps z s c , adeoque hujus & ipsius z s p summa vel differentia p s c , sive angulus sphæricus in superficie Terræ à circulis s p , s c comprehensus : Dantur autem in triangulo sphærico p s c præter angulum p s c modo inventum latera s p , s c , quorum hoc est quadrans , illud distantia Loci c à Polo p , hoc est , Latitudinis ejus complementum ; angulus igitur s p c etiam in triangulo hoc dabitur. Sed (per Prop. XLII.) datur Tempus quando Penumbra Lunæ Discum Terræ primo in c attingit , numeratum in determinato quodam loco : sit locus hic h , cujus Meridianus p h ; dabitur igitur angulus s p h , quonempe

nempe Meridianus vel Solem præterit hætenus, vel nondum affecutus est. Dabitur igitur angulorum cps , hps summa vel differentia hpc , differentia Meridianorum Loci c & dati h . Inventa igitur est Loci c tam Latitudo quam Longitudo. Q. E. F.

Similiter, invenietur Telluris Locus, ubi Sol occidens superiori margine deficit, quem Lunaribus Penumbra omnium ultimum deserit.

PROPOSITIO XLVI.

Locum in Terra determinare Penumbrae Lunaribus centro datâ Horâ subjectum, sive in quo Sol centraliter ad datum Tempus deficit.

Tab XXXII.
Fig. 3.

Reliquis manentibus, cum datum sit Tempus quaraturque Locus cui Sol centraliter tum deficit, & etiam Tempus Conjunctionis veræ datum, per Prop. xxxi; datur horum intervallum, adeoque ex Solis Lunæque Motu horario Motus Lunæ à Sole intervallo huic congruus. In triangulo igitur rectilineo sna , in Telluris Disco descripto, dantur (per Prop. xxxvi.) angulus sna æqualis comprehenso inter circulum Latitudinis & Umbræ Viam, latus sn sinus Latitudinis Lunæ in vera Conjunctione, & an Motus centri Penumbrae intervallo inter Tempus propositum Tempusque Conjunctionis veræ congruus; dabuntur igitur latus sa & angulus asn , vel huius complementum ad duos rectos: Sed datur (ut Prop. præc. ostensum) zsp ; ergo dabitur psa angulus rectilineus, & huic æqualis in superficie spherica Telluris angulus sphericus psa . Dantur etiam trianguli spherici psa latera bina sa , sp , hoc æquale distantia Solis à Polo p , illud modo sequenti inventum: Rectis sc , sa in plano Disci ductis respondent in superficie spherica duo arcus à puncto s Soli directe subjecto incipientes, quorum sc est quadrans, sa est arcus, cuius sinus rectus est sa recta; arcus

arcus igitur SA , trianguli PSA latus, est ille cujus sinus Tab XXXII.
est ad finum totum ut recta data SA ad datam SC ; ac Fig. 3.
proinde arcus SA cognitus est. Cognoscetur igitur in trian-
gulo PSA latus PA complementum quæsitæ Latitudinis Lo-
ci A , item angulus SPA . Sed propter datum Tempus,
in determinato Loco H numeratum, datur angulus SPH ;
dabiturque proinde HPA angulus, differentia Meridianorum
Locī determinati H quæsitique A .

Pari modo inveniatur Terræ Locus, ubi Solis Eclipsis
centralis incidit in ipso Eclipticæ gradu nonagesimo ab
oriēte. Demonstravimus in Prop. XLIV. hoc continge-
re illi qui per Terræ revolutionem diurnam in N inve-
nitur, cum Penumbrae Lunarī centrum illud punctum
occupat: & Prop. XXXI. ostensum est Tempus in Loco
 H numeratum quando hoc accidit, (idem enim est cum
Tempore Conjunctionis veræ Luminarium;) est igitur
casus tantum particularis Problematis præcedentis.

SCHOLIUM.

Atque hinc definietur Telluris Tractus, quem Penum-
bræ Lunarī centrum in dati Mensis Eclipsi Solari transit;
hoc est, Loca omnia quæ successive Eclipsin Solis cen-
tralem patiuntur. Si (per Prop. XLVI.) quærat^rur Ter-
ræ Locus cui Sol centraliter deficit, atque dein-
de alius cui post dimidium Horæ Horamve integram cen-
traliter deficit, & sic denuo usque ad Locum ubi oc-
cidens similiter deficit; Loca illa in superficie Globi Ter-
restris lineis conjuncta Tractum quæsitum monstrabunt.
Quod si utrinque ad latera Lineæ hujus Zona quasi signe-
tur, cujus latitudo Penumbrae Lunarī Diametrum adæquat;
signabitur omnis Terræ Tractus Penumbra involutus, qui-
que aliqualem Solis Eclipsin sentit. In Tractu hoc signa-
buntur Loca ubi præcipuæ Phases obtinent, ut ubi in no-
nagesimo gradu Sol deficit, ubi in Meridiano &c.

PROPOSITIO XLVII.

Locum in superficie Terra determinare ubi Solis Defectus vel Totalis est aut Centralis, vel ubi ejus Diametri pars data versus datum Polum à Luna occultabitur in ipso Meridie.

Tab. XXXII

Fig. 4.

Idem manentibus quæ in Prop. præc. sunt posita, pater illud Telluris punctum, quod ad m simul cum Penumbrae Lunaris centro pertingit, Eclipsin Solis ipso Meridie pati. Ad illud inveniendum advertatur in triangulo rectilineo NMS , in Disco ut supra descripto, dari (per Prop. xxxvi.) angulum SNM , (nempe quem Via Lunæ à Sole cum circulo Latitudinis continet,) NS distantiam centrorum Disci & Penumbrae ad Conjunctionem veram; angulumque NSM æqualem angulo sphaerico zsp in superficie sphaerica inter Eclipticæ & Æquatoris secundarios sz & psr ad Solem comprehensum; unde dabitur NM recta, & igitur tempus requisitum ut Penumbrae centrum hanc motu suo à Sole peragret: Sed datur Tempus in dato Loco numeratum quo centrum istud punctum N occupat, idem nempe cum tempore Conjunctionis Luminarium veræ; igitur & Tempus in dicto Loco numeratum dabitur quando centrum Penumbrae est in m . Quærat igitur (per Prop. præc.) Terræ locus qui tunc temporis Solem centraliter deficientem spectat; erit hic idem ille cui Sol ipso Meridie centraliter deficit.

Centro m descriptus concipiatur, in plano Disci, circulus penumbrosus rectam psr in c & d interfecans, fiatque ut integra Solis Diameter apparens ad datam partem non deficientem in Loco quæsito ita Semidiameter Penumbrae ad mo , sumaturque mo versus Polum oppositum ei versus quem pars Solis deficiens jacet, (ex. gr. si versus Polum in schemate annexo latentem pars Solis deficiens jaceat, sumatur o versus conspicuum p ;) erit punctum
in

in Telluris superficie, quod recta ex o ad Disci planum normalis ostendit, Locus quaesitus, in quo Sol ipso Meridie parte data versus Polum ipsi p oppositum jacente deficit; ut ex Propp. XLIII. & XLIV. satis constat. Quod si loco umbrosi centri m vel circulus sit totaliter umbrosus, vel nulla prorsus totalis Umbra, sed circulus aequaliter illustratus, (ut in Schol. Prop. XXXIII,) loco Semidiametri m c sumenda est differentia vel summa Semidiametrorum circuli cd alteriusque istius interioris concentrici; ut dicta Prop. XLIII. ostensum est. Ad Loci hujus o Latitudinem inveniendam, (nam Longitudo innotescit ex cognita Hora in dato Loco numerata, dum incolae ad o fit Meridies) advertatur dari rectam sm, nempe latus in triangulo snm, item mo, utramque (& proinde utriusque summam vel differentiam so) in partibus ipsius sz Semidiametri Disci Telluris; dabiturque proinde arcus huic in superficie superincumbens, cujus so est sinus: Sed datur arcus sp Solis a Polo p distantia; & proinde innotescet po arcus, hujusque complementum ad circuli quadrantem Loci o Latitudo quaesita. Q. E. F.

Si punctum o extra Telluris Discum k z y x cadit, Problema est impossibile. Similiter determinabitur Locus ubi Solis in nonagesimo gradu, vel orientis occidentisve, Defectus est datae magnitudinis, vel ubi ad datum Tempus, in dato Loco numeratum, datis numero Digitis Sol deficit. In posteriori casu innumera sunt Loca, in utroque priori ad summum duo, quae quaesito respondeant.

PROPOSITIO XLVIII.

Num in dati Menſis Novilunio futura ſit Eclipſis Solaris in dato Terræ Loco viſibilis deſignare; & ſi futura eſt, Tempus maxima Obſcurationis & Eclipſis Quamitatē determinare.

HActenus Solis Eclipſin conſideravimus reſpectu totius Terræ, (vel potius, proprie loquendo, Telluris Eclipſin,) ſimiliter prorsus atque Lunæ Eclipſin ſupra: Nunc illam aggredimur conſiderandam quatenus ex dato ſuperficieſi Terræ Loco ſpectatur. Ex quo *Keplerus* Lunæ Umbram in Terræ Diſcum exceptam ſpectandam Aſtronomis præbuit ex Lunari Cœlo, certatim contenderunt, ut Eclipſin Solis in dato Loco viſibilem, omniaque huc attinentia, ex eodem ſchemate Diſci Terreſtris, per quem Lunaris Penumbra incedit, deducant. Verum cum iſtud modo minus geometrico (cuique calculus trigonometricus vix indeficari poteſt) certe minus naturali procedat, & (fatente ipſo *D. De La Hire*, qui hunc adhibet) paulo longior videatur; nos exemplo ipſius *Kepleri* in *Tabb. Rudolphin.* (qui certe inventi ſui vires limitesque ſatis noverat) alteram inſiſtemus viam à *Ptolemaeo* in *Almageſti Lib. vi.* & optimo ejus Explicatore *Regiomontano* indicatam, ut illa quoque Lectori innotefcat; laudantes interim methodum à *Cl. D. Flamſtedio* in *Doctrina ſua Sphærica* traditam, quâ Eclipſis Solaris, appulſuſve Lunæ ad Fixas in dato Loco contingens, graphice & pulchre protrahitur, Locis in altero Telluris Hemisphærio, Soli aut Stellæ obverſo, orthographice in circulum ejus maximum projectis.

Tab. xxxii. Designet c n Eclipticam, s Solis, l Lunæ Locum verum Tempore Conjunctionis veræ; inveniantur (per Prop. LXIII. Lib. II.) ad dictum Tempus (licet non ſumme accuratum) Solis Lunæque Parallaxes Longitudinis & Latitudinis, quibus illorum Loca in Ecliptica diſtantiaque ab

ab Ecliptica corrigantur: ita nempe ut ex veris præceden-
 tibus, siue è Terræ centro visis Locis, evadant ex dato
 in superficie Loco visi (qui & simpliciter visi nuncupan-
 tur) s & A. Alium à priore non designamus Locum So-
 lis, ne confusio in schemate oriretur, tum quod Solis Pa-
 rallaxis tam parva est ut in calculo hoc negligi fere pos-
 sit, tum præcipue quod Parallaxin Lunæ à Sole sumen-
 do (ut in dicta Prop. LXIII. Lib. II. ostensum est) pos-
 sit Linea NC pro Via Solis visa siue Ecliptica paululum
 luxata haberi. Locus Lunæ apparens A ad Eclipticam re-
 ductus sit C, ejusque Latitudo AC. Ut autem determi-
 netur punctum in quo Lunæ centrum à Solis centro proxi-
 me abesse Spectatori proposito videtur, hoc est, quando
 Obscuratio maxima (si quidem ulla) est futura; investi-
 getur situs Viæ apparentis Lunæ à Sole, ex præcedenti-
 bus quærendo rursus, ad tempus parum satis distans ab
 illo quo Luna in A apparet, Loca Solis & Lunæ dato
 Spectatori visa, & cogitando Solem ad Locum pristinum
 retractum simulque Lunam tantundem. Locus Lunæ sic
 inventus sit K, & ad Eclipticam reductus faciat illius Lon-
 gitudinem in D & Latitudinem KD. Datis autem arcibus
 CA, DK & CD determinabitur (per Lem. Prop. XXXVI.)
 Viæ Lunarvis AN situs respectu Eclipticæ; punctum
 nempe N concursus cum Ecliptica angulusque ANC. Ex
 Solis Loco s in AN demittatur normalis SM, eritque M
 punctum omnium in AN ipsi s proximum: Ad quod in-
 veniendum advertatur dari in triangulo NSM præter re-
 ctum ad M angulum N & hypothenusam NS, utrumque
 modo inventum, unde innotescant MS & MN; ideo-
 que & MA, cum arcus AN notus sit. Quoniam igitur
 M est Viæ Lunarvis punctum quod à Sole s omnium
 minime distat; patet si ulla futura est Spectatori propo-
 sito Solis Eclipsis, tum certe futuram cum Lunæ centrum
 videtur in M, tumque etiam maximam Disci Solaris
 partem à Luna tegendam: patetque quod si supra inven-

Tab. XXXII.

Fig. 5.

Fig. 6.

ta

Tab. XXXII.
Fig. 6.

ta s m major sit vel æqualis Semidiametris Solis & Lunæ apparentibus s r & m h simul, tum nullam prorsus futuram proposito Spectatori Solis Eclipsin; sin s m quam s r & m h simul fuerit minor, tum aliquam saltem futuram. Sed ad dati Mensis Novilunium inventa est s m, & (in iisdem partibus, nempe partibus circuli) supra determinatæ sunt Solis Lunæque Diametri apparentes; unde definietur num dati Mensis Novilunium futurum sit Eclipticum necne.

Si aliqua futura est, ad ejus Quantitatem determinandam advertatur esse s r & m h simul æquales m s & r h simul: Si ergo à nota summa Semidiametrorum Solis Lunæque auferatur notus arcus s m, relinquetur r h Diametri Solaris pars tecta à Luna tempore Obscurationis maximæ, quæ ad Digitos Digitique partes facile reducitur, cum Solis Diameter integra & pars tecta in iisdem partibus expressæ habeantur.

Observatione autem constat Lunæ Diametrum apparentem minorem esse (vel forte Solis Diametrum majorem) in Solis Eclipsi quam in eadem ab Oculo distantia extra illam, (propter rationem Prop. xix. Lib. I. indicatam,) atque differentiam esse fere sexagesimam partem Diametri integræ: Hujus ergo Correctionis habenda est ratio in Eclipsis Quantitate Phasibusque definiendis.

Fig. 5. Tandem ad determinandum Tempus quo Lunæ centrum in m reperietur, advertatur dari tempus (quippe assumptum) quo Luna motu suo à Sole viso (sive apparente, composito partim ex motu Lunæ vero, partim ex ejus motu apparenti ex Parallaxi orto) Viæ visæ a n partem notam a k, sive potius Eclipticæ arcum notum c d percurrit, darique præterea arcum a m, nimirum arcuum cognitorum a n & m n summam vel differentiam; unde ex analogia dabitur tempus necessarium, ut Luna motu suo à Sole viso percurrat a m: Sed datur

tur Tempus quo Luna in A videtur; ergo & Tempus innotescet quo in M , ubi Solem maxime Spectatori dato tegit, reperietur. Q. E. F.

Tab. XXXII.
Fig. 5.

Ad Tempus inventum, quo Luna in M versatur, quarantur rursus Luminarium Loca, ut omnia recte pe-
rfecta esse constet, vel ut ulterior Correctio adhibeatur.

SCHOLIUM.

In praxi præcedente supposuimus Lunæ Motum à Sole in Via visa AN esse æquabilem, quod non est verum: Nam licet Motus Lunæ à Sole in Via sua vera LB toto Eclipsis tempore insensibiliter differat ab æquabili, cum tamen in Motu ejus in Via visa apparenter factio Parallaxis partes suas agat, (ut in Parallaxium Definitionibus Prop. XLV. Lib. II. traditis fuisse ostensum est,) ideo fit ut ab æquabili admodum discrepet. Adeoque ad determinationem Viæ visæ AK assumendum est tempus posterius illo quo Luna fuit in A , si C sit post S ; antè vero, si C sit ante S in serie Signorum, & quidem, quantum conjectare licet, æquale fere illi quod Lunam impendere oportet ut ab A ad M moveatur; quod propemodum æquale erit ei quod requiritur ut Luna Motu suo à Sole secundum Eclipticam percurrat notum arcum CS ; solo enim Motu apparenti à Parallaxi orto differunt.

Si ex S ad Eclipticam excitetur perpendicularis SV ; Viæ Lunæ visæ in V occurrens, erit V punctum quod Lunæ centrum tenet Tempore Conjunctionis à Spectatore visæ. Invenietur autem AV sic: In triangulo NSV præter rectum NSV dantur latus NS & angulus N ; quare notum erit latus NV ; & cum notus etiam sit arcus NA , non ignorabitur VA ; ideoque tempus ad hunc percurrendum necessarium cognitum erit, ipsumque adeo Conjunctionis visæ momentum. Quoniam vero puncta M
Gregori Astr. Tom. II. R &

Tab. XXXI. & v parum distant, ideo Tempus Conjunctionis visæ vulgo habetur pro momento maximæ Obscurationis.

Fig. 5.

PROPOSITIO XLIX.

Tempus Initii & Finis Eclipsis Solaris dato Mense contingentis & in dato Loco visæ, adeoque Durationem integram determinare.

Fig. 7.

CÆteris manentibus ponatur Lunam xR , in Via sua visa AN procedentem, Solem HR contingere ad R : quæritur Tempus quando hoc accidit. Centra Luminarium s & L arcu circuli maximi sL jungantur. In triangulo sML præter rectum ad M dantur latera sM , sL , illud in Prop. præc. determinatum, hoc Semidiametrorum Luminarium sR , LR aggregatum; innotescet igitur ML arcus, per Motum Lunæ à Sole, ad visum percurrendus inter Initium Eclipsis & momentum maximæ Obscurationis (per Prop. præc. cognitum) contingentis cum centrum Lunæ ad M pervenerit: ideoque & huic in Ecliptica respondens ab s retrorsum computatus, nempe se . Ad determinandum tempus ad hoc requisitum, quærantur ad assumptum tempus (Horam binasve Horas, prout Duratio Eclipsis magna est vel parva, quod ex parvitate aut magnitudine arcus sM dignoscitur; atque hic rursus eo accuratiora fient omnia, quo assumptum tempus magis accedit ad Semidurationem Eclipsis) ante cognitum Obscurationis maximæ momentum Luminarium Loca apparentia, quæ ad Eclipticam reducta (Solis Loco ad s provecto) faciant distantiam in Ecliptica computatam cs . Cognito tempore (quippe assumpto) quo arcus Eclipticæ notus cs Motu Lunæ à Sole percurritur; innotescet & tempus quo alter cognitus es eodem Motu Lunæ à Sole describitur; hoc est, tempus interjectum inter momentum Obscurationis maximæ & Eclipsis Initium: Sed illud per Prop. præc. determinatum est; igitur & hoc notum erit.

Si

Si Motus Lunæ visus æquabilis foret, æquali opus esset ^{Tab. XXXII.} tempore à momento Obscurationis maximæ ad Eclipsis ^{Fig. 7.} Finem, quo ab Initio ad dictum momentum, quoniam MP recta æqualis est LM , positâ Lunâ HY Solem RH in Eclipsis Fine contingere; & Obscuratio maxima coincideret cum Eclipsi media, ut in Lunæ Eclipsi fit, ubi nulla est Parallaxis Lunæ ab Umbra Terrestri; sunt enim contigua. Verum quoniam secus fit, ut in Prop. præc. ostensum; ad inveniendum Tempus quando Eclipsis finitur, similes rursus operationes repetendæ erunt, quærendo quantam Viæ suæ portionem Luna conficit in assumpto post maximam Obscurationem tempore, & per analogiam investigando quantum temporis requiratur ut arcus PM (ipsi LM prius invento æqualis) Motu viso Lunæ à Sole peragretur. Hoc enim additum momento Obscurationis maximæ supra invento dabit momentum Finis Eclipsis Solaris in Loco proposito visæ: Cognito autem Tempore Initii & Finis, nota fiet Duratio integra. Q. E. F.

SCHOLIUM.

Dum maxima prædictorum triangulorum pars per Trigonometriam resolvitur, poterunt illa pro planis haberi: Propter parvitatem enim laterum sphericæ superficiei portio ab illis occupata à plano vix differt, ut in casu simili superius est dictum ad Prop. XXXVIII. Atque hoc compendium haud contemnendum affert in Eclipsium Solis calculo, si quis alius, tædii pleno, propter repetitam Parallaxium inquisitionem; sed compendio hoc caute utendum est.

COROLLARIUM.

Atque hinc Solaris Eclipsis, respectu dati Loci, Typus five Schema graphice protrahetur. Cum enim tantilla Cœli pars Solem & hunc ab utroque latere in Initio & Fine Eclipsis contingentem Lunam comprehendens pro plano

Tab. XXXII
Fig. 7.

haberi possit, Ecliptica CN una cum Lunæ Via visa AN (quæ aliquando propter Parallaxis varietatem sensibilitate à circulo maximo rectave aberrabit,) punctisque s, m, l & p ubi Solis Lunæque centra dictis temporibus versantur, rite protrahentur modo vulgo cognito: Centrisque s & m describendo circulos diametros habentes Luminarium Diametris tunc apparentibus proportionales, ex iisdem partibus desumptas ex quibus Eclipticæ Orbitæque visæ partes prius erant desumptæ, patebit Solis Phasis tempore Obscurationis maximæ. Cumque (per Prop. xxxvi. Lib. II.) detur angulus quem Ecliptica comprehendit cum verticali Solis, ipseque verticalis situs respectu Meridiani; si Schema supra delineatum ad Meridiani planum ipsumque Horizontem debitis angulis modo inventis inclinetur, Schema maximæ Obscurationis perfectum erit. Si porro Viam Lunæ visam referens Linea AN in partes dividatur, quas Luna horis horæque partibus (posito Sole interim immoto) peragrarè videtur, & apponantur numeri quibus horæ istæ in Loco dato numerantur, (quod facile fiet, cum Tempora maximæ Obscurationis, Initii & Finis punctis m, l & p adponenda ex præcedentibus innotescant;) Schema omnibus suis numeris absolutum fiet: Phasisque datâ Horâ contingens statim delineabitur, si centro datâ Horâ signato & diametro Lunæ Diametro apparenti æquali describatur circulus; hic enim ex circulo centro s Solem representante abscindet segmentum simile similiterque respectu Eclipticæ positum ei, quod Luna ex Sole dicto tempore regit.

Quæ ad Eclipsium calculum necessariae sunt Tabulæ (præter descriptas Propp. xxvi & xxvii.) illarum fundamentum, descriptio & ordo (quatenus nostrum finit institutum) suis locis habentur; nempe de Luminarium Diametris apparentibus Prop. xxxii, de Inclinatione Viæ Lunæ à Sole ad Eclipticam Schol. Prop. xxxvi, & de Tempore inter Syzygiam veram mediamque Eclipsin Prop. xxxvii.

P R O.

PROPOSITIO L.

Rationem reddere cur Lunares Tabulae hactenus condita Luna Locum in Luminarium Eclipsibus, & generaliter in Syzygiis quibuscvis, accuratius ostendant, quam in aliis Aspectibus cum Sole, speciatim in Quadraturis.

PRæterquam quod ad Lunationes determinandas Syzygiæ Solis & Lunæ accuratius sunt ab Astronomis observatæ quam aliæ quævis Phases, & speciatim in Luminarium Defectibus Lunæ Locus respectu Solis exactissime sit observatus, & inde Theoria ad Lunæ Loca in istis casibus per calculum exhibenda speciatim condita sit & aptata; Inæqualitates omnes Menstruæ, sive in Syzygiis cum Sole complendæ, Lunæ ejusque Orbitæ Motum afficientes in Syzygiis cessant; in reliquis Aspectibus effectus suos edunt. Sed hæ omnes, (unicâ exceptâ Variatione,) dum Tabulæ Lunares conduntur, ab Artificibus negliguntur, ut Prop. xxix. ostensum est; unde patet ratio cur Lunæ Locus ex Tabulis hisce depromptus accuratior prodeat in Syzygiis quam in alio quovis Aspectu cum Sole. Omnes autem hæ Inæqualitates majores sunt quo Luna à Syzygiis remotior; hoc est, maximæ cum illa Quadraturas tenet: Lunarum enim Orbitæ Apfides, quæ absolute loquendo progrediuntur, in Lunæ Quadraturis vel regrediuntur vel saltem tardius progrediuntur, per Prop. viii. Similiter Nodi, quorum Motus absolutus regressivus est, tardius regrediuntur cum Luna est in Solis Quadrato, per Prop. xiv: Et Orbitæ Lunarum Excentricitas minor est ejusque Inclinatione ad Eclipticam major (per Prop. xii & xv.) cum Luna est in Solis Quadrato quam in alio quovis Aspectu, cæteris paribus; unde Tabulæ Lunares hucusque conditæ à vero Loco Lunæ in Solis Quadrato sitæ determinando longissime absunt. Rursus, cum Distantiæ Lu-

na à Terra majoris in Quadraturis quam in Syzygiis (de qua Prop. 11. ejusque Corol. actum est) nulla in Tabulis habeatur ratio, & hinc pendentes Lunæ Parallaxis & Locus visus perperam è Tabulis eruuntur.

Porro, cum Inæqualitates Lunæ plurimæ pendeant ab Aspectu Nodorum Lunaris Orbitæ cum Sole, & licet harum ratio in aliquibus Tabulis hætenus conditis habeatur, tamen id summâ exactitudine factum non est: Accuratus ergo, etiam ex dictis Tabulis, Lunæ Locus definiatur cum Inæqualitates hæ cessant: cessant autem cum Nodi in Syzygiis versantur; Nodi enim per Prop. XIV. tum quiescunt, & Limitum Inclinatio tum maxima est per Prop. xv. In Luminarium porro Eclipsibus Nodi in Syzygiis aut prope illas hærent; unde patet ratio cur in hisce Lunæ Locus accuratior Tabularum ope exeat: Tabularum enim errores in Nodorum regressu vario variaque Lunaris Orbis ad Orbem magnum Inclinatione, pro vario Nodorum ad Solem Aspectu (qui aliquales certe sunt) in hoc casu locum non habent. Cessant enim Eclipses tempore causæ productrices harum Inæqualitatum minus exacte in Tabulas dispositarum; adeoque & errorum Tabularium effectus in Lunæ Loco ad utramvis Eclipsin (integrove fere Mense ante & post alterutram Eclipsin) perperam definiendo etiam cessat. Quoniam igitur in Luminarium Eclipsibus prædictorum utrumque obtinet, Luna nimirum ipsa & Lunaris Orbitæ Nodi in Syzygiis constituuntur; Lunæ Locus tunc temporis ex Tabulis depromptus, pauciorum nempe Æquationum indigus quia paucioribus Inæqualitatibus obnoxius, magis accuratus & exactus erit quam in alio quovis vel Lunæ vel Nodorum situ & Aspectu ad Solem, ubi Inæqualitates occurrunt, quarum vel nulla in Tabulis habetur ratio vel non accurata.

SECTIO IX.

DE MOTIBUS SATELLITUM CIRCA ALIOS
PRIMARIOS PRÆTER TERRAM REVOLVEN-
TIUM.

PROPOSITIO LI.

*Manente eâdem Distantiâ Planete primarii à Sole, si
plures Secundarii circa Primarium revolvantur in Or-
bitis excentricis similibus, & ad planum in quo Pri-
marius circa Solem revolvitur æqualiter inclinatis, Er-
rores omnes angulares, in Satellitum motu è Primarii
centro spectati & in quavis Satellitum revolutione ge-
niti, sunt directe ut quadrata Temporum periodicorum
respective.*

QUoniam corporum quorumcunque eadem est Vis
acceleratrix versus Solis aut Primarii centrum in
iisdem ab illo distantis, palam est diversorum Secun-
darium circa Primarium revolventium eandem esse ra-
tionem atque ejusdem Secundarii, cujus Orbita dilata-
tur & coarctatur quantum diversorum istorum Secunda-
riorum Orbitæ inter se distant. In hoc autem casu pa-
tet (ex Prop. XVIII.) dictos Errores angulares, è
Primarii centro spectatos & in qualibet revolutione ge-
nitos, esse directe ut quadrata Temporum periodicorum.
Unde constat propositum. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Cum supradicti Errores integri, in diversis diversa-
rum revolutionum Temporibus geniti, sint ut quadrata
dictorum Temporum; qui eodem & determinato Tem-
pore gignuntur, erunt ut ipsa revolutionum Tempora,
hoc est, ipsa Tempora periodica; ablata nempe utrin-
que alterâ componentium rationum, nempe ratione sim-
pli Temporum periodicorum.

Quo-

Quoniam vero supradictorum Errorum aliqui, Motus nempe Apfidum & Nodorum, nunc in consequentia sunt nunc in antecedentia; ideo illorum Motus medii, notabili aliquo Tempore in easdem partes facti, in casu præfenti erunt ut ipsa Satellitum Tempora periodica.

PROPOSITIO LII.

Si Primarii duo Planeta circa Solem in diversis ab illo Distantiis revolvantur, circa Primarium autem quemvis Secundarius unus revolvatur, sint que horum Orbitæ æquales, similes similiterque ad Primariorum suorum Orbes inclinata; Solis Vires Satellitum motus perturbantes horumque effectus, omnes sc. Errores angulares, è centris Primariorum suorum respectively spectati, sunt reciproce in duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

QUoniam enim quorumcunque Primariorum eadem est Vis acceleratrix versus Solem in eadem Distantia, palam est Secundariorum istorum, circa diversos Primarios in æqualibus Orbitis revolventium, eandem esse rationem atque ejusdem Secundarii revolventis circa Primarium qui in Orbe adeo Excentrico circa Solem revolvitur, ut illius Distantiæ à Sole, in diversis Orbitæ istius punctis, tantum inter se differant atque Primariorum binorum in casu præfenti. In isto autem casu constat (per Prop. XIX.) dictos Errores tam in longum quam in latum, è Primarii centro spectatos, esse inverse ut cubi Distantiarum Primarii à Sole. Et igitur Secundariorum, in Orbibus æqualibus, similibus & similiter inclinatis revolventium circa binos Primarios in diversis Distantiis circa Solem motos, dicti Errores angulares, è Primarii sui centro respectively spectati, sunt inverse ut cubi Distantiarum Primariorum a Sole. Sed per Propp. XL & XLII. Lib. I. quadrata Temporum periodicorum Primario-

mriorum circa Solem sunt ut cubi Distantiarum mediarum eorundem à Sole: Et igitur Secundariorum Errores angulares omnes, è Primarii sui centro respective spectati, sunt inverse ut quadrata Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

PROPOSITIO LIII.

Errores angulares Satellitum, in singulis suis revolutionibus circa Primarios respectivos geniti & ex horum centrīs spectati, sunt in ratione composita ex directā duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

Nam per Prop. LI. si Distantiæ Primariorum à Sole essent æquales, prædicti Errores forent in directā duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa Primarios suos respective: Et per Prop. LII. si Distantiæ Satellitum à Primariis suis æquales essent, dicti Errores forent in reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem: Et igitur, licet neque Primariorum circa Solem Orbitæ sunt æquales, neque Satellitum circa Primarios; prædictorum Errorum angularium, in singulis Satellitum revolutionibus respectivis genitorum & ex suorum Primariorum centrīs spectatorum, ratio componitur ex rationibus prædictis; nempe directā duplicata ratione Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Simili ratiocinio (ex Prop. LII. & Corol. Prop. LI.) colligitur Motus medios Apfidum & Nodorum duorum Satellitum esse in ratione composita ex directā ratione
Gregori Astr. Tom. II. S *Tempo-*

Temporum periodicorum Satellitum circa suos respective Primarios, & reciproca duplicata ratione Temporum periodicorum Primariorum circa Solem.

PROPOSITIO LIV.

Motus inaequales Satellitum circa alium quemvis Planetam revolvendum determinare.

EX supra determinatis Motibus inaequalibus Lunæ è centro Terræ spectatis alterius cujusvis Satellitis Motus analogi ope præmissorum Theorematum determinantur, si Forma Orbitalium Satellitum & Inclinatio Orbium ad plana, in quibus Primarii respectivi circa Solem feruntur, non multum abludant à Forma Orbitæ Lunaræ & Inclinatione plani ejus ad planum Eclipticæ, ut in circum-Jovialibus & circum-Saturniis accidit: Parva autem horum differentia Motus sensibilibiter non mutat, ut ad Propp. xi & xiv. adnotatum est.

Sint *ex. gr.* extimi Planetarum circum-Jovialium Motus determinandi: Patet ex Schol. Prop. præc. Nodorum dicti Satellitis Motum medium regressivum esse ad Motum medium Nodorum Lunæ in ratione composita ex ratione Temporis periodici dicti Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa Solem; & proinde dari, cum dicta Tempora periodica observatione nota sint.

Similiterque ex Motu medio Apfidum Lunæ progressivo eruetur Motus medius progressivus Apfidum Satellitis.

Eodem modo ex Prop. præc. Variatio dicti Satellitis est ad Lunæ Variationem supra inventam in ratione composita ex duplicata ratione Temporis periodici istius Satellitis circa Jovem ad Tempus periodicum Lunæ circa Terram, & duplicata ratione Temporis periodici Terræ circa

circa Solem ad Tempus periodicum Jovis circa eundem; hoc est (per dictam Prop. præc.) ut Motus toti Nodorum Temporibus periodicis Satellitis & Lunæ ad invicem.

Et similiter Æquationes maximæ Nodorum & Apfidum Satellitis sunt ad Æquationes maximas Nodorum & Apfidum Lunæ respectivæ, ut Motus Nodorum & Apfidum Satellitis Tempore unius revolutionis Æquationum priorum ad Motus Nodorum & Apfidum Lunæ Tempore unius revolutionis Æquationum posteriorum.

Atque hæc omnia vera sunt similiter de alio quovis Satellite. Verum inventis semel dictis Inæqualitatibus in uno Satellitum, analogæ Inæqualitates in alio quovis circa eundem Primarium revolvente facilius determinantur per Prop. LI ejusque Corol: non opus enim erit adhibere inversam duplicatam rationem Temporis periodici Primarii circa Solem, cum Primarius maneat idem.

PROPOSITIO LV.

Motus Apfidum Satellitum circum-Jovialium aut circum-Saturniorum Prop. præc. inventos corrigere.

Quoniam Lunæ Apfis in Syzygiis cum Sole progreditur, ut & Satellitis etiam Apfis per Prop. XI, sed tardius propter breve periodicum Tempus Telluris circa Solem respectu periodici Temporis Saturni aut Jovis circa eundem; patet Lunæ Apfidem diutius in Solis Syzygia & prope illam harere quam Satellitis Apfidem, utpote quæ Solem utrâvis Apfide celerius in consequentia latum propius assequitur. Et ex altera parte utraque Apfis in Solis Quadrato regreditur, Lunæ autem celerius; ideoque breviori tempore in Solis Quadrato (cui fit obviam) permanet. Cumque ob primam causam breviori tempore progrediatur Satellitis Apfis quam Apfis Lunæ, & ob secundam longiore tempore re-

grediatur illa quam hæc, & utriusque progressus absolutus oriatur à majore progressu quam regressu; patet hæc duas causas conspirantes Motum Apsidum Satellitis progressivum minuere magis quam pro aliarum causarum ratione. Huic ergo fundamento nixam adhibere oportebit Correctionem Motûs Apsidum supra inventi, dictumque Motum minuere pro causæ hujus permanentia & effectibus in singulis Jovis vel Saturni Satellitibus.

S C H O L I U M.

Determinatis Inæqualitatibus hisce in Motibus Satellitum circa alium quemvis Primarium revolvendum obtinentibus, facile erit (ad normam præcedentium de Luna) Satellitum horum Loca ad datum Tempus, Immersionem in Primarii sui Umbram, Emergionem ex eadem, Umbræ Satellitis incesum per Primarii Discum aliæque illorum Motum attinentia calculo subducere, prout nempe è proprio Primario spectantur. Et Tabularum pro determinandis eorum Motibus illinc spectatis eadem erit Forma quæ Tabularum Lunarium supra descripta; ex quibus una cum ipsius Primarii Tabulis (Lib. præced. descriptis) Satellitum horum Phænomena prompte invenire licet. Sed quoniam Satellitum Eclipses, dum in Primarii Umbram incurrunt, Phænomena sunt maxime insignia Terricolis observanda; Tabulæ ab Astronomis conduntur ad horum immediatum calculum, quarum fundamentum formaque facilis & simplex præcedentia intelligenti satis patent, exemplisque tantum opus erit ad hæc satis superque illustranda; quæ tamen in Elementis hisce Physicis & Geometricis, non Arithmeticis, locum non habent.

Advertendum est tamen rationem esse habendam diversæ Distantiæ Telluris (Observatoris domicilii) à Phænomenis hisce Immersionis & Emergionis Satellitum Saturni & Jovis:

vis: Hujusmodi namque Phænomenon citius videtur cum *Tab. XXXII.*
 Terra vicinior est illi, quam cum inde est remotior. Desi- *Fig. 8.*
 gnet s Solem; CDEF Orbem magnum, sive Telluris viam;
 G 4 H viam Jovis; 4 Jovem Umbram 4 v projicientem;
 BAK Orbitam Satellitis Jovis. Terricola ad c positus cer-
 nat Emerfionem Satellitis ex Jovis Umbra ad A; nam ejus
 Immerfionem ad B, si Satelles Jovi propior sit, aut Tellus
 post Oppositionem aut ante Conjunctionem Jovis & So-
 lis, tum non cernet propter interpositum Jovis corpus:
 Quod si Spectator ibidem confisteret, post certum tempus
 similis ejusdem Satellitis Emerfio rursus appareret, æquali-
 que rursus tempore elapso alia rursus Emerfio, atque ita
 denuo. Verum procedente Terrâ à c ad D, patet longiori
 opus esse tempore ut simile spectaculum ad hanc in D ap-
 pellat; quanto nempe opus est ut Lux (spectaculum qua-
 si vehens) intervallum distantiarum AD, AC sive distan-
 tiam CD percurrat. Pari ratione Satellitis Immerfio ad
 B, Telluris incolæ ad E constituto visa, post determina-
 tum tempus rursus videbitur, atque ita porro; sed Tellure
 spectaculo advenienti quasi obviam factâ, dum ab E ad F
 movetur, Immerfionem dum in F consistit Spectator citius
 videbit, quam si ad E constitisset. Atque hæc est diversa
 Telluris Distantia à corporibus quorum Phænomena obser-
 vantur, cujus habendam esse rationem diximus: propter
 diversam enim hanc Distantiam citius aut serius videntur
 ista, præter alias omnes Inæqualitates in ipsorum corpo-
 rum Motu revera contingentes. Et ex citiore & seriore
 hujusmodi Phænomenon apparentia, ad Terræ in Orbe
 annuo Motum comparata, vicissim constat Lucis Motus
 successivus, ejusque velocitas hinc ex Observationibus col-
 ligitur.

S E C T I O X.

DE MOTU SATELLITUM CIRCA PROPRIA
CENTRA RESPECTIVE.

PROPOSITIO LVI.

*Luna circa Tellurem delata Motum circa proprium centrum
describere.*

IN exemplum Motûs Satellitum circa propria centra adducemus Lunam nostram, cujus Motui aliorum Planetarum Satellitum Motus analogos esse æquum est credere; nam hosce in adeo immensa distantia positos minutim observare non datur. Lunæ Motus per omnia similis est Motui Terræ circa proprium centrum interea dum hæc circa Solem defertur, præterquam in Axis inclinatione & revolutionis Periodo. Luna enim circa Terram mota etiam movetur circa suum Axem: Axis hic est sibi ubique parallelus, ideoque non ad planum Orbis Lunarum normalis, (hoc enim propter Solis perturbantis actionem perpetuo mutatur,) sed ad illud inclinatus, & situm ad immutatum Eclipticæ planum fere rectum obtinens. Lunæ Motus circa hunc Axem proprium (sicut & Terræ circa suum reliquorumque Primariorum circa suos, ut Prop. xxx. Lib. I. ostensum est) uniformis & æquabilis est, eodem tenore perpetuo constans; ejusque Periodus eadem est cum Mense periodico, contra quam in Terra reliquisque Primariis circa Solem delatis obtinet, quorum quivis plures circa Axem revolutiones perficit, dum Orbitam suam semel peragrat.

PRO-

PROPOSITIO LVII.

Ejusdem Meridiani Lunaris (sive circuli per Axem conversionis Lunæ) planum productum per Orbitæ Ellipticæ (quam circa Terram describit) umbilicum à Terræ centro diversum perpetuo transit quamproxime.

Si $ABDC$ Ellipsis, cujus peripheriam Luna circa Terram mota describit: In hujus Ellipsis foco altero T Tellus locatur, ad quem ductus radius (quem alibi supra Vectorem diximus) areas Ellipticas temporibus quibus describuntur proportionales describit. Et per Prop. v. Lib. III. ductis à duobus quibuscumque in Ellipsi punctis ad alterum Ellipsis focum F (à centro Terræ T diversum) rectis AF , BF , est quamproxime angulus AFB ad quatuor rectos sicut Tempus quo arcus AB à Luna percurritur ad integrum Tempus Lunæ periodicum. Si AM referat Meridiani Lunaris planum, quod (Lunæ centro ubivis ex. gr. in A existente) productum per F transit; dico idem planum pariter productum per F transire, in quocunque Orbitæ Ellipticæ puncto reperiatur Luna. Quoniam enim rotatio Lunæ circa proprium Axem uniformis est, & eandem habet Periodum quam Luna circa Terram; patet Meridiani planum quod in situ Lunæ A erat AM , cum Lunæ centrum ad aliud quodvis punctum ad libitum assumptum (ut B) pervenit, situm talem BE obtinere, ut positâ Bm parallelâ ad AM , angulus mBE sit ad quatuor rectos sicut Tempus quo Luna per arcum AB defertur ad integrum Tempus periodicum Lunæ: adeoque (per Prop. XI. El. v.) mBE est ad quatuor rectos sicut AFB ad quatuor rectos; unde (per Prop. IX. El. v.) mBE angulus æqualis est AFB . Cumque AF & Bm sint parallelæ, erit BE in directum ipsi BF ; hoc est, in situ Lunæ B ad libitum assumpto ejusdem Meridiani planum, quod in priori situ A productum per F transibat, productum etiamnum transit per F . In quo-

Tab. XXXII. quocunque igitur Orbitæ puncto centrum Lunæ reperiatur; ejusdem Meridiani planum productum transit per F umbilicum à Terræ centro diversum. Q. E. D.

PROPOSITIO. LVIII.

Motus in Lunæ Facie ex Terra apparentes, ex Luna Motu circa proprium centrum oriundos, describere.

Fig. 9.

Primo patet eandem fere Lunæ Faciem semper ad Terram converti, easdemque fere Lunares Maculas ab Observatore Terreſtri ſpectari. Cum enim ejusdem Meridiani planum productum per alterum Orbitæ Lunarīſ focum F tranſeat, & Lunarīſ Orbita non ſit valde excentrica, hoc eſt, F à T non multum diſtet, ſive angulus FBT (cum maximus) non ſit nimis magnus; patet eandem quam proxime Lunæ Faciem ad Terram converti.

Si vero accuratius inſpectis Maculis Lunaribus Lunæ Facies Terræ obverſa exactius conſideretur, quod, Teſcopii ope delineatâ illius figurâ, tandem fiet; patebit non præciſe eandem à nobis videri. Et quidem cum ejusdem Meridiani planum AM non ad Terram T, ſed ad alterum focum F dirigatur; conſtat Lunæ ad A exiſtentis Hemisphærii è Tellure in T viſum aliquantulum diverſum eſſe ab illo, quod exinde videtur cum Luna ad B pervenerit, parte Hemisphærii Lunarīſ verſus plagam D illic ab oculo in T rectâ quæ hic detegitur, parteque Hemisphærii alterius verſus C hic ex viſu ſublatâ quæ illic apparuit. Atque Motus hic Lunæ è Terra apparens, quo quædam ipſius Maculæ in partem à Terra averſam ſe recipiunt dum aliæ ex parte averſa in viſum Hemisphærium prodeunt, *Libratio Luna* apto ſatis vocabulo vocatur; & quidem quæ ob cauſam modo explicatam contingit, *Libratio in Longitudinem* dicitur, ſc. à Lunæ Motu in longum ſive ſecundum Zodiacum orta. Libratio hæc bis in quovis Menſe periodico reſtituitur; quando nempe Luna in Apogæo C aut Perigæo D verſatur: in utroque enim caſu ejusdem

dem Meridiani planum, quod protensum in *r* incidit, incidit etiam in *r*. Atque Libratio hæc ab Inæqualitatibus omnibus Motûs in longum afficitur, & inter reliquas ab illa qua Luna in Quadraturis cum Sole à Terra remove-
tur, de qua dictum est Corol. Prop. II.

Porro, quoniam Axis super quem Luna in se conver-
titur non est ad Orbem Lunæ circa Terram descriptum perpendicularis, sed ad illum inclinatus; patet nunc hunc nunc illum Lunæ Polum ad Terram annuere, (similiter prorsus & propter similem causam atque Telluris Polus nunc hic nunc ille ad Solem annuit,) adeoque Lunæ Maculas nunc huic nunc illi Polo vicinas ex Terra spectari, hoc est, aliam Lunæ Librationem ex Tellure videri; quæ, cum à situ Lunæ respectu Nodorum Orbitæ suæ cum Ecliptica pendeat, (nam Axis ejus, ut supra dictum, est fere ad planum Eclipticæ normalis,) *Libratio in Latum* jure vocatur. Absolvitur & hæc spatio Mensis periodici, sive potius redeunte Lunâ ad similem respectu Nodorum situm.

Rursus, est & tertia Librationis Lunæ species, quâ fit ut licet alia ejus pars Terræ non obvertatur quam quæ ex duabus causis præcedentibus (Libratione nimirum in longum & in latum) obverti debet, tamen aliam à Sole illuminari contingit. Cum enim Axis Lunæ sit ad Eclipticæ planum proxime normalis, cum Luna ab Ecliptica versus Austrum recedit maxime (hoc est, cum in Limite Australi invenitur) Lunæ Polus boreus & etiam aliquæ ultra Polum Lunaris Globi partes à Sole illustrantur, dum interim ejusdem Polus australis aliquæque citra hunc regiones Lunares in tenebris versantur; in hoc igitur casu si contingat Solem in eadem plaga cum Lunæ Limite australi versari, Luna à Conjunctione cum Sole ad Nodum ascendentem procedens videbitur paulatim suas regiones Maculasve Polo suo boreo vicinas in Hemisphærium non illuminatum subducere, dum interim ab opposita plaga

aliæ cum Polo australi ex tenebris in lucem prodeunt : contrariumque fiet semestri post, descendente Lunâ Novâ à Limite boreali ; borealiores nempe Lunæ partes paulatim in lucem è tenebris prorepent, dum australiores in tenebris se abscondunt. Librationem hanc, sive potius prioris Librationis in latum effectus hosce, à luce Solis, adeoque Mense Synodico, pendere palam est.

S C H O L I U M.

Ex Propositione hac apparet, quam multiplicem Lunarum Globi Librationem è Tellure spectatam simplicissimus ejus motus circa proprium Axem Prop. LVI. descriptus producat : Præcedentes enim Librationis species, pro vario Lunarium Apfidum, Nodorum & Solis inter se situ (ex quibus pendent) varie mixtæ & combinatæ, intricatissimam istam Librationem Lunæ ab Astronomis observatam componunt.

Atque hæc omnia similiter in Jovis & Saturni Satellitibus obtinere admodum est probabile, si quidem eodem prorsus modo Primarios hosce Planetas circumeunt simulque cum illis circa Solem feruntur, perinde ac cum Tellure Luna ; & quod evidentissimum istud Lunæ Phanomenon ab omni ævo observatum & celebratum, (de quo Prop. præc. initio dictum,) quod nempe eandem perpetuo Faciem ad Terram obversam tenet, Jovialibus istis & Saturniis etiam conveniat. Observatum enim est Comitum Saturniorum extimum tum solum conspici, cum Planetæ huic ad Occidentem positus est ; ab Oriente vero semper eum latere : verisimile est id inde evenire quod magnâ sui parte obscuriorem (hoc est, radios Solares undique copiose satis non reflectentem) superficiem habeat Satelles hic, sicut & nostræ Lunæ in planitiibus quibusdam satis amplis contingit ; quæ pars obscurior, cum ad nos conversa est, cerni nequeat præ luminis reflexi tenuitate. Cumque in Orbitæ suæ latere quod Orientem spectat,

stat, obscurata reperiatur Luna hæc Saturnia, in altero nunquam; manifestum est indicium eandem Lunæ istius Faciem semper Saturnum respicere, quoniam ex eo illud contingere necesse est, ut cuius patet. Quis jam dubitet; cum & illius omnium remotissimæ & nostræ Lunæ Facies semper eadem Primario suo obvertatur, quin idem in cæteris quæ circa Jovem ac Saturnum revolvuntur etiam obtineat, licet Observationes manifestæ illud non evincunt?

SECTIO XI.

DE MAGNITUDE ET DENSITATE SATELLITUM.

IN investiganda Satellitum Magnitudine supponemus & illos, suorum Primariorum (circa quos revolvuntur) reliquorumque magnorum Mundi corporum instar, sphæricam (ex partium Gravitate versus totum totiusve centrum) ab initio, dum eorum materia fluida esset, induisse Figuram. Hoc in Luna Telluris nostræ Satellite ex menstruis Phasibus, Eclipsibus aliisque omnibus quæ excogitari possunt argumentis abunde patet, ut apud Physicæ & Astronomiæ Scriptores videre est: Hoc in aliis, Jovis nempe & Saturni Comitibus, etiam apparet; quamcunque enim Faciem Observatori Terrestri obvertunt (obvertunt vero omnes) Disco circulari perpetuo videntur, quod nulli Figuræ præter sphæricam contingere potest.

Licet Planetarum Figura sphærica sit, si integrum aliquem spectes Planetam, hoc non impedit quin inæqualitates aliquæ (eæque, si cum rebus nostris comparentur, satis magnæ) in illorum superficiebus reperiantur, ex causis particularibus prope eorum superficies in partes jam induratas & solidas vires suas exerentibus ortæ; quales & in Terra nostra reperiuntur & in Luna, sed quæ ipsorum Globorum respectu pro nullis merito habentur, eorumque rotunditati non officiunt.

In investiganda Satellitum Magnitudine & Densitate ;
Lunæ nostræ exemplum adducemus , ad cujus normam in
reliquis procedere licebit.

PROPOSITIO LIX.

Lunæ Magnitudinem definire.

Tab. XXXII.
Fig. 10.

QUoniam Lunæ Distantia angulusque sub quo apparet
ex præcedentibus cognita habentur , hoc est (refe-
rente ABC Lunam , cujus centrum L , & O oculum) rec-
ta OL & angulus AOB , hujusque proinde semissis AOL ;
in triangulo LAO rectangulo ad A invenietur LA Lunæ
Semidiameter : vel brevius sic : Diameter Lunæ est ad
Diametrum Terræ ut Semidiameter Lunæ apprens cog-
nita ad notam Lunæ Parallaxin horizontalem , uti patet.
Luna autem ipsa est ad Terram (per Prop. XVIII. El.
XII.) in triplicata ratione suæ Diametri ad Diametrum
Terræ , ac proinde definitur. Q. E. F.

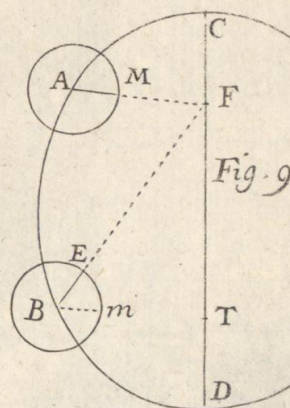
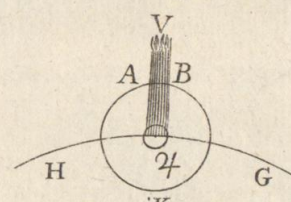
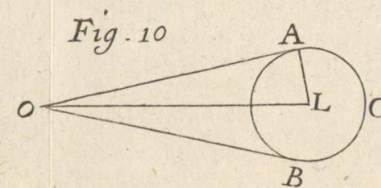
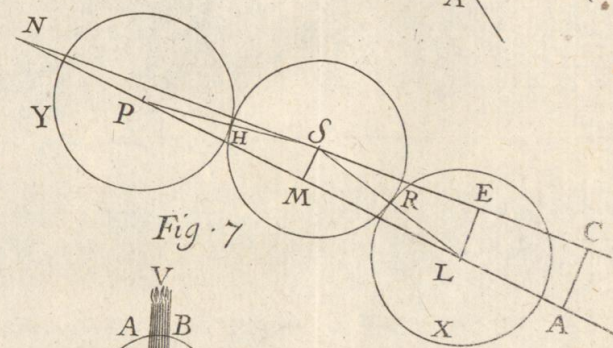
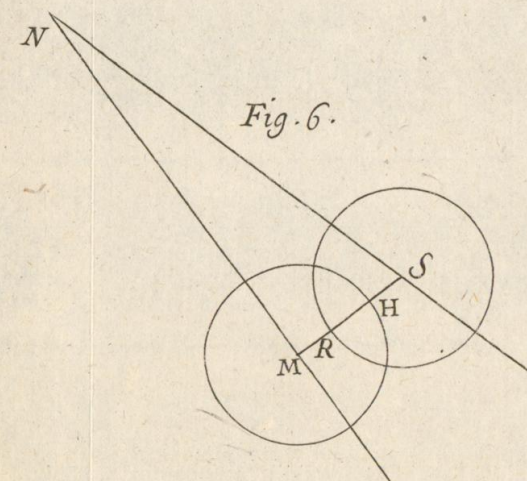
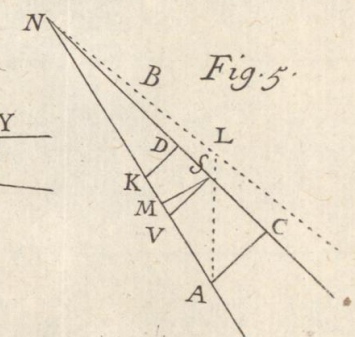
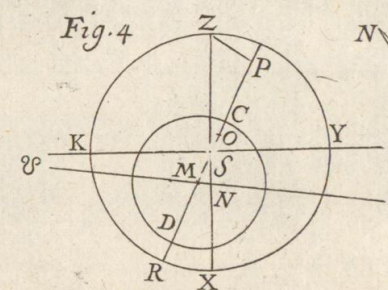
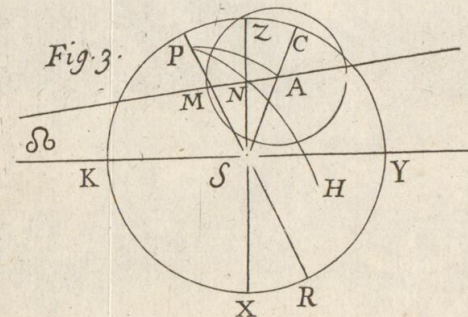
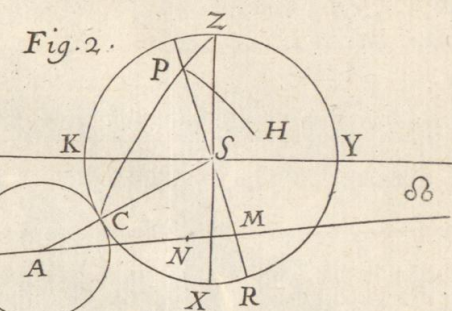
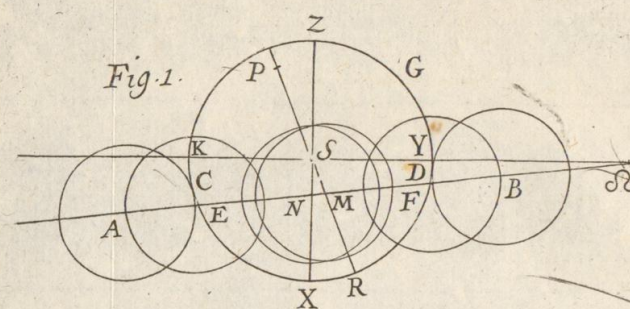
Satellitum Jovialium & Saturniorum Magnitudo simili-
ter definietur ex cognitis Distantia & angulo quem quis-
que subtendit.

PROPOSITIO LX.

*Quantitatem materia in Luna definire respectu Quanti-
tatis materia in Terra.*

Tab. XXXIII.
Fig. 1.

Designet s Solem ; ABC Orbem magnum , in cu-
jus circumferentia commune centrum gravitatis Tel-
luris T & Lunæ L circumfertur , sicut Lib. I. explica-
tum est. Sit A centrum istud noto Tempore Novilunii
cujusdam ; B idem illud centrum prope notum Tempus
Quadraturæ *ex. gr.* insequentis : Atque ex datis duobus
hisce Temporibus dabuntur (per Prop. XVIII. Lib. III.)
Solis Loca ex punctis A & B visa : commune enim il-
lad Terræ & Lunæ gravitatis centrum (per Prop. LXIII.
Lib.



Lib. I.) ita Orbem magnum peragrat, ut areae per radios ad Solem ductos abscissae sint temporibus proportionales. Tab. XXXIII
Fig. 1. Observentur Loca Solis & Lunae à Tellure in t visa. Noti ergo sunt anguli Bts , $As t$: sed prius innotuit AsB ; ergo non latebit Bst . In triangulo igitur Bst datis angulis Bts , Bst & latere sB (Orbis magni lineam ex Sole ductam & positione datam, in Terrae Diametris ex Solis Theoria & Parallaxi cognitam) innotescet & tB latus in iisdem notis mensuris: Sed ex Lunae Theoria nota est tl Distantia Lunae à Terra; nota ergo est (per I. *Dat.*) ratio inter tl & tB , adeoque & inter Bt , $B l$. Porro, ex *Mechanicis* notissimum est eandem esse rationem gravitatis Lunae versus longinquum Solem ad gravitatem Terrae versus eundem, hoc est (per Corol. Prop. XLVII. Lib. I.) Quantitatis materiae in Luna ad Quantitatem materiae in Terra, atque rectae Bt ad $B l$ rectam; definita ergo est ratio Quantitatis materiae in Luna ad Quantitatem materiae in Terra. Q. E. F.

Temporum ad hanc Observationem instituendam alterum in Solis & Lunae Syzygia, alterum prope Quadraturam eligitur, ut angulus Bst major fiat.

Idem similiter & ex iisdem principiis colligitur ex diversa Semidiametro apparente Solis in Novilunio & Plenilunio; illa enim (ceteris paribus) in Novilunio minor est, in Plenilunio major.

SCHOLIUM.

Inaequalitas praedicta in Motu Terrae, exinde orta quod non ipsa Tellus sed commune centrum gravitatis Terrae & Lunae in Orbe magno feratur areasque ad Solem describat temporibus proportionales, sese etiam in Planetarum locis observandis ostendit. Est quippe menstrua haec Parallaxis Martis Achronychii duplo, & Veneris Soli conjunctae & retrogradae triplo major quam Solis, (cum

in isto casu ille duplo, hæc triplo minus à Terra absit quam Sol;) in cæteris insensibilis fere. Similis quoque inæqualitas in Saturni Jovisque (quos Satellites circum-eunt) motibus obtinebit, præsertim cum omnes aut plerique Satellites ab una Primarii parte versantur: sed Primarii isti respectu suorum Satellitum tam ingentes sunt, ut Inæqualitas ista fiat minus sensibilis.

PROPOSITIO LXI.

Rationem Densitatis Lune ad Densitatem Telluris definire.

PROP. XLIX. Lib. III. universaliter demonstratum est, quod ratio Densitatis duorum corporum componatur ex directa ratione Quantitatis materiæ in illis & inversa ratione Magnitudinis eorundem; hoc est (in casu præ-senti) quod Densitas Lunæ est ad Densitatem Terræ in ratione composita ex ratione Quantitatis materiæ in Lu-na ad Quantitatem materiæ in Terra & ratione Magni-tudinis Terræ ad Magnitudinem Lunæ: Sed per Propp. LIX & LX. dantur binæ rationes componentes; ergo datur ratio ex iis composita, nempe Densitatis Lunæ ad Densitatem Terræ. Q. E. F.

PROPOSITIO LXII.

Definire rationem Gravitatis acceleratricis versus Lunam in ejus superficie ad Gravitatem acceleratricem versus Terram in superficie hujus.

EX supra ostensis patet, in paribus distantis à cen-tris corporum utcunque inæqualium, modo extra illa, Gravitates acceleratrices esse ut Quantitates mate-riæ in dictis corporibus; & in distantis inæqualibus à centris corporum æqualium Gravitates acceleratrices esse inverse ut quadrata dictarum distantiarum: Et igitur, li-cet neque distantie neque ipsa corpora æquantur, ratio
Gravi-

Gravitatum acceleratricium versus illa componitur ex ratione directa ipsorum corporum versus quæ gravia tendunt & ratione inversa quadratorum distantiarum ab illorum centrīs ; hoc est (in casu præsentī) Gravitās acceleratrix versus Lunam in ejus superficie est ad Gravitatem acceleratricem versus Terram in superficie hujus in ratione composita ex ratione Massæ Lunæ ad Massam Terræ & ratione duplicata Semidiametri Terræ ad Semidiametrum Lunæ , (nam distantie superficieum à centrīs sunt sphaerarum Semidiametri :) datur autem rationum componentium prior per Prop. LX. & posterior per Prop. LIX ; & igitur non latebit ratio composita , nempe ratio Gravitatis acceleratricis in superficie Lunæ ad Gravitatem acceleratricem in superficie Terræ.

Similibus Observationibus eademque ratiocinatione Satellitum Jovialium & Saturniorum Massæ & Densitates respectu suorum Primariorum definientur : cumque horum Massæ & Densitates respectu harum qualitatum in Tellure Propp. XLVIII & XLIX. Lib. III. definiantur ; definitæ habentur Massæ , Densitas Gravitæque acceleratrix ad superficies Planetarum Systemate Solari contentorum.

SECTIO XII.

DE FIGURA SATELLITUM ET PRIMARIORUM EX MUTUA GRAVITATE ORIUNDA.

Licet montes vallesque Terrestres, & eminentiæ cavitatesque Lunares (quas evincunt illarum Umbræ pro diverso Solis situ in has projici visæ) corporum horum rotunditatem non tollant, ut superius est dictum ; quædam tamen universales sunt à figura sphaerica deviationes non dissimulandæ : ex. gr. illa in sphaeroidem prolatam, quam corporibus quibuscvis fluidis circa proprios axes rotatis competere ostensum est Prop. XXXI. Lib. I. Verum

rum ob rotationis tarditatem in Globo Lunari, quippe quæ non nisi Mense periodico absolvitur, deviatio à figura sphærica illinc orta insensibilis admodum erit, si cum simili deviatione in Terra comparetur, ut ostendetur Prop. insequente.

Propter aliam rationem Luna figuram sphæroidem oblongam induit, cujus axis productus per Terræ centrum transit. Cumque hujusce figuræ insignes sint causæ nec minores effectus, illam altius repetere æquum erit; præfertim cum eadem operâ explicandum sit Phænomenon *Æstûs Maris*, quod inter ea quæ in Tellure contingunt celebratissimum est originisque (ut ostendetur) Cœlestis.

PROPOSITIO LXIII.

Figuram Sphæroidem prolatam Luna definire.

PROBLEMA hoc eodem modo solvitur quo Prop. LIII. Lib. III, ubi aliorum Planetarum figura determinatur: Habetur enim ratio inter Diametros Lunæ & Terræ per Prop. LIX, item ratio Temporum revolutionis Lunæ & Terræ circa proprios Axes per Prop. LVI; habetur igitur (per Prop. XXVI. Lib. I.) ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad consimilem Vim in Æquatore Terræ: Sed datur (per Prop. LII. Lib. III.) ratio inter Vim centrifugam in Æquatore Terræ & Gravitationem in Terræ superficie, & ex Prop. LXII. datur ratio Gravitationis in Terræ superficie ad Gravitationem in superficie Lunæ; & igitur data erit ratio ex tribus hisce composita, nempe ratio Vis centrifugæ in Æquatore Lunæ ad Gravitationem versus Lunæ centrum quæ in ejus superficie obtinet, quæ (in dicta Prop. LII. Lib. III.) ostensa est eadem cum ratione excessûs Diametri Lunæ secundum ejus Æquatorem ad Lunæ Axem. Ideoque (per 6. *Dat.*) dabitur ratio inter Lunæ Axem & ejus Diametrum quamvis Axi normalem; hoc est, inter axes Ellipsis cujus rota-

rotatione circa axem minorem fit Sphærois prolata Lunæ similis.

Ratio prædicta rationem æqualitatis adeo appropinquat, ut Lunæ Figura sphæroides prolata, hinc oriunda, parum admodum differat à sphærica.

PROPOSITIO LXIV.

Si Telluris Globus ubique profundo Mari opertus esset, indueret hic Figuram sphæroidem oblongam fere, cujus axis productus per Lunam transiret.

Tab. XXXIII.
fig. 2. & 3.

Designet circulus centro T Tellurem, circulus centro L Lunam: Patet, quod si nulla esset actio Lunæ nec alterius cujusvis extranei corporis in Tellurem, hanc cum undique fluido operta sit sphæricam esse, nisi quatenus ab hac deviat propter rationes Prop. XXXI. Lib. I. indicatas, de qua deviatione hic non agitur. Verum, quoniam Telluris partes singulæ graves sunt in Lunam, & gravitas versus Lunam (sicut versus corpus aliud quodvis) est reciproce ut quadratum distantiae ab illius centro; si (ut in Prop. LX. Lib. I. & Prop. I. Lib. IV. fuse explicatum est) recta LT exponat Gravitationem acceleratricem corporis in Terræ centro locati versus Lunam, sitque (in fig. 1.) E qualibet Fluidi marini particula, si porro in recta LE (eave producta) sumatur LK æqualis LT , & LF quæ sit ad LK in duplicata ratione LK ad LE ; exponet LF Gravitationem corporis ad E locati versus L , quæ (ut vulgo notum) dividitur in Vires ut FG & GL & cum iis directionibus: Si autem à Vi illa qua corpus ad E positum urgetur, quæ est ut GL , auferatur Vis ut TL quâ Terræ centrum unaque integra Tellus versus Lunam urgetur; relinquentur Vires ut FG & GT & cum directionibus FG & GT , quibus corpus ad E positum urgetur, præter Vim propriæ Gravitationis quâ E versus Terræ centrum tendit. In fig. 2. re-

Gregori Astr. Tom. II,

V

liquis

Tab. XXXIII.
Fig. 2. & 3.

liquis manentibus sit c punctum Telluris cui Luna est in Zenith, & A cuius Nadir Luna tenet, B & D puncta circumcirca (five potius circulus) quibus Luna est in Horizonte. Liqueat quod punctum G maxime distat à T cum punctum E est aut in c aut in A ; in priori casu G migret in M , in posteriori in N . Cum vero punctum E invenitur in circulo BD , punctum G coincidit fere cum T , nullaque in fluidi partibus in dicto circulo BD versantibus relinquitur Vis præter illam Gravitatis propriæ & alteram illam ut FG cum directione FG ; ipsa vero FG in hoc casu sit BT aut DT , puncto F cum K coincidente. Particulæ igitur fluidi ad c & A , cum præter Gravitatem propriam versus centrum T urgeantur, illæ quidem Vi ut MT cum directione ab M versus T , hoc est, à c versus L ; hæ vero Vi ut NT cum directione ab N versus T , hoc est, ab A versus M ; non erunt tam graves versus centrum T atque si Vis à Luna orta abesset: Sed particulæ ad c versus Lunam attrahuntur magis quam Terra integra quæ in centro T locata intelligitur; & particulæ ad A versus Lunam attrahuntur minus quam Terra integra in T , & proinde post Terram quasi relictæ similiter afficiuntur atque si ad partes contrarias versus M traherentur: particulæ vero in circulo BD , cuius incolis Luna Horizontem tenet, graviores sunt versus T ; nam præter Gravitatem propriam alia ut BT vel DT à Vi Lunæ oriunda superadditur cum directione à B vel D versus T . In locis inter A vel c & B vel D intermediis particulæ conditionibus utrisque præditæ sunt, quarum hæc vel illa prævalet prout his vel illis sunt viciniore; nempe quo propiores sunt fluidi Terrestris partes punctis c & A eo minus graves sunt, actione nempe Lunæ (sc. Vi ut GT) Vim propriæ Gravitatis versus T minuente, & quo propiores sunt punctis B & D eo graviores sunt, eadem actione Lunari Gravitatem propriam in hoc casu augente per Vim ut FG .
Cum

Cum vero Globus $A B C D$ fluido satis profundo undique opertus ponatur, hoc est, cujus particulæ aliæ aliis facile cedunt, & motum quæque proprium libere peragunt; patet fluidum ad A & C positum à fluido in B & D extrudendum, levius à graviore, uti per Hydrostaticæ leges oportet. Exstabit igitur fluidum ad A & C & prope illa sive attolletur & subsidebit in $B D$ circulo & prope hunc, donec illius major moles & altitudo ab huius majore Gravitate compensatæ æquilibrium efficiant; formabiturque Tellus, fluido undique satis profundo operata, in Figuram sphæroidem oblongam quasi, cujus axis est $A C$ recta quæ producta per Lunam transit. Q. E. D.

SCHOLIUM.

Ob eandem rationem Fluidum Terrestre Figuram induet sphæroidem fere oblongam, cujus axis productus per Solem transit: Nam si in præcedente ratiocinatione corpus L non Lunam sed Solem designet, patet propositum. At sphæroidis huius axis non tantum excedit diametros illi normales, quam in illa quam Luna producit. Quoniam enim Fluidi elevatio ad c sub Luna L exinde provenit, quod hoc gravius sit versus Lunam quam ipsa Tellus quæ ad T consistere censetur, quippe vicinius; ejus vero elevatio in puncto A exinde, quod Terra ad T gravior sit ad Lunam quam Fluidum ad A , utpote viciniior; adeo ut Fluidum ad c à Luna prolectatum (ut *Kepleri* verbo utar) Tellurem post se relinquat, Fluidum vero ad A à Terra quasi relinquatur: si hoc à Solis actione proveniat, effectus non erunt adeo sensibiles, quia Terræ Semidiameter $T C$ vel $T A$ evanescit fere respectu Distantiæ immensæ inter Terram & Solem, quæ respectu Distantiæ inter Terram & Lunam (quæ triginta Diametros Terrestres vix excedit) satis fit sensibilis; & ideo fluidi ad c gravitas insensibiliter major versus Solem quam ad T , & ad A positi insensibi-

Tab. XXXIII.
Fig. 3.

liter quam ad τ minor; unde Figura sphæroides hinc facta parum supra ipsam sphaeram elevabitur ad vertices C & A , parumque in circulo BD infra eandem deprimetur. Aliqua tamen erit hæc Fluidi Terrestris elevatio in C & A depressioque in BD circulo, propter immensas immensi corporis Solaris etiam longissime distantis vires.

PROPOSITIO LXV.

Maris Fluxus & Refluxus fit ex Fluidi Telluris Globum operientis Figuris sphæroidibus oblongis, quarum axes producti per Lunam & Solem transeunt.

Primus (quod sciam) Aëstus Maris veram hanc causam attigit *Jo. Keplerus*, qui illam pluribus explicat in *Introductione ad Physicam Cælestem commentariis de Motibus Stelle Martis traditam*, ubi postquam cujusvis corporis Gravitationem in quodvis universaliter ostendit, sic scribit: *Orbis virtutis tractoria, quæ est in Luna, porrigitur usque ad Terras, & prolecat aquas sub Zonam Torridam, quippe in occursum suum quacunque in verticem loci incidit, insensibiliter in maribus inclusis, sensibiliter ubi sunt latissimi alvei Oceani, aquisque spaciola reciprocationis libertas; & in Astr. Lun. Pag. 70. sic: At aestuum maris cause videntur esse corpora Solis & Luna trahentia aquas maris. Illam postea excepit & incrementis immensis ditatam suam jure fecit summus Philosophus D. *Is. Newton*, qui aquas Maris intumescere ostendit & sub Luna & loco huic opposito: *Keplerus* enim credebatur quod Impetus præsentis Lunæ factus gignit per absentiam Lune, impetum alium; donec Luna rediens, frangat impetum hujus recipiat, modereturque, & una cum suo motu circumagat. Sphæroides igitur hæc figura, quæ ultra sphaeram (duorum montium instar & sub Luna & in loco huic opposito) exstat, una cum Luna (quam sequitur)*

sequitur) motu diurno circumacta, (five potius, secundum rei veritatem, Tellus in Orientem rotata subducens se hisce eminentiis aquarum, quæ sub Luna motu proprio lente in Orientem lata immotæ quasi consistunt,) aquam in suo itinere bis intumescere facit totiesque detumescere spatio 25 horarum, quo Luna à cujusvis Loci Meridiano digressa ad eundem redit.

Quoniam vero (per Schol. Prop. præc.) Fluidum Terrestris tumet etiam in Locis quibus Sol in Zenith aut Nadir reperitur, licet multo minus quam ubi Luna similiter locatur; in Luminarium Conjunctione & Oppositione conjunguntur etiam prædictæ aquarum eminentiæ, fietque elevatio omnium maxima, maximaque etiam depressio, cum Luminaria Horizontem simul attingunt, quia aqua per utriusque Vim tunc elevatur, nunc deprimitur. In Luminarium Quadraturis Sol attollit aquam ubi Luna deprimit, deprimitque ubi Luna attollit; & ex Virium differentia aquarum elevatio omnium minima oritur, minimaque etiam depressio. Inter Luminarium Syzygias & Quadraturas effectus producuntur inter prædictos intermedii, ut æquum est.

Si Luna in Æquinoctiali circulo versetur, aquarum eminentiæ binæ oppositæ Æquatorem Terrestrum tenebunt, & utraque maximum illum Telluris circulum motu suo describens magis agitabitur, & proinde ad littora appellens altius elevabitur ad illa; præterquam quod, Æquatoris Terrestris diametro majore existente quam recta quævis alia per Terræ centrum traducta & utrinque ad ejus superficiem terminata, aqua per Luminarium Vires (ceteris paribus) in illo ad majorem altitudinem elevabitur quam alibi. Et igitur cum Luminaria duo, in Æquatore conjuncta aut opposita, Vires suas ad Mare in Æquatore Terrestri elevandum jungunt, quod fit in Syzygiis Æquinoctio proximis, hoc est, Mense Martio & Septembri contingentibus; Æstus tum produc-

ti erunt omnium maximi & agitatissimi, *Æstus*que, qui dictis Mensibus in Luminarium Quadraturis contingunt, erunt omnium minimi minimeque agitati; effectus quippe differentiae Virium Lunæ ab *Æquatore* maxime declinantis (nempe quæ Soli in *Æquatore* posito est in aspectu Quadrato, ac proinde in Solstitialibus Zodiaci punctis) & proinde *Æstum* minimum minimeque agitatum producentis, & Solis non declinantis *Æstum*que adeo maximum maximeque agitatum causantis; cujus contrarium accidit circa Solstitia, cum *Æstus* minimi in Luminarium Syzygiis contingunt (minimi inquam illorum qui in Syzygiis contingunt) maximique (eodem sensu) in eorum Quadraturis.

Rursus, *Æstus* (cæteris paribus) maximi sunt dum Luminaria sunt in Perigæo, minimi dum in Apogæo; cumque istud Lunæ accidat quovis Lunationis tempore, Soli autem Hyeme tantum, hoc prioribus junctum efficit ut *Æstus* maximi in Syzygiis & minimi in proximis Quadraturis præcedant *Æquinoctium* vernum & sequantur *Æquinoctium* autumnale.

Hucusque *Æstum* proprietates consideravimus quatenus universum Telluris globum afficiunt: restat nunc ut eas consideremus quæ à diversarum habitationum Latitudine diversa procedunt. In quem finem referat *ΒΕΚΑQH* Tellurem, cujus centrum *T*, Poli *A* & *B*, hic borealis ille australis, *EQ* *Æquator*, & huic paralleli duo circuli *CD*, *FG*, quorum hic versus Boream sit, ille versus Austrum. Fluidum Telluri circumfusum ad præsentiam Lunæ se disponat in sphaeroidem figuram oblongam, cujus axis *KH* productus ad partes *H* per Lunam transeat, ut Prop. præc. ostensum est; erit recta *TH* vel *TK* maxima aquæ Altitudo (computando à centro) & *TM* vel *TN* minima, eadem nempe cum Altitudine aquæ in quovis circuli *NM* puncto, *v. g.* *X* vel *Y*, ubi parallelis *CD* & *FG* occurrit. Rectæ *TC*, *TF*, *TD* &

T 6

T G aquæ Altitudinem in respectivis punctis C, F, D & G designabunt; ductoque P O circulo ad circumum ^{Tab XXXVII.} N-M parallelo, erit recta T O æqualis Altitudini aquæ in ^{Fig. 4.} punctis O, V, S, R & P, ubi dictus circulus P O cum Æquatore & parallelis respectivis concurrit. Hisce posit, consideremus Locum motu diurno parallelum C D describentem: patet, cum Locus hic in D versatur, Altitudinem Maris T D esse maximam, hoc est, Æstum esse cum Luna L Meridianum tenet; postea vero Altitudinem aquæ ibi esse minimam, cum dictus Locus revol- vendo ad punctum X pervenit, uti prius est ostensum; rursusque Æstum esse cum Locus ad C appellit. Sed quia T D major est quam T C (nempe longissimæ T H propior) erit in casu præfenti, cum Luna ad Polum elevatum declinat, Altitudo Maris major cum Luna est in Meridiano supra Horizontem quam cum Luna Meri- dianum infra eundem tenet. Similiter T G minor est quam T F, quippe minimæ T M propior; hoc est, in Loco parallelum F G motu diurno describente Altitudo aquæ maxima, contingens dum Luna versus Polum de- pressum A declinans Meridianum supra Horizontem te- net, minor est quam ejus Altitudo maxima, quæ sit dum Luna ad Meridiani alteram medietatem pertingit.

Porro, Æstus prædicti alternis vicibus majoris & mi- noris (in Loco quovis extra Æquatorem posito, prout Luna ad Meridiani partem conspicuam aut latentem ap- pellit) differentia major erit, si cum causis quibusdam prius explicatis similemque effectum fortientibus conjun- gantur, ex. gr. Solstitiorum tempore; tunc enim in Sy- zygiis utrumque Luminare ab Æquatore maxime decli- nat, à qua Declinatione Æstuum alternationem pende- re ostensum est. Atque effectus adhuc augebitur, si Or- bitæ Lunaræ Nodus ascendens Æquinoctium vernum etiam occupat; tunc enim Luna Soli conjuncta, ultra Declinationem Solis Declinationi maximæ æqualem, Latitudinis maxi-

maximæ (in Limite nempe) quantitate magis adhuc in Boream aut Austrum declinat.

Hæc omnia ita se haberent, si globus Telluris undique aquâ satis profundâ tegatur: Verum propter Insulas tam majores quam minores Æstum inhibentes, atque hisce intermedia Freta, item Vada Syrtisque, per quæ Æstus sunt propagandi, infinita fere oritur hujus Phænomeni varietas. At omnium horum situ respectuque ad invicem probe notis, & Observationibus de Maris Æstu exacte institutis, nullum est dubium quin horum ratio ex prædictis facile & naturaliter fluat. Verum cum hæc non sint nostri instituti, immo hætenus ostensa non nisi tanquam Lemmata ad Lunæ figuram determinandam consignentur, particularibus hujusmodi prosequendis abstinemus.

PROPOSITIO LXVI. LEMMA.

Si Globus Luna ubique profundo Mari nostro simili opertus esset, indueret hic figuram spheroidem oblongam, cujus axis productus per Terram transiret: & Altitudo fluidi Lunarum, in partibus citerioribus & ulterioribus Luna, supra spheram spheroidi inscriptam esset ad Altitudinem analogam Maris nostri in partibus Luna subjectis & hisce è diametro oppositis, supra spheram inscriptam spheroidi, in ratione composita ex ratione gravitatis acceleratricis Luna in Terram ad gravitatem acceleratricem Terra in Lunam, & ratione Diametri Luna ad Diametrum Terra.

QUod fluidum Lunare in spheroidem figuram assurgeret, cujus axis per Terram transiret, patet iisdem argumentis, quibus Prop. LXIV. probavimus fluidum Terre hujusmodi figuram induere. Cum enim Lib. I. factis sit ostensa gravitas omnium corporum in omnia, merito cum Keplero in *Astr. Lunar.* quærendum esset; *Quid impedit igitur quin dicamus Terram etiam Lunares aquas trahere,*

trahere sicut Luna Terrestres? Porro, si gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis esset gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, (hoc est, si æqualis esset materiæ quantitas in Luna & in Terra;) patet fluida æquidensa, qui-
 bus isti duo globi teguntur, se conformatura in figuras sphaeroides similes. Nulla enim vel excogitari potest ratio, quare alterius globi fluidum in acutiorem sphaeroidem figuram attollatur: Nam præter solam molem, in casu præsentē, omnia hinc inde æquantur. Et cum omnia ad omnimodam Æqualitatem producendam necessaria ponuntur præter Molem, loco omnimodæ Æqualitatis produceretur Similitudo ejus succedanea. Figuræ in schemate designent figuras sphaeroides similes in quas Luna (cujus centrum L) Terraque (cujus centrum T) æqualis massæ fluida alterna elevarent; figurarum harum axes LB, TA in directum jacerent per Prop. LXIV. (*) Si sphaeroidibus hisce inscriptæ concipiantur sphaeræ FD, EC axes in C & D interfecantes, erit ob figurarum sphaeroidum in casu præsentī similitudinem BL ad LF ut TA ad TE, & dividendo BD ad LF sicut AC ad TE, & vicissim BD ad AC sicut LF ad TE; hoc est, si æqualis esset gravitas acceleratrix Terræ in Lunam atque Lunæ in Terram, elevatio fluidi Lunaris, in partibus proximis & remotissimis supra sphaeram inscriptam, esset ad elevationem fluidi Terrestris analogam, in locis Lunæ subjectis & hisce oppositis, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ. Rursus, si Terra ac Luna æquales haberent Diametros, Altitudines supra inscriptas sphaeras, ad quas fluida æquidensa elevarentur, essent ut gravitates acceleratrices in ipsa corpora trahentia; hoc est, sphaeroidis Altitudo, ad quam elevatur fluidum

Tab. XXXIII
Fig. 5. 1. & 2.

Gregori Astr. Tom. II.

X

Lu-

(*) Intelligendum est figuras duas ex quibus quinta constat, in directum positas esse ad aliquam distantiam, atque ita collocatas esse, ut lineæ TA, LB in una linea recta jaceant, quod exprimi in Tabula non potuit.

Lunare supra sphæram, in partibus Telluri proximis & ab illa remotissimis, esset ad consimilem Altitudinem sphæroidis aqueæ supra inscriptam sphæram, ad quam elevatur fluidum Terrestræ, ut gravitas acceleratrix Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Et igitur, licet neque gravitas acceleratrix Terræ in Lunam æqualis sit gravitati acceleratrici Lunæ in Terram, nec Diameter Lunæ Diametro Terræ æqualis; erit Altitudo fluidi Lunaris supra inscriptam sphæroidi sphæram, in partibus citerioribus & ulterioribus Lunæ, ad analogam Altitudinem, ad quam Mare nostrum in partibus Lunæ subjectis & hisce è Diametro oppositis supra inscriptam sphæroidi sphæram elevatur, in ratione composita ex ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ & ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam. Q. E. D.

PROPOSITIO LXVII.

Figuram spheroidem oblongam Lunæ definire.

Superius ostensum est & Lunam aliquando fuisse fluido undique tectam (quod ex illius figura sphaerica patet) & fluidum hoc fuisse sphæroidis figuræ oblongæ, cujus axis per Terram transit. Quoniam autem eadem fere Lunæ facies Terræ perpetuo obvertitur, (quod propter Periodum Lunæ circa proprium Axem ejus Periodo circa Terram æqualem contingit, ut Prop. LVIII. ostensum est,) eminentiarum hujus sphæroidis extra globum Lunæ idem erit perpetuo in superficie Lunæ situs. Indurescente proinde paulatim Lunæ materiâ fluidâ seu molli, sphæroidis hujus eminentiæ in Lunæ superficie quiescentes etiam induruerunt, ipsaque Luna ex molli dura facta hanc figuram sphæroidem oblongam retinet; secus atque in Terra fit, in qua sphæroidis fluidæ eminentiæ extra inscriptam

scriptam sphaeram, propter Telluris motum circa proprium Axem pernicem, circa Tellurem perpetuo rotantur fluiditatemque conservant.

Ad sphaeroidis hujus figuræ speciem determinandam, advertatur demonstratum esse in Prop. præc. excessum axis sphaeroidis oblongæ supra diametrum huic normalem esse ad excessum Altitudinis maximæ Maris nostri à viribus solius Lunæ factæ supra minimam in ratione composita ex ratione gravitatis acceleratricis Lunæ in Terram ad gravitatem acceleratricem Terræ in Lunam, & ratione Diametri Lunæ ad Diametrum Terræ: Sed datur utraque ratio componens, prior ex Prop. LXII, posterior ex Prop. LIX; datur igitur composita, nempe ratio excessus axis sphaeroidis Lunæ supra diametrum illi normalem ad excessum Altitudinis maximæ Maris nostri à solius Lunæ viribus factæ supra minimam. Datur autem excessus hic per observationem; ergo & ille, nempe excessus axis sphaeroidis Lunaris supra Diametrum illi normalem: datur autem ipsa Lunaris Diameter per Prop. LIX; ergo & axis sphaeroidis figuræ quæsitus. Definita igitur est Lunæ figura sphaeroides oblonga. Q. E. F.

Lunæ figura ex Sphaeroide prolata Prop. LXIII. definita, & oblonga hâc LXVII. determinata componitur: At si illius superficies fluido tegetetur, tertia præterea esset figura sphaeroides oblonga facta à Solis Vi perturbante, cujus axis productus per Solem transiret, cujusque proinde eminentiæ, semel in rotatione Lunæ super proprium Axem, integrum Lunæ ambitum peragraret instar Æstus Maris nostri. Hujus elevatio maxima, extra supra definitam figuram Lunarem, esset ad elevationem Maris nostri, à sola Vi Solis factam, ut Diameter Lunæ ad Diametrum Terræ, & proinde nota.

Quæ de Terra ejusque Satellite Luna dicta sunt, vera etiam erunt de Jove & Saturno & eorum Satellitibus, si vel nunc vel olim fluida fuerint ingentia ista corpora:

gravitas enim mutua corporum, conatus recedendi ab axe motus in corporibus rotatis & fluidi natura eadem sunt apud Jovem & Saturnum quæ apud Terram.

S E C T I O XIII.

DE SATURNI ANNULO, EJUSQUE PHASIBUS.

POST traditas & demonstratas methodos Geometricas, quibus hucusque observatorum circa Planetas secundarios & eorum Phases rationes explicantur & quantitates determinantur, restat ut eadem fiant respectu Annuli sive Fornicis Saturno circumdati, qui ejus Satellitii pars est, ideoque locum hunc, post alia de Satellitibus explicata, sibi vendicant.

PROPOSITIO LXVIII.

Annuli, quo Saturnus cingitur, Magnitudinem, Figuram & Situm describere.

Tab XXXIII
Fig 6.

A Nnulus, quo Saturnus cingitur, est tenuis, planus; nusquam ipsi Saturni globo cohærens, ut in figura depingitur; quorum ultimum hinc constat, quod Fixæ inter Saturnum Annulumque per G C B spatium cernantur.

Annuli Semidiameter est Saturni Semidiametri dupla sesquiquarta, & interstitium inter Saturni globum & interiorem Annuli limbum G C H æqualis Annuli latitudini C D. Hujus superficies duæ, G D F H C hic visa alteraque latens huic parallela, planæ sunt, non tamen politæ speculi instar, sed lumen Solis in se incidens undiquaque reflectentes. Annuli crassities, sive distantia inter prædicta duo plana, sensibilis est licet non admodum magna: Solis radios in se incidentes aut non omnino aut parum admodum reflectit, vel saltem speculi instar ab uno puncto divergentes & Terram non attingentes.

Annuli.

Annulus hic (qui propter gravitatem versus Saturni ^{Tab. XXXIII.} centrum, Fornicis instar, æquali undique à Saturno in- ^{Fig. 6.}tervallo sustinetur) si omnino revolvitur, circa Axem suum sive rectam ex centro ad ipsius facies parallelas normalem revolvitur, adeoque eminus spectanti propter ejus uniformitatem pro quiescente habetur. Ipsum Saturnum circa eundem Axem super Polos p , p etiam revolvi admodum est verisimile; adeo ut Annulus, in Æquatoris Saturnii plano producto, Planetam hunc circumstet ad distantiam ab ejus superficie paulo majorem quam est Diametri quadrans.

Hæc omnia ad Oculum melioris notæ Telescopio adjutum patent, & ope Micrometri mensurantur; id est, cum Saturni Globo comparantur.

Saturnus Annulo cinctus in Orbita sua circa Solem eodem modo defertur atque Tellus in sua, quem Prop. xxx. Lib. I. descripsimus; nempe Annulus, adeoque etiam Saturni Æquator forte in hujus plano & Axis parallelus feruntur; & planum Annuli eodem semper angulo, nempe $23\frac{1}{2}$ graduum, ad immotum planum Eclipticæ inclinatur, ac proinde eodem semper ad planum Orbis Saturni.

Communis plani Eclipticæ planique Annuli Saturni intersectio Eclipticæ occurrebat circa Annum 1659, in $20\frac{1}{2}$ grad. Virginis & $20\frac{1}{2}$ grad. Piscium, ex observatione *Christiani Hugenii*: nam in istis punctis constitutus tum temporis Saturnus Ansis sive Annulo orbatus spectabatur; in $20\frac{1}{2}$ gradu Geminorum & Sagittarii, à prioribus sc. remotissimis punctis, Ansa maxime expansa & diducta cernebantur, quippe Annuli circulus tum minime oblique spectatus latioris Ellipseos speciem induit. Quoniam vero puncta prædicta $20\frac{1}{2}^{\text{gr}}$ η & χ non multum distant à punctis, ubi communis intersectio plani Æquatoris Terrestris cum dicto Eclipticæ plano per Solem transiens Eclipticæ occurrit, & hæc duo plana æqualibus angulis ad planum Eclipticæ inclinantur; erunt hæc duo plana, nem-

pe Æquatoris Annulique Saturnii, inter se fere parallela. Et igitur si ex Terra Annulus hic circularis oblique spectetur, indeque Ellipticus appareat, Ellipsis hujus major axis parallelus fere erit Æquatori Cœlesti.

Prædictam Rectam (quæ est communis intersectio plani Annuli Saturnii & plani Eclipticæ) motu angulari in antecedentia ferri verisimillimum est. Quod si Annulus hic cum Æquatore Saturnio magnetice aliove quovis modo imperceptibili sit connexus, (nam Observatione constat illum nusquam cohærere,) ita ut horum plana in unum semper coincident; Æquinoctiorum Saturniorum puncta retrocedent: Annulus enim est materia ad Æquatorem Saturni redundans; unde (per Prop. LXIV. Lib. I.) constat istorum punctorum motus in antecedentia eodem modo quo Æquinoctialium punctorum Terrestrium. Quod si, Planetæ secundarii instar, Annulus motus suos peragat independenter à Saturni Globo, Lineæ prædictæ regressus ex Prop. XIV. Lib. I V. constabit.

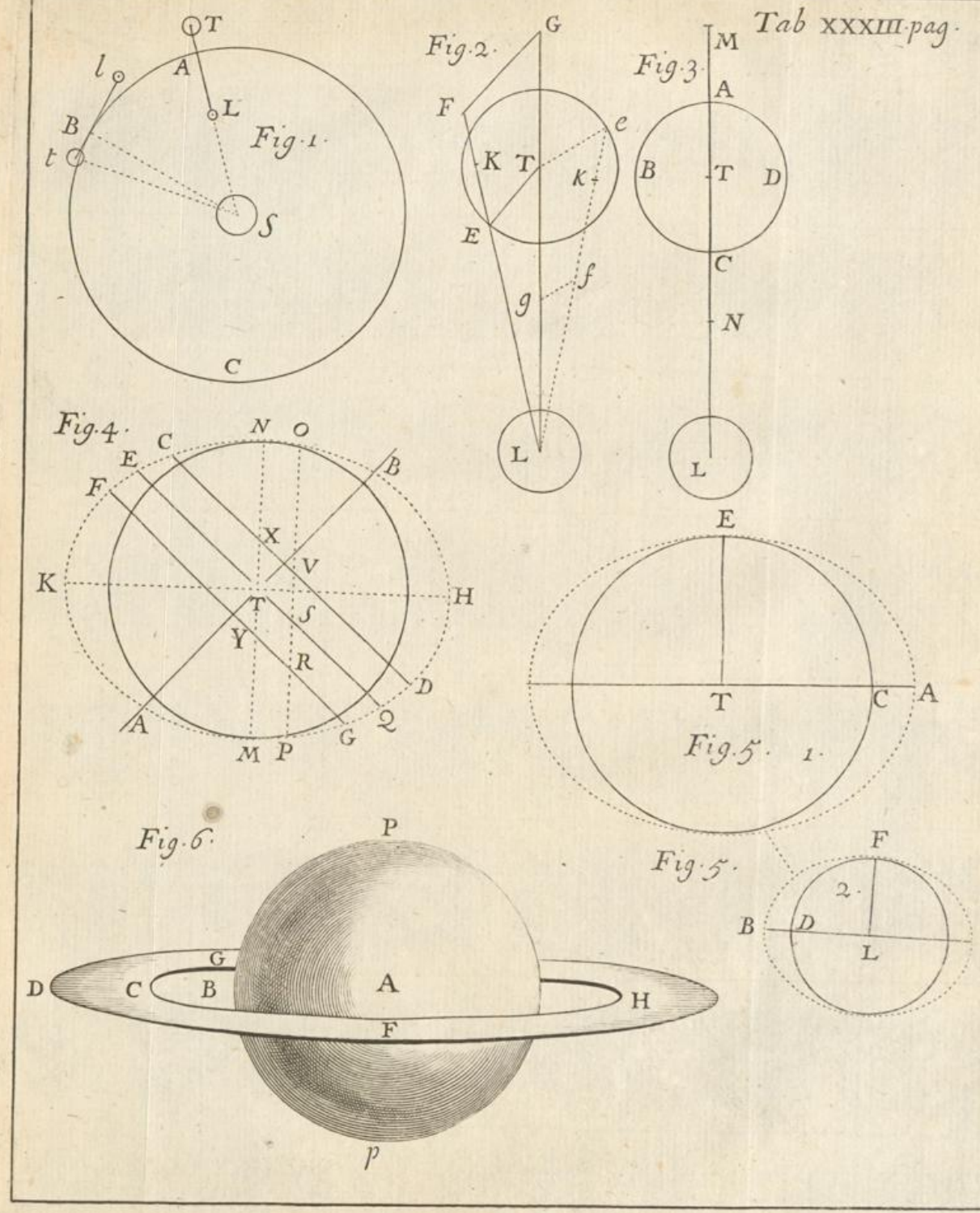
Porro angulus, quem Annuli planum cum plano Orbis Saturnii continet, major erit per Prop. XV, cum Saturnus in horum communi intersectione reperitur quam alibi; & minimus cum Saturnus inde maxime distat: verum mutationes hæ tam parvæ sunt ut è Terra vix observari queant.

PROPOSITIO LXIX.

Annuli Saturnii Phases è Sole spectatas describere & definire.

ib. XXXIV.
Fig. I.

AB illis ordimur quæ sunt cum Spectatoris oculus coincidit cum corpore illustrante, quippe & simplicioribus & ad alia gradum facientibus. Patet primum, Saturno ex Sole spectato ut in A vel I, (in schemate annexo ubi Saturnum cum Annulo quo cingitur parallelus delatum depinximus, cum specie qua Discus apparet post



post illum respectivè,) neutram Annuli faciem videri, idque ob duplicem causam: Nam primo, cum in hoc casu Annuli planum productum per Solem transeat, neutra ejus facies illustrabitur, Solis radiis utramque stringentibus tantum, adeoque videri nequit, quippe obscura; deinde, cum Oculus etiam in Sole ponatur, hoc est, in planis videndis productis, facies illæ licet illustratæ non viderentur. Quod si Annuli Acies radios Solares in se incidentes undiquaque Planetarum more reflecteret, in situ prædicto exstarent hinc inde *Brachia lucida* in recta ad Eclipticam angulo $23\frac{1}{2}^{\text{gr}}$. inclinata: Cum vero Acies hæc radios non remittat (ut Prop. præc. dictum) Brachia non apparebunt ultra Saturni Discum protensa; sed quâ lucidum Saturni Discum transit, lineam efficiet obscuram prædicto modo inclinatam, per Disci centrum traductam: Sed & linea hæc obscura etiam alias apparebit, nunc supra Disci centrum, nunc infra illud incurvata, prout Aciei obscuræ situs postulat.

Procedente Saturno ab A per B, C &c. versus E, vel ab I per K, L &c. versus N, paulatim attollitur Sol supra Annuli faciem, vel hanc vel illam, donec Saturno ad E vel N pervento, planum per Solem & Saturnum traductum, ad Eclipticæ planum normale, Annuli plano etiam normale fuerit, & Sol supra planum Annuli circiter $23\frac{1}{2}^{\text{gr}}$. elevatus; in quo casu facies Annuli illa, quam Sol illustrat, omnium maxime illustratur, ob radiorum Solarium incidentiam tum maxime directam: Et Annuli limbus circularis Oculo in Sole etiam constituto ex Opticæ legibus Ellipsis apparebit, cujus major axis duplus sesquialter est minoris, sicut radius est fere duplus sesquialter sinûs $23\frac{1}{2}^{\text{gr}}$. Et porro, procedente Saturno ab E per F, G &c. versus I, aut ab N per O, P &c. versus A, paulatim minuitur Solis elevatio supra faciem illustratam, donec tandem neutram denuo illustret, sed utramque suis radiis stringat. In intermedio quo-

vis

Tab. XXXIV.
Fig. 1.

vis situ facies illustrata minus aut magis illustrabitur pro minore aut majore distantia Saturni à situ A vel I, & circularis Annulus sub magis contractæ aut magis dilatæ Ellipsis specie videbitur; ejus nempe major axis erit ubique ad minorem ut radius ad finem anguli quo recta ex oculo ad ejus centrum ducta inclinatur ad Annuli planum. Prædictus angulus quo Sol (Oculusve in Sole positus) supra Annuli planum elevatur, in quovis Saturni situ (puta c) æqualis est angulo quo Sol supra planum Æquatoris Terrestris elevatur (hoc est, Solis Declinationi ab Æquatore) cum Tellus distat à puncto, ubi Terricolis Æquinoctium est, angulo æquali ipsi A s c adeoque per Tabulam Declinationis punctorum Eclipticæ facillime inveniendus: Nam (per Prop. præc.) maxima Solis elevatio supra planum Æquatoris Terrestris æqualis est maximæ ejus elevationi supra planum Annuli Saturnii.

Saturno prope punctum A hærente Annulus minime percipietur, non tantum quia Ellipsis axis minor in isto casu est admodum parvus, sed etiam præcipue quod ob radios Solis admodum oblique incidentes parum illustretur, & proinde Oculo vix sensibilis reddatur. Experimentiâ vero constat ad illustrandam Annuli faciem, ita ut videri queat, opus esse ut Sol supra illius planum elevetur tribus ad minimum gradibus; ad istud vero requiritur ut Saturni Locus Heliocentricus distet à loco A vel I septem aut octo gradibus: & igitur toto illo tempore quo Saturnus ex Sole spectatus citra vel ultra punctum A vel I (jam sæpe descriptum) intra septem aut octo gradus hæret, hoc est, dum in Orbitæ suæ partibus oppositis quindecim istos gradus percurrit, quod totidem circiter menses durat, ejus Annulus & hinc nata Brachia & Ansæ non apparebunt, sed Saturnus rotundus & solitarius videbitur. Verum limites hi diversi erunt pro observantis Oculi diversa acie, diversisque Tubi quo
utitur

utitur viribus. Atque hæc sunt præcipua Phænomena An-
nuli quo Saturnus cingitur è Sole spectati; hic modus
illa determinandi,

SCHOLIUM.

Ob easdem rationes Viæ Satellitum circa Primarium <sup>Tab. XXXIV
Fig. 1.</sup> quemvis revolvendum è Sole spectatæ, nunc rectæ appa-
rent nunc Ellipticæ: rectæ quidem, cum linea Nodorum
Satellitæ producta in Solem incidit; quando etiam Satel-
les è Sole visus maxime elongatus à suo Primario maxi-
me etiam declinat à Via Primarii è Sole visa, quo casu
Eclipsis istius Satellitæ, in Primarii umbram incurrentis,
centralis erit & proinde (cæteris paribus) maxime diu-
turna, & Umbra Satellitæ, inferiorem Orbitæ suæ semi-
circulum percurrentis, in Primarium incidens per Disci
centrum è Sole visum transit. Unde Solis & Satellitæ
Phænomena, è Primario visa, ad superiorum normam
definientur. Extra hunc situm Satellitæ Via è Sole visa
Ellipsis apparebit, (circulus nimirum oblique spectatus,)
cujus major axis est in Primarii Via visa. Hæc brevior
rem obtinebit axem minorem quo propior est Primarius
istis punctis ubi prior Phasis contingit, longiorem quo
ab illis remotior; adeoque omnium longissimum (hoc
est, ipsa hæc Ellipsis, quam Satellitæ Orbita circularis
induit, erit latissima) dum Primarius in locis versatur in-
ter prædicta loca mediis; nempe cum recta Solem Pri-
mariumque conjungens est ad Satellitæ Orbitæ planum
minime obliqua, in quo casu Satelles in maxima Elon-
gatione à suo Primario videbitur in Primarii Via è Sole
visa; in conjunctione vero cum Primario à dicta Via
maxime in hanc vel illam partem declinat, prout in su-
periore vel inferiore Orbitæ suæ semicirculo versatur. Un-
de Satelles in superiore Orbitæ suæ parte ab Umbra
Primarii axe longissime aberit, & in inferiore Satellitæ
Umbra à centro Disci Primarii sui è Sole visi quam ma-

xime etiam distabit ; ideoque pro inclinatione plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii , proque Orbitæ Satellitis magnitudine , Eclipses illinc ortæ erunt (cæteris paribus) vel brevissimæ , vel forsan nullæ . In locis intermediis Satellitis Via circa Primarium è Sole visa erit Ellipsis minus lata , prædictaque omnia miscebuntur . Atque Phases hæ omnes contingent bis in una revolutione Primarii circa Solem , si Nodorum Linea sibi semper parallela maneat ; sin hæc moveatur , continget Phasium varietas omnis , ex quo ista Nodorum Linea producta in Solem incidit , donec rursus versus eundem dirigatur . Et è converso , ex istis Eclipsium vel longissimarum vel brevissimarum observationibus , lineæ Nodorum Satellitis positio & plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ Primarii inclinatio definientur .

PROPOSITIO LXX.

Annuli Saturnii Phases è Terra spectatas describere & definire.

Licet Annuli Saturnii Phases è Sole spectatæ sint fere eadem cum ejus Phasibus è Tellure spectatis , (quia Saturni locus Geocentricus ab ejusdem loco Heliocentrico , etiam cum maxime , vix distat sex gradibus ,) & proinde per Prop. præc. definiendæ ; cum tamen in quibusdam differant , præcipue Saturno rotundo apparente , illarum differentias breviter ostendemus .

*Tab. XXXIV.
Fig. 2.* Sit ut prius s Sol , A B I N Orbita Saturni ; D C T Orbita Telluris annua ; (neque enim ejus inclinationem ad Orbem Saturni , quippe admodum parvam , hic consideramus ;) sintque A & I loca Orbitæ Saturni , in quibus Saturnus existit cum Annuli sui planum productum per Solem transit , & Æquinoctium in Saturno fit , si Annulus sit in plano Æquatoris & Saturnus circa proprium axem rotetur . Patet quod , Saturno in A vel I posito , Annu-

Annulus non cernetur ab Oculo in Terra in quacunque ^{Tab. XXXIV.}
Orbitæ suæ parte Tellus consistat : Nam cum neutra An- ^{Fig. 2.}
nuli facies à Sole in hoc casu illustretur , neutra ab
Oculo videbitur , licet satis supra illius planum elevato.
Sola Annuli acies illustratur , quæ tamen non videtur ,
quia radios (saltem ad Terram pertinentes) non reper-
cutit : hæc tamen , qua lucidum Saturni Discum transit ,
nigricans sive obscura linea apparet ob rationes Prop.
præc. explicatas.

Porro si , Saturno ad B progressio , Tellus sit in Orbi-
tæ suæ puncto C , tali ut B C sit parallela ad A I , Sa-
turnus etiamnum rotundus apparebit : Nam licet Annuli
facies altera à Sole in hoc casu illustretur , Oculi Tel-
luri affixus in Annuli plano producto etiamnum reperitur ,
ideoque illam non videt , sed solam Annuli aciem obs-
curam sibi obversam habet. Hoc accidit quando Saturnus
ex Terra spectatus ad easdem Fixas refertur , ad quas re-
ferebatur per Oculum in Sole positum cum Sol in Annuli
plano producto reperiretur ; hoc est , quando Saturni
locus Geocentricus idem est cum ejus loco Heliocentrico ,
cum Sol est in Annuli plano producto , quod ex Tabulis
Astronomicis facillime dignoscitur.

Rursus , ponatur Saturnus in situ H , Tellus in E , ita
ut Annuli planum , sive potius hujus communis sectio
cum plano Orbis Saturni recta H M , ipsi I A parallela ,
producta inter Solem S & Terram E cadat , quod fiet ubi
Saturni Locus Geocentricus & ejusdem Locus Heliocen-
tricus sunt ad diversas partes Loci supra Prop. LXVIII.
descripti , ubi Annuli planum productum in Solem Ter-
ramve incidit , quod ex Tabulis Astronomicis , Epheme-
ridibus præsertim , statim constat ; nam S H recta Satur-
ni Locum Heliocentricum ostendens cadit ad unam rectæ
H M partes , & E H ostendens ejus Locum Geocentricum
cadit ad alteras ejusdem rectæ partes : In hoc , inquam ,
casu Spectator Terrestris Annulum non videbit , (præter-

quam quod linea nigricans lucidum Saturni Discum transit,) quia illam Annuli faciem, quæ Solis radiis exponitur, conspiciere nequit; quippe ab ipso averfam. Obversa etenim Terræ, in hoc casu, est facies illa quæ nunc umbræ vices patitur.

Contra, cum rectæ TN , SN ad Saturnum ex Sole & Terraeductæ ad easdem prædictæ NR (communis sectionis planorum Annuli Orbisque Saturni) partes cadunt, sicut fit cum Saturnus est in N ; hoc est, cum Locus Saturni Geocentricus ejusdemque Locus Heliocentricus ad easdem partes sunt respectu Loci supra descripti, ubi Annuli planum productum in Solem incidit; tum eadem facies Annuli Soli & Terræ obvertitur, ac proinde (si per alias rationes Prop. præc. explicatas liceat) facies illustrata visa Saturno Brachia Ansaive præstare videbitur; Nempe si Sol Annuli faciem satis illustret, ut ejus lumen Oculum afficiat; hoc est, si tribus gradibus aut amplius supra Annuli planum attollatur, sive Saturnus octo gradus aut amplius à puncto A vel I absit, & Terra etiam uno circiter gradu aut amplius supra eandem faciem elevetur, (nam etiam sensibili aliquâ opus est Oculi elevatione supra planum Annuli, ne Ellipsis, quam Annulus refert, tenuissimæ lineæ similitudinem præferat, adeoque exiliorum emittat lucem quam quæ Oculum movere possit;) hoc est, si Saturni Locus Geocentricus tribus gradibus aut amplius distet à loco, ubi Annuli ejus planum productum in Terram incidit, videbitur Annulus, sicuti Prop. præc. ostensum est.

Ad definiendam speciem Ellipsis quam Annulus quovis tempore refert, advertendum est quod, cum illius planum inclinatum sit ad planum Orbitæ Terræ 23^{gr} circiter ubi Annuli circulus maxime directe videtur, Linea Terram dictumque circulum conjungens ad circuli planum in dicto angulo inclinabitur; & proinde in isto casu circulus apparebit Ellipsis, cujus major axis est duplus sequial-

quialter minoris. Porro, in alia quavis inclinatione rectæ Terram & Saturnum conjungentis ad circuli planum, (inveniendæ ex distantia Loci Saturni Geocentrici ab ejus Loco Geocentrico ubi Annuli planum productum in Terram incidit, ope Tabulæ Declinationis punctorum Eclipticæ, ut supra) major ejus axis erit ad minorem sicut radius ad sinum rectum anguli modo inventi, quo Oculus supra planum Annuli elevatur. Atque hæc sunt præcipuæ Annuli Phases à Tellure visæ, & hi modi illas definiendi. Q. E. F.

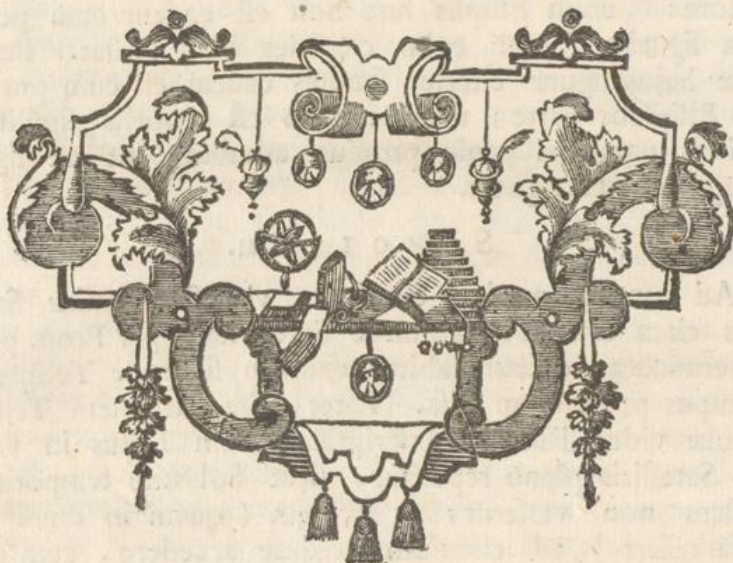
Ejusdem etiam speciei est Ellipsis quæ interiorem Annuli circulum refert, quippe in eodem plano cum exteriori: Verum Ellipsis hæc non est eadem cum perforata figura; Annuli enim crassities huic obstat. Perforatæ hujus figuræ citerior semissis eadem est cum prædictæ Ellipseos parte; ulterior vero est æqualis similisque Ellipsis pars axi paulo propius admota, ut ex figura Prop. LXVIII. patet.

SCHOLIUM.

Ad eundem modum ex figura viæ five semitæ Satellitis circa suum Primarium à Sole visæ, per Prop. præc. determinata, determinabitur ejusdem figura à Tellure ad Tempus propositum visæ. Patet enim Satellitem Telluris incolæ videri Rectam descripsisse, cum Tellus in Orbitæ Satellitis plano reperitur, licet Sol tum temporis in eadem non versetur; & Ellipsin (quam in omni alio casu refert) ad circulum maxime accedere, cum recta Terram & Primarium conjungens minime obliqua est ad planum Orbitæ Satellitis, licet recta à Sole ad Primarium ad idem planum tum temporis non sit minime obliqua. Et è converso, ex dictarum Phasium observatione definietur situs Linæ Nodorum, & Inclinatio plani Orbitæ Satellitis ad planum Orbitæ quam Primarius circa Solem describit.

Porro, eadem vera sunt de apparente semita Maculæ

five alterius cujusvis visibilis notæ in Planetæ primariæ ipsiusve Solis superficie & circa ejus Axem rotatæ, vel de talium notarum serie circulari : apparebit enim, ex Optices legibus, circulus hic nunc Recta nunc Ellipsis, prout Tellus in ejus plano producto versatur vel extra illud.



ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ
ELEMENTA.
LIBER QUINTUS
DE COMETIS.



Explicatis Planetarum tum primariorum cum
secundariorum motibus, & Phænomenis
inde ortis, ad alterius generis corporum
nempe Cometarum motus explicandos pro-
gredimur, quorum plures species ab Auc-
toribus numerantur: illos quippe divi-
dunt secundum colores varios quibus fulgere cernuntur,
Planetasque quos ita æmulantur, & Caudarum quas emit-
tunt figuras. Nos qui Astronomica non Astrologica tra-
ctamus, horum unicum tantum genus agnoscimus, qui
pro diversitate vaporis Caudam constituentis, ipsiusque
Cometæ sitûs respectu Solis, diversas istas facies osten-
dunt.

In his tractandis primo Physica quædam expediemus;
ut ad Geometrica, ipsam nempe Orbitam determinandam,
accedamus postea. In Physicis tractandis opiniones quæ-
dam & Philosophorum placita postea rejicienda recensere
necesse erit, ut amplectenda melius intelligantur. Quod
autem istud, in Libris præcedentibus consulto omissum, in
hoc fiat, ignoscet Lector: neque enim Cometarum Theo-
ria Geometricarum curas hæcenus adeo exercuit atque Fixa-
rum Planetarumque.

SEC.

SECTIO I.

GENERALIA DE COMETIS.

PROPOSITIO I.

Philosophorum placita de Cometarum Duratione & Loco breviter exponere.

Philosophi vetustissimi iidemque Astronomi Cometas esse æterna Mundi Corpora credidere, Planetarum instar, gyros suos statis temporibus complementia: Nam *Aristoteles Lib. 1. Meteor. Cap. 6.* de Cometa verba faciens ait, τῶν δὲ Παλιῶν τινὲς καὶ καλεμένων Πυθαγορείων, ἓνα λέγουσιν αὐτὸν τὸν εἶναι τῶν πλανητῶν ἀστέρων, ἀλλὰ διὰ πολλῆς τε χρόνου τὰν φαντασίαν αὐτοῦ εἶναι καὶ τὴν ὑπερβολὴν ἐπὶ μικρὸν, ὅπερ συμβαίνει καὶ περὶ τῆς Ἑρμῆς ἀστέρα. *Italicorum autem quidam vocatorumque Pythagoreorum dicunt Cometam esse unum errantium syderum, sed non apparere nisi post multum tempus, nec nisi parvo tempore exstare, quod accidit etiam Mercurio. Et Plutarchus Lib. III. De Placit. Philos. Cap. 2.* ait, τῶν δὲ Πυθαγορῶν τινὲς μετὰ ἀστέρα φασὶν εἶναι τὴν κομήτην τῶν ἐκ ἀεὶ φαινυμένων, διὰ τίνος δὲ ὡρισμένης χρόνου περιδικῶς ἀνατελλόντων. *Pythagoreorum quidam Cometam dixerunt esse stellam ex earum numero qua in cælo non assidue quidem comparent, sed qua statis temporibus peracto certo circuitu rursus solent exoriri. Et Seneca in Natural. Quest. Lib. VII. Cap. 3.* sic inquit, *Democritus subtilissimus antiquorum omnium, suspicari ait se, plures stellas esse qua currant (hoc est, Cometas) sed nec numerum illarum posuit, nec nomina, nondum comprehensis quinque syderum (hoc est, Planetarum præter Solem & Lunam) cursibus. Et rursus, Seneca ibid. dicit Apollonium Myndium peritissimum inspicendorum naturalium asserere Cometas in numero stellarum errantium poni à Chaldeis, tenerique cursus eorum. Apollonius hic (teste Seneca ibid. Cap. 17.)*

aje.

ajebat quod proprium *sydus Cometes est, sicut Solis aut Lu-
na. Caterum non est illi palam cursus: altiora Mundi se-
cat; & tum demum apparet, cum in imum cursûs sui ve-
nit; id ipsum nempe quod Prop. X. Lib. I. ostensum est.*
Cui sententiæ & ipse subscribit *Seneca Cap. 22. his verbis:*
*Non existimo Cometen subitaneum esse ignem, sed inter eter-
na opera nature. Solam ille & unicam methodum tradit*
*Cap. 2. quâ Quæstio hæc solvi queat, necessarium esse di-
cens veteres ortus Cometarum habere collectos; deprehendi
enim propter raritatem eorum cursûs adhuc non potest, nec
explorari an vices servant, & illos ad suum diem certus
ordo producat. Tandemque sic vaticinatur Cap. 25. Veniet
tempus, quo ipsa que nunc latent in lucem dies extrahat &
longioris ævi diligentia. Ad inquisitionem tantorum atas una
non sufficit. Veniet tempus, quo posteri nostri tam aperta
nos nescisse mirentur. Et Cap. 26. Erit qui demonstret ali-
quando, in quibus Cometæ partibus errent, cur tam seducti à
ceteris eant, quanti qualesque sint.*

Postea vero *Peripateticorum Schola* omnis Cometas non corpora Mundi æterna sed noviter producta & mox rur-
sus interitura censens, ut Cœlorum ingenerabilitatem &
incorruptibilitatem tueretur, illos ex exhalationibus com-
pactos Terrestribus in regiones sublunares detrussit; quæ
opinio invaluit magis post in vectos in Cœlum solidos or-
bes, per quos Cometæ trajicere nequeunt.

Tandem vero *Tycho Brahe & Keplerus* ex Observationi-
bus invenientes nullam esse Cometarum parallaxin diur-
nam, illos in sedes supralunares reposuere. Modus paral-
laxin Cometæ diurnam, si qua est, investigandi maxime
commodus & facillimus est sequens: Per observationes
plurium dierum ante & post factas definiatur semita inter
Fixas quam teneret Cometa, si nulli parallaxi diurnæ
subjiceretur. Si ergo ab Ortû ad Meridianum, vel inde
ad Occasum usque, eum inter vicinas Fixas teneat Lo-
cum respectivè, quem ex supra determinata semita te-

neret, indicio est illum nulli parallaxi diurnae esse obnoxium: Nam dum Horizonti propinquus est, si dicta parallaxi afficeretur, inferior appareret inter vicinas Fixas quae nullam patiuntur; adeoque ad Ortum vergens Cometa orientalis or, ad Occasum occidentalior quam pro Loco ex prioribus Observationibus isti temporis puncto congruo cerneretur. Neque modus hic refractionis Syderum incertitudini subjacet; nam proximarum Stellarum eadem quamproxime est refractionis quae Cometæ. Omnium vero commodissime Observatio hæc instituitur, si invenitur Locus verus Cometæ in recta inter binas Fixas ducta, ita ut Fixæ hæc tum temporis ad parvam supra Horizontem altitudinem in eodem Almucantarath aut prope reperiantur, quod in tanta Fixarum multitudine facile erit, saltem si adhibeantur quæ Oculo Telescopio adjuto videntur: Nam si Cometa parallaxi diurnae subjiciatur, extra rectam hanc & Horizonti propior videbitur; sin aliter, in recta cum Fixis etiamnum apparebit.

Cometarum sedes supralunaris ulterius confirmatur exinde quod Cometa Anni 1680 observatus fuerit à *D. Cassini* 22 aut 23 tantum gradibus à Sole distans, & interim pleno Orbe fulgens, quod prius de Cometa qui apparuit Mense *Aprilis* Anno 1665 etiam notaverat; unde certo concluditur, vel Cometæ istos tum temporis non tantum Lunâ sed & Sole fuisse superiores, (cum Mercurius & Venus in ea à Sole distantia apparente pleno Orbe non fulgeant nisi tales fuerint;) vel illos esse corpora lucida ipsius Solis aut Fixarum instar, aut saltem pellucida & Solis radios transmittentia, quod de tam magnis corporibus vix dicetur, cum Maculæ Solares utut raræ texturæ opacæ satis sint. Cometæ vero esse corpora opaca ex Umbris quas projiciunt ostendetur inferius.

PROPOSITIO II.

Philosophorum Opiniones de Cometarum Ortu & Orbitis breviter recensere.

DE Cometarum Orbitis inter Philosophos nondum plene constat: *Keplerus* siquidem & post hunc *Cartesius*, *Hevelius*, alique Cometas in rectis trajicere statuunt. *Keplero* enim Circuli aliæve recurrentes Curvæ in Cometarum vero motu nunquam placuerunt, ideo quod non sit verisimile eorum quæ nunquam redeunt motus esse circulares. Jam vero credidit *Keplerus* in Cometar. Physiolog. liquidi *Ætheris* immensam profunditatem ejus esse naturæ, ut Cometas ex seipso producat ne regio illa vacua sit, atque hoc fieri per facultatem animali vel vitali similem ad auræ ætheriæ defecationem & purgationem, cum hac certis regionibus crassescit. Coactâ igitur illâ crassâ pinguedine ætheris, quasi quodam excremento, velut in quoddam Apostema; sit ex natura loci, ut lumen illi accedat (cum Solis lumen ubique adsit) motusque ei instar Stelle alicujus concilietur: Exemplum genuinum, quomodo Cometarum huic pingui & cælesti materiæ & motus & lumen conciliatur, videre est in trajectionibus æriis. *Hevelius* vero Cometas oriri statuit ex Planetarum exhalationibus subtilioribus sibi mutuo in æthere casu junctis & Disci formam retinentibus, cujus altera facies Soli obversa manet, postquam Cometa in linea spirali motus egressus est Planetæ Atmosphæram, ex qua prima sui rudimenta traxit.

Cartesius Cometæ cujusvis corpus posuit perenne Planetæ instar, quippe effectum, ut Planeta, ex Fixa aliqua (sive Sole) Maculis obducta & à vicino crescente vortice abrepta. At Cometam vult de vortice in vorticem perpetuo rectâ fere progredi.

Qui vero Cometam perenne corpus statuunt, & semitam eandem denuo Planetarum ritu percurrere, ejus Or-

bitam talem esse volunt, ut Tellus vel intra circulum hunc licet summe excentricum contineatur (ut D. *Cassini* de Cometa An. 1577, quem eundem esse suspicatur cum eo An. 1680 & 1681) & Cometa hujus peripheriam æquabiliter percurrat, quod ipsis Planetis non conceditur; vel extra, ita ut Orbitæ convexitas Terram respiciat, cui propendere videtur idem D. *Cassini* in Theoria motûs Cometæ Anni 1664. Verum quid est Orbitas hæc à D. *Cassini* ad Cometæ motum calculo subjiciendum præcipue adhiberi, nec physicum quid à cautissimo Viro super hac re definiri.

Ex plurium Cometarum Observatione quendam quasi Cometarum Tractum inter Fixas statuit D. *Cassini*, intra cujus limites plurimi (licet non omnes) Cometæ continentur, sicut Planetæ intra limites Zodiaci. Zonam hanc Cometicam Zodiaco æque latam, & illius instar Animalium figuris insignitam transire comperit per Antinuum, Pegasus, Andromedam, Taurum, Orionem, Canem minorem, Hydram, Centaurum, Scorpionem & Sagittarii arcum, & Zodiacum Cometicum appellavit.

Huc etiam spectat *Cometarum Systema* à Cl. D. *Jac. Bernoulli* An. 1682 editum, in quo ponit Planetam primum quendam circa Solem rotatum ad distantiam à Sole 2583 Semidiametrorum Orbis magni, spatio Annorum 4 & Dierum 157, etiamsi Saturnus ducenties quinquagies octies propior id non nisi 30 Annorum spatio præstet. Circa Primum hunc (qui tum ob corporis exiguitatem, tum ob immensam distantiam conspectum nostrum perpetuo fugit) ad diversas distantias diversi rotantur Cometæ, quorum tamen nullus ad usque Saturni Orbitam descendit; itaque Cometæ, ex mente D. *Bernoulli*, nil aliud sunt quam prædicti invisibilis Planetæ primarii Satellites, qui tum demum videri incipiunt, cum ad Perigeum se demittunt nobisque proximi evadunt.

Sententia de Cometarum Orbitis, quæ nobis verimillina

millima videtur, superius Prop. xxxv. Lib. I. explicata, præterquam quod simplicitati naturæ maxime est congrua, prædictarum opinionum facies fere omnes induere potest. Sit enim (fig. 1.) Sol, per s repræsentatus, communis focus Orbis Telluris fere circularis $TGHK$ & Orbis Cometicæ admodum excentricæ $ABDIEC$; patet quod Cometæ Orbis suæ portionem EC vel BD percurrentis Phænomena satis belle explicabuntur per motum in Recta æquabilem, siquidem BD vel CE à Recta non sit multum diversa, & præterea Cometa in illa æquabiliter moveatur; cum trilinea æqualia super illam constituta, quorum communis vertex est s , habeant bases etiam proxime æquales. Vix tamen primo obtutu apparebit eundem esse Cometam qui prius EC descripsit, posteaque BD , interposito Tempore notabili inter has duas apparitiones, quo sc. arcum CAB describens sub radiis Solaribus delituit. Terrâ autem ut ad T constitutâ, Cometæ portionem Orbis ad A describentis phænomenis Curva versus Terram convexa melius conveniet; talis enim revera est in fig. 1. Verum convexa versus Terram Curva Cometæ in Solis opposito conveniet nunquam in hac Theoria; concava tamen optime, si (ut in fig. 2.) sA Cometæ perihelia à Sole distantia Orbis magni Semidiametrum ST superet: Cometæ enim ad A trajicientis phænomenis ex Tellure in T visis optime respondebit Curva versus T cava, quippe sua.

Tab XXXI^a.
Fig. 4.

PROPOSITIO III. LEMMA.

Si Aer sese expandat secundum legem hanc experimentis confirmatam, nempe quod spatia in quæ comprimitur sunt ponderibus comprimentibus reciproce proportionalia; globus Aeris nostri unciam unam latus, ea cum raritate quam haberet in Altitudine Semidiametri Terrestris, impleret omnes Planetarum regiones ad usque spheram Saturni, & longe ultra.

Legem expansionis Aeris eam esse quæ hic ponitur; sc. quod spatia in quæ comprimitur Aer datæ quantitatis sunt reciproce proportionalia ponderibus comprimentibus, liquet ab Experimentis *Transact. Philos. Mens. Julii An. 1671. N^o. 73.* consignatis. Hæc positâ referat $ABZZ$ tubum erectum infinitum Aere plenum, cujus latera AZ , BZ sunt invicem parallela & Horizonti perpendicularia, & fundus AB superficiæ Terræ insistent: Patet Aerem ad AB comprimi per pondus totius incumbentis Aeris $ABZZ$, & Aerem ad ED (ad libitum ductam ipsi AB parallelam) comprimi per pondus incumbentis Aeris $EDZZ$. Concipiatur Aerem per totam rectam ED expansum comprimi in ejus partem, puta CD , ut ejusdem sit densitatis cum Aere AB , & hoc etiam ad aliam quamvis rectam similiter ductam ut ed fieri, hoc est, Aerem omnem, qui prius per tubum $ABZZ$ expandebatur, comprimi in spatium $ABZX$ ita ut ejusdem sit ubique densitatis. Curvæ $ACcX$, spatium $ACcXZdDBA$ ab una parte terminantis, recta BZ erit asymptotos, quia in quantacunque supra Terram altitudine aliquis est Aer, qui proinde compressus, donec æquidensus sit atque Aer ad AB , aliquis etiamnum manet.

Cum igitur eadem quantitas Aeris compressi quantum AB comprimitur (hoc est, ab incumbente Aere $AZZB$) occu-

occupet spatium CD , compressi vero sicut ED , occupet spatium ED ; patet per compressionis Aeris legem supra memoratam CD esse ad ED , hoc est, ad AB , ut pondus Aeris incumbentis $EDZZ$ ad pondus Aeris incumbentis $ABZZ$; hoc est (propter eandem quam supponimus gravitatem in omni distantia à centro) ut ipse Aer incumbens $CDZX$ ad Aerem incumbentem $ABZX$, si-
 ve ut figura interminata $CDZX$ ad interminatam figuram $ABZX$: Sed hæc est Curvæ Logarithmicæ proprietas Geometris notissima; Curva igitur ACX est Curva Logarithmica, cujus asymptotos est BZ recta. Unde per *Probl. III. Appendic. 3. Lect. Geom. XII. Barrovii*, (ductis CG , cg ad BZ parallelis cum AB concurrentibus in G & g ,) BG five CD est eodem ordine inter BA & Bg five dc media Geometrice proportionalis, quo BD inter Bd & nihilum est media arithmetice; ad oque O (seu nihil) BD & Bd sunt sicut Logarithmi rectarum BA , DC & dc respective. Datis ergo BD , Bd , BA & DC , facillime invenietur cd , quæ ut hactenus ostensum repræsentat quantitatem Aeris compressi, quantum ad Terræ superficiem fit, quæ in Altitudine Bd supra Terram se expandet in spatium ipsi BA æquale; nempe faciendo ut sit DB ad dB ut differentia Logarithmorum ipsarum AB & CD ad aliam, erit hæc differentia Logarithmorum ipsarum AB & cd ; & proinde dato Logarithmo ipsius AB , non latebit Logarithmus ipsius cd , nec ipsa proinde cd .

Sit AB pedum 33, quanta nempe est Altitudo columnæ aqueæ, cujus idem est pondus cum æque crassa columna Aeris ad Atmosphæræ summitatem protensa: Cumque Aer juxta superficiem Terræ spatium occupet quasi 850 vicibus majus quam Aqua ejusdem ponderis, ut experimentis innumeris constat; columna Aeris pedes 850 alta ejusdem est ponderis cum æque crassa columna Aquæ pedem unum alta. Et propterea si ascendatur ad
 alti-

Tab. XXX.
Fig. 4.

altitudinem 850 pedum supra Terræ superficiem, columna Aeris loco isti incumbens ejusdem est ponderis cum æque crassa columna Aquæ 32 pedes alta. Si ergo BD assumatur pedum 850, erit DC pedum 32: nam AB , CD , cd &c. exponēt altitudines Baroscopii (quocunque fluido impleatur) in locis B , D & d ; hæ enim sunt proportionales ponderibus incumbentis Aeris respectivæ. Ut igitur ex præmissis inveniatur dc , positâ Bd Semidiametro Terræ æquali, nempe numero rotundo pedum 20000000, (nam secundum nuperam Gallorum mensuram est pedum 19615800,) instituatur operatio per regulam proportionis, inveniēdo ipsis DB 850, dB 20000000, & differentia Logarithmorum ipsarum AB , CD ex Tabulis excerptorum, nempe 0, 0133639, quartam proportionalem 314, 0000000, nempe differentiam Logarithmorum ipsarum AB & cd , quâ subductâ ex 1, 5185139 Logarithmo ipsius AB prius ex Tabulis excerpto, manebit ipsius cd Logarithmus — 312, 0000000, cujus sc. Characteristica (ut vulgo dicitur) est — 312. Porro, ex natura Logarithmorum Tabularium numeri, cujus primus locus est unitas, Logarithmi Characteristica est nihil; cujus vero primus locus est denarius, sive secundus integrorum, Logarithmi Characteristica est unitas; cujus primus locus est tertius integrorum, Characteristica est binarius, & sic ascendendo; & similiter numeri cujus primus locus est unitate proxime inferior in progressionē decimali, sive primus locus decimalium, Characteristica est — 1, & ita porro descendendo: unde è converso, ex Characteristica Logarithmi innotescet locus quem occupat primus locus numeri; & hinc numeri, cujus Logarithmi Characteristica est — 312, locus primus est in 312^{mo} loco decimalium; ergo recta cd exponitur per numerum cujus primus locus est 312^{mus} decimalium. Calculo igitur subducto, patet Aeris nostri portionem, expositam per numerum cujus primus locus est 312^{mus} decimalium, in altitudine Semidiametri

diametri Terrestris sese expandere in magnitudinem quæ exponitur per 33; hoc est, spatium à nostro Aere occupatum esse ad spatium quod impleret, si eâ esset raritate quam in altitudine Semidiametri Terrestris obtineret, ut unitas ad numerum notatum duobus ternariis cum annexis 312 cyphris. Verum hæc ratio immane minor est eâ, quam ad Fixarum sphaeram (ex mente *Aristarchi*) Arenæ granulum habere demonstravit *Archimedes* in *Arenario*; majorem nempe ratione quam unitas habet ad numerum notatum unitate cum 63 cyphris annexis: Nos autem modo ostendemus prædictam rationem esse multo minorem eâ, quæ est inter globum digitum unum latum & Saturni Orbem propius æstimatum, quam est Fixarum sphaera ab *Aristarcho*.

Semidiameter Terræ est, ut prius, numero rotundo 20000000 pedum: Quod si parallaxis Solis sit 10" (quæ est minima illi adhuc ab Astronomis tributa) cujus sinus rectus est 485 partium posito radio partium 10000000; erit Semidiameter Orbis magni 50000000000 pedum, nempe ad Semidiametrum Terræ ut radius ad sinum parallaxis Solis; & igitur Semidiameter Orbis Saturni (per Prop. XLII. Lib. III. vix decuplo major) erit pedum 500000000000, & illius Diameter pedum 1000000000000, sive digitorum 120000000000000. Quare sphaera Saturni est ad globum digitum unum latum ut præcedentis numeri cubus, sive 1728 cum annexis 39 cyphris ad unitatem, sive rotunde & ad maximum, ut numerus notatus per binarium cum 42 cyphris annexis est ad unitatem. Igitur, cum globus digitum unum latus multo majorem habeat rationem ad Saturni sphaeram, quam ad spatium quod Aer nostro similis impleret, si tam rarus esset atque Aer in altitudine Semidiametri Terrestris supra Terram; patet globum istum Aeris, cujus diameter est unius digiti, ea cum raritate quam haberet in altitudine Semidiametri Terrestris, impleturum omnes Planetarum regiones

ad usque sphaeram Saturni & longe ultra. Q. E. D.

Si gravitas versus Terram in recessu à centro minui supponatur, uti revera fit; patet dictum Aeris nostri globum digitum unum latum, in altitudine supra Terram Semidiametro Terræ æquali, adhuc majus spatium occupaturum.

PROPOSITIO IV.

Philosophorum Opiniones de Cometarum Caudis exponere & veram confirmare.

Cometæ Caudam à Sole dependere exinde patet, quod hæc à Sole fit perpetuo averfa, quod tamen expresse primum à *Petro Apiano* observatum est in Cometis qui inter Annos 1530 & 1540 apparuerunt, illud licet 60 prius Annis à *Regiomontano* tantum non animadvertum fuerit. Cæterum quomodo Caudæ à Capitibus per Solis actionem oriantur, triplex est Opinio.

Primo censent *Apianus*, *Cardanus*, *Tycho*, *Snellius* alii-que Solis radios per pellucidum Cometæ corpus sive Caput propagatos in illo velut in lente vitrea refringi, ac jubaris speciem post Cometam, sive in plaga à Sole averfa, præbere spectandam. Verum istud Dioptricæ legibus adversatur: Præterquam enim quod plerumque figura non respondeat, jubar hoc per Æthera purum propagatum Oculo ad latus posito non erit sensibile; requiritur materia aliqua reflectens in regione Caudæ quæ jubar hoc sensibile reddat, eodem modo quo opus est pulveris aut fumi particulis in cubiculo obscuro volitantibus ut jubar simile in eo contentum videatur ab Oculo extra radiorum viam posito; & quo densiores & crassiores sunt particulae quibus medium inficitur, eo splendidius erit jubar, & è contra. Unde aliâ & crassiore opus erit materiâ in regione Caudæ quam alibi in Æthere Caudæ circumfuso, alias Coelum totum à luce Solis illustratum aque ac Cauda

da splenderet ; & igitur à Solis radiis per caput translucidum propagatis non provenit Cometæ Cauda. Atque argumentum hoc æqualiter valet, si radii ponantur in Cometæ Capite simul & huic circumfusa Atmosphæra refracti, si in sola Atmosphæra, Capite opaco radiorum transmissionem prohibente, sicut *Hevelius* observavit in Cometa An. 1665 qui Umbram projiciebat, & in pluribus aliis observatum fuisse tradidit idem Auctor *Lib. VIII.* suæ *Cometographiæ*. Cel. D. *Hookius* tamen Umbram hanc negat, ac fortius lucere asserit in ea regione ubi Umbra (si qua esset) appareret.

Secunda Opinio est *Cartesii* ejusque sequacium, qui Cometæ Caudam ortam volunt à refractione lucis in ejus progressu à Capite ad videntis Oculum. Si istud verum esset, Fixarum Planetarumque radii per eadem media propagati non tam à refractione immunes ad oculos nostros appellerent quam observatione constat, nec Cometarum Caudæ tam liberæ à coloribus Iridis, refractionis perperuis comitibus. Neque difficultates has tollit *Cartesius* dicendo *Paragr. 139. Lib. III. Princip.* quod Fixarum scintillatio huc referatur, quodque harum Caudæ longiores essent si lux foret major; admotis enim Telescopiis, illarum scintillatio tollitur cum lux augetur. Porro, Planetarum Saturni, Jovis & Veneris, quorum Diametri apparentes plerorumque Cometarum satis longas Caudas emittentium Diametros adæquant vel etiam superant, & lux lucem, nullæ sunt Caudæ; & Cometarum caudatissimorum lux Capitum sæpe tenuis admodum & obscura est. Si vel Fixæ, (vel ipsi etiam Planetæ,) ut in Meteorologicis narrat *Aristoteles*, ab *Ægyptiis* comatæ nonnunquam sunt visæ, hoc iis accidit non ut Cometis, sed adscribendum potius est nubium refractioni fortuitæ, quali *Cartesius* adscribit Comam ab ipso *Aristotele* circa Fixam in femore Canis visam. Denique, si Cauda Cometæ ex refractione medii cœlestis oriretur, hæc in iisdem Coeli

regionibus in eandem semper plagam pergeret, quod tamen non fit, sed pro Solis situ in varias, ut dictum est.

Sunt & aliæ de Cometæ Cauda sententiæ apud Auctores proprios inspiciendæ, quarum confutationi non immorabimur, inter quas est hæc D. Jac. Bernoulli in supra citato *Systemate Cometarum*. Solem nempe concipit in medio Vorticis sui tanquam ignem in foco accensum, cujus calore circumfusi Planeta coquuntur, unde perpetuo magna subtilissimarum exhalationum copia undique ex Planetis, ut & ex ipso Sole egreditur, & à motu rapidissimo Vorticis Solaris sursum versus circumferentiam propellitur; quo cum pervenerunt hæc effluvia, à renitentia vicinorum Vorticum repelluntur & impediuntur, quo minus ulterius ire queant. Hinc quia subinde nova materia affluit, paulatim condensantur, & Planetis secundariis invisisti istius Primarii supra-Saturnii, (de quo Prop. 11. dictum est,) dum circumferentiæ Vorticis Solaris proximi sunt, adherent; non secus ac cum super igne focario suspensa est olla carnibus repleta, fumus è ligno carnibusque ascendens camino, trabibus & quicquid solidi & compacti offendit agglutinatur, unde fuligo gignitur: sic inquit in modum fuliginis exhalationes viscosæ Planetis accrescunt, illosque undique satis densiuscule ambiunt ac cingunt; unde fit ut nuclei Cometae extremitas seu limbus plerumque male terminatus & quasi diffuens aut crispus videatur fuliginis instar. Tum vero in progressu dum Satelles hic circa primarium suum volvitur, subinde nova exhalationes (verum longe tenuiores, quam quæ ipsum immediate ambiunt, quod ob defectum solidi fundamenti nequeant tam arcte constipari) ei adherescunt, longe lateque omni ex parte circa illum sese extendentes, non quidem in modum globi, sed lati disci, cujus alterutra planities Soli obversa maneat, radiique Solares cum disco perpendiculares angulos efforment, unde manifesta, ut ait, redditur ratio cur Cauda perpetuo in plagam Soli oppositam vergat; nam quamvis totus simul à Sole illuminetur discus,

non

non tamen nisi pars illa disci, qua nostri respectu cis nucleum, & quidem in eodem nobiscum & cum Sole plano existit, radios ad oculum nostrum reflectit, reliquis ex adverso & à latere Cometa aliò repercussis.

Cometam spectanti opinio primum occurrens est Caudam à Capite oriri. Atque hæc est Opinio vetustissimorum Philosophorum ipsiusque *Aristotelis*, qui Caudam dixit vaporem longe tenuissimum ex Capite ortum, sed accensum hunc voluit. Sagacissimus D. *Hookius* ex Cometæ inspectione sequentem excogitavit Cometam ejusque Caudam explicandi rationem, in *Cometa An. 1678 Londini* edito. Vult Cometam oriri à Planeta, cujus gravitas versus centrum circa quod prius rotabatur destructa est per motum quendam intestinum partium, (quo corpus ardet flammamque æmulatur,) & qui proinde suis sedibus excessit in recta tangente Orbitam in puncto in quo versabatur, cum dicta mutatio perfecta fuit. Unde trans æthera vectus in Recta (nisi quod propter materiam versus centrum positam, sive intimam, quæ mutationem hanc nondum plene subiit, aliquantulum versus Solem incurvetur) sic mutatus Planeta, ejus partes ab æthere (ut sal ab aqua, aliudve quodvis à proprio menstruo) dissolvuntur & in illum abeunt. Porro, partes hæc extimæ sic mutatae non tantum gravitatem amiserunt, sed & porro leves factæ sunt Solis respectu; hoc est, Solem fugiunt. Unde cum in æthere absorbeantur & in altum tollantur, & simul Solem fugiant, particulae hæc igneæ speciem præferent innumerorum projectorum undique recta ex Cometæ nucleo exeuntium, & versus punctum longinquum Soli oppositum gravium; ideoque (per demonstrata à *Toricellio Prop. xxx. Lib. II. de Mot. Projector.*) speciem præbent Conoidis Parabolici, cujus axis est in recta Solem & Cometam jungente, & cujus umbilicus Parabolæ genitricis est in Nuclei centro: talem igitur figuram induet Cometæ Cauda. Verum cum gravium, ad quæ nobis

licet accedere, gravitatem intendere aut remittere non datur, sed gravitas maneat materiæ proportionalis quemcunque motum intestinum ista accipiat, gravitatis amissio & levitatis à Sole acquisitio in aliis non sunt admittendæ.

Qui Caudam accendi negant, & satis esse ad ejus phænomena credunt, quod vapor è Cometa exiens à Sole illustretur radiosque Solis à sui particulis reflectendo, tractum quem occupant lucidiorem efficiat reliquo æthere, qui licet radios Solis patiatur materiâ reflectente caret, causam comminisci necesse habent quare vapor seu exhalatio reflectens in partes Soli averfas solum abeat. *Keplerus* rem sic explicat: *Coactâ Cometa materiâ pingui & crassâ in orbem, ex natura omnium rerum que uniantur, & Sole rectis radiis pellucidum hunc globum feriente atque penetrante, existimat sequi aliquid de intima Cometa materia, exireque viam eandem qua perrumpunt Solis radii, atque hoc pacto corpus Cometa perlui, colari, atteri, & materiam sic congregari ad partes Cometæ à Sole averfas, quæ Solis radios reflectat Caudæque speciem præbeat.* *Jacobus Gregorius*, in *Physicis quibusdam Mathes. Part. Univers.* subnexis, Cometam vult esse corpus quoddam humidum proprios suos vapores emittens, æthera semper pererrans, ad Solem eundem semper fere situm retinens; quod & *Hevelius* tenet in sua *Cometograph.* pag. 430. qui haud absimiliter Caudam productam vult: nempe *Atmosfera Cometica* partes tenuiores vi caloris rareferi, & à parte antica ac ab utroque latere propelli in partem à Sole averfam. Hisce positis, ex *Gregorii* sententia necessario sequitur medietatem Cometæ à Sole averfam, & ab illo nunquam calefactam nec illustratam, crassis & valde opacis infestari vaporibus, qui à vaporosa illa Cometa materia continuo nutriti, nullâ unquam (ob debilem & obliquam Solis lucem) factâ ipsorum resolutione, in immensam altitudinem excrescunt, & Solis radios non satis validos ad exhalationes dispellendas undique reflectunt. Celeberrimus *D. Newtonus* censet

cenſet etiam quod Cometa Cauda nihil aliud eſt quam vapor longe tenuiſſimus, quem Caput ſeu Nucleus Cometae per calorem ſuum emittit.

Dum Cometa ad Perihelium ſuum deſcendit, vapores copioſiſſimi, qui illum in regionibus à Sole remotiſſimis ideoque frigidiffimis verſantem prius infederunt, calore Solis rarefacti aſcendunt; hoc eſt, in partes à Sole averſas abeunt: nam particulae omnes in medio longe ultra Saturnum protenſo (aura ſc. ætheria) graves ſunt in Solem. Aura hæc, calefacta à calidis vaporis particulis illi implicitis, rarior & inde levior fit reliquâ ambiente aurâ, & proinde ab hac propulſa ſuſum aſcendit, unaque reſectentes particulas ex quibus Cauda componitur ſecum vehit; non abſimiliter atque fumus aſcendit in camino per impulſum aeris illum implicantis per calorem rarefacti. Quoniam vero ultra Cometae atmopharam aura ætheria eſt rara admodum & tantum non nulla, ideo actioni radiorum Solarium particulas atmopharæ Cometicæ ſecum rapiendum à *Keplero* propugnata aliquid tribuam; licet præcipuam maximeque efficacem aſcenſus vaporis Caudam conſtituentis cauſam (præter impetum in primo aſcenſu acquiſitum) credam eſſe ſupradefcriptam auræ ætheriæ raritatem à calore particularum jugiter à Cometa aſſurgentium in vicinia Solis, ubi aura Caudæ circumfuſa denſior eſt & gravior. Atque Cauda tunc in altum ſublata, ſicut ipſe Nucleus, in Solem gravis tanquam alterum projectile circa Solem in Coni ſectione revolvitur, ac Cometam comitatur in regiones longinquas, donec paulatim diſſipetur.

Quamvis Cometarum quorundam Caudæ in immenſum protenſæ magnam materiæ copiam requirere videantur, quæ illis producendis ſufficiat; experienciâ edocti novimus in quantam fumi molem ſatis parva ligni aut carbonis ſoſſilis portio abeat, & ex præmiſſo Lemmate patet quam parva noſtri Aeris portio in immenſa ſpatia vi ſuæ elatiſſitatis

sticitatis diffundi queat. Et licet Caudæ non sint usque adeo raræ texturæ, rarissimas tamen esse, respectu corporum nobis familiarium, exinde patet quod stellæ minimæ eas licet immensæ profundas & Solis radiis illustratas transluceant, cum Atmosphæra Terrestris illustrata, profunditatis immane minoris, vel lucidissimas insensibiles reddat: neque facilius videntur lucida trans densius quidvis ab Oculo remotum quam illi proximum, sed difficilius potius, ut quotidiana docet experientia.

COROLLARIUM I.

Cum Cometæ Cauda ab illius Capite & hinc circumfusa Atmosphæra per Solis calorem elevetur, sequitur illam crescere prout Cometa versus Perihelium descendit, & vicissim minui in ejus recessu à Sole; eritque hæc maxima & fulgentissima statim postquam Cometa in Perihelio suo maxime incaluit & ex vicinia Solis exiit. Sed & Cometæ Atmosphæra (quæ Caudæ maximam materiæ copiam subministrat) minuitur crescente Caudâ, & eâ parte quâ Solem respicit angustior evadit; adeoque cæteris paribus minima (unaque ipse Cometa, cujus magnam partem constituere nudo Oculo videtur) apparet statim postquam Cometa Perihelium superavit, ubi quandoque fumo crassiore & nigriore (vehementioris caloris comite) inficitur.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam sequitur quod, si Cauda Cometæ Telluris nostræ Atmosphæram attigerit, (aut etiam si istius materiæ per Cœlos tandem sparsæ & diffusæ pars gravitate suâ in hanc decidat,) exhalationes ex quibus illa constat huic præmixtæ (fluidum fluido) poterunt Aeri nostro mutationes Animalibus & Vegetalibus præcipue sensibiles inducere: Vapores enim dicti, à regionibus longinquis & peregrinis advecti & ingenti calore excitati, Terrestrium
crasi

crasi inimici forte erunt; quo pacto quæ omnium seculorum suffragio & communi consensu consequi observantur Cometarum apparitionem (quæque statim pro falsis & ridiculis habere Philosophos minime decet) contingere poterunt.

COROLLARIUM 3.

Cauda à Cometa ejusque Atmosphæra jugiter, vaporis instar, in altum assurgens, hoc est, in partes à Sole averfas, in plano Orbis Cometæ (nempe per Solem Cometæque semitam traducto) manebit: quippe nulla est ratio cur in Æthere quieto ad hanc potius quam ad illam partem deturbetur.

Porro, cum vapor à Capite exiens duos motus jungat & postea continuet, alterum ascensûs recti à Sole non longinquo, alterum progressûs Capitis; fiet Cauda non directe à Sole averfa, sed aliquantulum inde declinans ad partes à Cometa relictas; immo Cauda non erit recta sed incurvata, versus partem anteriorem convexa, versus alteram cava. Et licet vapor assurgens motum Capitis participet, tamen propter aliqualem ætheris resistantiam non tam velociter progredietur atque ipsum Caput. Atque quo altius assurgit vapor Caudam constituens indeque rarior fit, hoc est, quo longior est Cauda, eo majorem patietur ætheris resistantiam; unde Caudæ præcedens latus, sive versus partes ad quas Cometa tendit, convexum erit, sequens vero cavum, ipsaque proinde Cometæ Cauda non erit à Sole præcise averfa, immo nec directa sed incurvata. Et hæc à Solis opposito deviatio & curvatura tanto minor est quanto recta Solem & Cometam conjungens obliquior est ad Cometæ semitam: Nam si Cometa directe à Sole vel ad Solem tenderet, Cauda foret à Sole directe averfa & ipsa recta; unde in ipso Perihelio Cauda maxime ab opposito Solis deflectit, maxime etiam incurvatur, cum recta Solem &

Cometam conjungens sit tunc ad ejus Orbitam perpendicularis. Sed & ob supradictam ætheris resistantiam, utut exigua, convexa (hoc est, in ætherem incurrens) Caudæ facies spissior aliquanto & consequenter lucidior videbitur & melius terminata quam cava, à qua lucem reflectentes particulae, relictæ quasi, in æthera diffunduntur. Porro, hæc Caudæ deviatio à Solis opposito & incurvatio (cæteris paribus) major est propter utramque causam prædictam ubi Cometæ Orbita curvior est: Nam ut Cauda sit à Sole perpetuo averfa in hoc casu, oporteret ejus extremum circumferentiam exteriorem & majorem describere quam ipsum Caput, quod ex motu à Capite participato facere nequiret, quamvis nulla foret ætheris resistantia quæ illum minueret. Caudæ igitur extremum à Cometâ remotissimum, quia circumferentiam istam majorem tam brevi tempore non describit atque Caput minorem, idque ob duplicem quam explicuimus rationem, magis in hoc casu incurvabitur. Sed cum casus hic incidat in Cometæ Perihelium, ubi Cauda prius in altum sublata evanuit fere, & qui recens rectâ assurgit vapor Caudam præcipue constituit; ideo non tam sensibilis erit incurvatio.

COROLLARIUM 4.

Figura Corol. præc. descripta refert Caudam quæ revera per Ætherem à Cometæ Capite porrigitur; quo non obstante, si Terra & simul Spectator in Orbis Cometæ plano reperiatur, Caudæ curvatura neutiquam percipietur, quia tota in plano isto jacet: Et vel tota disparebit cum ipsum Caput Caudam inter & Oculum versatur, vel si Caput minus fuerit & Cauda versus alterum extremum latior, Crinitus sive Comatus crinibus circumquaque cinctus videbitur, (atque horum alterutrum sub Oppositionem Solis & Cometæ continget,) vel denique in Solis opposito præcise spectabitur Cauda. Si vero Spectator extra pla-

planum Orbitæ Cometicæ versetur, Caudæ curvatura sentietur; magisque sensibilis evadet, quo recta à Terra ad Caudam ducta Orbis Cometæ (ipsiusque adeo Caudæ) plano magis est normalis, & omnia curvæ Caudæ symptomata Coroll. præc. descripta sensibilia fient. Atque hæ sunt statæ & solennes Caudæ Cometæ mutationes: nam quantum ad incertas istas & subitaneas, quas Auctores memorant, ortæ videntur à vaporum Atmosphæræ nostræ refractione fortuita Caudarum figuras detorquente; vel à motu nubium illas aliqua ex parte obscurantium; aut à vicinis Stellis harumve congerie, aut Via Lactea pro Caudæ parte perperam sumptis.

PROPOSITIO V.

Plures Cometa videntur in Hemisphario versus Solem quam in Hemisphario opposito.

Designet s Solem; T Terram; circulus $DEFH$ centro T descriptus Fixarum sphaeram, sive illam potius quàm visus terminatur. Quoniam Cometæ splendent luce Solis à se reflexâ, non videbuntur antequam à Sole ita illustrentur, ut Oculos nostros luce istâ movere possint: & præterea cum Cometæ per Caudas suas sint maxime conspicui, has autem non emittant priusquam ad Solem incaluerint aliquantulum; patet ad utrumvis consequendum, opus esse ut Cometa ad definitam à Sole distantiam accedat. Sit $ABCG$ sphaera Soli concentrica ad istam distantiam descripta; talis nempe ut nullus Cometa, propter illustrationis defectum, videatur, priusquam intra sphaeræ hujus superficiem versetur: Juncta recta ST producat utrinque, donec dictæ superfici occurrat in A & C : Per T ducatur planum HE cui AC est normalis; hoc dividet sphaeram $DEFH$ in duo Hemisphæria, quorum HFB est Solem versus, HDE Soli oppositum. Cometæ omnes in sphaeræ segmento BCE existunt.

Tab. XXXIV existentes videbuntur in Hemisphærio versus Solem; om-

Fig. 5. nes autem qui versantur in segmento BAG videbuntur in Hemisphærio Soli opposito. Patet vero quod segmentum BCG majus est quam BAG , quia sphaeræ centrum est in illo: Plures igitur Cometæ videbuntur in Hemisphærio versus Solem quam in opposito. Q. E. D.

Sed & plures primo videbuntur sive detegentur in illo quam in hoc, cum superficiei sphaeræ pars BCG major sit reliquâ BAG : detegi autem supponuntur quamprimum superficiem hanc attingunt.

SCHOLIUM.

Quo minor ponitur sphaera $ABCG$, hoc est; quo propius à Sole abesse oportet Cometam antequam videatur, eo Cometarum in Hemisphærio Solem versus visorum numerus magis excedit numerum apparentium in opposito; quoniam tanto magis segmentum BCG excedit BAG segmentum. Et ob eandem rationem primo detectorum numerus in illo quam in hoc major est.

Si ponatur $ABCG$ esse paulo minorem quam sphaera Jovis, sive quod Cometæ se prius videndos non præbeant quam sint Soli paulo propiores quam Jupiter, hoc est, si ponatur SA ipseus ST quintupla; (nam Jovis distantia à Sole excedit quintuplum distantiae Telluris ab eodem;) segmentum BCG erit propemodum duplum segmenti BAG , & ideo fere duplo plures Cometæ in Hemisphærio Solem versus videbuntur quam in Hemisphærio opposito: At superficies BCG est tantum sesquialtera superficiei BAG , ideoque dimidio plures illic quam hic primo detegentur. Si $ABCG$ sphaera minor fuerit, v. g. si SA sit sesquialtera distantiae Martis à Sole, quadruplo plures Cometæ (& amplius) videbuntur in Hemisphærio Solem versus, quam in opposito; sed primum in illo detectorum numerus erit duplus sesquialter detectorum in hoc. Advertendum ex hoc numero tol-

Iendos esse qui ob nimiam Solis viciniam videri nequeunt ; & ex altera parte, qui non sunt Soli nimis vicini melius in Hemisphærio versus Solem videntur, quam qui in opposito versantur ; quippe quorum plures fortius illustrantur.

PROPOSITIO VI.

Cometæ Distantiam à Sole ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ æstimare.

CUM Cometæ parallaxi diurnæ non sit obnoxius, neque ullæ observationes illinc pendentes ejus Distantiam patefacere possint ; libet hujus æstimationem facere ex comparatione Lucis Cometæ cum Luce Planetæ. Et quoniam (per Prop. LVII. Lib. III.) illustrationes in diversis à Sole distantibus factæ sunt in reciproca duplicata ratione dictarum distantiarum, & porro (propter rationes in dicta Prop. allatas) quo remotius est lucidum eo pauciores radii ab illo provenientes Oculi pupillam subeunt, idque in duplicata ratione Distantiæ auctæ, sive in duplicata ratione diametri ejus apparentis diminutæ ; hoc est, lucidorum æqualium splendores sunt in ratione duplicata diametrorum apparentium eorundem ; igitur (in æstimatione hac minus accurata, abstrahendo à diversa magnitudine vera Planetæ & Cometæ) Lux Cometæ est ad Lucem Planetæ in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione duplicata Distantiæ Planetæ à Sole ad Distantiam Cometæ ab eodem ; Et ideo quadratum Distantiæ Cometæ à Sole est ad quadratum Distantiæ Planetæ ab eodem in ratione composita ex duplicata ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione Lucis sive splendoris Planetæ ad Lucem Cometæ. Unde Distantia Cometæ à Sole est ad Distantiam Planetæ ab eodem in

Bb 3

ratio.

ratione composita ex ratione Diametri apparentis Cometæ ad Diametrum apparentem Planetæ, & ratione subduplicata Lucis Planetæ ad Lucem Cometæ. Sed ex observatione datur utraque ratio componens: Datur igitur composita ratio, nempe inter Distantias Cometæ & dati Planetæ à Sole. Et ex Prop. XLV. Lib. III. datur Distantia Planetæ à Sole; & igitur Distantia Cometæ à Sole non latebit.

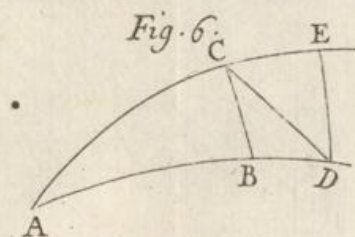
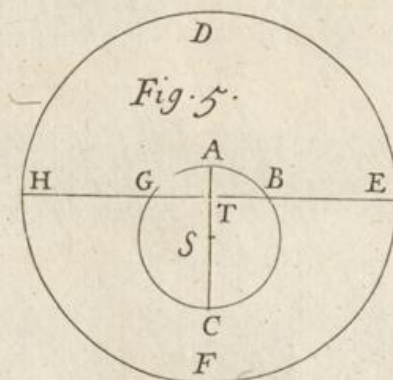
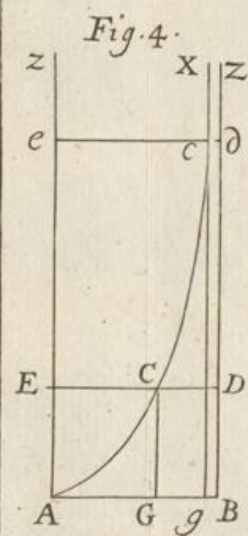
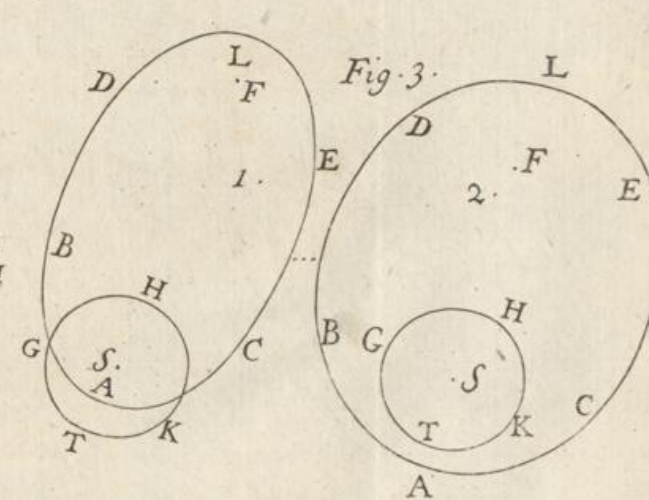
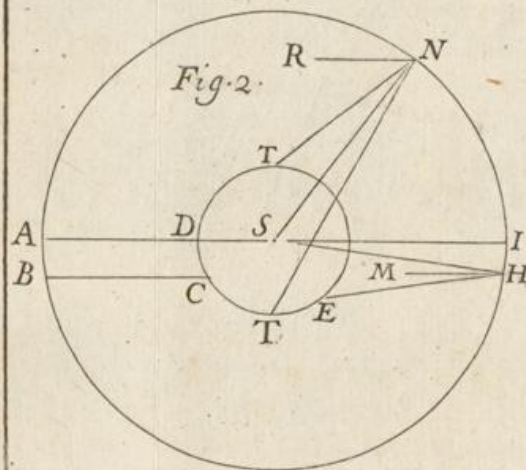
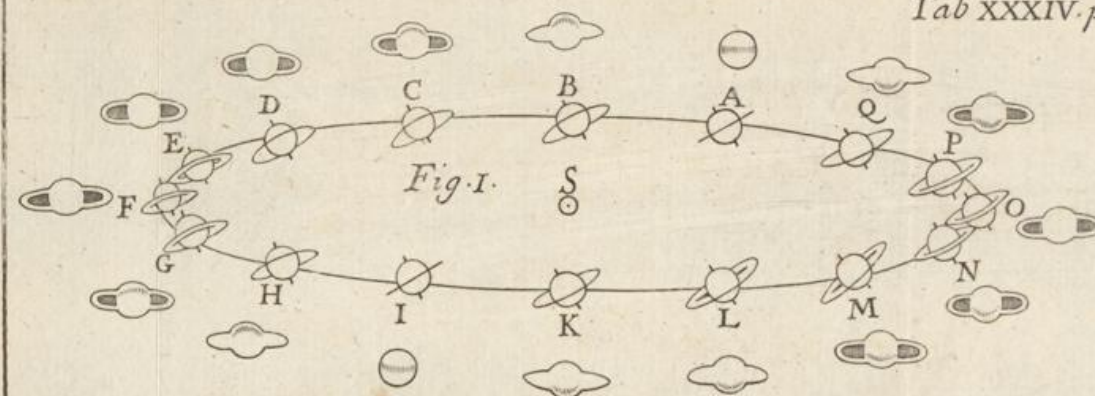
Propter fumum crassum ipsamque Atmosphæram Cometicam Nucleum obscurantem, Nucleus (ipsumve Cometæ corpus solidum, de quo hic agitur) non tam lucidus apparet; & ideo ejus Distantia à Sole prius inventa minuenda est ut evadat vera.

SECTIO II.

DE DETERMINANDIS COMETÆ VIA & LOCO APPARENTE PROPE VERIS.

PRæmissis Physicis de Cometis eorumque Caudis, ad illorum Orbitas ex Observatione determinandas, quod Lib. v. præcipuum est institutum, progredimur. Ac primo ostendemus, quomodo per methodum sagacissimi Astronomi D. *Cassini*, ex Observationibus aliquot initio apparitionis Cometæ alicujus factis, Via quam porro inter Fixas ingredietur & Loca quæ quotidie tenebit determinentur proxime: non quod hæc pro accuratis haberi velimus, sed quod hinc prædici queat quo in Loco ad Tempus datum investigandus sit Cometa; num sub Radiis Solis brevi sit abscondendus, quando Terræ proximus & velocissimus sit futurus; aliaque huc attinentia.

PRO-



PROPOSITIO VII.

Ex Observatione cognitis duobus Cometæ Locis è Tellure visis, illius Viam inter Fixas, hoc est, ejus Nodum & Inclinationem ad Eclipticam definire.

REferat CE Eclipticam, sintque B & D bina Cometæ Tab. XXXIV. Fig. 6. Loca observata. Per B & D traductus concipiatur circulus maximus Eclipticam ad A interfecans, qui per ostensa ad Prop. x. Lib. I. erit Cometæ Via, cujus situs respectu Eclipticæ sic determinatur: Ducantur per B & D circuli Latitudinis BC & DE , item circulus maximus DC . In triangulo sphaerico DCE rectangulo ad E dantur latera CE & ED , hoc nempe Cometæ in D Latitudo, illud differentia Longitudinum Locorum Cometæ B & D ; invenietur ergo latus DC . Rursus, in triangulo DBC dantur omnia latera, nempe DC modo inventum, BC Latitudo Loci observati B & BD Locorum distantia observata; & ideo innotescet angulus CBD , hujusque proinde complementum CBA . In triangulo denique BAC dantur præter rectum ad C latus BC & angulus ABC ; non latebunt igitur latus CA & angulus ad A , quorum hic est Inclination Viæ Cometæ ad Eclipticam, illud est intervallum Nodi & puncti C in Ecliptica noti.

PROPOSITIO VIII. LEMMA.

Datis positione tribus rectis TA , TB , TD ex eodem puncto Tab. XXXV. Fig. 1. ductis & in eodem plano jacentibus, è dato in illarum qualibet (ut TA) puncto A ducere rectam AC , cujus partes AE , EC inter dictas rectas intercepta habeant rationem datam, nempe quam R habet ad S .

EX A ducatur utcumque recta AB ipsi TB in B occurrens; in hac (eave producta) ad partes versus quas jacet TD , sumatur (per Prop. XII. El. 6.) BF quæ sit ad

AB

Tab. XXXV. *Fig. 1.* AB sicut s ad R ; per F agatur FC ad BT parallela ipsi TD occurrens in C : erit juncta AC ea quæ quæritur. Est enim per *Prop. 11. El. 6.* AE ad EC sicut AB ad BF , id est (per construct.) ut R ad s .

S C H O L I U M.

Rectæ AC positio & magnitudo per trigonometricum calculum facillime definiuntur: In triangulo enim ATB dantur latus AT , angulus ATB & angulus TAB ex ductu lineæ AB cognitus; unde innoscuntur ABT angulus & latus AB : Datur igitur BF ad ipsam AB datam habens rationem, adeoque & huic parallela & proinde æqualis CM . Rursus, in triangulo TCM cognitis angulo CTM (ab initio dato) & CT ipsi FBM (hoc est, prius inventi ABT complemento ad duos rectos) æquali & latere CM , non latebit CT . In triangulo denique ACT datis lateribus TA , CA & angulo interjecto ATC , inveniuntur latus tertium CA angulique TAC & TCA ; hoc est, magnitudo & positio rectæ AC .

P R O P O S I T I O IX.

Ex tribus Observationibus sub initium apparitionis Cometæ factis Locum Perigæi, Tempusque quo Cometa illud tenebit, determinare; & ad datum Tempus Cometa Locum invenire.

Fig. 2. **R** Eferat T Terram, (quam hic in re minus accurata; ab illius motu abstrahentes, ut quietam consideramus,) $ABDG$ circulum inter Fixas, per quem Cometa incedere videtur, ex *Prop. VII.* determinatum, in quo sint tria Cometæ Loca observata A , B & D . Exponatur Tempus inter Observationes in A & B per r , & Tempus inter Observationes in B & D per s : Ductæ intelligantur rectæ TA , TB , TD , & per *Lem. præc.* per A agatur recta AO , cujus partes AE , EC inter binas rectas TA , TB ,

$T B$, binasque $T B$, $T D$ interceptæ sint ut R ad S : Erit ^{Tab. XXXV. Fig. 2.} hæc quamproxime Cometæ Trajectoria, præsertim in aliqua notabili Cometæ à Perihelio distantia. Nam in hoc casu Via Cometæ est proxime recta, & Cometa per hanc æquabiliter incedit; ideoque spatia percurfa sunt Temporibus proportionalia: Sed $A E$ est ad $E C$ sicut Tempus quo Cometa visus est moveri ab A ad B inter Fixas ad Tempus quo à B ad D progressus est; & hoc nulli rectæ ex A ad easdem partes ipsius T ductæ congruit præterquam ipsi $A O$: Hæc igitur est Cometæ Trajectoria proxime.

Dantur (per præc. Lem.) situs rectæ $A O$ & magnitudo ipsius $A C$ respectu $A T$; hoc est, in triangulo $A C T$ dantur omnes anguli omniaque latera. Ex T in Trajectoriam rectam $A O$ demittatur normalis $T P$, quæ producatzr donec circulo $A B D$ in G occurrat. Patet Cometam, in Trajectoria $A O$ motum, in Perigæo versari ad P ; recta enim $T P$ est brevissima, quæ à T ad $A O$ duci potest: eritque G Locus inter Fixas, quem Cometa Perigæus tenere videbitur. Ad cujus inventionem, in triangulo $A P T$ rectangulo ad P dantur latus $A T$ & angulus $P A T$; unde innotescunt latera $A P$, $T P$ & angulus $A T P$ ipsius $P A T$ complementum ad rectum hujusque mensura arcus $A G$, adeoque Locus Perigæi in magno circulo inter Fixas quem Cometa describit, cum observatione cognitum sit punctum A . Hic Perigæi locus G ad Eclipticam $N K L$ sic facile reducitur: Per G ducatur circulus Latitudinis $G L$ Eclipticæ in L occurrens: & in triangulo $N L G$ dantur præter rectum ad L angulus N (per Prop. VII. inventus) & $N G$ summa (vel differentia) notorum arcuum $N A$, $A G$; unde innotescunt $N L$ Longitudo Perigæi à Nodo & $G L$ Cometæ Perigæum tenentis Latitudo. Porro, notis rationibus rectarum $A C$ & $A P$ ad eandem $A T$, nota erit ratio inter ipsas $A C$ & $A P$: Sed quia Cometa æquabiliter movetur, ratio inter Tempora quibus per $A C$, $A P$ movetur eadem est cum ratione $A C$ ad $A P$; & ex

Gregori Astr. Tom. II.

Cc

Obfer-

Tab. XXXV.
Fig. 2.

Observatione notum est Tempus quo ex A ad C motus est, idem nempe quod elapsum est inter Observationem primam in A & tertiam in D; & igitur notum erit Tempus quo Cometa revera ab A ad P, apparenter ab A ad G, movetur; hoc est, inter notum Temporis punctum & illud quo Perigæum attinget. Innotescet igitur Tempus quo Cometa in Perigæo versatur.

Præterea, quæraturn intervallum inter datum Tempus ad quod Locus quæritur & Tempus alicujus Observationis, v. g. primæ in A. Capiatur in recta A O linea A Q, quæ sit ad A C sicut modo inventum Temporis intervallum ad notum intervallum Observationum Cometæ in A & D: jungatur T Q, & producaturn donec cum circulo N A D concurrat in puncto V, per quod traductus intelligatur circulus Latitudinis V X: Patet ex prædictis punctum Q in Trajectoria A O occupari à Cometa ad datum Tempus. In triangulo Q A T ex datis lateribus A T, A Q & angulo intercepto T A Q invenietur A T Q angulus, ac proinde illius mensura (nempe arcus A V) innotescet: Sed notum est A punctum; ergo & V sive quæsitus Cometæ Locus in Via apparente ad Tempus datum. Loci autem hujus situs respectu Eclipticæ invenitur, ex datis in triangulo N X V rectangulo ad X angulo V N X & latere N V, inveniendo N X Longitudinem Cometæ à Nodo, & X V ejusdem Latitudinem dato Tempori competentem.

Loco Observationis primæ & secundæ poterunt Observationes quælibet duæ, aut earum aliqua cum Loco & Tempore Perigæi superius inventis in hac praxi assumi. Atque hoc modo Cometæ Ephemerides fabricari poterunt.

SCHOLIUM.

In re tam parum accurata sufficiet forsan Viam Cometæ primo apparentis in superficie Globi Cœlestis describere, ejusque Loca ad singulas medias Noctes habitationis

rationis propriæ per protractionem notare. Si enim initio apparitionis Cometæ situs inter Fixas vicinas observetur, collimando nempe per filum tensum atque sic dignoscendo quando in recta cum duabus notis Fixis jaceat, & eodem tempore inveniendò alias duas Fixas quibuscum in recta etiam jacet, quod in tanta Fixarum multitudine facile fiet; per duo (plurave) Loca observata in Globo notata (quæ quo à se invicem remotiora fuerint, eo accuratior erit praxis) transiens circulus maximus erit Cometæ futura semita. Circulus vero maximus per illa transiens commode invenietur attollendo deprimendove Polorum alterum & simul volvendo Globum, donec Loca omnia notata in Horizonte simul reperiantur; erit nempe quem Horizon tum in Globi superficie designat circulus quæsitus. Hujus ergo intersectiones cum Ecliptica erunt Orbis Cometici Nodi, & angulus quem Ecliptica cum Horizonte facit (mensuratus nempe per altitudinem gradûs nonagesimi) erit Inclination Orbis Cometici ad Eclipticam. Describatur circulus diametro æquali diametro Globi, *ex. gr.* ABD cujus centrum T , in cujus circumferentia assumptum punctum A referat Locum inter Fixas, in quo Cometa primo observatus est: Sumantur arcus AB , AD æquales distantis notatorum in superficie Globi Locorum Cometæ à Loco primum observato, & jungantur TB , TD : Et per Prop. VIII. per A ducatur recta AO talis ut AE sit ad EC ut RA ad S , hoc est (per constructionem) ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam. Demissâ ex T rectâ TP normali ad AO & productâ (si opus est) ad circumferentiam usque ad G ; arcû ipsi AG æquali ex Loco primum observato in Viam Cometæ superius in superficie Globi designatam transposito, punctum G ostendet Locum inter Fixas quem Cometa perigæus tenebit.

Tab XXXV
fig. 2.

Tab XXX^a Fig. 2. Si porro recta AC dividatur (vel actu, vel ope circini proportionis *Galileani*) in tot partes æquales, quot Horæ (vel etiam Horæ scrupula, si schema sit satis capax) elapsæ sunt inter Observationem primam in A & tertiam in C ; erit harum partium qualibet Cometæ æqualiter moti Via Horæ spatio in AO percurfa, harumque 24 Via spatio Diei naturalis, & sic porro. Locus igitur Cometæ inter Fixas, ad datum quodvis Tempus, in Globo determinatur, si tot prædictarum partium sumantur ab A versus O in recta AO , quot Horæ intercesserunt inter Tempus primæ Observationis & Tempus datum, v. g. AQ , & recta TQ centrum T finemque Q sumptarum partium jungens producat in V , & arcui AV æqualis à Globi puncto quod respondet ipsi A in Cometæ Viam statuatur; ostendet hujus altera extremitas Cometæ Locum inter Fixas dicto Tempori congruum. Similiter ad singulas medias Noctes Loca Cometæ in superficie Globi protractione designabuntur: Unde Cometæ Longitudo, Latitudo, reliquæque (per praxes Lib. II. indicatas) facillime definientur. Quæ in Globo facta sunt in Planisphærio quovis cui Fixæ inscribuntur similiter fient.

Cometæ Via primo designata Locaque diversis Temporibus congrua per Observationes subsequentes corrigentur: Neque enim in hac praxi calculove hoc nullus error exspectandus est.

PROPOSITIO X.

Definire Tempus quo vapor à Cometa exiens à Capite ad Caudæ extremum ascendit.

Fig. 3.

Designet s Solem; AB Trajectoriæ Cometæ portionem, in qua sit N Cometæ Nucleus ab A versus B motus; c Caudæ extremum. Cumque per Corol. 3. Prop. IV. Cauda NF non sit à Sole exacte averfa,

sa, hoc est, NC non in directum cum SN , sed ver- Tab. XXXV.
Fig. 3.
gens versus partes A quas Cometa reliquit, cujusque in-
clinatio observatione innotescit; ducatur SE ad NC pa-
rallela Trajectoriam interfecans ad punctum D post Co-
metam. Vapor, qui nunc Caudæ extremum C consti-
tuit, à Nucleo ascendere cœpit cum Cometa punctum D
tenebat; quoniam vapor cum motu ascensûs, sive rectâ
à Sole, componit motum Cometæ progressivum ipsi
ante separationem à Capite impressum. Per Prop. præc.
vero definietur (satis exacte ad hanc præ manibus in-
quisitionem minus accuratam) Tempus quo Cometa punc-
tum D tenuit, prius Tempore Observationis proposito,
quanto opus est ut Cometa rectam DN longitudine da-
tam percurrat. Inventum igitur est Tempus quo vapor
à Capite ad Caudæ extremum ascendit.

Similiter definietur Tempus quo vapor ad datum Cau-
dæ punctum ascendit.

PROPOSITIO XI. LEMMA.

*Datis positione quatuor rectis in eodem plano jacentibus,
quintam ducere, qua à quatuor istis secetur in tres par-
tes datam rationem datumque ordinem inter se servantes.* Fig. 4.

Sint quatuor rectæ positione datæ AE , AC , BC &
 BD in infinitum productæ, & tres quantitates datæ
 R , S & V : Ducenda est recta secans quatuor primo
datas in M , O , N & K , ita ut MO sit ad ON ut R
ad S , & ON ad NK ut S ad V .

Capiatur CG quæ sit ad CE sicut S & V simul ad R ;
capiatur etiam FC quæ sit ad CD ut R & S simul ad V :
junctæ rectæ AG , BF producantur donec concurrant; per
illarum concursum H ducantur HK ad DC & HM ad BC
parallelæ, cum respectivis rectis concurrentes ut in sche-
mate: ducta MK est ea quæ quæritur.

Nam propter parallelas HM & TN , est KN ad NM

C c 3

ut

Tab. XXXV. ut KT ad TH . Sed quia HK parallela est ad FD , KT est ad TH sicut DC ad CF , hoc est, per constructionem ut v ad r & s simul; & igitur KN est ad NM sicut v ad r & s simul. Rursus, propter parallelas HK & OX , MO est ad OK ut MX ad XH : Sed quia HM est parallela ad EG , est MX ad XH ut EC ad CG , hoc est, per constructionem ut r ad s & v simul; & igitur MO est ad OK ut r ad s & v simul. Sed hactenus est ostensum esse NK ad MN ut v ad r & s simul: Divisim igitur tres rectae MO , ON & NK eandem habent inter se rationem cum tribus quantitibus r , s & v . Q. E. F.

De Problematis hujus limitationibus casibusque diversis nihil hic dicimus, quippe quæ rem hanc tractanti satis per se sunt manifesta.

Constructio hæc est illustris Viri D. *Christophori Wren* Equitis, Geometræ Celeberrimi.

SCHOLIUM.

Rectæ MK positio & punctorum M , O , N & K distantia ab A , B , C , D vel E sic commode per calculum determinantur. Rectarum quatuor AB , AC , BC & BD primitus datarum intersectiones omnes, ut puncta A , B , C , D & E , dantur per 25. *Dat.* & anguli ad illa per convers. 29. *Dat.* quare rectæ AC , DC , CB , CE & BD (per 26. *Dat.*) sunt magnitudine datæ. Sed CF & CG per 2. *Dat.* etiam dantur, cum datam habeant rationem ad CD & CE respective. In triangulo BCF datis lateribus CB , CF cum angulo interjecto BCF , dantur latus BF & angulus BFC , & huic proinde deinceps AFH . Similiter, in triangulo ACG ex datis lateribus AC & CG cum angulo ACG dabitur CAG angulus. In triangulo igitur AFH datis duobus angulis AFH & FAH supra inventis cum latere adjacente AF (summa vel differentia notarum rectarum AC & CF) notum erit latus AH . In triangulo demum AHM datis angulo HAM (summa vel differen-

ferentia notorum angulorum $\angle CAE, HAC$) anguloque $\angle AMH$ dato $\angle AEC$ æquali, item latere AH , innotescunt HM & AM distantia puncti M à puncto noto A . Similibus prorsus gradibus invenientur latera BK & HK in triangulo BKH . In triangulo ergo MHK notis lateribus HM, HK & angulo MHK intercepto (æquali $\angle ECA$ primitus noto) innotescunt anguli HMK, HKM & basis MK : Datis autem angulis HMA, HKM , dabitur horum summa vel differentia AMK ; hoc est, positio rectæ MK , cum recta AM sit positione data. Simili modo AO vel BN vel BK , & anguli quos MK cum his efficit, per Trigonometriam inveniuntur.

PROPOSITIO XII.

Datis quatuor Cometæ Locis observatis, ejus Trajectoriam, si rectilinea fuerit, determinare.

Referat s Solem; $ABCD$ Orbem magnum: Sintque puncta A, B, C & D Loca Terræ ad Tempora Observationum nota; AE, BF, CG & DH quatuor observatæ Cometæ Longitudines. Per Prop. XI. ducatur recta EH talis ut ejus pars EF inter AE, BF intercepta sit ad FG ipsius partem interceptam inter BF & CG , ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, & ut dicta FG sit ad GH ejusdem partem inter CG & DH , ut Tempus inter Observationem secundam & tertiam ad Tempus inter Observationem tertiam & quartam; eritque ducta EH vestigium Orbitæ Cometæ in plano Eclipticæ; hoc est, si per rectam Cometæ Trajectoriam ductum concipiatur planum ad planum Eclipticæ normale, erit recta hæc EH istorum planorum communis sectio. Cum enim in hypothesi in qua nunc versamur, Cometa æquabiliter moveatur in Recta; si à Rectæ istius punctis, in quibus Cometa versabatur Temporibus quatuor Obser-

Tab XXXI. vationum, ad planum Eclipticæ demittantur normales; *Fig. 5.* incident hæc in Rectas AE , BF , CG & DH respectivæ, quoniam hæc denotant Loca Cometæ in Ecliptica; eruntque hæc quatuor puncta in eadem recta, communi nempe sectione plani per Trajectoriam traducti ad planum Eclipticæ normalis cum dicto Eclipticæ plano; eruntque porro (per *Prop. II. El. VI.*) distantia inter hæc puncta ut distantia punctorum in quibus Cometa inveniebatur in propria Trajectoria, adeoque ut Tempora inter Observationes: Sed EH est unica Recta, cujus partes inter rectas AB , BF , CG & DH interjectæ sunt ut Tempora inter Observationes quatuor respectivæ; & igitur EH Recta est vestigium Orbitæ Cometæ in plano Eclipticæ.

Ut autem dati puncti hujus Rectæ distantia à Tellure cum Distantia mediocri Telluris à Sole ad datum Tempus conferatur, sic procedendum: In triangulo ASB dantur (per *Prop. XVIII. Lib. III.*) latera SA , SB Distantiæ Terræ à Sole ad data Tempora, & angulus interceptus ASB differentia Locorum Terræ è Sole visorum; quare non latebunt anguli SAB , SBA & recta AB chorda arcus à Tellure interim percurfi, hoc est, chordæ illius ratio ad Semidiametrum Orbis magni. Rursus, in triangulo KAB dantur omnes anguli, quia dantur duo KAB , KBA , (hic nimirum summa vel differentia notorum angulorum SBA , SBK , ille similiter summa vel differentia notorum SAB , SAK ;) quare datur ratio laterum AK & AB : Sed prius data erat ratio ipsarum SA & AB ; ideoque non latebit ratio SA ad KA . Similiter prorsus ex duobus Terræ Locis A & D invenietur ratio inter SA & AO ; quare nota erit ratio inter SA & KO , ipsarum AO & KO differentiam: Sed Propositione præcedente ostensum est, quomodo investigare licet rationem inter KO & KE ; quare innotescet ratio inter SA & KE , ideoque ratio inter SA & AE etiam nota erit.

erit. Porro, in Prop. præc. angulus $A E H$ etiam inven-
tus est; inventa igitur est $A E$, distantia in recta posi-
tione data vestigii Trajectoriæ Cometicæ à Terra, in par-
tibus Semidiametri Orbis magni expressa, hujusque incli-
natio ad dictam rectam. Similiter $B F$ vel $C G$ vel $D H$
cum Semidiametro Orbis magni conferetur, angulique ad
 F , G & H invenientur. Tab. XXXV.
Fig. 5.

Ad ipsam Trajectoriam determinandam ex E ad planum
Eclipticæ (quod idem est cum plano hujus schematis)
erecta intelligatur $E M$ tangens anguli Latitudinis Cometæ
in Observatione prima, posito $A E$ radio; eritque M Lo-
cus Cometæ in spatio Mundano ad Observationem pri-
mam, quoniam positio rectæ $A E$ est ejus Longitudo, &
angulus $M A E$ ejusdem Latitudo. Similiter ad H erigatur
ad idem Eclipticæ planum normalis recta $H L$ æqualis
tangenti Latitudinis quarto observatæ ad radium $D H$;
eritque L Locus Cometæ in spatio Mundano ad datum
Tempus istud quartum: & ideo juncta recta $M L$ est ipsa
Cometæ Trajectoria rectilinea quæsita, in quam demissa
normalis ab s ostendet Cometæ Perihelium. Patet Distan-
tiam puncti M ab A , sive rectam $A M$, esse ad $A E$ rectam
ut secans Latitudinis in Observatione prima ad radium,
& $D L$ esse ad $D H$ ut secans Latitudinis quarto observa-
tæ ad radium: Ipsa vero $L M$ invenitur in triangulo $L P M$,
per L ductâ $L P$ ipsi $H E$ parallelâ cum $M E$ concurrente in
 P : Nam præter rectum ad P dantur latera $L P$, $P M$, illud
æquale prius notæ $H E$, hoc æquale differentiæ cognita-
rum $M E$, $H L$; quare non latebit $L M$, recta à Cometa
æquabiliter percursa Tempore noto, dum sc. Tellus ab
 A ad D moveretur.

Porro, ad inveniendum Nodum, Tempus quando Co-
meta Nodum tenebit, Viæ Cometicæ Inclinationem ad
Eclipticam, & hujusmodi alia, producat $M L$ donec cum
 $E H$ concurrat, puta in N ; erit $N H$ ad $H L$ ut $H E$ ad $P M$,
adeoque cognita; item $L N$ ad $L H$ ut $L M$ ad $M P$, ideo-
Gregori Astr. Tom. II. Dd que

Tab. XXXV
Fig. 5.

que etiam data : Capiatur Tempus quod fit ad Tempus inter Observationem primam & quartam ut NL ad LM ; erit hoc Tempus inter Observationem quartam & momentum quando Cometa Nodum tenebit ; nam in motu æquabili (qualem hunc Cometæ supponimus) Tempora sunt sicut spatia percurfa. Sed & Locus Cometæ Nodum tenentis dabitur : Cum enim detur punctum N , & propter Tempus cognitum inter Observationem quartam & momentum quando Cometa est in Nodo detur etiam Locus Terræ ad istud momentum ; dabitur (per 26. *Dat.*) positio rectæ puncta hæc conjungentis , hoc est , Longitudo Cometæ in Nodo versantis. Porro, quoniam dantur Distantia Nodi à puncto H (Loco Cometæ quarto observato) & Latitudo Cometæ ad dictum H punctum , (sc. in triangulo spherico rectangulo duo latera circa angulum rectum ;) dabitur Inclinatio hypotenusæ sive Viæ Cometicæ ad Eclipticam.

PROPOSITIO XIII.

Isdem positis, ad datum Tempus Locum Cometæ à Terra visum invenire.

Tab XXXVI
Fig. 1.

PER Prop. præc. determinetur vestigium Orbitæ Cometæ in plano Eclipticæ, nempe $EHN R$, ipsaque in spatio Mundano Orbita MLN , punctis N , H , E , M & L eadem quæ prius denotantibus : Capiatur ER ad EH ut spatium inter Observationem primam Tempusque datum, ad quod Cometæ Locus quæritur, ad Tempus inter Observationem primam & quartam : Inveniatur porro (per Prop. XVIII. Lib. III.) Terræ Locus ad Tempus propositum, sc. Q punctum. Rectæ QR , cujus utrumque extremum punctum Q & R notum est, positio (per 26. *Dat. data*) dat Cometæ Longitudinem quæsitam. Porro, capiatur RV ad RN sicut ME ad EN , eritque Latitudo Cometæ ad Tempus datum angulus cujus radius est QR & tangens recta RV .
Atque

Atque Motus Cometæ Ephemerides hoc modo con-
struuntur vel graphice vel per calculum.

Tab. XXXVI.
Fig. I.

SCHOLIUM.

Similiter inveniatur Distantia Cometæ à Terra, vel in Perigæo vel ad Tempus datum, tam curtata quam in sua Trajectoria, in partibus Diametri Orbis magni expressa; angulus item quem Cometæ Trajectoria continet cum recta Cometam & Terram jungente; vel quem Orbitæ vestigium in plano Eclipticæ continet cum recta à Terra ducta ad Locum Cometæ in Ecliptica.

COROLLARIUM.

Hinc Magnitudo vera tam ipsius Cometæ Nuclei, quam huic circumfusæ Comæ Atmosphæram referentis determinabitur: Notis enim Cometæ Distantiâ, & Diametro apparente Nuclei & circumfusæ Nucleo Atmosphære per Observationem, horum Magnitudo innotescet eodem modo quo Planetarum Magnitudo ex similibus datis eruta est Prop. XLVI. Lib. III. Porro, Caudæ Magnitudo similiter innotescit: Ex cognitis enim Solis & Cometæ Locis notus erit angulus quem Cauda efficit cum recta Terram & Cometam jungente, & Observatione innotescit angulus ad Terram quem Cauda subtendit; ex quibus & data Cometæ Distantia à Terra (latere sc. ad dictos angulos adjacente) nota fiet Caudæ longitudo: Ejus crassities similiter inveniatur atque ipsius Cometæ.

SECTIO III.

DE VERA COMETÆ TRAJECTORIA DETERMINANDA.

Propositionibus aliquot præcedentibus quomodo Cometæ Trajectoria à Phænomenis non nimium abludens investigetur ostendimus, non solum quod hujusmodi Trajectoria plurium Cometarum Locis proxime determinandis

sufficiat, quodque Cometam in Recta revera ferri censuerint Philosophi principes aliquammulti, sed etiam quod hæc viam sternant ad veram Trajectoriam Parabolicam vel Ellipticam ex Observationibus describendam, quod in sequentibus faciemus, præmissis prius Propositionibus aliquot de Cometæ Motu in Coni sectione ad ejus pleniorē notitiā facientibus, Lemmatibusque necessariis.

PROPOSITIO XIV. LEMMA.

*Tab. XXXVI. Si Parabolam VA, cujus vertex V, axis VD, tangat recta
Fig. 2. GAB in puncto A, ad quam ex Parabola foco F demittatur normalis FC; erit hæc media proportionalis inter rectas FA & FV.*

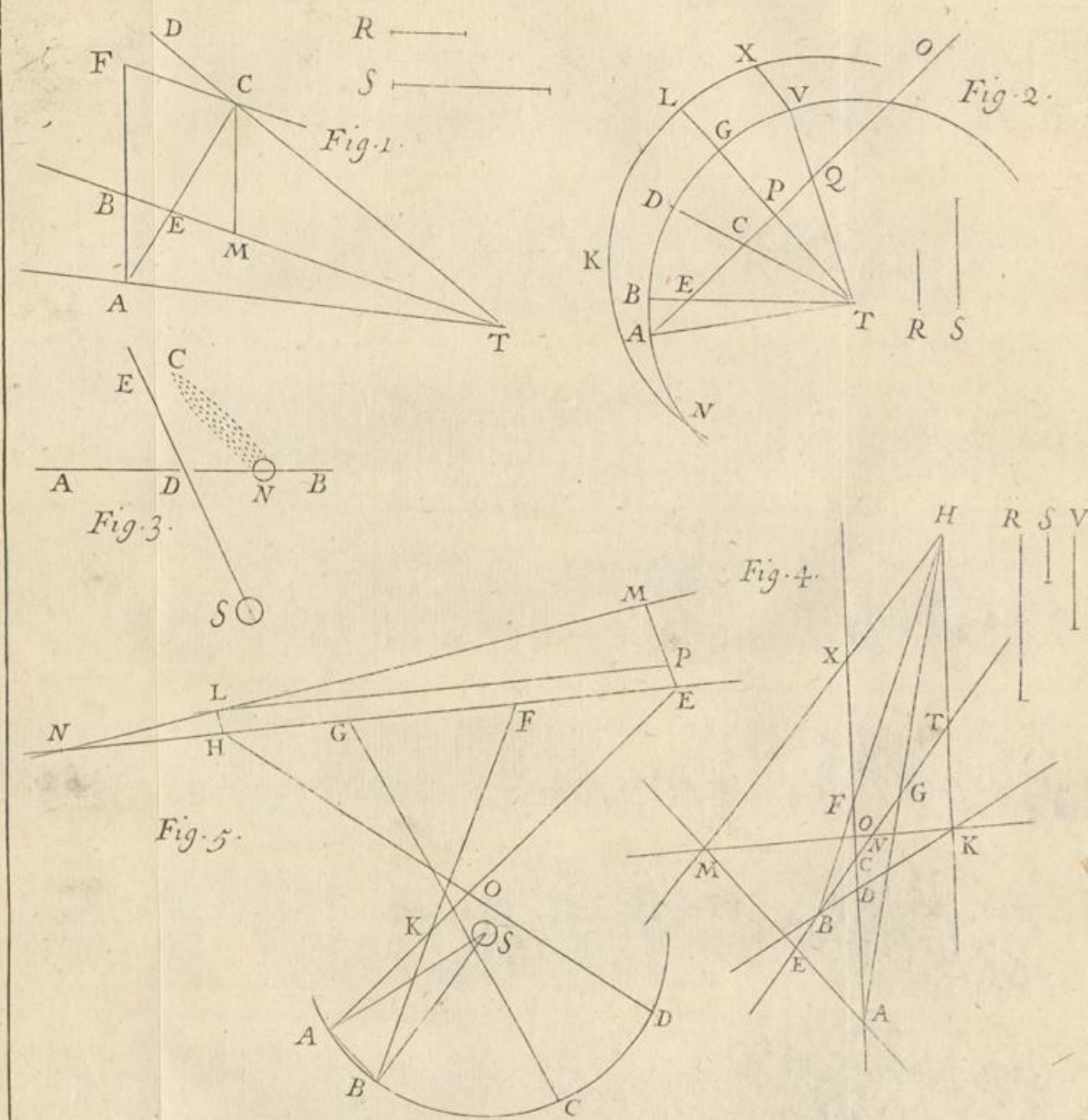
Recta contingens & Parabolæ axis producantur donec concurrant, puta in B: per A ducatur AE parallela, & AD perpendicularis ad axem; eritque (per Prop. XXXV. Lib. I. Elem. Conic.) BV æqualis VD, & (per bene notam Parabolæ proprietatem Catoptricam) GAE angulus æqualis FAB angulo: Sed GAE æqualis est ABF; unde FAB æqualis est FBA, & ideo FB æqualis FA, & AC æqualis CB: ergo (per Prop. II. El. VI.) juncta VC parallela est ad AD, hoc est, normalis ad BF. Unde (per Prop. VIII. El. VI.) CF est media proportionalis inter BF & VF: Sed ostensa est AF æqualis BF; & igitur CF est media proportionalis inter FA & FV. Q. E. D.

COROLLARIUM I.

Hinc sequitur in eadem Parabola esse FC in ratione subduplicata ipsius FA, sive esse hanc FC ad aliam quamvis FC in subduplicata ratione hujus FA ad alteram FA dictæ alteri FC congruam: Nam cum VF constans sit & invariata, erit FC q ut ipsa FA, ideoque ipsa FC recta in subduplicata ratione rectæ FA.

COROL-

Tab XXXV. pag.



COROLLARIUM 2.

Si in FV producta capiatur VH æqualis VF , & agatur ^{Tab. XXXVI} infinita HK ad VC parallela, in quam ex quovis Parabola ^{Fig. 2.} puncto A demittatur normalis AK ; erit hæc æqualis FA distantia puncti A à foco. Et è converso si AK , normalis ab A in HK rectam, æqualis fuerit rectæ AF ; erit punctum A ad Parabolam supra descriptam, cujus focus F & vertex V .

Primum hinc patet quod BV æqualis sit VD (per *Prop. XXXIII. Lib. I. Conic.*) & HV per constructionem æqualis VF , & ideo BF æqualis HD : sed prius ostensa est AF æqualis BF , & per (*Prop. XXXIV. El. I.*) KA ipsi HD æqualis; unde KA & FA æquantur.

Secundum vero hinc: ex hypothesi AK æqualis est AF , quare punctum A est in recta perpendiculari ad junctam FK ex puncto ejus medio excitata. Si jam Parabola vertice V & foco F descripta non transeat per A , transeat per aliud quodvis rectæ KA (ejusve productæ) punctum, puta α : quare (per supra ostensa) $F\alpha$ æqualis est $K\alpha$; unde punctum α est in prædicta perpendiculari ad FK ex ejus puncto medio excitata. Dicta igitur perpendicularis occurreret rectæ KA in duobus punctis A & α , quod est absurdum; Parabola igitur foco F & vertice V descripta transibit per A , si fuerit AK æqualis AF .

PROPOSITIO XV.

Si corpus moveatur in Parabola (dum urgetur à viribus ad Parabola focum tendentibus, quæ sunt quadrato distantia à foco reciproce proportionales,) ejus velocitas in quovis Parabola puncto est reciproce in subduplicata ratione distantia à Parabola foco.

Si DC Trajectoria corporis Parabolica, cujus focus ^{Fig. 3.} est s : Patet (ex Corol. 2. *Prop. XLI. Lib. I.*)
 Dd 3 ejus

ejus velocitatem in puncto c esse reciproce ut se perpendicularum à foco s in rectam ce tangentem Parabolam in c , five velocitatem corporis in c esse ad ejusdem velocitatem in e ut se ad se : Sed (ex Corol. I. Prop. præc.) se est ad se in subduplicata ratione rectæ sc ad rectam sc ; & igitur velocitas corporis in c est ad ejus velocitatem in e in subduplicata ratione rectæ sc ad rectam sc ; hoc est, corporis velocitas est inverse in subduplicata ratione ejus distantiae à foco. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

Isdem positis, velocitas corporis in quovis Parabola puncto est ad velocitatem corporis revolvantis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam descripto, ut diameter quadrati ad ejusdem latus.

Nam (per Corol. I. Prop. XLI. Lib. I.) velocitas corporis in Parabola moti in minima à foco distantia (hoc est, in vertice Parabolæ) est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione principalis lateris recti Parabolæ ad duplam distantiam verticis à foco: Sed Parabolæ latus rectum principale æquale est quadruplo distantiae inter Parabolæ focum & verticem; & igitur velocitas corporis in Parabola ut dictum est moti, dum in vertice ejus versatur, est ad velocitatem corporis in circulo, circa idem centrum virium ad eandem distantiam gyrantis, in subduplicata ratione quaternarii ad binarium, five binarii ad unitatem; hoc est, in ipsa ratione quam diameter quadrati habet ad ejusdem latus. Rursus (per Prop. præc.) velocitas corporis, in alio quovis ad libitum assumpto puncto versantis, est ad ejus velocitatem in vertice in subduplicata ratione distantiae verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem: Et (per Prop. XXVII. Lib.

I.)

I.) si corpora, quæ urgentur à viribus quadrato distantiae à centro reciproce proportionalibus, describant circa datum centrum circulos ad easdem distantias cum prædictis punctis in Parabola, erit corporis in circulo per assumptum istud punctum transeunte gyrantis velocitas ad velocitatem corporis gyrantis in circulo per verticem Parabolæ traducto in subduplicata ratione distantiae verticis à foco ad distantiam alterius istius assumpti puncti ab eodem; hoc est, in eadem ratione in qua mox ostensæ sunt velocitates corporis in Parabola lati ad easdem distantias. Et igitur permutando velocitas corporis in Parabola moti ad punctum pro lubitu assumptum est ad velocitatem gyrantis in circulo ad eandem distantiam ut velocitas corporis in Parabola moti ad verticem ad velocitatem revolventis in circulo ad distantiam dicti verticis; hoc est, ut supra ostensum, in ratione diametri quadrati ad ejusdem latus. Q. E. D.

PROPOSITIO XVII.

Velocitas cujusvis Cometa est ad velocitatem Planetae cujuslibet primarii in subduplicata ratione duplæ distantiae Planetae à Sole ad distantiam Cometae ab eodem.

EX Libro primo constat Cometæ semitam circa Solem, etiam si Elliptica sit, propter magnam Ellipseos istius excentricitatem esse fere Parabolam in cujus foco est Sol; eâ saltem ejus parte, quâ in regionem Planetariam immersa Observationi nostræ subjicitur, à Parabola sensibiliter non differre: Et ex Libro tertio palam est Planetarum primariorum Orbitas propter parvam excentricitatem à Circulis Soli concentricis parum abludere. Unde ex Prop. præc. patet velocitatem Cometæ esse ad velocitatem Planetae primarii ad eandem cum Cometa distantiam revoluti in subduplicata ratione binarii ad unitatem. Et velocitas hujus fictitii Planetae ad velocitatem alterius cujusvis Primarii ad distantiam quamvis gyrantis

rantis (per Prop. xxvii. Lib. i.) est in subduplicata ratione distantiae dicti ultimi hujus Primarii veri à Sole ad distantiam ficti illius, hoc est, distantiam ipsius Cometæ ab eodem : Et igitur ratio velocitatis Cometæ ad velocitatem Planetæ cujuscvis primarii, ex binis prædictis composita, æqualis est subduplicatæ rationi duplæ distantiae Planetæ à Sole ad distantiam Cometæ ab eodem. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc velocitas Cometæ comparari poterit cum velocitate cujuscvis Primarii (v. g. Telluris) circa Solem delati, si nota sit ratio inter distantiam Cometæ à Sole & mediocrem dicti Planetæ distantiam ab eodem.

PROPOSITIO XVIII.

Tab. XXXVI.

Fig. 4.

Sit Parabola qualibet PAB cujus focus S, hujusque arcus quivis ACB cujus chorda AB bisecta in M puncto, per quod ducatur recta MV ad axem Parabole SX parallela Parabola occurrens in V, & producaturs ad G, ita ut MV dupla sit ipsius VG; jungatur GS secans AB in Q, & producaturs ad E, ita ut SE dupla sit ipsius SG: si Cometa describat arcum Parabolicum ACB circa Solem S (ut in Prop. xxxv. Lib. i.) recta EC, conjungens Cometam ubivis in dicto arcu repertum (ut ad C) & punctum E superius determinatum, secabit chordam AB in D, ita ut AD sit quamproxime ad DB ut Tempus quo Cometa describit arcum AC ad Tempus quo arcum CB describit.

JUngantur rectæ SB, SD, SC, GA & AV; ducatur etiam GD Parabolæ in K occurrens. Quoniam MV est ipsi SX parallela, secabit hæc (per Prop. xlvi. Lib. i. El. Conic.) omnes rectas ipsi AB parallelas à Parabola terminatas in duas partes æquales, adeoque segmentum parabolicum sub curva AVB & recta

AB

AB comprehensum in duas portiones æquales five semisegmenta $AHVM$ & $BCVM$ dividet. Per V ducatur VF ad AB parallela, (quæ per *Prop. XVII. Lib. I. El. Conic.* Parabolam in V continget,) rectæ GD occurrens in F , & ductæ concipiantur rectæ SF , CF . Fig. 4^a

Quoniam ex constructione est MV ipsius VG dupla, & ES ipsius SG etiam dupla, erit MV ad VG sicut ES ad SG ; Sed propter parallelas VF & MD , est (per *Prop. II. El. VI.*) DF ad FG ut MV ad VG ; & igitur DF est ad FG sicut ES ad SG . Recta igitur SF rectæ EC parallela erit per *Prop. II. El. VI*; & ideo triangula DSC , DFC (per *Prop. XXXVII. El. I.*) æqualia: Sed triangulum DFC est proxime æquale trilineo DKC propter viciniam punctorum F & K ; triangulum igitur DSC trilineo DKC proxime æquale erit. Porro, triangulum MAG est (per *Prop. I. El. VI.*) trianguli MAV sesquialterum, cum eundem habeant verticem A & basis GM sit sesquialtera basis VM : Triangulum vero AVM (per *Prop. XXIV. Archimed. de Quadrat. Parab.*) subsesquitertium est semisegmenti $AHVM$; ideoque AGM triangulum semisegmenti $AHVM$ est sesquioctavum, in ratione nimirum composita ex rationibus sesquialtera & subsesquitertia. Rursus, triangulum MGD similis trianguli VGf noncuplum est, cum latus MG lateris homologi VG sit triplum; adeoque triangulum MGD trapezii $MVFd$ sesquioctavum: Triangulum igitur AGM est ad semisegmentum $AHVM$ sicut triangulum MGD ad trapezium $MVFd$; & vicissim semisegmentum $AHVM$ est ad trapezium $MVFd$ ut triangulum AGM ad triangulum MGD , hoc est (per *Prop. I. El. VI.*) ut AM recta ad rectam MD . Sed trapezium $MVFd$ est proxime æquale portioni segmenti Parabolici $MVKD$ sub rectis KD , DM , MV & curvæ Parabolicæ particula VK comprehensæ: Et igitur semisegmentum $AHVM$ est proxime ad portionem $MVKD$ ut AM recta ad MD rec-

Tab. XXXVI
Fig. 4.

tam. Quare semifegmentum $AHVM$ auctum portione $MVKD$ (hoc est, area Parabolica $AHV KDA$) est ad semifegmentum eâdem portione multatum (hoc est, portionem $BCKDB$) sicut AM & MD simul ad MB minutam ipsâ MD , sive ut AD ad DB ; & triangulum ASD est ad triangulum BSD (per *Prop. I. El. VI.*) etiam ut AD ad DB ; ergo spatium $SAHV KDS$ est ad spatium $S BCKDS$ sicut AD ad DB . Si jam priori spatio addatur trilineum DKC , & à summa auferatur triangulum DSC , dicto trilineo per jam ostensa æquale, conficietur spatium $SAHKCS$ dicto priori æquale. Similiter, si posteriori spatio addatur triangulum DSC , & à summa auferatur illi æquale trilineum DKC , conficietur spatium $SBCS$ dicto posteriori æquale. Recta igitur AD est ad DB rectam proxime ut spatium $SAHVCs$ ad spatium $SBCS$. Sed spatium $SAHVCs$ est area quam Cometa radio ad Solem ducto verrit dum arcum Parabolicum AC describit, & spatium $SBCS$ est area quam idem Cometa similiter verrit dum arcum CB describit; & areae hæ (per *Prop. XI. Lib. I.*) sunt ut tempora quibus Cometa arcus AC & CB describit: Recta igitur AD est ad DB rectam proxime ut tempus quo Cometa describit arcum Parabolicum AC ad tempus quo arcum CB describit. Sed punctum C (Cometæ locus) sumptum est ad libitum: universaliter igitur recta EC rectam AB ita dividit in D , ut AD sit proxime ad DB ut tempus quo Cometa describit arcum AC ad tempus quo arcum CB describit. Q. E. D.

S C H O L I U M.

Fig. 5.

Si punctum C coincidit cum arcûs Parabolici vertice V ; tum erit accurate AD ad DB ut tempus quo Cometa describit arcum AC ad tempus quo arcum CB describit. Nam (in schemate annexo casui huic accommodato) est (ut prius) triangulum ASD ad triangulum BSD ut AD ad DB , & etiam semifegmentum $AHVM$ minutum trapezio $MVF D$ est ad

ad semifegmentum BVM auctum eodem trapezio $MVF D$ Tab. XXXVI
Fig. 5.
ut AD ad DB : Sed trapezium $MVF D$ conflatur ex binis
triangulis DMV & DFV ; & igitur triangulum ASD + se-
misegment. $AHVM$ — triang. DMV — triang. DFV est ad
triangulum BSD + semisegment. BVM + triang. DMV +
triang. DFV ut AD ad DB . Loco trianguli DFV ponat-
ur huic æquale triangulum DSC ; eritque triangulum
 ASD + semisegment. $AHVM$ — triang. DMV — triang.
 DSC ad triangulum BSD + semisegment. BVM + triang.
 DMV + triang. DSC sicut AD ad DB ; hoc est, area
 $ASCHA$ est ad aream $CSBC$, sive (per Prop. XI. Lib.
I.) tempus quo Cometa describit arcum AC ad tempus
quo arcum CB describit, sicut AD recta ad rectam DB :
idque accurate; nam non assumptum est spatium curvili-
neum rectilineo proxime æquale ut in Prop. factum, cum
punctum c diversum esset ab v .

COROLLARIUM I.

Hinc sequitur quod quo propius fuerit punctum c seg-
menti vertici v , eo magis accurate dividitur chorda AB
per rectam EC in duo segmenta AD , DB habentia ratio-
nem temporum quibus Cometa percurrit arcus AC , CB :
nam si coincidit cum v , illud exacte fit; sin secus, pro-
xime. Advertendum tamen quod error minor erit si c
distet ab v versus B , quam si ab eodem versus A tantun-
dem distet; quoniam Parabolæ portio VA , vertici prin-
cipali x propior, curvior est & à tangente recta VF citius
declinat, quam portio VB ab x remotior. Atque hinc fit
quod si quarantur tria temporis momenta quibus Come-
ta in Parabolæ punctis (qualia sunt A , c & B) versatur,
talibus ut recta EC secet chordam AB in D , ita ut AD sit
ad DB accurate ut tempora bina inter terna momenta
intercepta, oporteat dicta tempora esse fere inter se æqua-
lia. Nam in Trajectoriæ Parabolice portionibus Observa-
tioni nostræ subjectis, punctum D (ubi recta verticem v &
E c 2 pun-

Tab. XXXV. Fig. 5. punctum E conjungens secat chordam AB) non procul distat à chordæ medio puncto M . Oportet autem temporis intervallum illud, ubi Cometa tardius movetur, paulo majus esse altero: Patet enim Cometâ in v existente, ubi accuratissime fit quæsitum, esse DB rectam majorem quam AD , hoc est, tempus quo Cometa (per Prop. xv. tum tardior) describit arcum BC majus tempore quo idem Cometa velocior describit arcum AC . Tutius autem assumentur tempora haud admodum inæqualia, ut punctum D declinet potius versus B quam A , propter rationem supra allatam; nempe quod error minor erit si C distat ab v versus B , quam si inde distat versus A .

COROLLARIUM 2.

Fig. 6. Si segmenti vertex v non multum distet à Parabolæ vertice principali x , nec punctum c ab v , recta sc , ex ipso Parabolæ foco s educta, dividet chordam AB in γ fere in ratione Temporum quibus Cometa arcus AC & CB describit. Quod si sv admodum fuerit magna respectu ipsius mv , erit MQ ipsius $Q\gamma$ tripla: Nam in isto casu rectæ sQG , $s\gamma v$ sunt pro parallelis habendæ; adeoque (per Prop. II. El. VI.) MQ est ad $Q\gamma$ sicut MG ad GV ; hoc est, ex constructione, ut 3 ad 1.

COROLLARIUM 3.

Iisdem manentibus, erit QE æqualis $3Qs + 3mv$: Nam per constructionem $SE = 2sG$, adeoque $GE = 3sG$, hoc est, $GE = 3sQ + 3QG$; si ergo ab utraque parte auferatur QG , erit $QE = 3sQ + 2QG$: Sed ob QG , γv parallelas, QG est ad γv sicut MG ad mv , hoc est, sicut 3 ad 2; quare $2QG = 3\gamma v$: & γv æqualis mv , cum anguli γmv , $m\gamma v$ sint æquales, quia rectæ sv & mv æquales angulos faciunt cum recta tangente Parabolam in v , quæ (per Prop. XLVI. Lib. I. Conic.) est chordæ AB parallela, ideo-

Fig. 1.

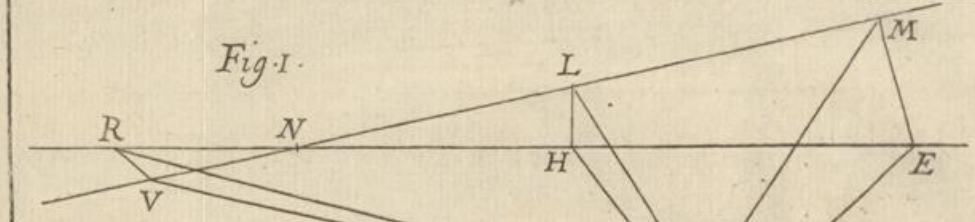


Fig. 2.

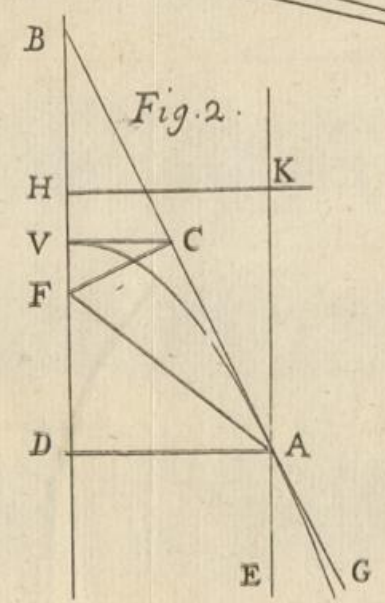


Fig. 3.

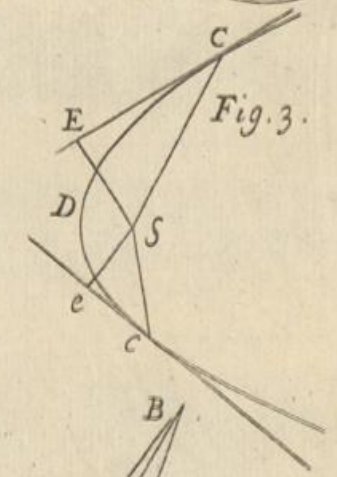


Fig. 6.

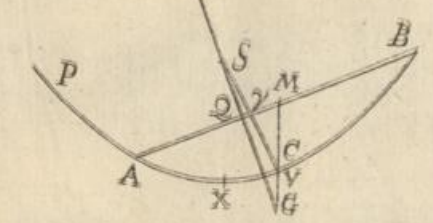


Fig. 5.

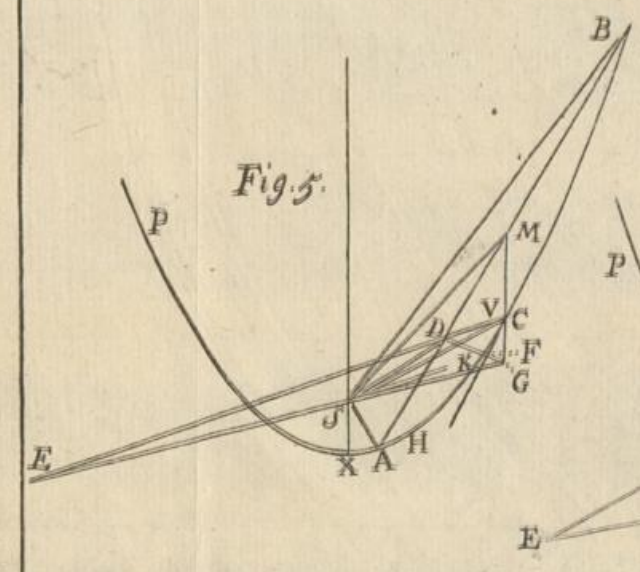
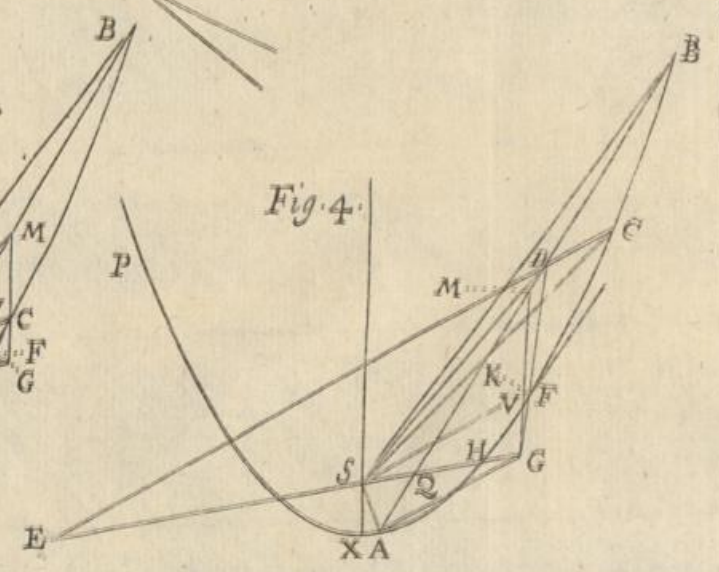


Fig. 4.



ideoque $3 MV = 2 QG$; & igitur $QE = 3 QS + 3 MV$. Tab. XXXVI
Fig. 6.
Si positio rectæ AB paululum mutetur, erunt præcedentia omnia etiamnum proxime vera.

PROPOSITIO XIX. LEMMA.

Si in Parabola BAP, cujus focus s, ductâ chordâ AB Ta. XXXVII
Fig. 1. abscindatur segmentum AVB, cujus vertex v, diameter VM chordæ occurrens in puncto medio M, & ex M ad AB excitetur normalis MI rectæ LV ad AB parallela occurrens in I, & compleatur parallelogrammum VIMK; coeuntibus punctis v & M, sive nascente segmento AVB, diagonalis IK producta in s incidit.

NAm (per Prop. XVII. Lib. I. Elem. Conic.) recta LI Parabolam in v contingit, unde angulus SVL æqualis est angulo MVI: Sed quia parallelogrammum MKVI est rectangulum, angulus KIV est æqualis angulo MVI; & igitur angulus KIV æqualis angulo SVL, ideoque (per Prop. XXVIII. El. I.) IK parallela est ad VS, atque hoc semper: coeuntibus igitur punctis I & v, hoc est, coeuntibus punctis M & v, recta IK producta per focum s transit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Hinc sequitur, quod si ab aliquo Parabolæ puncto Fig. 2. c, segmenti ACB vertici propinquo, ducatur recta CI chordæ AB parallela, rectæ MI occurrens in I, & jungatur SI chordam in K interfecans, & compleatur parallelogrammum IMKV; erit punctum v segmenti vertex proxime, si distantia foci immense major fuerit quam rectarum CI, IM vel MK quævis. Geometris enim notum est immensitatem rectæ SK, respectu rectarum CI, IM, MK, tantundem præstare eodemque redire cum evanescencia segmenti AB, in quo casu propositum ex hæcenus dictis patet.

Ta. XXXVII.

Fig. 3.

PROPOSITIO XX.

Sit Parabola qualibet PAB, cujus focus S; Parabola arcus quivis AVB, cujus chorda AB, vertex V, diameter MV; jungatur recta SV & producat ad L & R, ita ut VL sit pars tertia ipsius MV, & SR tertia proportionalis ipsis SV, SL; Cometa, quo tempore describit arcum Parabolicum AVB circa Solem S, si progrediretur æquabiliter ea cum velocitate quam habet in distantia à Sole æquali SR, describeret lineam chordæ AB æqualem.

Recta SV chordæ AB occurrat in Z: Cumque sint anguli FVM, GVZ æquales, ideoque & hisce alterni in duabus parallelis AB, GF, sc. ZMV, MZV etiam æquales, & rectæ VZ, VM æquales sunt. Porro (per Corol. 5. Prop. XLI. Lib. I.) si Cometa Parabolam PAB describens, quo tempore describit arcum AVB, velocitate quam habet in V progrediretur æquabiliter in recta tangente VF; area, quam radio ad Solem ducto describeret, æqualis esset area Parabolica AVBSA: Cumque S v eodem angulo inclinetur ad tangentem VF quo SZ, ad AB, spatium contentum sub longitudine in tangente (ut dictum est) descripta & SV esset ad spatium contentum sub recta AB & SZ ut area Parabolica AVBSA ad triangulum ASB; hoc est, ut triangulum ASB + segment. Parabolic. AVB ad triangulum ASB; id est, ut triang. ASB + $\frac{2}{3}$ parallelogrammi AGFB ad triangulum ASB; hoc est, ut $AB \times \frac{1}{2} ZS + AB \times \frac{2}{3} MV$ ad $AB \times \frac{1}{2} ZS$; hoc est (applicando ad AB) ut $\frac{1}{2} ZS + \frac{2}{3} MV$ ad $\frac{1}{2} ZS$, sive ut $ZS + \frac{4}{3} MV$ ad ZS . Sed VL facta est æqualis $\frac{1}{2} MV$, & prius ostensa est ZV æqualis ipsi MV; adeoque ZL æqualis $\frac{4}{3} MV$. Et igitur spatium contentum sub longitudine in tangente descripta &

SV

sv esset ad spatium contentum sub AB & zs ut sz ^{Tab. XXXVII.}
 $+ zL$ ad sz ; hoc est, sL ad sz . Et applicando ^{Fig. 3.}
 hujus analogiæ antecedentes ad sv , & consequentes ad
 sz , erit longitudo in tangente descripta ad chordam
 AB sicut $\frac{sL}{sv}$ ad $\frac{sz}{sz}$ five unitatem; hoc est, ut sL

ad sv . Porro (per Prop. xv.) velocitas Cometæ
 Parabolam describentis, in distantia à Sole five altitudi-
 ne sv , est ad ejusdem velocitatem in altitudine sr in
 subduplicata ratione sr ad sv ; hoc est, ut sL ad
 sv : Et longitudines eodem tempore percurfæ per mobi-
 lia æquabiliter lata sunt ut velocitates; longitudo igitur
 in tangente descripta est ad longitudinem æquali tempo-
 re (nempe quo Cometa arcum Parabolicum avb per-
 currit) descriptam à Cometa æquabiliter lato, ea cum
 velocitate quam habet in altitudine sr , ut sL ad sv .
 Cum igitur longitudo dicta in tangente descripta ean-
 dem habeat rationem (nempe quam sL habet ad sv)
 ad chordam AB atque ad longitudinem quam percur-
 reret Cometa, motus ea cum velocitate quam in alti-
 tudine sr habet, per tempus æquale illi quo idem Co-
 meta arcum avb describit; æquales erunt inter se istæ
 longitudines, nempe chorda AB & longitudo à Co-
 meta percurfa ea cum velocitate quam in altitudine sr
 habet, eoque tempore quo idem Cometa arcum avb
 describit. Q. E. D.

COROLLARIUM.

Si sv sit magna admodum respectu vl , tres geome-
 trice proportionales sv , sL & sr erunt etiam arith-
 metice proportionales proxime; hoc est, LR erit æqualis
 vl five trienti ipsius mv , adeoque vr bessi ipsius mv
 proxime æqualis. Et igitur Cometa æquabiliter motus,
 ea cum velocitate quam habet in altitudine five distan-
 tia à Sole æquali $sv + \frac{2}{3} mv$ eoque tempore quo des-
 cribat

cribat arcum Parabolicum $A \vee B$, percurreret longitudinem dicti arcus chordæ AB æqualem.

PROPOSITIO XXI.

Tab. XXXVII. *In eadem figura, si Cometa è quiete demitteretur ex altitudine LS ut caderet versus Solem s , & eâ vi centripetâ nec auctâ nec minuatâ deinde urgeretur quâ in L urgebatur; Cometa hic semisse temporis, quo arcum Parabolicum $A \vee B$ describit, descendendo percurreret rectam rectâ $M \vee$ æqualem.*

PER Prop. præc. quo tempore Cometa describit arcum Parabolicum $A \vee B$, si moveretur æquabiliter velocitate quam habet in Parabola ad altitudinem five à Sole distantiam æqualem sR , describeret longitudinem chordæ AB æqualem: Sed velocitas Cometæ in Parabola ad altitudinem sR (per Prop. XVI.) est ad velocitatem corporis ad eandem à Sole distantiam gyrantis in circulo, in cujus circumferentia vi suæ gravitatis retinetur, in subduplicata ratione binarii ad unitatem; arcus igitur quem corpus in circulo, cujus semidiameter sR , latum percurrit tempore quo Cometa arcum Parabolicum $A \vee B$ describit, est ad arcus Parabolici chordam AB ut 1 ad $\sqrt{2}$, ac proinde æqualis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$. Sed (per Corol. I. Prop. XXV. Lib. I.) corpus quodvis è quiete demissum versus Solem, eâdem vi centripetâ perpetuo urgente, (ut hic supponitur,) semisse temporis quo percurrit arcum circuli distantiam à Sole istâ unde deciderat tanquam radio descripti, cadit per spatium æquale quadrato semissis dicti arcus circularis (hoc est, quadrato semissis $\frac{AB}{\sqrt{2}}$) ad circuli diametrum five $2sR$ applicato; hoc est, quadrato $\frac{AM}{\sqrt{2}}$ applicato ad $2sR$,
five

five $\frac{A M q}{4 S R}$. Spatium igitur per quod corpus è quiete Ta. XXXVII
 ex altitudine $R S$ demissum cadendo percurrit, semis- Fig. 3.
 se temporis quo Cometa arcum Parabolicum $A V B$ des-
 cribat, æquale est $\frac{A M q}{4 S R}$. Sed (per Prop. XLII. Lib.
 I.) vis centripeta sive gravitas acceleratrix versus So-
 lem ad distantiam $S L$ est ad gravitatem acceleratricem
 versus eundem ad distantiam $S R$ ut $S R q$ ad $S L q$; hoc
 est, ob proportionales $S R$, $S L$, $S V$, ut $S R$ ad $S V$:
 Et igitur cum Cometa motu omni privatus & ex R de-
 missus, semisse temporis quo arcum Parabolicum $A V B$
 describat, cadat versus Solem per spatium æquale $\frac{A M q}{4 S R}$ à
 idem pari tempore ex L similiter demissus cadendo ver-
 sus Solem percurreret spatium quod est ad $\frac{A M q}{4 S R}$ ut $S R$
 ad $S V$; hoc est, spatium æquale $\frac{A M q}{4 S V}$. Porro, ex
 Parabolæ natura $4 S V$ est latus rectum diametri $V M$;
 hoc est, rectangulum sub $4 S V$ & $V M$ æquale est qua-
 drato ipsius $A M$, ideoque $\frac{A M q}{4 S V}$ ipsi $V M$ rectæ est æ-
 qualis: Cometa igitur motu omni privatus & demissus
 de altitudine $L S$ ut versus Solem S cadat, si Vi acce-
 leratrice sive gravitate uniformi urgeatur æquali illi quâ
 in dicta altitudine $S L$ urgebatur, semisse temporis quo
 arcum Parabolicum $A V B$ describat, cadet per rectam rectæ
 $V M$ æqualem. Q. E. D.

Tab. XXXVII. PROPOSITIO XXII. LEMMA.

Fig. 4.

Si ex puncto s , Parabola AVB foco & Circuli TT centro, ducantur æquales rectæ sv & st , ducantur item rectæ AB , TT chordæ arcuum quorum vertex v & t , secantes rectas sv , st in punctis D & N , ita ut VD & tN sint æquales & admodum parvæ respectu rectarum sv & st ; erit chorda AB ad diametrum quadrati, cujus latus est chorda TT , in subduplicata ratione rectæ st ad sD rectam.

PER v ducatur vm Parabolæ axi parallela, chordæ occurrens in m , quæque (per Prop. XLVI. Lib. I. Conic.) erit segmenti AVB diameter, cujus parameter est quadrupla rectæ sv , adeoque $AMq = 4sv \times vm$. Cumque sit (per Prop. XXXV. El. III.) $TNg = ts + sn \times tN =$ (quia $st = sN$) $2st \times tN$; erit $AMq : 4sv \times vm :: TNg : 2st \times tN$, ideoque (sumendo antecedentium quadrupla & permutando) erit $ABq : TTq :: 4sv \times vm : 2st \times tN$. Sed (per ostensa in demonstratione Prop. XX.) $vm = vD$, & ex hypoth. $vD = tN$; applicando igitur præcedentis analogiæ tertium terminum ad vm & quartum ad tN , erit $ABq : TTq :: 4sv : 2st$; hoc est (propter sv & st ex hypothesi æquales) $ABq : TTq :: 2st : sv$; id est, ut $2st$ ad sv five sD : & duplicando consequentes, $ABq : 2 \times TTq :: 2st : 2sD$; hoc est, ut st ad sD : Ideoque AB ad $\sqrt{2 \times TT}$ in subduplicata ratione st ad sD . Q. E. D.

PROPOSITIO XXIII. LEMMA. Tab XXXVII.
Fig. 5.

Si communi foco s describantur duæ quævis Parabolæ ACB, EGF, in quibus ductæ chordæ AB & EF abscindant segmenta quorum vertices C & G, eâ lege ut ductis rectis SC & SG prædictas chordas in D & H secantibus, sit CD æqualis GH; dico AB esse ad EF in subduplicata ratione rectæ SC ad rectam SG.

PER C ducatur CM segmenti ACB diameter, & per G recta GK segmenti EGF diameter, chordis respectivis in M & K occurrentes. Harum diametrorum parametri æquantur quadruplis SC, SG, ut superius ostensum; eritque (per Prop. XLIX. Lib. I. Conic.) $AMq = 4SC \times CD$, & $EKq = 4SG \times GH$: Unde AMq est ad EKq sicut $4SC \times CD$ ad $4SG \times GH$, hoc est (ob æquales CD & GH) sicut SC ad SG; & igitur AM est ad EK in subduplicata ratione SC ad SG. Unde est AB (ipsius AM dupla) ad EF (ipsius EK duplam) in subduplicata ratione SC ad SG.

PROPOSITIO XXIV.

Circa datum focum Parabolam describere, quæ per data duo puncta transeat.

SIT datus focus s, puncta duo data per quæ Parabola incidere debet A & B. Centris A & B, distantibus AS & BS ducantur duo circuli, & ducatur (per Constr. Prop. CXVIII. Lib. VII. Pappi Collect. Math.) recta CD utrumque contingens, in quam ex s puncto demittatur perpendicularis SE, quæ bisecetur in V. Vertice V, axe VS & latere recto æquali quadruplæ rectæ VS (per Prop. LII. Lib. I. Conic.) describatur Parabola: Erit hæc quæsitæ. Fig 6.

Quod s sit descriptæ Parabolæ focus constat exinde;
F f 2 quod

Tab. XXXVII quod in axe Parabolæ distat ab illius vertice quartâ parte lateris recti, quæ est notissima foci Parabolæ proprietas. Quod vero hæc per puncta A & B transeat, sic patet: Parabolæ axis VX ultra verticem productus est ad E, ita ut VE sit æqualis VS distantia foci à vertice; & per E ducta est CED recta ad axem Parabolæ perpendicularis, & punctum A tale est ut AS ejus distantia à foco æqualis sit AC , quæ (per *Prop. XVIII. El. III.*) perpendicularis est ex A ad CD rectam: Unde (per *Corol. 2. Prop. XIV.*) Parabola supradescrpta per A transit, & propter similes rationes transit etiam per B. Q. E. F.

Potuisset hoc Problema solutum censerî per *Prop. XXVI. Lib. III.* ut ibidem notatum; verum propter insignem ejus usum, hunc locum illi concedimus. Duo data puncta in Parabola idem hic præstant atque tria illic in Ellipsi, quoniam uni puncto æquivalet data in omni Parabola ratio inter latus rectum & transversum. Non opus est apponere calculum trigonometricum, quo Parabolæ vertex, parameter &c. determinantur: hæc enim ex subnexis *Prop. XXVI. Lib. III.* satis sunt manifesta.

PROPOSITIO XXV.

Ex observatis aliquot Cometæ Locis invenire Locum ejus ad Tempus quodvis intermedium datum; & Tempus, quo Locum intermedium datum occupabit, determinare.

Fig. 7. **S** It linea $\Psi 123$ Via Cometæ apparens, sintque Loca observata 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ita ut æquale Tempus labatur inter momentum quo Cometa in punctis 1 & 2 observatus erat, ei quod elapsum est dum à 2 ad 3 pervenit, vel à 3 ad 4, vel à 4 ad 5, & ita denuo. Vocetur illud τ . Sumantur horum Locorum à puncto fixo Ψ computatorum $\Psi 1$, $\Psi 2$, $\Psi 3$, $\Psi 4$,
 $\Psi 5$

φ 5 &c. (ut Astronomis solenne est) differentiæ primæ, ipsi sc. arcus 12, 23, 34, 45, &c. quas vocabimus A, B, C, D, E, F : Sumantur rursus eorum differentiæ secundæ sive differentiarum primarum differentiæ G, H, K, L, M ; tum harum differentiarum secundarum differentiæ sive arcuum φ 1, φ 2, φ 3 &c. differentiæ tertiæ P, Q, R, S ; & ita denuo, donec ad differentias perveniatur nihilo æquales, nempe immediate præcedentium æqualium differentiarum differentias. Temporum æqualium in percurrentis arcubus A, B, C &c. insumptorum unumquodque (sc. τ) divisum intelligatur in partes æquales quotvis, (quo plures eo accuratius omnia fient,) atque arcus quolibet Tempore τ à Cometa percurfus dispartiat in tot partes in quot τ dividitur, tales ut harum partium ab φ computatarum similes differentiæ sint nihilo æquales atque ipsarum φ 1, φ 2, φ 3, φ 4 &c ; & eodem ordine progrediantur versus easdem partes auctæ vel minutæ, utque harum una in medio sita toties contineatur in integro arcu, quoties Tempus cui hic contingit in integro tempore continetur, quod in Calculo Astronomico versanti perfacile erit : *ex. gr.* si datorum arcuum φ 1, φ 2, φ 3, φ 4 &c. differentiæ tertiæ deprehensæ fuerint nihilo æquales, tum ab φ ad divisiones ipsorum A, B, C &c. computatorum arcuum differentiæ tertiæ sint etiam nihilo æquales ; si illic differentiæ tantum quartæ aquantur nihilo, hic differentiæ quartæ etiam evanescant, & ita in cæteris ; & puncta divisionis arcuum erunt Loca Cometæ ad momenta Temporis analogæ : Intermedii vero arcus poterunt tuto censerî à Cometa æquabiliter percurri.

Etenim hoc modo fiet ut arcus quilibet 12, 23, 34 vel 45 percurratur à Cometa secundum eandem legem moto atque arcus totus 17 : ex constructione enim prædictorum arcuum quilibet ejusque pars quavis tot partes continens quot 17 arcus continet 12, 23, 34 &c. simili-

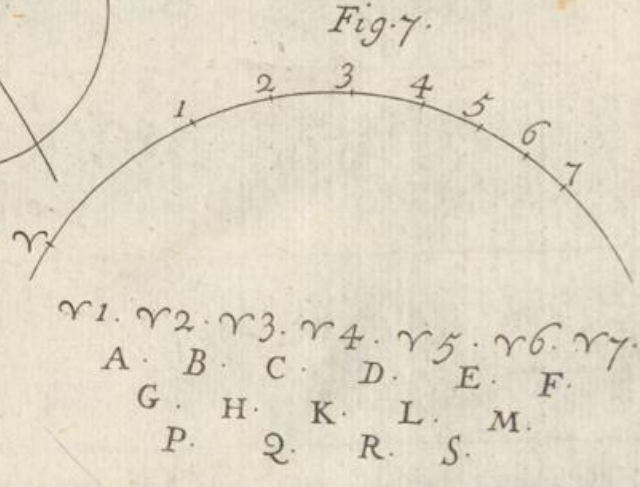
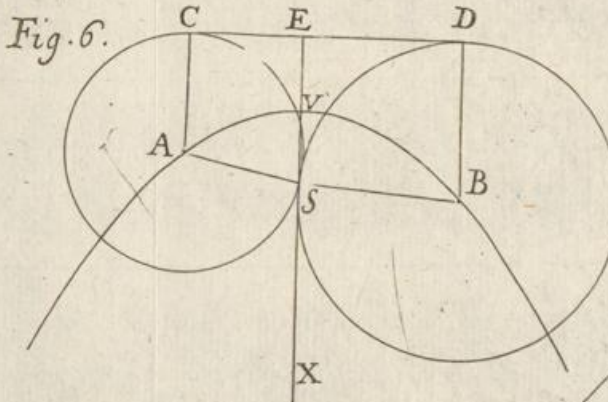
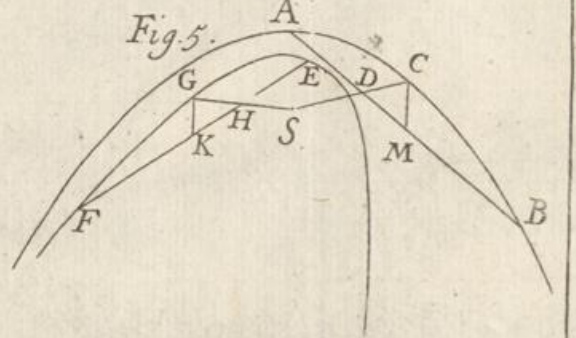
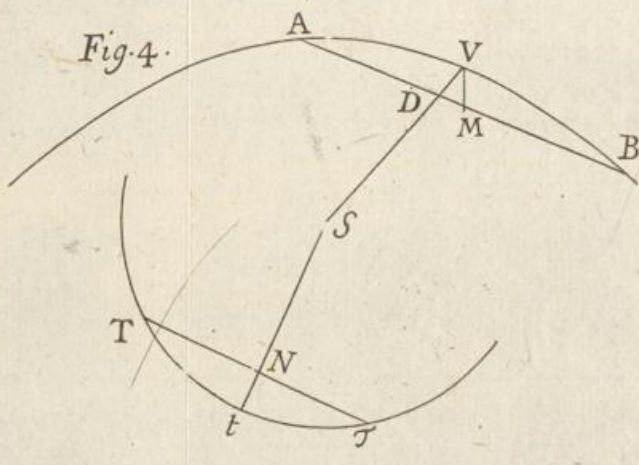
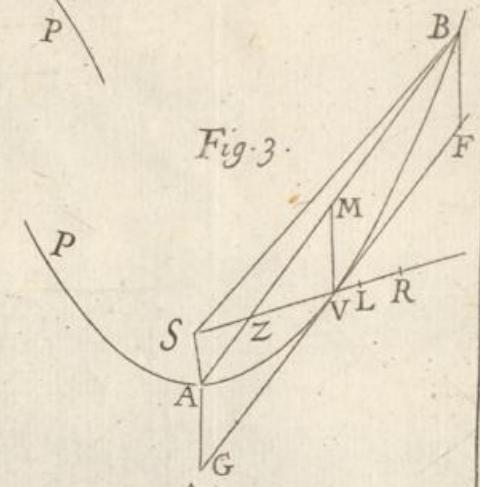
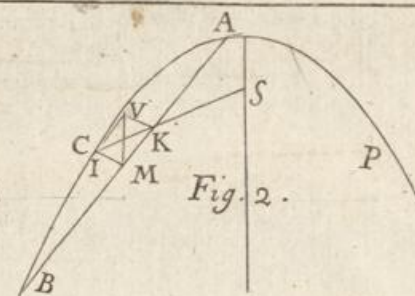
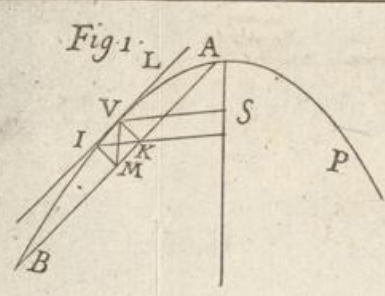
Tab. XXXVII.
Fig. 7.

ter dividitur atque ipse arcus in punctis 2, 3, 4, 5, 6; & cum Tempora inter momenta, quibus Cometa ad puncta hæc appellit, sint æqualia, sicut & illa quibus arcus 12, 23, 34, 45 &c. describuntur; patet Cometam ad inventa puncta appellere Temporibus notis congruis, si quidem Cometa eodem tenore movetur dum arcuum horum quemlibet describit, quo movebatur dum arcus præcedentes & subsequentes describeret, quod in motu quovis naturali obtinere patet. Notis vero Temporis momentis, quibus Cometa ad puncta cognita appellit, & supposito præterea Cometam intermedios parvos arcus æquabiliter percurrere, quod tuto fiet si hi arcus (ipsorum sc. 12, 23, 34, 45 &c. partes) satis sint parvi, hoc est, si τ in satis multas partes divisum supponatur; dato quolibet Tempore intermedio inter momenta quibus Cometa tenebat puncta 1 & 7, innotescet Locus quem Cometa tenet: Et vicissim Tempus innotescet quando ad datum inter 1 & 7 Locum appellit.

SCHOLIUM.

Artifices communiter prædictum Tempus τ constituunt Diem naturalem. Quod si Cometam observare non datur præcise post 24 Horas elapsas, ejus Locum unâ alterâve Horâ ante vel post observatum reducant ad finem Diei naturalis, supponendo motum interea factum esse æquabilem, quod in tantillo Temporis spatio errorem sensibilem inducere nequit. Diem naturalem, siue Tempus per τ in Prop. designatum, in hac praxi dividunt in partes quatuor siue senas Horas, quod satis esse ducunt, nisi Cometæ motus sit valde acceleratus vel retardatus, & exactissime sit procedendum; in quo casu illud (saltem senas istas Horas, in quibus invenitur datum Tempus ad quod Cometæ Locus est inveniendus) in Horas singulas dispartiant, tutoque tandem supponunt Cometæ motum Horâ unicâ factum esse æquabilem.

Acci-



$\gamma 1. \gamma 2. \gamma 3. \gamma 4. \gamma 5. \gamma 6. \gamma 7.$
 A. B. C. D. E. F.
 G. H. K. L. M.
 P. Q. R. S.

Accidit plerumque quod , in exactissimis Cometæ Observationibus , Locorum à fixo initio computatorum differentia tertia , quæ in schemate per P , Q , R , S designantur , sint nihilo æquales , sive quod illorum differentia secundæ G , H , K , L , M , hoc est , ipsorum arcuum A , B , C , D , E , F differentia primæ sint invicem æquales : Ideoque arcum à Cometa spatio 24 Horarum percursum dividunt Artifices in 24 , tales ut qui Horæ duodecimæ contingit arcus sit pars vigesima quarta arcus spatio Diei naturalis à Cometa ex observatione percursum ; sive potius (cum arcus hic non sit præcise in medio , sed una cum arcu Horæ sequenti congruo locum medium inter se partiantur) ut arcus bini Horis hisce binis contingentes simul sumpti partem efficiant duodecimam arcus spatio diurno descripti , utque harum partium differentia primæ sint etiam invicem æquales , sive differentia secundæ nullæ , tandemque ut earum majores sint ad eandem plagam , respectu minorum , ad quam sunt in arcubus A , B , C , D , E , F , & cuique Horæ tribuunt eodem ordine unam ex dictis partibus . Sic enim fiet ut Cometa eodem tenore , similiterque acceleratus vel retardatus , describat arcum quemvis spatio unius Diei quo descripsit arcum 15 spatio quatuor Dierum : Nam quatuor tantum requiruntur Dierum invicem proximorum Observationes ut innotescat num arcuum 12 , 23 , 34 , 45 differentia primæ sint invicem æquales . Et si Tempus propositum intra alios quaternos Dies cadat , rursus investigant quamnam differentia invicem æquentur , & similiter procedunt atque prius .

Non solum modus hic adhibetur ut Cometæ Locus in Via sua apparente ad datum Tempus intermedium determinetur , sed etiam (diviso motu Cometæ ut communiter fit in Longitudinem & Latitudinem , Ascensionem rectam & Declinationem , vel ejusmodi alias) ut ex observatis aliquot ejus Locis secundum harum utramvis inveniatur illius

Tab. XXXVII.
Fig. 7.

lius Locus secundum eandem, ad Tempus intermedium datum: etenim hic supponitur tantum quod Cometæ motus, secundum quamvis directionem consideratus, eodem tenore progreditur quovis Die uno, quo in pluribus ante & post illum Diebus.

Hæc Methodus per differentias procedendi etiam in aliis pluribus (*ex. gr.* Tabulis ad minores divisiones supputandis) usus habet insignes, de quibus fuse actum à R. P. *Gabriele Mouton Lugdunensi*, qui huiusmodi interpolationes perficere docet in Libro *De Observationibus Diametrorum Solis & Lune apparentium*.

PROPOSITIO XXVI.

Cometæ in Parabola moti Trajectoriam ex observationibus determinare.

T. XXXVIII
Fig. I.

Designet s Solem, τ t τ Orbitam Telluris: selignantur tres Cometæ Observationes æqualibus fere temporum intervallis ab invicem distantes, ita tamen ut tempus istud sit paulo majus ubi Cometæ tardius movetur: sintque puncta τ , t & τ Loca Terræ ad dicta tempora; hoc est, τ Locus Terræ in Observatione prima, t ejus Locus in Observatione secunda, & τ in tertia. Quod si tales Observationes non dentur, inveniendus est (per Prop. xxv.) Cometæ Locus ad tempus in dictis conditionibus cum aliis duobus temporibus quibus Loca congrua sunt observata. Jungatur τ τ , ad quam ex t demittatur normalis tN : Sint rectæ τA , $t c$, τB tres observatæ Longitudines; dantur igitur positione tres hæ rectæ. In harum media $t c$ capiatur utcumque punctum c pro vestigio Cometæ in plano Eclipticæ: Ex c ad Eclipticæ planum erigatur normalis recta $c \gamma$ æqualis tangenti notæ Latitudinis Cometæ in Observatione secunda, posito $t c$ radio: Jungantur γs , $c s$, in quarum ultima versus s sumatur $c d$ quæ sit ad $t N$ notam (quippe noti arcus τt sinum versum) ut solidum

lidum, cujus basis est quadratum ipsius st & altitudo sc Tab. XXXVIII
fig. 1.
 recta, ad cubum rectæ $s\gamma$: Per punctum D agatur (per
 Prop. VIII.) recta ADB ipsis TA , TB occurrens in A &
 B , ita ut AD sit ad DB ut tempus inter Observationem
 primam & secundam ad tempus inter secundam & ter-
 tiam; & erunt A & B quamproxime vestigia Cometæ in
 plano Eclipticæ in Observatione prima & tertia, si mo-
 do punctum c recte assumptum sit ejus Locus in Ob-
 servatione secunda. Quoniam ex hypothesi c est vesti-
 gium Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione se-
 cunda, & $c\gamma$ tangens Latitudinis observatæ ex t ad
 radium tc ; patet punctum γ esse Cometæ Locum in
 spatio Mundano, & γs distantiam Cometæ à Sole in
 Observatione secunda. Per D ducatur $D\delta$ ad $c\gamma$ pa-
 rallela, quæ (per Prop. VIII. El. XI.) normalis est ad
 Eclipticæ planum & in plano trianguli $sc\gamma$ invenitur:
 occurrat hæc ipsi $s\gamma$ in δ . Ratio rectæ $\gamma\delta$ ad rectam
 tN componitur ex ratione $\gamma\delta$ ad cd & ratione cd
 ad tN : Sed (per Prop. II. El. VI.) $\gamma\delta$ est ad cd
 ut γs ad cs , & cd est ad tN ut $stq \times sc$ ad
 cubum rectæ $s\gamma$; unde $\gamma\delta$ est ad tN in ratione com-
 posita ex ratione $s\gamma$ ad cs & ratione $stq \times sc$ ad
 cubum rectæ $s\gamma$: & ratio ex binis istis composita ea-
 dem est cum ratione stq ad $s\gamma q$; & igitur $\gamma\delta$ est ad
 tN ut stq ad $s\gamma q$. Sed (per Corol. I. Prop. XXV.
 Lib. I.) tN est proxime spatium per quod Terra è quie-
 te demissa vi suæ gravitatis decideret versus Solem dum
 dimidium arcûs $T\tau$ describit, si eâdem ubique gravita-
 te acceleratrice uniformiter continuatâ urgeretur quâ in
 loco t urgetur; quippe tN est proxime æqualis qua-
 drato arcûs $T\tau$ ad Orbis magni Diametrum applicato:
 Et ex Lib. I. gravitas acceleratrix versus Solem in lo-
 co t est ad gravitatem acceleratricem versus eundem in
 loco γ ut $s\gamma q$ ad stq , nempe in reciproca dupli-
 cata ratione distantiarum à Sole; spatiaque eodem tem-
 pore,

^{T XXXVIIII.}
 Fig. 1. pore ; urgentibus illis viribus , deorsum versus Solem
 percurfa sunt in eadem ratione cum viribus ; & igitur recta
 $\gamma \delta$ est spatium per quod Cometa è quiete ex γ demissus
 versus Solem decideret , semisse temporis quo Terra de-
 scribit arcum $\tau \tau$, si eâdem ubique gravitate acceleratri-
 ce uniformiter continuatâ urgeretur quâ urgetur in loco
 γ ; ideoque $\gamma \delta$ erit proxime spatium quod Cometa casu
 versus Solem revera describeret , semisse temporis quo Ter-
 ra describit Orbitæ suæ arcum $\tau \tau$, hoc est , semisse temporis
 quo Cometa describit Trajectoriæ suæ arcum interceptum
 inter duas Longitudines τA & τB ; & igitur punctum
 δ est in arcûs istius chorda. Et ideo si tam arcûs Tra-
 jectoriæ prædicti $\alpha \gamma \beta$, inter binas extremas observa-
 tas Longitudines τA & τB intercepti , quam puncti
 δ concipiantur vestigia in plano demissione normalium ad
 Eclipticæ planum signata , nempe ACB & D ; erit pun-
 ctum D in chorda arcûs ACB . Sed chorda arcûs ACB talis
 est (per Corol. 2. Prop. XVIII.) ut hæc ab $s c$ dividatur
 fere in ratione temporum quibus Cometa ad Eclipticam
 reductus describit arcus AC , CB ; & per constructionem
 in hac eadem ratione dividitur ducta ADB recta , estque
 hæc unica quæ in hisce conditionibus duci poterit. Cum
 igitur oporteat chordam arcûs , qui est vestigium portionis
 Trajectoriæ Cometicæ inter extremas Longitudines τA , τB
 interceptæ , à rectis τA , τB terminari , & per D transire ,
 & in D dividi in ratione temporum binorum inter tres
 Observationes ; cumque recta ADB habeat omnes hæce
 tres conditiones , solaque sit & unica quæ illis fruitur ;
 constat rectam ADB (ductam ut superius) esse chordam
 dicti arcûs , adeoque puncta A & B esse proxime vesti-
 gia Cometæ in plano Eclipticæ in Observationibus pri-
 ma & tertia , si c sit verum ejus vestigium in Observa-
 tione secunda.

Fig. 2. Quoniam vero assumptum est punctum c vero non satis
 propinquum , & licet verum fuisset , tamen puncta A &

B inde deducta non sunt accurate satis definita ; libet ex *T. XXXVIII.*
 hisce præterpropter determinatis omnia demum corrigere. *Fig. 2.*
 In quem finem in schemate sequenti (ubi eadem constru-
 ctio manere intelligitur, omissis tantum iis quæ ad demon-
 stranda superius posita fuere necessaria, in posterum vero
 confusionem parerent) ad M medium punctum rectæ AB
 ipsi A B erigatur normalis MI, cui occurrat in I recta CI,
 acta per C ipsi B A parallela ; jungatur SI secans AB in K,
 & compleatur parallelogrammum MIVK, & sumatur
 MQ tripla ipsius MK : Jungatur QS & producat ad
 E donec QE sit æqualis $3QS + 3IK$. Puncto E deter-
 minato, deleta intelligantur signa (sive literæ) A, M, D &
 B ; jungatur CE, in qua versus E sumatur nova CD in
 duplicata ratione rectæ SC ad rectam æqualem ipsi SV +
 IK, & per punctum D noviter inventum (ope Prop.
 VIII.) ducatur nova AB ad TA & TB terminata, ta-
 lis ut AD sit ad DB ut tempus inter Observationem pri-
 mam & secundam ad tempus inter Observationem secun-
 dam & tertiam : Erunt puncta A & B magis accurate
 quam prius vestigia Cometæ in plano Eclipticæ in Ob-
 servationibus prima & tertia, si punctum C recte as-
 sumptum sit ejus vestigium in Observatione secunda. Con-
 cipiantur demissa à singulis Trajectoriæ Cometæ punctis
 perpendiculara ad planum Eclipticæ, sive (quod eodem re-
 dit) intelligatur super planum Eclipticæ normaliter erecta
 superficies cylindrica per Cometæ Trajectoriam transiens ;
 punctis à dictis perpendicularis signatis in Eclipticæ plano
 conficietur (sive communis sectio dictæ superficiei cy-
 lindricæ cum plano Eclipticæ erit) Curva Parabolica
 ACB cujus focus S, vel ab hac parum abludens : hu-
 jus arcus ACB inter rectas TA, TB comprehensi chor-
 da (ex supra ostensis) est quamproxime recta AB pri-
 us ducta, cujus medium punctum M. Cumque in dicto
 arcu sumptum sit punctum C non procul à segmenti ACB
 vertice, (nam in hunc finem capta sunt tria Observatio-

T. XXXVIII num tempora, æqualibus fere intervallis ab invicem distantia, ita tamen ut tempus istud sit paulo majus ubi Cometa tardius movetur,) ductaque sit recta ad B A parallela cum normali ad A B ex M excitata concurrens in I, & juncta sit S I secans A B in K, completumque parallelogrammum I M K V; cumque porro, ob immensam Solis distantiam, punctorum M & V distantia præ illa evanescat, hoc est, coeant dicta puncta; (per Corol. Prop. XIX.) V est vertex segmenti A C B. Si jungatur V S secans chordam in Y, erit (ob immensam puncti S distantiam) V Y fere parallela ad I K, adeoque K Y æqualis I V, & ideo ipsi M K: Sed ex constructione est M Q tripla ipsius M K, unde & ipsius K Y tripla est, adeoque & reliquæ Y Q etiam tripla; & igitur (per Corol. 2. Prop. XVIII.) juncta Q S talis est qualis Q S in Prop. XVIII. ejusque Corollariis, hoc est, in Q S producta ad partes S reperitur punctum E, à quo ducta quævis recta, chordam A B arcumque A C B secans, chordam secat in segmenta eandem habentia rationem cum temporibus, quibus adjacentes arcus à Cometa describuntur. Porro, ex constructione est Q E æqualis $3 Q S + 3 I K$, & I K æqualis M V, (sunt utique diametri ejusdem parallelogrammi rectanguli;) unde Q E æqualis est $3 Q S + 3 M V$. Et igitur (per Corol. 3. Prop. XVIII.) punctum E supra determinatum illud ipsum est, ex quo ducta utcunque recta chordam A B dividit in segmenta eandem habentia rationem, quam tempora quibus arcus A B binæ partes ab eadem recta producta notatæ à Cometa describuntur, quod prius perperam (licet non nimis erronee) de ipso foco S supposuimus. Deletâ igitur (ad vitandam confusionem) priore C D versus S ductâ, acta est nova versus E, quæ est ad priorem ut quadratum ipsius S C ad quadratum ipsius S V + $\frac{1}{3} I K$, hoc est (propter æquales I K & M V) ad quadratum ipsius S V + $\frac{1}{3} M V$, & S C est quamproxime æqualis S V: Quare nova C D est ad priorem C D ut quadratum ab S V ad quadratum descriptum ab S V, positâ

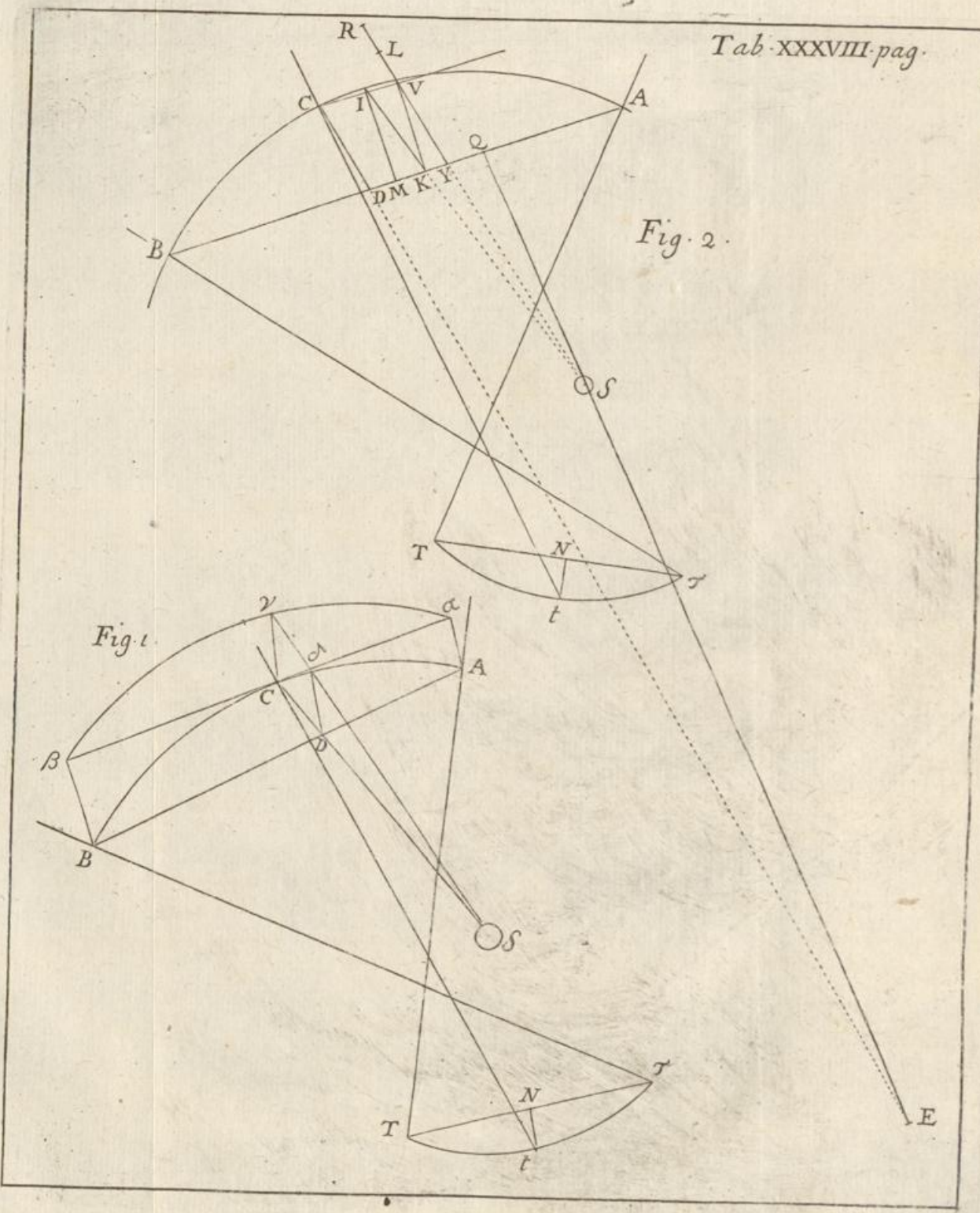
positâ VL triente ipsius MV five IK , ut in constructione Ta. XXXVII
 Prop. xx & xxi. Sed (ex Prop. XLII. Lib. I.) gravitas Fig. 2.
 acceleratrix versus Solem in loco L est ad gravitatem acce-
 leratricem versus eundem in loco C (vel V) ut quadratum
 ab sc (vel sv) ad quadratum ab sL : Et ut gravitates
 acceleratrices versus Solem in distantis diversis , ita
 sunt (manentibus dictis viribus) spatia eodem quocun-
 que tempore cadendo versus Solem percursa ; & igitur nova
 CD est ad priorem CD ut spatium cadendo percursum
 versus Solem , urgente vi acceleratrice quæ in lo-
 co L urget , semisse temporis quo Cometa describit
 arcum inter longitudes τA & τB interceptum , ad
 spatium eodem tempore cadendo percursum versus Solem ,
 urgente vi acceleratrice quæ in loco C urget. Sed hu-
 jus analogiæ consequentes æquantur , æquantur igitur &
 antecedentes ; hoc est , noviter ducta CD æquatur spa-
 tio à grave cadente versus Solem percurso , semisse tem-
 poris quo Cometa arcum ACB in Ecliptica describit ,
 urgente gravitate acceleratrice , quæ in distantia sL à
 Sole obtinet , uniformiter continuatâ. Sed (per Prop.
 xxi.) spatium per quod corpus versus Solem decedit ,
 semisse temporis quo Cometa arcum AVB describit
 (consideramus enim nunc motum Cometæ tanquam in
 Eclipticæ plano factum , loco Trajectoriæ Cometicæ ejus
 vestigium in plano Eclipticæ intuentes) cum urgetur ab
 uniformiter continuata gravitate acceleratrice versus So-
 lem quæ in loco L obtinet , æquale est vy segmento
 rectæ vs inter verticem v & chordam AB intercepto ;
 adeoque quamproxime æquale ipsius ce segmento CD
 inter punctum c (ipsi v proximum) & chordam AB interce-
 pto. Unde punctum D est in chorda AB multo accuratius
 quam antea ; hoc est , chorda arcûs , qui est vestigium in
 plano Eclipticæ portionis Trajectoriæ Cometicæ inter Lon-
 gitudes τA & τB interceptæ , per punctum D ultimo
 determinatum quamproxime transit. Porro (per Prop.

Tab. XXXVIII.
Fig. 2.

XVIII.) chorda prædicta per D traducta cum inter τA τB situm obtinere debet, ut $A D$ sit ad $D B$ sicut tempus quo Cometa describit Eclipticæ arcum inter Longitudines τA & $t c$ ad tempus quo arcum inter $t c$ & τB interjectum describit: Sed $A B$ ita (ope Prop. VIII.) acta est per D, ut $A D$ sit ad $D B$ in eadem illa ratione, nempe sicut tempus inter Observationem primam & secundam ad tempus inter Observationem secundam & tertiam; rite igitur acta est $A B$ & uti oportet, nimirum per D transiens, & divisa in D uti dictum. Et ideo, posito punctum c recte fuisse assumptum pro Cometæ vestigio in Observatione secunda, puncta A & B sunt ejusdem vestigia quamproxime in Observationibus prima & tertia.

Tab. XXXIX.
Fig. 1.

Restat nunc ut dignoscatur an punctum c in media Longitudine fuerit recte assumptum Cometæ vestigium; quod si non fuerit, ut error hinc ortus corrigatur, reliquis quæ hætenus recte sunt facta manentibus. Deleto priore parallelogrammo $I M K V$ ad priorem minusque accuratam chordam $A B$ constituto, constituatur alterum ad posteriorem & accuratiorem $A B$, eadem adhibitâ constructione atque prius. Ad A, M & B erigantur ad $A B$ normales $A \alpha$, $M \mu$ & $B \beta$, quarum $A \alpha$ sit tangens notæ Latitudinis in Observatione prima ad radium τA , & $B \beta$ tangens Latitudinis in Observatione tertia ad radium τB : Jungatur $\alpha \beta$, cui occurrat $M \mu$ in μ . Si erigatur trapezium $A B \beta \alpha$ normaliter ad planum Eclipticæ, manente rectâ $A B$, sunt (ut prius ostensum) puncta α & β Loca Cometæ in spatio Mundano, si punctum c sit ejus vestigium in plano Eclipticæ in Observatione secunda, & planum transiens per tria puncta s , α & β est planum Trajectoriæ Cometæ: Ideoque recta $\alpha \beta$ est chorda arcûs Trajectoriæ Parabolicæ à Cometa percursæ inter Observationem primam & tertiam, & $s \alpha$, $s \beta$ sunt distantie Cometæ à Sole in Observatione



tione prima & tertia respective; hoc est, distantia ve-^{Tab. XXXIX.}
 ra cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ à Sole est hy-^{Fig. 1.}
 pothenusa trianguli rectanguli, cujus alterum latus est
 distantia à Sole vestigii illius puncti in plano Eclipticæ,
 alterum vero perpendiculum ex isto vestigio normaliter
 ad planum Eclipticæ excitatum & ad punctum Trajec-
 toriæ terminatum. Cum quædam ex istis perpendiculis
 sint longiora ut $B\beta$, quædam breviora ut $A\alpha$, suma-
 tur medium inter hæc, sc. hic $M\mu$; & universaliter
 loquendo distantia cujusvis puncti Trajectoriæ Cometicæ
 à Sole erit proxime hypotenusa trianguli rectanguli, cu-
 jus alterum latus est distantia analogi puncti in vestigio
 Trajectoriæ descripto, & alterum ipsa recta $M\mu$. Quo
 posito, in MA (eave producta) sumatur MH æqua-
 lis $SV + \frac{2}{3} IK$, hoc est, æqualis SR , posita LR
 æquali LV , & jungatur $H\mu$; erit hæc quamproxime
 æqualis puncti Trajectoriæ (cujus v est vestigium) dis-
 tantia à Sole auctæ besse rectæ interjectæ inter punctum
 istud & chordam arcûs Trajectoriæ, ipsam sc. $\alpha\beta$ in
 erecto trapezio $AB\beta\alpha$; id est, recta $H\mu$ æqualis est
 rectæ in plano Trajectoriæ Cometæ, analogæ ipsi SR in
 ejus vestigio in plano Eclipticæ; hoc est, $H\mu$ æqualis
 est rectæ SR in Parabola Prop. xx. Per Corol. Prop.
 xvii. conferatur velocitas Cometæ, dum in Paraboli-
 ca sua Trajectoria movetur ad distantiam à Sole æqua-
 lem rectæ $H\mu$, cum velocitate Telluris circa Solem,
 & definiatur linea quam Cometa dicta cum velocitate
 æquabiliter motus percurreret toto tempore quo Tel-
 lus arcum $Tt\tau$ describit, sive toto tempore quo Co-
 meta arcum ACB in Ecliptica percurrit, in partibus
 arcûs $Tt\tau$ à Tellure interim percurfi; quod facilli-
 me fit modo sequenti: Calculo subducatur longitudo
 arcûs $Tt\tau$ à Tellure descripti inter Observationem pri-
 mam & tertiam, posito quovis numero rotundo pro
 mediocri distantia Terræ à Sole; longitudo (puta z)
 quæ

Tab. XXXIX

Fig. 1.

quæ est ad hunc arcum in subduplicata ratione Diametri Orbis magni ad rectam notam $H\mu$, quæque proinde datur, est ipsa longitudo quæsita, nempe quam Cometa æquabiliter latus ea cum velocitate quam Trajectoriam suam Parabolicam describens habet ad distantiam à Sole æqualem ipsi $H\mu$ percurreret tempore, quo Cometa arcum cujus chorda $a\beta$ revera percurrit: Nam (per Prop. XVII.) velocitas Cometæ ad dictam distantiam $H\mu$ est ad velocitatem Telluris in ratione supradicta. Sed (per Prop. XX.) dicta longitudo z æqualis est chordæ arcus quem Cometa revera isto tempore describit; igitur si deprehendatur z æqualis chordæ $a\beta$, certissimum est indicium punctum c in Longitudine secundo observata recte fuisse assumptum pro vestigio Cometæ; adeoque A , c & B esse tria Loca sive vestigia Cometæ in plano Eclipticæ.

Fig. 2.

Quod si z non deprehensa fuerit æqualis rectæ $a\beta$, hoc est, si punctum c non sit recte assumptum in t c Longitudine secundo observata; capiantur in $a\beta$ (eave producta si opus sit) $a\phi$, $B\pi$ æquales ipsi z , capiantur etiam AF , BP æquales $a\phi$, $B\pi$, ita ut F & ϕ ad easdem partes rectæ Aa , item P & π ad easdem partes rectæ $B\beta$ jaceant. Præterea eadem methodo, quâ ex assumpto puncto c inventa sunt puncta A , B , D , F , P , ex assumptis aliis punctis $2c$ & $3c$ inveniantur nova $2A$, $2B$, $2D$, $2F$, $2P$ & $3A$, $3B$, $3D$, $3F$, $3P$, ut in schemate annexo, ubi iisdem manentibus iisdemque literis notatis atque supra, ea tantum omittuntur de quibus postea non est sermo. Quod si z minor fuerit quam $a\beta$, aut AF vel BP minor quam AB (ut in annexo schemate accidit) punctum $2c$ sumendum erit ipsi σ puncto (in quo TA & τB concurrunt) propius; & ita porro, ita ut saltem $3A$ $3F$ major fiat quam $3A$ $3B$: Si vero è contra AF major fuerit quam AB , sumenda erit t $2c$ major

jor quam $t c$; atque ita porro, ita ut saltem $3 A 3 F$ Tab. XXXIX Fig. 2. minor fiat quam $3 A 3 B$. Per puncta $F, 2 F$ & $3 F$ describatur circulus, qui rectam τB secabit inter B & $3 B$, puta in O , si puncta nova $2 c, 3 c$ sumpta fuerint secundum prius tradita. Similiter, per puncta $P, 2 P$ & $3 P$ describatur circulus rectam τA in x interfecans; erunt puncta O & x Loca Cometæ ad Eclipticam reducta sive Cometæ vestigia in Observatione prima & tertia. Nam supra fuit demonstratum puncta A & B esse vestigia Cometæ in plano Eclipticæ in Observatione prima & tertia, si c sit ejusdem vestigium in Observatione secunda: idemque similiter obtinet in $2 A, 2 B$ & $2 c$; item in $3 A, 3 B$ & $3 c$. Demonstratum quoque est c esse revera vestigium Cometæ in Observatione secunda, si z æqualis sit $a b$; hoc est, si rectarum $A F$ & $B P$ quælibet sit æqualis ipsi $A B$; hoc est demum, si puncta B & F coincident, item A & P . Et igitur si, reliquis manentibus, puncta B & F coincident, tale B erit vestigium Cometæ in Observatione tertia: Similiter coincidentibus A & P , erit tale A ejusdem vestigium in Observatione prima. Ad quam coincidentiam conciliandam per tria puncta legitime reperta $F, 2 F$ & $3 F$ traductus est circulus, hoc est, linea simplicissima per tria puncta transiens, rectam τB in O interfecans. Cum igitur punctum O sit tam in loco punctorum B , nempe recta τB , quam in loco punctorum F , nempe circulo; quando punctum B reperitur in O , punctum F in illo etiam reperietur, hoc est, in isto casu puncta B & F coincident; & ideo punctum O est verum Cometæ vestigium in plano Eclipticæ in Observatione tertia, quippe cui conveniunt omnes conditiones requisitæ. Similiter & ob eadem rationes, punctum x est verum Cometæ vestigium in Observatione prima. Igitur si ex puncto O ad planum hujus schematis, Eclipticæ planum referens, erigatur perpendicularis recta $O \omega$, æqualis tangenti notæ Latitudinis in Observatione tertia ad radium τO ; erit ω

T. XXXIX.
Fig. 2.

Cometae Locus verus in sua Trajectoria. Similiter; $x \xi$ perpendicularis ad planum Eclipticae ad punctum x excitata, æqualis tangenti Latitudinis in Observatione prima ad radium τx , ostendet punctum ξ alterum Cometae Locum in propria Trajectoria. Foco s per puncta ω & ξ (per Prop. XXIV.) describatur Parabola; erit hæc Cometae Trajectoria quæsita. Quoniam vero duæ sunt Parabolæ foco s descriptæ, per puncta bina ω & ξ transeuntes, utra ex hisce sit nostri Cometae Trajectoria, patebit ex alia quavis Cometae Observatione: Locus enim ejus ex altera harum Parabolarum deductus Loco observato conveniet, ex altera vero nequaquam. Ex Observationibus igitur determinavimus Trajectoriam Cometae in Parabola moti. Q. E. F.

Licebit etiam in τA vel in τB puncta ad libitum eligere sicut in τc hic factum, & puncta in reliquis duabus hinc resultantia similiter tractare atque puncta in τA , τB superius tractata sunt.

In præcedente investigatione, five Arithmetica five Graphica five ex utraque composita, nulla habita est ratio Parallaxis mensuræ Solis exinde oriundæ quod non Terræ centrum sed commune centrum gravitatis Terræ & Lunæ in Orbe magno feratur; hæc namque mensura Solis parallaxis, triplo major quam diurna, sensibilis est in quorundam Cometarum Orbitis definiendis: Observata igitur Cometae Loca per hanc corrigantur.

Si Elliptica Orbita Cometae melius congruere deprehendatur, illa sic describetur: Reperiatur vestigium Cometae in plano Eclipticae in Observatione secunda; erit utique illud eodem ordine situque inter puncta c , $2c$, $3c$ quo punctum o inter B , $2B$, $3B$, vel quo x inter A , $2A$, $3A$: ex vestigio sic invento excitetur perpendicularis ad planum Eclipticae, quæ est tangens Latitudinis in Observatione secunda ad radium æqualem distantia inter τ dictumque vestigium; erit dicti perpendicu-

culi extremum punctum in sublimi Locus Cometæ in propria Trajectoria secundo observatus. Foco s , per puncta ω , ξ & punctum mox inventum descripta (per Prop. xxix. Lib. III.) Ellipsis erit Cometæ Orbita quæsita. F. XXXIX.
Fig. 2.

SCHOLIUM.

Methodus supra adhibita ad punctum o vel x determinandum universalis est, & insignis usûs in plerisque Physicis approximandis. Convenit plerumque tria puncta, ut hic A , $2A$ & $3A$, ex tribus assumptis c , $2c$ & $3c$ secundum artem reperta, ita esse posita ut punctum quæsitum inter illorum extrema A & $3A$ jaceat, (quæ est ratio cur è tribus punctis p unum ex altera parte correspondentis puncti A collocatum volumus:) sic enim certius & proximius determinabitur quæsitum punctum per intersectionem circuli cum recta $A2A$ in qua illud necessario versatur, quam si quæsito existente ultra A & $3A$ illud determinandum veniat per intersectionem rectæ cum circulo ultra puncta A & $3P$; ob similem prorsus rationem atque ex observatis aliquot Cometæ (alteriusve cujusvis secundum quamvis regulam moti) Locis ejusdem Locus & Tempus intermedium quodvis certius definitur, quam ad Tempus aliquod ante primam Observationem aut post ultimam.

Aliquando suffecerit, in hujusmodi investigationibus, duo puncta qualia sunt p & $2p$ determinare, (si nimirum horum utrumque à vero non procul absit,) & illa rectâ conjungere, cujus intersectio cum altera $A2A$ verum punctum quæsitum determinabit. Atque hic rursus puncta p & $2p$ ad contrarias puncti quæsiti partes jacere commodum erit.

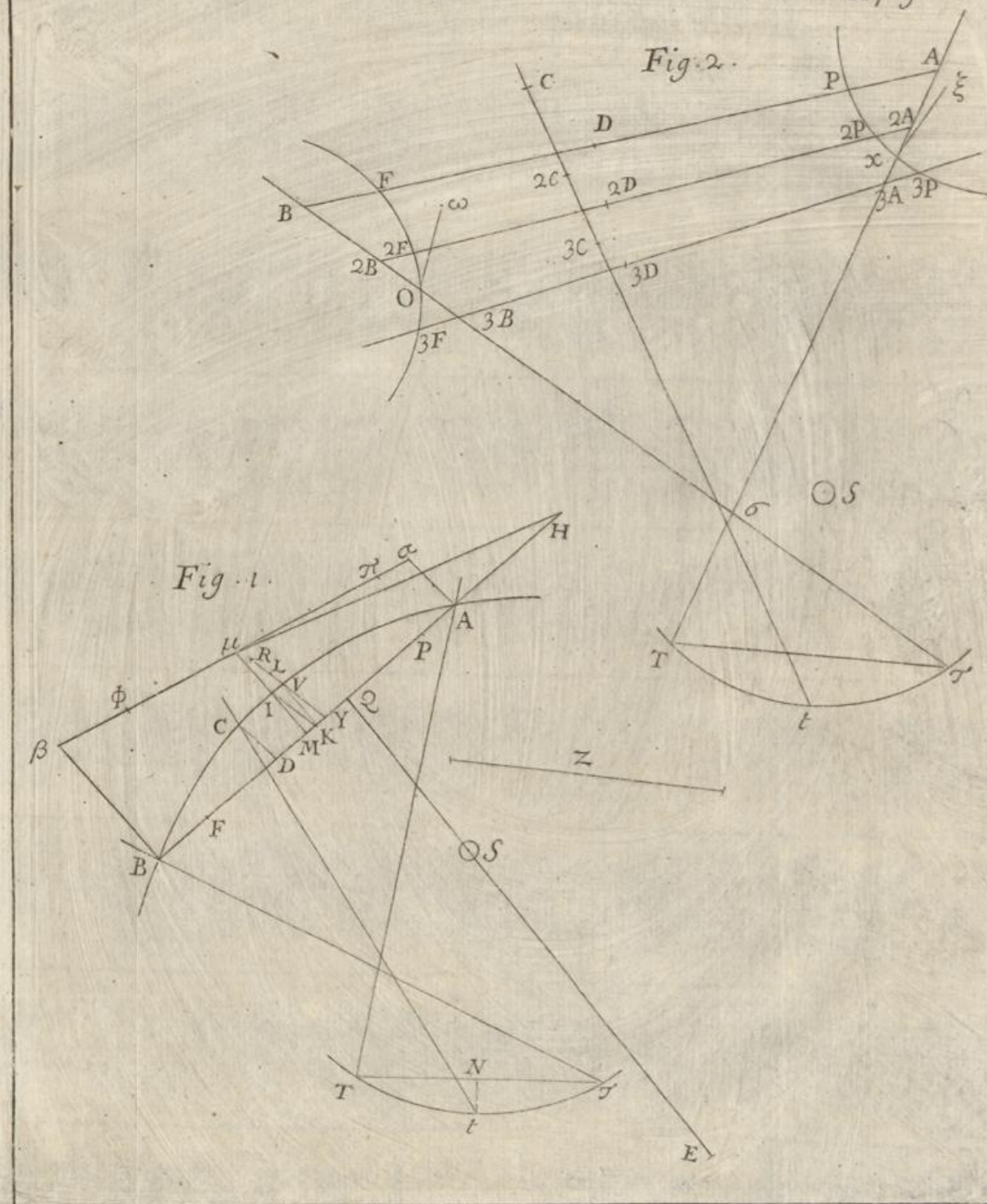
PROPOSITIO XXVII.

Punctum determinare quod primâ, secundâ & tertiâ vice pro Cometa vestigio in plano Ecliptica assumere commodissimum erit.

Problema præcedens universaliter constructum est: Verum in praxi non qualibet puncta c , $2c$ pro vestigio Cometæ in Observatione secunda commodè assumuntur, sed veris proxima eligenda, si illa præterpropter internoscere quovis modo concessum fuerit. Hoc autem ope Prop. xii. fiet per quatuor Cometæ Observationes. Ducta etenim recta, cujus partes tres inter quatuor rectas positione datas interceptæ eam habeant rationem quam temporis intervalla tria inter quatuor Observationes interjecta, non multum diversa erit à Trajectoriæ Parabolicæ portione à Cometa tum percursa. Adeoque hujus intersecutio cum recta, Longitudinem in Observatione secunda referente, aptissime pro vestigio Cometæ in ista Observatione secunda assumetur.

Tab. XL.
Fig. 1.

Quod si angulus innotescat præterpropter, quem vestigium Orbitæ Cometæ continet cum recta Terram & Cometam in Observatione secunda conjungente, sive huic (per Prop. xvii. Lib. i. Conic.) æqualis $A\delta t$, quem chorda AB continet cum tc recta, quod fiet vel ope Prop. ix. vel accuratius per Schol. Prop. xiii; tum punctum c primo assumendum hoc modo determinabitur: Ducatur recta AB ad rectas positione datas TA , TB utrinque terminata, rectam tc etiam positione datam in angulo æquali dato ad δ intersecans, quæ sit ad $\sqrt{2} \times T\tau$ chordam (hoc est, proxime ad $\frac{7}{8} T\tau$) in subduplicata ratione st ad $s\delta$; & agatur per s recta sdc , cujus pars dc à cruribus anguli $A\delta c$ interjecta æquetur rectæ tN , quod est Veterum Problema universale de *Inclinationibus*, conficiturque per eorum Methodum,



dum, vel per §. VII. *Lect. Optic.* v. aut §. III. *Lect. tab. XL. Geom.* VI. *Barrovii*: Punctum c sic determinatum est *Fig. 1.* illud ipsum quod commode primâ vice usurpatur pro vestigio Cometæ in plano Eclipticæ. Ponatur c esse vestigium Cometæ in plano Eclipticæ, & arcum Parabolicum per A, B & c transeuntem esse vestigium arcûs Trajectoriæ inter Observationem primam & tertiam descripti: Quoniam igitur in hypothese quod gravitas acceleratrix versus Solem eadem sit vel æqualis in distantia Telluris à Sole atque in distantia Cometæ ab eodem, (hoc est, in hypothese gravitatis quam *Galileus* fovit, quæque à vero non multum abest,) c d & t n sunt æquales; quippe spatia cadendo versus Solem eodem tempore percurra à Cometa & à Tellure, erit (per Prop. XXII.) A B chorda Parabolæ ad $\sqrt{2} \times T \tau$ chordam circuli, cujus centrum cum foco Parabolæ congruit, in subduplicata ratione rectæ s t ad s d rectam. Sed facta est A B ad $\sqrt{2} \times T \tau$ in subduplicata ratione s t ad s d, & etiam A B secat rectam t c in angulo debito, & porro c d æqualis est ipsi t n: Recta igitur A B habet proxime omnes condiciones requisitas ut fiat chorda arcûs qui est vestigium Trajectoriæ Cometæ interjectæ inter Longitudinem primam T A & tertiam t B; punctumque proinde c habet omnes condiciones ut fiat proxime vestigium Cometæ in Observatione secunda. Recte igitur assumitur punctum c vestigium Cometæ (postea quidem corrigendum) in dicta Observatione secunda.

Determinato puncto c primâ vice assumendo, quæ deinceps *Fig. 2.* de assumuntur puncta (nempe 2 c & 3 c) non sunt absque consideratione assumenda; nec sufficit Prop. præc. data cautio, quod nempe punctum 2 c sumendum sit propius puncto c cum linea z minor est quam A B, & è contra: Sed cum eo tandem deveniendum sit, ut A B rite ducta æqualis sit congruæ Longitudini z; in t c capiatur punctum

Tab. XL *Fig. 2.* Etum $2c$, eâ lege ut distantia c $2c$ sit ad distantiam c in ratione composita ex ratione z ad AB & ratione subduplicata sc ad $s2c$. Causa, cur prior ratio componens adhibetur, manifesta est ex prædictis; nam cum invenienda sit AB quæ sit congruæ z æqualis, si illa hâc sit major aut minor, minuenda erit aut augenda donec æquales fiant; forent autem æquales per solam priorem rationem componentem, si z esset constans & invariabilis: cum vero pro diversa AB diversa perpetuo proveniat longitudo z , ideo secunda componentium necessaria est. Constat autem (ex Prop. *xxiii.*) quod in Parabolis, arcuum ACB , $2A2C2B$, in quibus æquantur CD , $2C2D$ ad focum tendentes inter verticem & chordam interceptæ, ipsæ chordæ sunt in subduplicata ratione rectarum sc , $s2c$; & superius est ostensum rectas CD , $2C2D$ esse fere æquales, (spatia nempe per quæ Cometa cadendo versus Solem in diversis ab illo distantis eodem tempore percurreret,) & etiam vestigium Cometæ in Observatione secunda proximum esse vertici arcûs ACB , sc. vestigii portionis Trajectoriæ à Cometa inter Observationem primam & tertiam descriptæ. Sed & punctum $2c$ hoc modo inventum non pro accurato Cometæ vestigio in plano Eclipticæ venditur, sed pro fere vero & ab accurato non nimis remoto.

Eâdem methodo determinabitur punctum $3c$ ex $2c$ quo $2c$ ex c , si tria puncta invenire libeat ut Prop. præc. factum; sed hoc modo operando vix ultra secundam operationem necesse erit procedere. Et recta conjungens binâ puncta F & $2F$, ex assumptis c & $2c$ per præc. determinata, secabit τB in puncto o (cui propinqua admodum sunt) accurato Cometæ vestigio in Observatione tertia, rectaque $P2P$ similiter ipsam τA secabit in puncto x ejusdem Cometæ vestigio in Observatione prima, ut supra ostensum est oportere fieri cum c & $2c$ sunt punctis veris proxima. Determinatum igitur est punctum quod (in pra-

xi Prop. præc.) primâ, secundâ & tertiâ vice commodif-^{Tab. XL.}
sime assumitur pro vestigio Cometæ in plano Eclipticæ.^{Fig. 2.}

In punctis c & 2 c modo prædicto præterpropter de-
terminandis, non raro in operationibus graphicis metho-
do tentativâ procedendum erit, ubi accuratior aut saltem
plene Geometrica deficit; neque opus est Curvas minus
parabiles, quibus in constructione opus esset, hic adhibere.

PROPOSITIO XXVIII.

*Positionem Lineæ Nodorum Trajectoriæ Cometæ, Tempusque
quando Cometa Nodos tenet, determinare.*

I Idem manentibus & per easdem literas designatis atque
in præcedentibus, rectæ ox , $\omega\xi$ producantur donec ^{Fig. 3.}
concurrunt in Ω : jungatur so , sx , $s\Omega$. Prius data
erant omnia puncta s , o & x , adeoque trianguli $s ox$
tam latera quam anguli; & proinde angulus $s x \Omega$ illo-
rum uni deinceps. Porro, si per ξ ducatur ξo ad xo pa-
rallela, rectæ $o\omega$ occurrens in o , erunt triangula $\omega o \xi$ &
 $\xi x \Omega$ æquiangula; adeoque cum ex notis lateribus $o \xi$
(æquali ox) & $o\omega$ (differentia notarum rectarum ωo
& ξx) una cum angulo recto $\omega o \xi$ innotescunt reliqua
latera & anguli, innotescunt & anguli trianguli $\xi x \Omega$:
Sed datur in hoc triangulo latus unum $x \xi$; dabuntur igitur
& reliqua, nempe $x \Omega$ & $\xi \Omega$. In triangulo dein-
de Ωxs dantur latera xs , $x \Omega$ cum angulo interjecto
 $s x \Omega$; non latebit igitur angulus $x s \Omega$. Sed, ut prius
dictum, datur positio rectæ sx , sive angulus quem hæc
facit cum tx , cujus positio est Observatione nota, (nam
in triangulo xrs dantur latera rs & tx , & angulus xrs
distantia inter Locum Solis cognitum Locumque Cometæ
primo observatum, unde rxs innotescit;) & igitur po-
sitio rectæ $\Omega s \mathcal{V}$ nota erit, sive Nodorum Loca è Sole
visa. Quod si rectæ $o\omega$, $x\xi$ fuerint æquales, Nodorum
Linea parallela est ad ox , ideoque positione cognita.

Ad

Tab. XL.

Fig. 4.

Ad determinandum Tempus quo Cometa Nodum tenet, sit $\omega\xi$ Trajectoria Cometæ per Prop. xxvi. descripta per puncta ω & ξ , in cujus plano reperiuntur rectæ $s\omega$, $s\xi$, sitque superius reperta Nodorum Linea $\mathcal{N}$ s $\mathcal{V}$ Trajectoria in $\mathcal{N}$ & $\mathcal{V}$ occurrens; erit (per Prop. xiv. Lib. I.) intervallum temporis inter Observationem primam & momentum quando Cometa ad Nodum $\mathcal{N}$ appellit ad intervallum temporis inter Observationem primam & tertiam ut area $\xi\mathcal{N}s$ ad aream $\omega\xi s$: Sed arearum $\xi\mathcal{N}s$ & $\omega\xi s$ ratio est nota; (quippe ipsæ areæ cognitæ sunt ex Prop. xxiv. Archimed. de Quadrat. Parab.) igitur & Tempus quo Cometa Nodum $\mathcal{N}$ tenet. Pari modo innotescit Tempus quo Cometa ad Nodum alterum $\mathcal{V}$ appellit. Q. E. F.

PROPOSITIO XXIX.

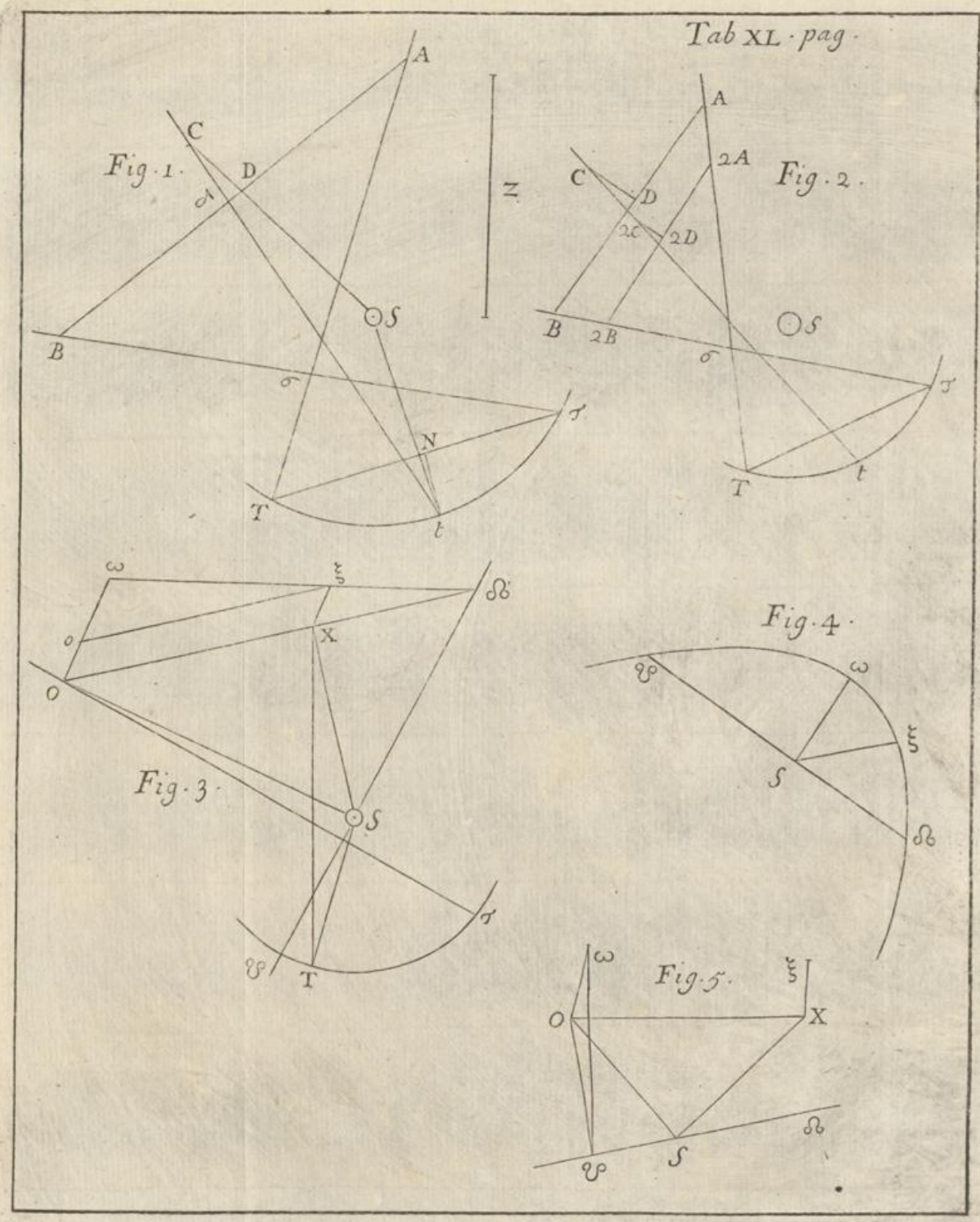
Fig. 5. *Inclinationem plani Trajectoria Cometæ ad planum Eclipticæ determinare.*

Iisdem manentibus, ex puncto o ad $\mathcal{V}$ s $\mathcal{N}$ Nodorum Lineam ducatur perpendicularis $o\mathcal{V}$, & jungatur $\omega\mathcal{V}$. In triangulo $os\mathcal{V}$ præter rectum ad $\mathcal{V}$ dantur (ex Prop. præc.) angulus $os\mathcal{V}$ & latus os ; innotescit igitur $o\mathcal{V}$. In triangulo deinde rectangulo $\omega o\mathcal{V}$ dantur latera circa rectum $o\omega$ & $o\mathcal{V}$; & proinde notus erit angulus $o\mathcal{V}\omega$, qui (per Def. 6. El. xi.) est Inclinatione plani Trajectoriae ad planum Eclipticæ.

PROPOSITIO XXX.

Tab. xli. *Trajectoria Cometæ Latus rectum principale, Perihelium, Tempusque quo Cometa in Perihelio versatur, determinare.*
Fig. I.

FOco s per puncta ω & ξ describatur Trajectoria Cometæ per Prop. xxiv; centro s per horum alterutrum (puta ω) describatur circulus Trajectoriae denuo in v occurrens;



currens; jungatur ωv , ad quam ex s puncto demittatur perpendicularis $s\phi$, quæ producatur donec Parabolæ occurrat in π ; erit π Trajectoriæ Perihelium, & proinde ipsius $s\pi$ quadrupla est ejusdem Latus rectum principale.

Tab. XL.
Fig. 1.

Primum patet; nam cum focus s in Parabolæ axe reperiat, circulus centro s descriptus Parabolam (si omnino) in duobus punctis secabit ab axe æqualiter remotis, & proinde intersectiones conjungens recta ωv erit axi normalis: unde $s\phi$ est axis, & π Parabolæ vertex five Trajectoriæ Perihelium, & quadrupla $s\pi$ parameter diametri cujus π est vertex, (hoc est, ipsius axis,) five Latus rectum principale.

Capiatur Tempus cujus intervallum ab Observatione prima, cum Cometa esset in ξ , est ad intervallum Temporis inter Observationem primam & tertiam ut area $\xi\pi s$ ad aream $\omega\xi s$; eritque illud ipsum Tempus quo Cometa Perihelium tenet.

Casuum varietatem, quando nimirum Tempus quo Cometa Perihelium tenet est ante Observationem primam & quando post illam, Artificis judicio permittimus, sicut & innumera alia Problema hoc, de Cometæ Trajectoria ejusque partibus definiendis, attinentia.

SCHOLIUM.

Hinc etiam Cometæ Perigæum ejusque Tempus determinabitur: Nam cum detur Tempus (nempe quod interjicitur inter Observationem primam & tertiam) quo data area $\xi\omega s$ à Cometa radio ad Solem ducto describitur, dabitur area uno Die similiter descripta; cumque detur ξ Locus Cometæ in Observatione prima, dabuntur Loca Cometæ in propria Trajectoria ad Dies singulos. Sed & dantur Loca Telluris in Orbita sua ad eosdem, & (ex præcedentibus) situs mutuus inter Telluris Orbitam & Cometæ Trajectoriam; unde Locus ubi Cometa est Terræ proximus,

ximus, hoc est, Cometæ Perigæum notabitur facile, & Tempus quo istud contingit.

PROPOSITIO XXXI.

Cometa Trajectoriam per Prop. xxvi. inventam corrigere.

Assumatur positio plani Trajectoriæ Cometæ Prop. xxvi. determinata, & seligantur tria Loca Cometæ exactissime observata, diversa ab illis tribus ex quibus Trajectoria prius erat definita, & ab invicem quam maxime distantia: Commodum erit ut horum unum à Cometæ Perihelio non multum distet. Vocetur Tempus inter Observationum harum primam & tertiam interjectum s : Capiatur numerus c , qui sit ad 1 ut Tempus inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam: Ex his Locis apparentibus, calculo trigonometrico ad normam præcedentium, inveniantur Loca tria Cometæ in prædicto Trajectoriæ plano assumpto tanquam accuratissimo; hoc est, inveniantur tria prius definiti plani puncta in quibus Cometa eandem Longitudinem Latitudinemque haberet, quam revera habereprehenditur; & (per Prop. xxix. Lib. iiii, vel forsan per Prop. xxiv. Lib. v.) calculo determinetur Sectio Conica transiens per ista tria puncta, cujus umbilicus congruit cum centro Solis, ejusque areæ rectis ad Solem ductis & curvæ portionibus terminatæ determinentur, harumque proinde ratio: sit nempe ejus area inter Observationem primam & secundam ad ejusdem aream inter Observationem secundam & tertiam ut g ad 1; & eadem erit ratio inter Tempora quibus areæ hæ radio ad Solem ducto describerentur à Cometa. Porro, ex cognita semitæ hujus ejusque partium omnium magnitudine, respectu semitæ Telluris ejusque partium, cognoscitur (ex Prop. xli. Lib. i.) velocitas quâ Cometa illam describit; ideoque Tempus quo Cometa areas duas supra inventas descri-

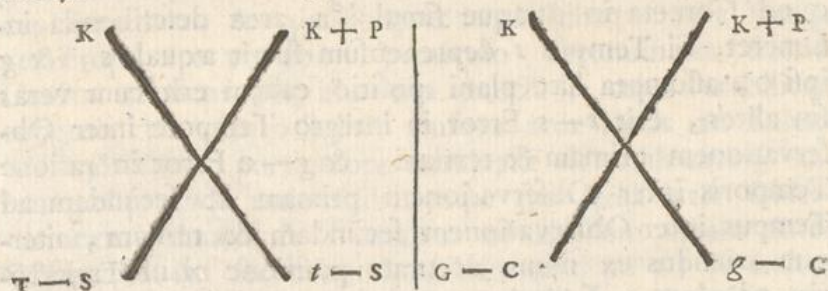
criberet; vocetur illud τ . Si $\tau = s$, & $g = c$, erit hæc inventa plani Trajectoriæ positio vera & accurata, nullâ indigens correctione; sin secus, erit $\tau - s$ Error in Tempore toto interjecto inter Observationem primam & tertiam, ortus ex minus accurata plani Trajectoriæ positione, & $g - c$ erit exinde etiam oriundus Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam; quod patet, quia in utroque casu unitas assumitur pro consequente in terminis binis exprimentibus rationem inter Tempora bina.

Augeatur alterutrius Nodi Trajectoriæ Longitudo (per Prop. xxviii. inventa) dicta κ , 20 aut 30 scrupulis primis quæ dicantur p , servatâ priore Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & similiter atque prius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ tribus prædictis Cometæ Observationibus accuratissimis respondeant, & Trajectoria per illa transiens cujus focus cum Solis centro conveniat, & hujus areæ duæ inter tres Observationes per rectam ad Solem ductam descriptæ quarum ratio exprimatur per g ad 1, & etiam Tempus totum t quod Cometa in utraque simul ista area describenda insumeret. Si Tempus t deprehensum fuerit æquale s , & g ipsi c , assumpta hæc plani positio eadem erit cum vera; sin aliter, erit $t - s$ Error in integro Tempore inter Observationem primam & tertiam, & $g - c$ Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam, uterque oriundus ex minus accurata positione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ.

Augeatur per Prop. xxix. inventa Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ dicta I , 20 aut 30 scrupulis primis quæ vocentur q , manente interim Longitudine Nodi primitus per Prop. xxviii. inventâ, & similiter atque superius inveniantur in hoc novo plano tria puncta quæ

tribus prædictis Cometæ Observationibus respondeant, ut & Trajectoria per illa transiens cujus focus idem est cum Solis centro, ejusque areae duæ inter tria Loca observata per rectam ad Solem ductam descriptæ quarum ratio eadem sit cum ea quam γ habet ad 1: Inveniatur etiam Tempus totum τ , quod Cometa in utraque simul ista area per rectam ad Solem ductam describenda insumeret. Si τ deprehendatur ipsi s æquale, & γ ipsi c etiam æqualis, assumpta hæc plani Trajectoriæ positio est vera & ipsi rei congrua; sin secus, erit $\tau - s$ Error in Tempore toto inter Observationem primam & tertiam, & $\gamma - c$ similiter Error in ratione Temporis inter Observationem primam & secundam ad Tempus inter Observationem secundam & tertiam.

Instituatur Operatio igitur per Regulam Falsæ Positionis, cujus Operationis schema hic adnectitur, ubi k est una Positio Longitudinis Nodi, & $\tau - s$ Error hinc ortus in Tempore toto inter Observationem primam & tertiam interjecto; $k + p$ altera Longitudinis Nodi Positio, & $t - s$ Error dicti Temporis totius inde ortus: Fiat juxta dictam Regulam, ut differentia Errorum ad



$$T - t : T - S :: P : \frac{T - S}{T - t} \times P. \quad G - g : G - C :: P : \frac{G - C}{G - g} \times P.$$

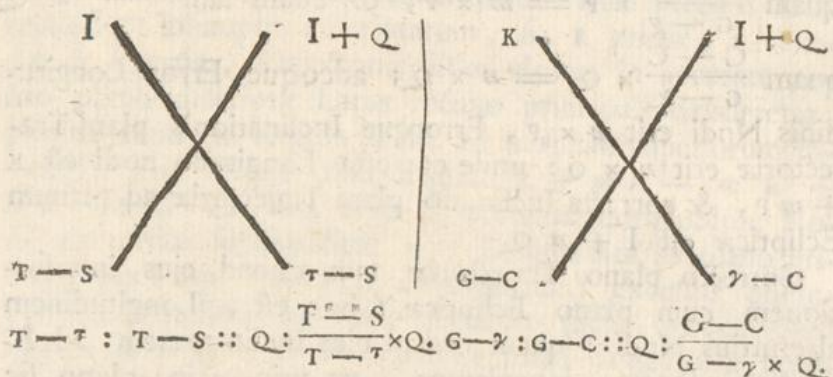
differentiam Positionum ita alteruter ex Erroribus ad quartam quantitatem; erit hæc ipsa correctio Positionis istius ex qua Error assumptus fluxit.
Hoc

Hoc modo Error positæ Longitudinis Nodi, sc. ipsius κ , in toto Tempore inter Observationem primam & tertiam est $\frac{T-S}{T-t} \times P$; & ejusdem Longitudinis κ Error in ratione inter bina Tempora inter ternas Observatio- nes est $\frac{G-C}{G-g} \times P$; adeoque vera & correctâ Longitudo

Nodi est $\kappa + \frac{T-S}{T-t} \times P$, five $\kappa + \frac{G-C}{G-g} \times P$.

Similiter, Error positæ Inclinationis plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, sc. I , ex primo capite est $\frac{T-S}{T-\tau} \times Q$;

& ex secundo est $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q$; & ideo vera & correctâ Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ est $I + \frac{T-S}{T-\tau} \times Q$, five $I + \frac{G-C}{G-\gamma} \times Q$. Eademque cor-



rectæ Longitudo Nodi & Inclinatione plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ provenient, si in Operatione adhibeantur Errores ex Positione secunda oriundi.

Et quoniam considerandus venit uterque Error, tam in toto Tempore quam in ratione inter duo Tempora inter ternas Observationes interjecta, ponamus tam $\frac{T-S}{T-t}$

$\times P$ quam $\frac{G-C}{G-g} \times P$ separatim æquari $m \times P$; hoc est,
 $\frac{T-s}{T-t} = m$, & $\frac{G-C}{G-g} = m$: Similiterque ponamus
 tam $\frac{T-s}{T-\tau} \times Q$ quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; hoc est,
 $\frac{T-s}{T-\tau} = n$, & $\frac{G-C}{G-\gamma} = n$: Unde proveniet $mT -$
 $mt = T - s$, & $mG - mg = G - c$; item $nT -$
 $n\tau = T - s$, & $nG - n\gamma = G - c$: unde
 duplum ipsius $T - s = mT - mt + nT - n\tau$,
 duplumque $G - c = mG - mg + nG - n\gamma$; &
 igitur regrediendo, si tales capiantur m & n ut duplum
 $T - s = mT - mt + nT - n\tau$, duplumque $G - c$
 $= mG - mg + nG - n\gamma$, erit tam $\frac{T-s}{T-t} \times P$,
 quam $\frac{G-C}{G-g} \times P = m \times P$, & etiam tam $\frac{T-s}{T-\tau} \times Q$
 quam $\frac{G-C}{G-\gamma} \times Q = n \times Q$; adeoque Error Longitu-
 dinis Nodi erit $m \times P$, Errorque Inclinationis plani Tra-
 jectoriæ erit $n \times Q$: unde correctâ Longitudo nodi est k
 $+ mP$, & correctâ Inclinationis plani Trajectoriæ ad planum
 Eclipticæ est $I + nQ$.

Correcto plano Trajectoriæ tam quoad ejus intersec-
 tionem cum plano Eclipticæ (hoc est, Longitudinem
 alterutrius Nodi) quam quoad ejus Inclinationem ad E-
 clipticæ planum, inveniantur (ut prius) in plano sic
 correcto & nunc accuratissime posito tria puncta, quæ
 tribus prædictis Observationibus accuratissimis satisfaciant,
 & (ut prius) Solis centro ceu umbilico per dicta tria
 puncta describatur Coni Sectio: erit hæc correctâ Co-
 metæ Trajectoria quæsita.

SCHOLIUM.

Inventâ Trajectoriâ correctâ & accuratâ, ejus Axis,
 Latus

Latus rectum Axi congruum, Tempus quo Cometa Perihelium tenet, reliquaque huc attinentia ad normam superiorum etiam accurate definiuntur. Si contingat Ellipsin Solis centro ceu foco descriptam (non Parabolam) per tria ista puncta transire; hoc est, si Cometæ Trajectoriæ pars illa, quæ Observationi nostræ est subjecta, clare evincat Cometam in Orbem redire, non in infinitum excurrere, tum ex cognito hujus Orbitæ Axe majore, Cometæ Periodicum Tempus innotescet: Est enim (per Propp. XL & XLII. Lib. I.) Quadratum Temporis Periodici Cometæ ad Quadratum Temporis Periodici Telluris circa Solem ut cubus majoris Axis Orbitæ Cometice ad cubum majoris Axis Orbitæ quam Tellus circa Solem describit, sive duplæ mediocris distantia Telluris à Sole.

Quod si ex cognitis principalibus Lateribus rectis, *v. g.* trium Trajectoriarum in tribus planis ante plenam correctionem assumptis descriptarum, sc. *r* primæ, *r* secundæ & *p* tertiæ, Trajectoriæ istius ultimæ in accurate posito plano descriptæ Latus rectum principale desideretur; poterit illud ex Regula Falsi ad normam superiorum inveniri: erit utique illud æquale $R + m r - m R + n p - n R$. In vera enim & accurata Longitudine Nodi alterutrius superadditur ejus Longitudini in plano primo (per Prop. XXVIII. determinatæ) excessus assumptæ Longitudinis in plano secundo supra præcedentem ductus in *m*, & in Inclinatione plani Trajectoriæ accurata superadditur Inclinationi plani primi (per Prop. XXIX. determinatæ) excessus assumptæ in plano tertio supra Inclinationem præcedentem ductus in *n*. Cumque Trajectoria ejusque Latus rectum mutetur, cum ob mutatam Longitudinem Nodi tum ob mutatam Inclinationem plani ad planum Eclipticæ, Lateri recto Trajectoriæ in plano primo sive ipsi *R* superaddendus est $m r - m R$, sc. excessus Lateris recti in plano secundo

do supra Latus rectum in plano primo ductus in m ; & etiam superaddendus est $n p - n r$, nempe excessus Lateris recti in plano tertio supra Latus rectum in primo ductus in n . Atque hoc modo conflabitur verum Latus rectum, sc. $r + m r - m r + n p - n r$. Nec absimiliter corrigetur Latus transversum, si illud sit magnitudine definitum.

SECTIO IV.

DE COMETÆ LOCO TAM HELIOCENTRICO QUAM GEOCENTRICO IN TRAJECTORIA SUPERIUS DETERMINATA AD TEMPUS DATUM INVENIENDO; DEQUE TABULIS AD COMETARUM MOTUS EXPEDITE DEFINIENDOS NECESSARIIS.

Tab. XLI.
Fig. 1. & 3.

PROPOSITIO XXXII. LEMMA.

Ex data Parabola $v p$, cujus vertex v & axis $v e$, foco s educere rectam $s a$, talem ut area Parabolica $v r a s$ comprehensa sub rectis $v s$, $s a$ & curva Parabolica $v r a$ aequalis sit dato rectilineo, puta quadrato à recta b descripto; rectaqua $s a$ siceducta longitudinem & inclinationem ad axem $v e$ calculo definire.

Ponatur factum, & per v ducatur recta $v f$ ad $v e$ normalis, sitque c punctum in hac, per quod ducta $c a$ ad $v e$ parallela Parabolæ occurrit in puncto a , tali ut juncta $s a$ Problemati satisfaciat. Per a ad $v e$ ducatur normalis $a d$ axi in d occurrens. Vocetur $v s$ distantia foci à vertice, f ; eritque (ut vulgo notum) Parabolæ latus rectum principale $4 f$. Vocetur incognita $v c$, x ; eritque $a d$ etiam $= x$, ideoque (ex Elem. Conic.) $v d$ vel huic æqualis $c a$ erit

erit $\frac{x^2}{4f}$. Unde rectangulum parallelogrammum VCA Tab. XLI
Fi. 2. & 3.
 æquale est $\frac{x^3}{4f}$, & spatium Parabolicum $VRAD$ (quod,
 ex *Archimedis Dimensione Parabola*, est præcedentis sub-
 sesquialterum) erit $\frac{x^3}{6f}$, nempe $\frac{2}{3}$ ipsius $\frac{x^3}{4f}$. Porro,
 cum VD sit $= \frac{x^2}{4f}$ & $VS = f$, erit $SD = \frac{x^2}{4f} - f$,
 si s sit inter v & d , ut in fig. 1^{ma}; vel si d sit in-
 ter v & s , ut in 2^{da}, erit $SD = f - \frac{x^2}{4f}$; hoc est,
 in 1^{mo} casu $SD = \frac{x^2 - 4f^2}{4f}$ & in 2^{do} $SD = \frac{4f^2 - x^2}{4f}$.
 Unde rectangulum sub AD & DS erit $= \frac{x^3 - 4f^2x}{4f}$
 vel $\frac{4f^2x - x^3}{4f}$; & proinde hujus dimidium, nempe tri-
 angulum ASD , erit $\frac{x^3 - 4f^2x}{8f}$ vel $\frac{4f^2x - x^3}{8f}$.
 Et igitur spatium $VRAS$ (nempe in 1^{mo} casu
 æquale $VRAD$ dempto triangulo ASD , in 2^{do} æqua-
 le $VRAD$ aucto ABD) erit $\frac{x^3}{6f} - \frac{x^3 - 4f^2x}{8f}$ in
 1^{mo} casu, & $\frac{x^3}{6f} + \frac{4f^2x - x^3}{8f}$ in 2^{do}; & ideo in om-
 ni casu $VRAS$ æquale $\frac{x^3 + 12f^2x}{24f}$. Atque oportet
 hoc æquari ipsi b^3 ; ideoque $24fb^3 = x^3 + 12f^2x$.
 Et dispositâ æquatione, ut moris est, erit
 $x^3 = -12f^2x + 24fb^3$. Per vulgatam igitur Re-
 gulam *Cardani* valor ipsius x sive AD quantitibus co-
 gnitis expressus erit $\sqrt[3]{c : 12fb^3 + \sqrt{144f^2b^4 + 64f^6}} -$
 $\sqrt[3]{c : 12fb^3 - \sqrt{144f^2b^4 + 64f^6}}$. Notâ vero AD non
Gregori Astr. Tom. II. K k late.

Tab. XI. 1 latebit vD ; est nempe æqualis quadrato ipsius AD ad *Fig. 2. 3* quadruplum cognitæ vs applicato. Data igitur est (per 3. *Dat.*) composita ex Dv & vs , cui recta sA æqualis est per Corol. 2. Prop. XIV, & proinde dabitur & hæc magnitudine: Sed & data est DA ; datur ergo (per 1. *Dat.*) ratio inter sA & AD , hoc est, inter radium & sinum rectum anguli ASD , quem sA cum axe comprehendit. Innotescit igitur angulus iste ASD vel vsA : & prius innotuit sA longitudine. Q. E. F.

E converso etiam in data Parabola invenietur area $vRAS$, quæ faciat sA rectam æqualem datæ rectæ; hoc est, invenietur area $vRAS$ ratio ad quadratum rectæ vs , quæ faciat sA in ratione data ad vs rectam.

SCHOLIUM I.

Fig. 4. Superius exhibuimus methodum Calculi in Astronomicis usitatam ad determinandam magnitudinem & positionem rectæ AS . Si constructio geometrica arrideat magis, illa facillime obtinebitur, æquationem Cubicam superius inventam $x^3 + 12f^2x - 24fb^2 = 0$ methodo Geometrarum universali construendo per Parabolam propositam RVF & circulum. Vocetur propositæ Parabolæ latus rectum (quod æquale est $4f$) L ; $12f^2 = q$, & $24fb^2 = r$, ut æquatio proposita sit in forma Scriptoribus usitata $x^3 + qx - r = 0$. Capiatur (secundum vulgo nota præcepta huiusce constructionis) $VG = \frac{1}{2}L$ in Parabolæ axe, & $GH = \frac{q}{2L}$ (& quidem retro versus verticem, quia est $+q$) hoc est, in nostra æquatione $GH = \frac{12f^2}{8f}$ five $\frac{3}{2}f$, quo pacto punctum H in medio puncto inter v & s cadet: Nam quia $VG = \frac{1}{2}L$, erit VG dupla ipsius vs , & ablata hinc $GH = \frac{3}{2}vs$, erit $VH = \frac{1}{2}vs$. Porro, ponatur HK ad vs .

$v s$ normalis $= \frac{r}{2 L^2}$; hoc est in casu nostro Tab. XII.
Fig. 4.
 $= \frac{24 f b^2}{3^2 f^2} = \frac{3 b^2}{4 f}$; hoc est, æqualis $3 m$, si ponatur $m = \frac{b^2}{4 f}$, (sive rectæ ortæ si, per Prop. XLV.

El. I. rectilineum propositum applicetur ad Parabolæ latus rectum, & ad illas rectæ $v s$ partes ad quas ducenda est $s A$. Et circulus centro κ per v descriptus Parabolam $R v P$ secabit in puncto quæsito A , eritque $A v$, ad $v s$ normalis, ipsa κ sive radix præcedentis æquationis. Hæc constructio demonstratione non indiget, quippe constructio vulgata æquationis $x^3 + 12 f^2 x - 24 f b^2 = 0$ ex Problematis natura oriundæ: Illam vero facillime instituire licet præmissæ analysæ vestigia relegendo.

Pari modo definietur magnitudo & positio rectæ $A s$ ex foco s eductæ, talis ut spatium Parabolicum $Q R A s Q$, comprehensum inter hanc & aliam rectam $s Q$ positione datam ab $s v$ diversam & curvam Parabolæ interjectam $Q R A$, sit dato rectilineo $B g$ æquale. Ducto enim $s v$ axe ducenda erit recta $s A$, ita ut spatium $v R A s$ sit æquale spatiorum $B g$ & $Q v s$ summæ vel differentiæ, prout $s Q$ jacet ad easdem partes ipsius $s v$ ad quas ducere oportet $s A$, vel ad contrarias.

SCHOLIUM 2.

Positis duabus Parabolis quibuscunque $v p$ & $v \sigma$, quarum foci s & σ vertexque v & v , positisque arcibus $v A s$, $v \alpha \sigma$ quadratis à B & β descriptis respective æqualibus; si B fuerit ad $v s$ sicut β ad $v \sigma$ erunt $A s$, $\alpha \sigma$, $v s$, $v \sigma$ proportionales, & anguli $v s A$, $v \sigma \alpha$ æquales. Quoniam enim Parabolæ omnes sunt figuræ similes, & foci vertexque puncta in illis similiter posita; cumque præterea figuræ $v A s$, $v \alpha \sigma$ sint in duplicata ratione laterum homologorum $v s$ & $v \sigma$, (nam hisce æquales $B g$ & βg sunt

Tab. XLI.
Fig. 5.

sunt in duplicata ratione B ad β , hoc est (ex hypothesi) in duplicata ratione $v s$ ad $v \sigma$;) patet & hæc esse inter se similes, adeoque angulos $v s A$, $v \sigma \alpha$ æquales, & $A s$ esse ad $\alpha \sigma$ sicut $v s$ ad $v \sigma$. Atque hinc positâ $s v$ distantia verticis Parabolæ ab ejusdem foco, numero quovis rotundo expressâ, invenientur angulus $v s A$ & longitudo rectæ $s A$, pro diversa ratione inter rectilineum $B q$ cui $v s A$ ponitur æquale & quadratum ipsius $v s$. Et magnitudines rectarum $A s$ angulorumque $v s A$ in Tabulas dispositæ cuivis Parabolæ inserviunt, cum (ut superius ostensum est) $A s$ recta eandem retineat in omni Parabola rationem & positionem ad $v s$, eadem manente ratione inter B & $v s$.

PROPOSITIO XXXIII.

Ad datum Tempus Cometae propositi Locum Heliocentricum, quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Sole Distantiam invenire.

Fig. 6.

S It Ωv Cometae Trajectoria, per Prop. xxvi. descripta & per Prop. xxxi. correctâ, in cujus foco s collocatur Sol; sitque ω punctum in ea quod Cometa occupat in aliqua earum Observationum ex quibus Trajectoria definita fuit. Trajectoriæ hujus sit axis vx , cujus positio nota est per Prop. xxx: Per eandem innotescat etiam Tempus quo Cometa Perihelium v tenet; sitque $\Omega \mathcal{V}$ Linea Nodorum per Prop. xxviii. positione cognita. Si correctâ Cometae Trajectoria $\omega v r$ deprehensa fuerit Parabolica, capiatur spatium quod sit ad spatium $\omega v s$ (ex Archimedis Quadratura Parabolæ cognitum) ut intervallum inter Tempus datum & supra inventum momentum, quo Cometa Perihelium tenet, ad intervallum inter dictum momentum & Observationem Cometae in ω ; vocetur spatium hoc $B q$. Per Prop. præc. ipsi $B q$ ponatur spatium Parabolicum $v r A s$ æquale, & inveniat tam positio

positio quam magnitudo rectæ SA respectu SV , cujus positio & magnitudo respectu Distantiæ Aphelii Terræ à Sole ex præcedentibus innotuit. Sin Cometæ Trajectoria inventa fuerit Elliptica, ducatur (per Prop. III, VI vel VII. Lib. III. ut in Planetarum Orbibus factum) recta SA , talis ut area $VRAS$ sit ad integram Orbitæ Cometicæ aream ut intervallum inter Tempus datum & momentum, quo Perihelium tenet, ad integrum Cometæ Tempus Periodicum, ex noto Orbis ejus axe majore cognitum; habebiturque recta SA tam positione quam magnitudine. In utroque casu, ex A ad Lineam Nodorum $\mathcal{N}\mathcal{V}$ ducatur normalis AN ipsi $\mathcal{N}\mathcal{V}$ occurrens in N ; ex eodem A ad Eclipticæ planum demittatur perpendicularum huic in a occurrens; jungantur aN , aS ; erit angulus ANa Inclinatio plani Trajectoriæ ad planum Eclipticæ, & proinde per Prop. XXIX. cognitus. Quoniam noti sunt anguli VSA & VSN , notus erit horum summa vel differentia NSA angulus: In triangulo igitur SNA rectangulo ad N datis (ex Prop. præc.) latere SA in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole expresso, & angulo NSA , nota erunt latera SN & NA . In triangulo NaA rectangulo ad a notis latere NA & angulo ANa , (nempe per Prop. XXIX. inventa & per Prop. XXXI. correctâ Inclinatio plani Trajectoriæ Cometæ ad planum Eclipticæ,) innotescunt reliqua latera Na & Aa . Rursus, in triangulo sNa (in plano Eclipticæ) præter rectum ad N nota sunt latera sN & Na ; quare dantur latus sa & angulus NSa : Sed (per Prop. XXIX.) datur positio rectæ sN ; quare & rectæ sa positio dabitur, hoc est, locus Cometæ Heliocentricus ad Eclipticam reductus, sive Cometæ Longitudo Heliocentrica. Denique, in triangulo saa rectangulo ad a dantur omnia latera, superius nempe inventa; innotescet igitur Asa Cometæ Latitudo Heliocentrica, si ulla fuerit ratio Phænomeni Locum ex Sole spectatum reducendi ad Eclipticæ planum potius quam ad aliud quodvis.

Tab. XLII.
Fig. 6.

Tab. XLI. Vicissim Tempus invenietur quo Cometa datum in Tra-
jectoria sua Locum tenet.

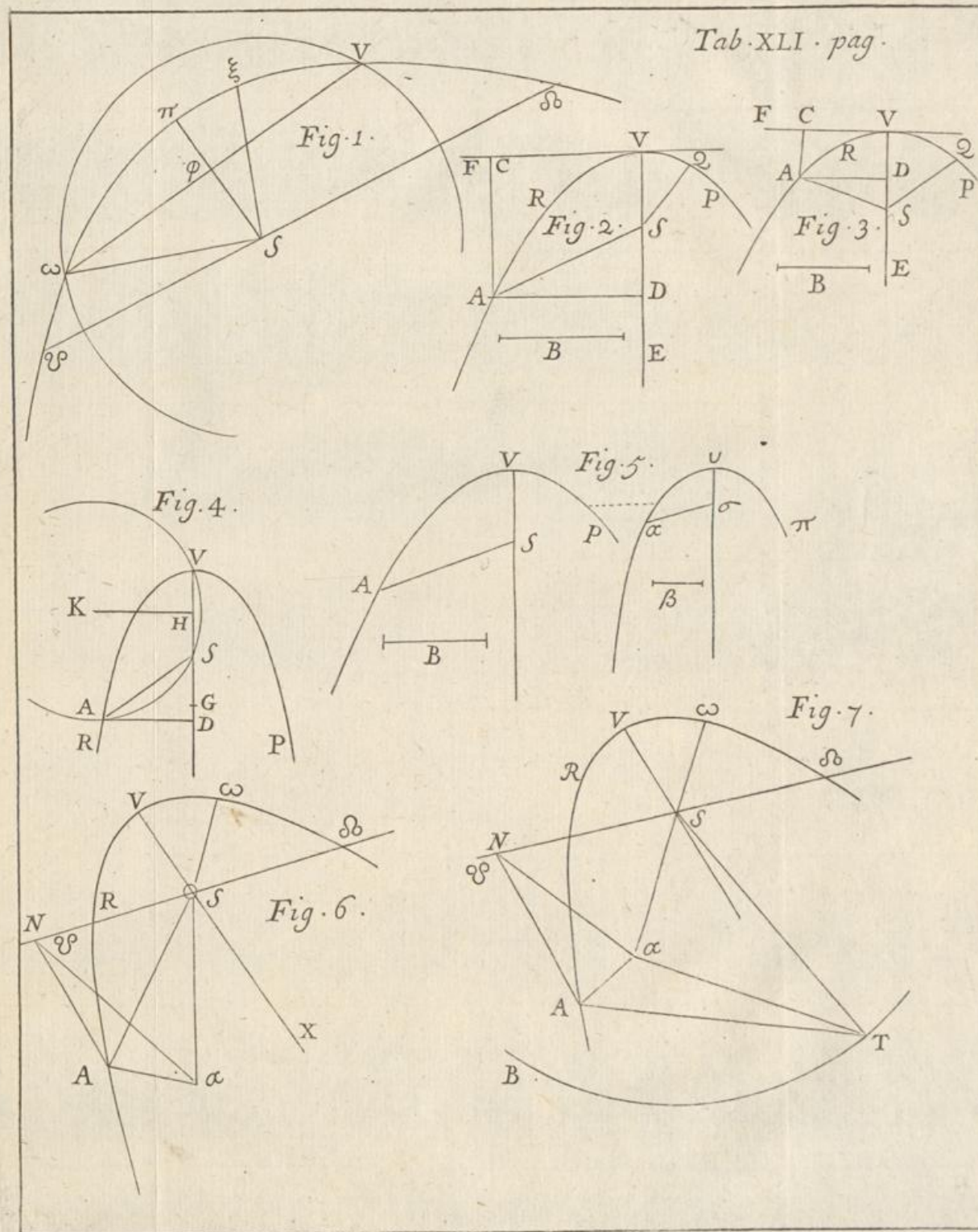
PROPOSITIO XXXIV.

*Ad datum Tempus Cometae propositi Locum Geocentricum.
quoad Longitudinem & Latitudinem, & illius à Tellure
Distantiam invenire.*

Fig. 7. **I**isdem positis quæ in Propositione præcedente, sit porro
BT Orbis magnus, sitque in eo T Locus Terræ ad
Tempus datum per Prop. XVIII. Lib. III. inventus; jun-
gantur TA, T α : erit (per Prop. XVIII. El. XI.) planum
trianguli T A α ad planum Eclipticæ normale. In triangulo
T S α (in plano Eclipticæ) dantur latera S α , ST, illud in
præc. inventum, hoc ex Theoria Terræ, (utrumque in
partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole expressum,)
& angulus T S α ab illis comprehensus, (est enim utrum-
que positione datum;) innotescant igitur latus T α & an-
gulus S T α : Sed datur T S positione, nempe locus Solis
ad Tempus datum; datur igitur positio rectæ T α , hoc
est, Cometæ in A locus è Terra visus ad Eclipticam re-
ductus, sive Cometæ Longitudo Geocentrica quæsita. Por-
ro, in triangulo A α T præter rectum A α T dantur bina
latera A α , T α , hoc quidem modo inventum in partibus
mediocris distantiae Telluris à Sole, illud vero in iisdem
Prop. præc. inventum; innotescit igitur angulus A T α quæ-
sita Cometæ Latitudo è Tellure visa sive Geocentrica;
item hypothenusa TA Distantia Cometæ à Terra. Q. E. F.

Hoc modo patebit quando Cometæ Motus retrogradus
fit, respectu ejus qui prius fuerat, propter Telluris simul-
que Oculi motum interea factum, prorsus ut in Planetis,
cum interim Cometa è Sole spectatus in eandem semper
plagam tendere videatur. Et è converso Phænomenon
hoc Retrogressus Cometæ è Terra observati demonstrat
Cometas à Terra non longissime distare, sed in Planeta-
rum

Tab. XLI. pag.



rum regionem descendere cum à nobis videntur. Porro cum Oculus & Cometa in diversis planis circa Solem ferantur, hic ex illo visus & ad Fixas relatus ex Opticæ legibus circulum inter illas maximum describere non videbitur, sed varie ab illo deviare; cum interim è Sole, in Trajectoriæ plano collocato, spectatus circulum inter Fixas maximum accurate percurrere videretur. Deviatio hæc à circulo maximo, (Planetis etiam competens, sicut prius Retrogradatio,) Cometas in Planetarum regione citra dubium collocat.

PROPOSITIO XXXV.

Tabulas describere ad Cometarum Loca prompte & expedite inveniendæ necessarias.

Definitâ Cometæ cujuscvis Trajectoriâ, si hæc inventa fuerit Elliptica, (qualem deprehensum iri credimus, quippe solam inter Conicas Sectiones quæ Cometæ Phanomenis satisfaciât, si illa fuerint corpora Mundo coæva in Orbem redeuntia Planetarum instar,) Tabulæ, quarum ope Cometæ cujuscvis Locus ad datum Tempus expedite invenitur, ejusdem erunt artificii (similiterque prorsus conditæ) cum Tabulis pro Planetis primariis, earumque usus idem qui istarum, de quibus dictum est Propp. xxxix & xl. Lib. III.

Si Cometarum istorum omnium, de quibus Observationes accuratæ satis exstant, determinatæ fuerint præterpropter Orbitæ, illorum Periodi simul innotescunt (ut Schol. Prop. xxxi. ostensum est) & Tempora quibus denuo visui nostro subjicientur, & ex Observationibus tum instituendis corrigentur; tandemque Cometæ omnes ad normam reducentur, breviori forsan tempore quam illud factum est de ipsis Planetis, postquam eorum numerus & in Orbem reditus innotuerunt. Hoc in 24 Cometis (quorum sc. habentur loca ab Astronomis observata)

vata) hætenus à D. *Halleio* factum esse audio; & Cometarum numerum non esse enormiter magnum non desunt rationes ut credam: Sed quorundam Periodos tam magnas esse satis est verisimile ex immenso intervallo Saturnum inter proximasque Fixas, ut in regionem Planetarum, ubi tantum nobis sunt conspicui, non descendrint, ex quo Astronomi cœperunt Cometas pro Cœlestibus habere, illorumque Loca accuratius observare; ideoque Orbitalium, in quibus isti moventur, determinatio posteris relinquenda est. Sed & aliquando continget Cometam aliquem integram Periodum absolvere, nec tamen Astronomis sui copiam facere, propter Solis viciniam; quod ipsi Mercurio, ex eadem causa, etiam quandoque accidit. Caterum Orbitalium Cometicarum Axes majores, propter perturbationem ex attractione vel ab aliis Cometis vel à Jove aut Saturno, poterunt situm suum paululum mutare, adeoque idem Cometa pro diversis haberi: Verum istud post plures revolutiones satis patebit; neque enim perturbatio ista ingentes admodum edet effectus, & Orbita Lunæ, indies licet mutata, Astronomico calculo subjicitur & pro eadem agnoscitur.

Verum, licet nondum determinatæ sint Cometarum Orbitæ, quædam construi poterunt Tabulæ illorum Motibus facilius definiendis, & Trajectoriis promptius describendis, apprime utiles: *ex. gr.* Tabula quâ, ex data Perihelii Cometæ Distantia à Sole in partibus mediocris Distantiæ Telluris à Sole numero rotundo expressæ, prompte definiatur Tempus quo Cometa, post appulsum ad Perihelium, ex Oculis nostris sese subducet recessu suo à Sole. Posito enim Semiaxe majore Orbitæ Telluris partium 100000000, erit (ex circuli dimensione) arcus $59\frac{1}{2}$ (qualem Tellus motu diurno mediocri describit) earundem partium 1720212, hujusque pars vigesima quarta, sive arcus à Terra motu horario mediocri descriptus, partium 71675: Diversis igitur Distantiis Perihelii Cometæ

Cometæ à Sole , in partibus iisdem expressis , respective adscribantur partes , Diei vel Horæ spatio , à Cometa in Perihelio versante percurſæ ; quippe quæ sunt ad priores partes ut velocitas Cometæ in Perihelio ad velocitatem Terræ mediocrem , hoc est (per Prop. XVII.) in subduplicata ratione 200000000. Axis majoris Orbitæ Telluris ad Distantiam Perihelii Cometæ à Sole ; vel adscribantur partes exprimentes aream quam Cometa , radio ad Solem ducto , dictis Temporibus verrit , (quippe factæ ex ducto priorum in semissem Distantiæ Perihelii à Sole ,) vel utræque. Porro , cum per Observationem constet præterpropter in quam Distantia à Sole (respectu Distantiæ Telluris ab eodem) oportet Cometam collocari , ut nudo Oculo videri desinat ; hoc est , cum detur ratio hujus Distantiæ ad Distantiam Perihelii Cometæ à Sole , dabitur (per convers. Prop. XXXIII.) area quam oportet Cometam , radio ad Solem ducto , describere postquam Perihelium attigit , ut ad istam à Sole Distantiam pertingat , hoc est , ut videri desinat ; & consequenter Tempus post Perihelium , utpote (per Prop. XI. Lib. I.) ad Diem unum ut area mox inventa ad supra inventam aream Die uno à Cometa , radio ad Solem ducto , descriptam, Adscribatur igitur cuique Distantiæ Perihelii congruum Tempus , quo Cometa post Perihelium superatum , recedendo à Sole , è visu nostro se subducit.

Similiter prorsus , & ex iisdem principiis , supputabitur Tabula prompte ostendens Tempus quo Cometa , postquam à Perihelio discessit , ad Distantiam à Sole pertingit æqualem Distantiæ Telluris à Sole , si Perihelium Cometæ minus distet à Sole quam ipsa Tellus. Et Tabula hæc priori Tabulæ jungetur , unamque quasi constituet ; nempe cuique Distantiæ Perihelii Cometæ , in partibus Semidiametri magni Orbis expressæ , adscribendo (præter partes à Cometa , in Perihelio versante , Diei spatio percurſas , & partes areæ quas radius vector pari Tempore

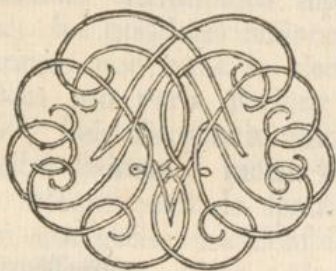
verrit , de quibus supra) in una columna , Tempus post superatum Perihelium quo ad æqualem cum Tellure à Sole distantiam pertingit ; in altera , Tempus quo pertingit ad Distantiam prioris quadruplam aut quintuplam , illam nempe in qua à nobis videri desinit.

Tertio , commoda admodum erit Tabula per Schol. 2. Prop. XXXII. supputata , in qua , posito numero rotundo pro Distantia Perihelii Cometæ à Sole , ad variam magnitudinem areæ VAS (vid. fig. prædicti Scholii) in partibus quadrati à recta SV descripti expressam adscribitur congrua quantitas anguli VSA , & congrua longitudo rectæ SA expressa in partibus rectæ SV . Ex hac enim , & Tabula præcedente , & nota insuper Distantia Perihelii Cometæ à Sole , prompte innotescunt Longitudo Cometæ à Perihelio è Sole visa , & Distantia Cometæ à centro Solis Tempori ante vel post Perihelium proposito congrua . Nam datâ SV in partibus mediæ Distantiæ Terræ à Sole expressâ , prompte dabitur (ex Tabula prima) area , radio ad Solem ducto , Die uno unâve Horâ à Cometa descripta : Dabitur igitur eadem expressa partibus quadrati rectæ VS , & Tabulæ huic tertiæ apta ; & proinde ex dato Tempore ante vel post Perihelium , dabitur area VAS Tempori huic proportionalis in iisdem partibus ; ideoque ex Tabula hac tertia statim patebunt angulus VSA Longitudo Heliocentrica Cometæ à Perihelio propositæ areæ & ideo proposito Tempori congrua , & etiam congrua rectæ SA longitudo in partibus ipsius SV , quæ per Regulam trium exprimetur in partibus Semidiametri Orbis magni .

Sed & aliæ Tabulæ , ad calculum in Cometarum Motibus supputandis facilitandum accommodatæ , ex præcedentibus conficiuntur , pro cuiusque calculi genio & natura , quas proinde Artificis industriæ relinquere oportet.

SCHOLIUM.

Per methodum prædictam, aut non absimilem, D. *Halleus* determinavit Orbitam Cometæ, qui sub finem Anni 1680 & mensibus aliquot sequentibus illuxit, quam parabolicam assumit, invenitque (ut ex ejus literis ad D. *Newtonum* constat) Orbitæ ejus Perihelium esse in $\rightarrow 27^{\text{gr.}} 22'. 30''$; & proinde Aphelium in $\Pi 27^{\text{gr.}} 22'. 30''$, Orbitæque Latus rectum principale esse partium 0, 0243, qualium mediocris Distantia Telluris à Sole est 1. Præterea, Orbitam hanc ita respectu plani Eclipticæ collocatam reperit, ut ad illud inclinatum sit ejus planum angulo $61^{\text{gr.}} 20'. 20''$, & Nodus ascendens sit in $\propto 1^{\text{gr.}} 53'$, & descendens in $\odot 1^{\text{gr.}} 53'$, Cometamque ita in Orbita hac motum fuisse ut Perihelium tenuerit Anno 1680 *Decemb. Die 8. St. Jul. Hor. 0. minut. 4.* post Meridiem. Invenit etiam Orbitam Cometæ Anni 1683 sequenti modo figuratam & positam; nempe ejus Perihelium esse in $\Pi 25^{\text{gr.}} 29'. 30''$, quod tenuit *Jul. Die 3. St. Jul. Hor. 2. 50'*; Orbitæ hujus Latus rectum esse partium 2, 2408, quarum mediocris Distantia Terræ à Sole est 1, hujusque Orbitæ planum inclinari ad planum Eclipticæ angulo $83^{\text{gr.}} 11'$, Nodumque ascendentem in $\cap 23^{\text{gr.}} 23'$ versari, & Nodum descendentem in $\propto 23^{\text{gr.}} 23'$.



magni Viri olim & hodie verisimillimum existimarunt, sed etiam in Cometa aliquo, in ipso Sole & Fixis, ubi incolas statuere nemo unquam est ausus.

Ad hanc rem illustrandam magni Viri quamplures operas suas contulerunt. Multa, quæ ad hunc scopum collimant, docet *Plutarchus* in Libro de *Facie in Orbe Luna*. *Keplerus* de *Astronomia Lunari* Librum conscripsit, post ejus mortem sub titulo *Somnii Astronomici* editum, in quo plurima tum Physica cum Astronomica (ut alibi semper) ostendit. At in explicandis phænomenis à Luna spectandis erravit paululum, propter Lunaris corporis librationem ab illo vel neglectam, vel ad causas proprias non relatam: Illam igitur totam rursus pertextere necesse habui. Novissime illustris Vir *Christianus Hugenius Cosmotheoriam* edidit, eruditis conjecturis plenam, in qua multa Astronomica, plura Physica acumine suo digna protulit. Verum duo hi insignes Viri serio de incolis Planetarum agebant; *Hugenius* præcipue qui Terricolis fere similes, certe haud absimiles, in Planetarum unoquoque existere nullus dubitat; & hunc præcipue in finem librum composuit rebus Physicis magis quam Astronomicis refertum. Ego, qui sola Astronomica tractanda suscepi, nihil de vitæ animali aut sensitivæ necessariis aut commodis, quæ in Planetarum unoquoque adsunt vel desunt, adjeci; solummodo Oculum (quem si aliquando Incolam appellavero, dabit Lector verbo veniam) rerum in sublimi positarum spectatorem constitui.

Initio autem à Sole; quippe cui Astronomia omnis simplicissima est, sumpto, ad Mercurium reliquosque ordine Planetas transeo: quæ cuique propria sunt Phænomena maxime conspicua seorsim tractantur; quæ vero pluribus communia sunt, ad unam eandemque Propositionem referuntur. Deinde Oculo ad Cometam aliquem translato, quæ illic spectanda occurrant; & Corollarii loco,

loco, qualis videretur Solaris nostri Systematis è Fixa spectati facies, descriptum est. Postremo, plurima quæ Spectatori in Lunam Telluris comitem inducto se exhibeant Phænomena, quæque porro ex Jovis vel Saturni Satellite aliquo apparerent, enumerantur.

Qualis in singulis hisce stationibus futura est Astronomia tum apparens tum vera, quibus etiam commodis illi fruuntur, quibusve premantur incommodis, qui per Observationes ibidem institutas verum Systema Planetarum circumsolarium eruere, eorumque Distantias & Magnitudines metiri velint, obiter disputo; & denique Astronomiæ sedem tam inter Primarios quam Secundarios commodissimam definio.

Phænomena vero à Terricolis pro præcipuis habita ubique pro præcipuis habeo, viz. Diei & Noctis Vicissitudinem & Mensuram, Fixarum Ordinem, Solis Magnitudinem apparentem, Luminis ejus & Caloris Intensionem, Anni Mensuramque Quantitatem, Æstatem & Hyemem, Lunarum Phases, Luminarium Defectus, Planetarum Numerum, Directiones, Stationes & Retrogradationes, Phænomenon ad verum Systema eruendum aptitudinem, Observationum ad Astronomicam colendam requisitarum exactam accuratorem & hujusmodi alia.

PROPOSITIO I.

Phænomena præcipua Oculo in Sole posito spectanda describere.

SI Oculus in Solis centro ponatur undique circumspectans, Fixæ Planetaeque omnes in superficie spherica oculo concentrica videbuntur, sicut & nobis è Terra spectantibus contingit; & quidem Fixæ & Via Lactea eodem ordine dispositæ, & in eisdem Asterismos divisæ cernentur atque nobis in Terra degentibus. Nam cum nobis, una cum Terra circa Solem delatis, Fixarum ordo & Constellatio-

stellationum figuræ non mutantur, patet hæc eadem esse Oculo ubivis intra hunc circulum collocato, adeoque in Solis centro. Si rerum, à quibus Constellationibus nomina sunt indita, facies anticæ & concavæ depingantur, fient Veterum schemata; si vero posticæ & convexæ, prodibunt juniorum figuræ, Globis artificialibus magis congruæ quam ipsi Cœlo.

Patet etiam Fixarum Ordinem eundem permanere Oculo in Solis superficie*, vel in Mercurio Venereve posito, quippe intra Telluris Orbitam contentis. Sed & propter immensam Fixarum distantiam, quâ fit ut Observatoris loco moto per integram Orbis magni diametrum Fixarum Ordo ne vel minimum mutatus deprehendatur, si Oculus in Saturno, Planetarum Solaris Systematis extimo, collocetur, Ordo hic idem manebit, aut saltem quoad sensum vix mutatus. Quæ enim nobis est insensibilis, si decuplo major sit, (quod propter decuplo maiorem Saturni quam Terræ à Sole distantiam contingere poterit,) non valde sensibilis evadet.

Licet Planetæ inter Fixas collocati videantur, Observator noster illos à fixis distinguere brevi valebit, & uniuscujusque Periodum observare, ac inter se mutuo comparare, sumptâ unius Periodo tanquam mensura, ad quam reliquæ exigenndæ sunt. Et quamvis Observatorem immotum (quippe in Solis centro) supponamus, adeoque stationis suæ mutationem (aut quod hujus instar est) non habere, quâ Planetarum distantias metiatur, naturâ duce concludet, in duobus Planetis invicem collatis, illum esse remotiorem qui majus tempus infumit ut ad easdem Fixas redeat; adeoque Saturnum esse remotissimum, Jovem propiorem, tum Martem, huic inferiorem Tellurem, postea Venerem, & omnium infimum Mercurium.

Neque dubitationi locus est quin primi Astronomi, in Planetarum Ordine eruendo, eandem hanc adhibuerint regulam:

regulam : (Nam opiniones , quarum meminit *Plutarchus* Lib. II. de Placit. Philos. nempe *Xenocratis* qui una eademque in superficie stellas moveri putat , & *Metrodori Chii* & *Cratetis* , qui Solem omnium supremum constitutum crediderunt , post quem Lunam , infra hos errantes inerantesque , vel desipientium fuere , vel , quod potius crediderim , eorum qui veritatem obvelare voluerunt :) licet multo difficilius in Terra quam in Sole adhibeatur , propter Planetarum è Terra visorum Stationes & Retrogradationes ; adeoque plures observare oportuit eorum revolutiones , ut ex motu medio clare dignoscerentur Periodi. Sed & cujusque revolutio integra non tam facile innotuit , cum post integram revolutionem non ad eandem Fixas è Terra spectati redirent , propter Observatoris sedem non in eodem loco repertam. Non obstantibus hisce incommodis Saturnum remotissimum censuerunt quoniam lentissimum deprehenderunt , deinde Jovem , postea Martem , & omnium infimam Lunam. De trium vero reliquorum , Solis nimirum , Veneris & Mercurii ordine disputationi locus est relictus , cum eorum motus medios per integrum Zodiacum æquales deprehenderunt. Unde aliqui Marti proximam Venerem , huic Mercurium , ac deinde Solem statuere , ut ipse *Plato* adhuc junior ; alii Marti proximum Mercurium , deinde Venerem , indeque Solem posuere , ut *Porphyrus* ; *Alpetragius* sub Marte Venerem , sub qua Solem , deinde Mercurium statuebat ; alii Marti proximum Solem , huic Venerem , deinde Mercurium , ut ipse *Ptolemaeus* , quomodo Sol in medio Planetarum numerabatur ; (quippe cui Saturnus , Jupiter & Mars sunt superiores & Venus , Mercurius ac Luna inferiores ;) quod ab antiquissimo & vero Systemate , in quo Sol in Planetarum medio versari perhibetur , etiam tum temporis (saltem verbo-tenus) vix extincto , minime abhorruit. Alii interim ex æqualitate motus medii trium istorum Syderum , Venerem & Mercurium Solem

circumire statuerunt, illorumque Orbitas à Sole quasi Epicyclos deferri, quæ sententia *Ægyptiis* Philosophis & *Ciceroni* placuit; nisi potius hunc horum trium corporum ordinem censeamus reliquias veri Systematis Mundani, apud *Ægyptiorum* Sacerdotes nondum penitus emortui.

Observatoris autem nostri Solaris rationes ab huiusmodi incommodis turbari nequeunt; sed Planetae omnes perpetuo directi, & Periodis admodum diversis, ad easdem Fixas redire videbuntur; unde ex dicto principio illorum Ordo absque omni hæsitacione stabilietur. Quod etiam decursu temporis ulterius confirmabitur, cum (iis inter se vel magnitudine prius observata, vel diverso colore, fatis jam ante distinctis) inferior superiorem tegere facile deprehendetur.

Brevi etiam advertet Spectator Planetarum quemlibet ad Fixas collatum nunc tardius nunc velocius ferri, & ex prædicta regula concludet illum nunc propiorem nunc remotiorem esse; quod ex observata ejus diametro apparenti mutata plenius patebit. Verum cum observaverit velocitatem non augeri in eadem ratione cum diametro apparenti, sed in ratione fere duplicata; inveniet velocitatis mutationem non esse totam opticam, sed ejus semissem Planetae revera inesse, alteram semissem propter majorem vicinitatem apparere.

Licet Planetarum Ordinem rite stabilitum facile teneat, non erit illi adeo proclive eorum à Sole distantias inter se comparare, deest enim hic (quâ nos Terricolæ gaudemus) Observatoris translatio de loco in locum, sive stationum diversitas, quâ Planetarum distantias à se invicem cum stationum distantia conferat.

Quod si oculum è Solis centro in illius superficiem erigamus, tum ex Planetarum Parallaxi omnia patebunt: Telluris enim Parallaxis horizontalis, oculo sic constituto, est æqualis Solis semidiametro è Terra visæ, sc. 16', & ideo

ideo satis sensibilis ; ipsiusque Saturni , decuplo magis distantis , Parallaxis horizontalis sesqui-scrupulum excedet, dum proximi Mercurii ad 50' fere ascendit. Cum igitur Parallaxes istæ satis sint sensibiles , Planetarum distantia cum Solis diametro conferentur , ideoque inter se mutuo. Oculo sic collocata Fixæ omnes & Planetæ revolvi videbuntur ab ortu in occasum spatio temporis viginti & quinque è nostris diebus æquali. Polus boreus revolutionis hujus erit in loco illo quem nos Terricolæ ad decimam partem Piscium referimus , cum Latitudine boreali 83 vel 84 partium ; unde Stella polaris arctica erit ea ad Draconis flexuram secundam , quæque tribus gradibus ab ipso Polo non distat. Polus austrinus erit in 10 gradu Virginis , gradibus 83 vel 84 latus in Austrum , vicina stellâ quartæ magnitudinis , quæ Cl. *Halleio* est in Argûs navis primo remo , insignis.

Et licet Observator prædictus nullam Noctis vicissitudinem patiatur ; quippe qui in corporis lucidissimi , Diem facientis , superficie versatur , Fixæ tamen & Planetæ arcus supra infraque Horizontem inæquales fortientur , prout ad Polum elevatum vel depressum ab Æquatore declinaverint , plane ut nobis Terricolis evenit.

Planetæ è Sole spectati diversæ Magnitudinis videntur. Saturni quidem diameter subtendit angulum 18" , Jovis fere 40" , Martis tantum 8" , Veneris 28" , & Mercurii 20" . Cl. *Hugenius* remotissimorum , Jovis & Saturni , diametros multo majores ponit ; Jovis nempe 54" fere ; & Saturni Annulo nudati , 27" . Si Telluris apparentem è Sole diametrum , inter proximorum , Veneris nempe & Mercurii , diametros apparentes mediam statuamus , erit hæc 24" ; si inter quatuor Soli proximorum diametros mediam (nam superiores duo , Jupiter & Saturnus , prorsus diversæ Magnitudinis sunt ab inferioribus) statuamus , erit illa 18" aut 19" circiter , quantam D. *Cassinus* illam ponit.

E Planetis hisce sex tres sunt satellitio donati ; Terra nimirum Luna unica stipata , quæ ab illa digredi videbitur , cum maxime , scrupulis primis circiter 10 ; Jupiter quatuor Lunis comitatus , quarum extrema nunquam ad 9' à Jove elongari videbitur ; Saturnus quinque Satellitibus (præter Annulum) cinctus cernitur , quorum extremus ad parem fere à Saturno distantiam discedit. Horum Satellitum viæ è Sole visæ , nunc magis nunc minus oblique spectatæ , Ellipses nunc latiores nunc strictiores videbuntur. Aliquando harum Orbitalium plana producta per Solem transeunt , in quo casu in rectas abeunt Ellipses prius admodum angustæ , quod bis in qualibet Orbitæ istius revolutione circa Solem contingit , siquidem ipsius planum sibi ipsi parallelum maneat ; unde Satelles nunc à Primario suo tegi videbitur & hunc vicissim tegere , nunc extra ejus discum in Ellipsi circumagi.

Planetæ primarii eorumque Satellites superficies habent non tantum non tersas & politas , sed ne quidem adeo uniformes quin in illis reperiantur loca clariora & obscuriora , hoc est , quæ Solis radios , quibus illustrantur , magis minusve reflectunt. Maculæ hæ rotatione Planetæ circa proprium axem circulos describunt ; adeoque è Sole spectatæ harum viæ in plano Disci planetarii , nunc ellipticæ videbuntur , nunc rectæ (prorsus sicut prius Satellitum viæ) prout Sol supra istorum circulorum planum ad alterutrum latus attollitur , vel in eo reperitur , tempore sc. Æquinoctii in Planeta isto. Quod si macularum harum series sive fasciæ reperiantur , ut in Marte & Jove contingit , hæ similiter vel in semi-ellipses incurvatæ , (altera namque semi-ellipsis post Planetam latet ,) vel in rectas extensæ cernentur ; quod & extremæ margini Annuli Saturni similiter convenit. Verum macularum aliquæ nunc aliquandiu latent , nunc æque diu apparent , nempe prout Planetæ Polo à Sole averso vel eidem obverso propinqua.

quæ sunt. Hæc in Saturno & Tellure maxime conspicua sunt, in reliquis vix; quia in iis Solis illustratio ad utrumque Polum semper pertingit.

Oculus in Sole positus nullam Umbram, nullam Eclipsin cernet, utpote quæ perpetuo à Sole sunt averſæ. Aliquando Oculo, in superficie Solis constituto, cui Planeta in horizonte est, Secundarius in penumbra Primarii videbitur, vel penumbra Secundarii in Primarii discum projecta; quod ex colore aliquanto fusciori dignoscetur.

Cæterum loca Planetarum Heliocentrica (& ideo facile ex dato in Solis superficie puncto viſa) facile determinantur per dicta in Libro III. Immo cujuslibet Planetæ locus Heliocentricus prius determinandus est, ut ejus locus Geocentricus definiatur.

Præter Planetas primarios sex una cum decem Satellitibus, (tot enim hucusque Terricolis videre contigit,) qui ab Observatore Solari in Zodiaco vix ſedecim partes lato, & ad primi motûs circulum haud multum inclinato verſari, omneſque in eaſdem partes, inque Orbitis circularibus Soli fere concentricis, moveri videbuntur; præter hos, inquam, ſunt alterius generis corpora, quorum numerus adhuc incertus, in Orbitis valde excentricis delata (Cometæ dicti) quæ nunc ad Solem proxime accedunt, nunc ab illo in immenſum recedunt. Cometæ hi non in eandem omnes plagam, ſed hic in unam, ille in alteram (licet quilibet per ſe ſpectatus in eandem ſemper) inter Fixas ferri videbuntur; neque in Zodiaco ſive Planetarum via, ſed, ut plurimum, in viis ad hunc admodum notabiliter inclinatis, ſemper autem in circulis ſphæræ maximis.

Cometæ non ſolum maximâ motûs diverſitate à Planetis diſtinguuntur, ſed præcipue Comâ iſtâ, quæ, è Sole viſa, non, ut nobis plerumque, Caudæ inſtar protenditur, ſed circumcirca capiti circumfunditur perpetuo videtur,

ut Cometæ in Solis opposito respectu Terræ constituto usu venit. Paulo tamen spissior est hæc Coma ad partes versus quas Cometa inter Fixas tendit, sed longius protensa in contrarias. Porro, capillitium hoc majus splendidiusque evadit dum Cometa ad Perihelium descendit; non solum propter rationes opticas, quod Oculo & Soli illustranti vicinior sit; sed maxime quod confertior multo sit vapor è quo constat, propter auctum calorem per quem attollitur. Verum ne sic quidem Cometæ circumfusa Coma speciem præbebit Solari Observatori comparandum cum illa, quam tum temporis Observatori Terreno exhibet.

Hæc disputavimus ex hypothese quod Oculus in Sole à circumfusa huic Atmosphæra non impediatur, quo minus tam libere longeque prospiciat atque nos Terricolæ nocte illuni. Si enim visu gaudeat acutiore vel hebetiore, alia magis dissita minusve illustrata videre poterit, aut forte ne ea quidem quæ hætenus recensita sunt; quæ tamen si viderit, non aliter videbit quam superius dictum est.

Præter prædicta phænomena eminus spectata, maximas in suæ sedis superficie mutationes cernet: Nunc enim magnis, densis & crebris maculis seu insulis obducta erit, quæ brevi figuras suas mutabunt, penitusque dissipata evanescent; nunc per diutinum tempus talis nulla (saltem tam magna aut densa) apparet. Verum hæc Oculo, de quo nunc agimus, pro Cœlestibus non habebuntur; de iis igitur hoc loco plura non adjiciemus.

PROPOSITIO II.

Phænomena Oculo in Mercurio posito visa describere.

PRÆTER ista de Fixarum ordine, quæ Oculo ubivis intra Saturni Orbem posito conveniunt, de quibus in præcedente, patet Oculum in Mercurio positum Solem videre fere

fere triplo latiore quam eundem Terricolæ vident , quia (per Prop. XL , & XLII. Lib. I.) Mercurius fere triplo propior est Soli quam Tellus. Unde & Solaris Discus è Mercurio visus septuplo major est quam qui nobis apparet, & (per Prop. XLVIII. Lib. I.) septuplo majore Luce & Calore , cæteris paribus , fruitur Mercurius quam Terra. At qualitates hæ multum intenduntur & remittuntur pro diversa Mercurii à Sole distantia ; nam hujus Orbita est omnium multo maxime excentrica.

Gravitas acceleratrix versus Solem etiam septuplo major est illic quam hic. Mercurii densitas , & consequenter corporum in superficie positorum gravitas acceleratrix versus ejus centrum (ex Corol. Prop. XLIX. Lib. III.) colligitur ; licet minus accurate quam supradicta versus Solem , quia tantum analogice. Verum de hisce hic & in sequentibus tacebimus , quippe quæ ad Phænomena Cœlestia (sola à nobis hoc in loco considerata) nihil attinent.

Nondum per observationes compertum est an Mercurius circa proprium Axem rotetur , & ideo certo definiri nequit num , Oculo in ejus superficie posito , omnia extra posita motu contrario revolvi videantur , hoc est , num Diei & Noctis vicissitudo illic contingat , multo minus quodnam sit Nychthemeri spatium ; ita autem fieri satis tuto conjicere licet , cum in reliquis Planetis istud obtineat. Mercurii vero Annus vix quadrantem Anni nostri adæquat. An vero varias Anni tempestates patiatur Mercurius incertum etiam , quippe quæ pendent ab ignota inclinatione axis , super quem Mercurius in seipsum revolvitur , ad planum Orbitæ quam circa Solem describit.

Oculus in Mercurio Solem respiciens , Solis Maculis (si quæ sint) nunc in linea recta discum ejus trajicientes ab ortu in occasum , nunc earum viam Ellipticam , in has
vel

vel illas partes incurvatam cernet ; ut Schol. Prop. LXX. Lib. IV. ostensum est : Atque omnis hujus Phænomeni varietas semel in Anno absolvitur , in quo bis rectilinea apparebit Macularum semita. In hoc casu Mercurius Maculas omnes in Solis superficie existentes videbit , quoniam in plano Æquatoris Solaris existens utrumque ejus Polum in margine disci sistit. Ad cum Oculus supra Æquatoris Solaris planum versus alterutrum Polum attollitur , hoc est , cum Maculae Ellipsin describere videntur ; Polus alter & Maculae illi vicinæ in postico Solis hemisphærio latent. In omni vero casu Macula prope Solis limbum diversam prorsus figuram induere videbitur ab illa quam in medio disco refert ; quippe admodum oblique spectata.

Verum macularum , Solarium , è Mercurio spectatarum , via erit semper fere recta ; quoniam Mercurius à plano Æquatoris Solaris nunquam multum declinat , & igitur vix sensibilibiter à planis circulorum , quos Maculae rotando describunt. Cumque planum Orbitæ Telluris omnium maxime ad prædictum planum Æquatoris Solaris inclinetur , Macularum via è Tellure spectata curvior apparet quam si ex alio quovis Planeta spectetur Sol. Curvatura hæc paulo minor erit ex Jove vel Marte spectata , adhuc minor ex Saturno , minor adhuc ex Venere , omniumque minima ex Mercurio , ut hæcenus dictum. Mercurius videbit etiam viam tum Satellitum tum Macularum aliorum Planetarum , nunc in rectam extensam , nunc in curvam sinuatam , harumque aliquas longo nunc tempore latentes , nunc tam diu conspicuas , prout bolo latenti vel conspicuo propinquæ fuerint.

Mercurio reliqui quinque Planetæ sunt superiores : Paria igitur sunt eorum omnium Phænomena Oculo in Mercurio posito , Phænomenis Martis , Jovis & Saturni è Terra spectatorum , de quibus Propp. VII, VIII, & IX. Lib. I. Adeo-

Adeoque Venus & Terra Soli oppositæ , pleno Orbe fulgentes radiosque Solis quam directissime repercutientes, Mercurio pernoctes sunt tenebrasque potenter dispellunt. Cum enim Venus jam in cornua abiens , & partem minimam sui hemisphærii illustrati Terricolis ostendens , tam lucida sit ut umbram projiciat , lucidissima apparebit Mercurio , cui integrum sui hemisphærium illustratum obvertit. Magnæ quoque sunt Terræ vires in Solis radiis reflectendis , ut constat ex luce , qua Lunæ discum sibi obversum perfundit : Sed hæc tam à Sole illustrante quam à Mercurio illustrandō longius distita minores quàm Venus vires in hoc negotio ostendet ; nisi forsan potentius reflectat lumen quàm Venus , quod non est verisimile. Superiorum adhuc minores sunt in illuminando Mercurio vires quàm quas nobis Terricolis ostentant.

Nullum inferiorem nobis notum videt Mercurius , adeoque Stellam nullam falcata , & in cornua extenuatam videt ; argumentisque proinde caret ab hujusmodi Planetarum phasibus petitis , quibus verum Mundi Systema stabiliat : Inferiorum enim Phases primo clare evicerunt eorum motus circa Solem ordinari ; unde proclive fuit idem colligere de aliorum motibus. Exinde verò quod nos Terricolæ Planetas Mercurio inferiores non cernamus, nequaquam sequitur nullos tales dari : ipse enim Mercurius in Sphæra nostra obliqua raro cernitur , & illo multum nunquam , propter Solis viciniam , cernetur.

Observatori huic Mercuriali , sicut & nobis Terricolis, desunt media , quibus corporum Cœlestium distantias & diametros cum domicilii sui diametro , suisve mensuris, comparare potest , si quidem accuratiora instrumenta non adhibeat. Nam Parallaxis Solis ex Mercurio visi (quantum ex analogia conjicere licet) minor est ejusdem Parallaxi è Terra ; diameter utique apparens Mercurii è Sole

minor diametro Telluris apparente eodem : Et Venus Soli opposita , Mercurioque proinde proxima , tantundem fere distat à Mercurio atque ipse Sol ; Venerisque adeo Parallaxis (etiam cum Mercurius in Aphelio illam Soli oppositam , & consequenter sibi omnium proximam, cernit) Parallaxi Solis è Terra visi non est major. Atque hæc duo sunt magna Mondi corpora , Mercurio proxima, Parallaxin maxime sensibilem habentia.

Quoniam autem ipse Mercurius locum mutat , per Observationes in diversis stationibus factas colliget Mercurii incola rationem inter distantiam Mercurii à Sole & alterius cujusvis Planetæ distantiam ab eodem , simili modo atque nos Terricolæ ex magni Orbis Parallaxi. Verum quidem est illam non tam tuto colligi , quia distantia Mercurii à Sole tam magna non est respectu distantia aliorum Planetarum atque Terræ nostræ distantia à Sole : At cum sit earum respectu adhuc sensibilis satis , nimirum distantia Saturni à Sole pars circiter vigesima quinta ; omnium istarum distantiarum ratio , per Observationes in Mercurio factas , satis commode definientur , modo Observator domicilii sui motum circa Solem agnoscat. Sin, sensibus fidens , Mercurium suum pro immobili certo habeat , ne istud quidem præstare poterit , sicut nec Astronomi Telluris incolæ , quamdiu Tellurem immotam habuere ; quod ex Orbium Planetariorum distantis à *Ptolemaicis* assignatis , inter se tam immanè diversis , phaenomenis tamen satis consentientibus , abunde constat. In Systemate enim immoti loci Observatoris , si cuilibet superiorum aptetur Epicyclus in una revolutione ad Solem percurrendus , & observata ejus distantia maximæ à loco in suo excentrico prope quadratum Solis contingenti explicanda sufficiens , poterit (salvis phaenomenis) Excentrici deferentis Epicyclum semidiameter assumi cujusvis magnitudinis , modo talis ut Planeta , quando proximus , longius à Terra

à Terra absit quam ut illius distantia ex parallaxi definiri queat : Immo nihil obstat quin Martem supra Jovem, aut Saturnum infra Martem, collocet, nisi regula Prop. præc. tradita, & hæc quidem sagacitati non demonstrationi innixa.

Loca Solis omniumque Planetarum, è Mercurio visa, eodem modo investigantur, quo ex Tellure visa, & Tabularum Lib. III. descriptarum ope definiuntur : Quum enim ex illis loca Heliocentrica cum Mercurii tum alterius cujusvis prompte definita habeantur, alterius istius locus Hermocentricus definiatur per praxin praxi Prop. XL. Lib. III. similem ; quod & de alio quovis similiter est verum, quod semel monuisse sufficiat, ne idem in Propositionibus singulis identidem repetendum sit.

Cometarum Phenomena ex Mercurio, aliove quovis è Planetis, visa eadem fere sunt cum illorum Phenomenis ex Tellure visis, de quibus Lib. præced. dictum est ; neque aliter quam in mensuris differunt.

PROPOSITIO III.

Phænomena Oculo in Venere constituto visa describere.

IN Venere Sol duplo fere minore diametro apparet quàm in Mercurio, & fescuplo majore quàm è Terra. Unde Solis discus Venere plus duplo major quàm nobis, simulque Lux, Calor Gravitæque acceleratrix ad Solem in eadem ratione augentur.

Qui Veneri Annus est (ejus nempe circa Solem periodus) nostrorum mensium septem cum dimidio æqualis est : Dies verò in Venere die nostro minor est unâ fere Horâ.

Venus quatuor cernit Planetas superiores, quorum proinde phænomena similia sunt illis Martis, Jovis & Saturni è Terra, omniumve è Mercurio visis. Tellus autem nostra in Solis opposito visa, & pernox, cum (per

Prop. IX. Lib. I.) pleno Orbe fulgeat, lucidissima apparebit; atque lux hæc à Luna nostra, etiam pleno Orbe fulgente, augebitur. Luna Tellurem perpetuo comitari videbitur, ut revera fit, & ultra gradus semissem quandoque à Tellure digredi.

Venus unicum obtinet Planetam se inferiorem, Mercurium *sc.* qui nunquam longius à Sole evagatur quam 38 circiter partibus, quique similia præbebit spectacula Veneri atque Venus & Mercurius Terricolis, de quibus Prop. IV, V, & VI. Lib. I.

Observatori in Venere constituto non prorsus defunt media, quibus Cœlestium distantias cum suis mensuris conferat; nam Veneris suæ diametrum cum mensuris sibi familiaribus comparabit, sicut nos Terræ nostræ cum nostris, per Schol. Prop. XVII. Lib. II. & Parallaxis Terræ, Soli oppositæ, quadruplo major est Parallaxi Solis è Terra spectati, & ideo non prorsus insensibilis: Innotescit igitur ratio diametri suæ Veneris ad distantiam Terræ Soli oppositæ & retrogradæ à Venere; hoc est, differentiam distantiarum Veneris & Terræ à Sole; hæc verò Parallaxis in reliquis Planetis (etiam cum sunt Veneri proximi) insensibilis fere est. Quod si Venus motum suum circa Solem agnoscat, exinde colliget rationem inter distantias Planetarum à Sole, sicut Terricolæ colligunt: Et datis autem ratione inter binas quantitates, & differentia inter illas, dantur ipsæ quantitates, & consequenter aliæ istæ datas ad harum alterutram rationes habentes. Sin motum domicilii sui non agnoscat Oculus in Venere positus, ordinem quidem superiorum (ex regula Prop. I. tradita) conjecturis stabiliet, distantias verò minime, ut de Mercuriali Astronomo in præcedente dictum est. De Mercurii Solisque ordine eadem ambigendi rationes quæ veteribus Astronomis, Telluris incolis, de Mercurii, Veneris Solisque ordine; aliis contentendentibus Mercurium esse supra Solem

Solem respectu Veneris in centro quiescentis; aliis illum esse infra eundem; aliis denique Mercurii motum circa Solem ceu centrum ordinari volentibus. Mercurium verò Solem ambire tandem constabit, cum visis adminicula eousque promoveantur, ut diversæ Mercurii phases oculis subjiciantur. Nam antequam hoc contingat, licebit (salvis Phænomenis) eousque in Planetarum distantis aestimandis errare, ut si Mercurio concedatur Epicyclus, cujus diameter è Venere visa circiter duo signa cum diuidio adæquat, & hujus centrum rectæ Solem Veneremque jungenti, ultrave Solem productæ, alligetur, Epicyclus Deferens vel ultra Polis Orbitam, vel utcunque citra (modo extra Parallaxis diurnæ limites, collocari possit. Quod palam est exinde, quod Deferentes Epicyclos Mercurii Venerisque in Systemate Terræ immotæ (salvis Phænomenis tunc manifestis) collocati sunt longe citra Solem à *Ptolemai* sectatoribus, Astronomis fere ad unum omnibus; licet nemo sit qui nunc Planetas hosce Solem circumire non ultro agnoscat.

Determinatis semel Orbium Planetariorum distantis à Sole, in Systemate vero Veneris circa Solem motæ, si alteri Astronomo constitutum sit Venerem (suam sedem) in Mundi centrum reponere & pro immota habere, illud rite, & secundum Opticæ leges, duobus modis efficere poterit. Primo, Venere in centrum promotâ, Solem simulque Planetas omnes & eorum Orbitas, quas circa Solem describunt, versus eandem plagam in rectis parallelis tantundem promovebit; & fiet apud Venerem Systema Mundi *Tychonicum*, in quo nempe Sol circa Venerem defertur in Orbita æquali, simili & contrarie posita ei in qua Venus circa Solem revera movetur, & Planetæ omnes eorumque Satellites (præterquam quod à Sole deferantur circa Venerem) eosdem circa Solem peragebant, Primarii quidem quasi in Epicyclis, Satellitis vero

in Epicyclo-Epicyclis ; & Telluris Orbita Solis Cœlum interfecabit similiter atque Martis Orbita illud interfecat in Systemate *Tychonico* apud Terram condito. At Jovis Orbita Solis Orbitum non interfecat , sed continet , in simili Systemate apud Martem. Secundo , Systema Veneris in centro immotæ legitime condet Astronomus , Venerem suam in centrum promovendo , simulque Solem & omnes Planetas tantundem versus eandem plagam in rectis parallelis ut prius extrudendo , sed non Planetarum Orbitas , quas immotas conservat , easdemque quas circa Solem (dum hic in centro maneret) describebant , quippe in quibus Planetas etiamnum circumagere Astronomo nostro est constitutum ; & fiet apud Venerem Systema *Ptolemaicum* , in quo nempe Sol circa Venerem defertur ut in modo explicato Systemate *Tychonico* , & Planeta quivis in Epicyclo movetur æquali , simili & contrarie posito veræ Orbitæ Veneris circa Solem , Epicycli autem centrum in eadem Orbita & eodem prorsus modo atque ipse Planeta ante Solis extrusionem de centro Venerisque inibi collocationem , & Telluris Epicyclus in Cœlum Solis descendit similiter atque Martis Epicyclus in simili Systemate apud Terram condito ; quod & apud alium quemvis Planetam obtinebit præter Martem. Hoc modo effectum Systema *Ptolemaicum* sibi prorsus confisteret , & motus centri Epicycli esset à Sole solutus , motus verò Planetæ in Epicyclo eidem alligatus , tam in inferioribus quàm in superioribus ; & , universaliter , Phanomenis omnibus pariter per hoc Systema satis fieret atque per *Verum* aut *Tychonicum*. Duo hæc Systemata (*Ptolemaicum* & *Tychonicum*) permutant Deferentes & Epicyclos : Namque *Tychonicum* eundem Planetis omnibus statuit Deferentem æqualem , similem & contrarie positum Orbitæ spectatoris Planetæ circa Solem , diversos verò Epicyclos similes & similiter positos veris respectivorum Planetarum Orbis

tis circa Solem ; nam Solis in hoc Systemate nullus est Epicyclus , sicuti in vero nulla est Orbita , sed & ibi Epicyclus & hic Orbita puncta habentur , quæ figuræ sunt similes & similiter positæ. At Systema *Ptolemaicum* Planetis omnibus Epicyclos statuit prædictæ spectatoris Planetæ Orbitæ circa Solem æquales , similes & contrarie positos , diversos vero Deferentes , eisdem sc. cum respectivis eorum Orbitis circa Solem in Systemate vero ; namque via Solis in hoc Systemate est Epicyclus cujus Deferens est immotum punctum , idem sc. cum Orbita Solis in vero Systemate. At cum Systema à *Ptolemaicis* assertum non sit ex vero Systemate formatum , sed pedetentim ex Phanomenis extructum absque ope veri ; ideo Orbium deferentium proportio in illo (prout ab ejus cultoribus traditur) est ignorata , & tantum ratio inter Planetæ cujusque Deferentem & Epicyclum ex ejus motibus stabilita ; unde fit ut in Saturno , Jove & Marte semidiameter Deferentis (ex ipsius *Ptolemai* numeris) sit ad Epicycli Semidiametrum ut Distantia Planetæ à Sole ad Telluris distantiam ab eodem. At cum in Systemate *Tychonico* idem sit omnium Planetarum Deferens , si ex cujusque motibus inveniatur vera ratio inter ejus Epicyclum & Deferentem , ex æquo inventa eo ipso habetur ratio inter omnium Epicyclos , hoc est , inter Planetarum omnium Orbitas ; atque nihil amplius est factum per Systema verum. Systema *Ptolemaicum* legitimum (hoc est , prædicto modo genitum) ponit Planetarum inferiorum Epicyclos Solis Orbitæ æquales : At cum monstrosum visum sit Epicyclos ponere Deferente majorem , ideo *Ptolemaici* utriusque Inferioris Deferentem mutarunt in Epicyclum , ita tamen ut quisque naturam suam (quod impedire haud poterant) conservaret ; nempe ut motus centri Epicycli in Deferente sit Soli alligatus , & ut Planetæ motus in Epicyclo sit à Sole solutus. Hæc permutatione Systema suum genuinum
supra

supra descriptum reliquerunt , & quasi *Tychonicum* sunt amplexi ; & in hoc solo Inferiorum Systema *Ptolemaicum* differt à *Tychonico* , quod , verâ semidiametro Deferentis ignoratâ , ponat veram tantum rationem inter semidiametrum Deferentis & semidiametrum Epicycli , nempe hæc apud *Ptolemaum* eadem est cum ratione Distantiæ Terræ à Sole ad distantiam dicti Inferioris ab eodem in Systemate vero. Atque prædicta duo Systemata sunt retentis Orbitis Planetariis Systematis veri ; mutatis verò illis , numero infinita fabricari poterunt Systemata , quorum quodlibet Phænomenis satisficiat , immo quod cuiusvis Planetæ locum respectu Terræ eundem (hoc est , in eadem positione & magnitudine recta è Terra educto) faciat cum ejus loco in Systemate vero , quorumque nulum , aliter quàm ex Physica , redargui potest.

Venerem Comitem gaudere plusquam suspicio est ex oculatissimi D. *Cassini* observationibus binis Annis 1672 & 1686 casu factis , in quarum ultima , die 28 *Augusti* hor. 4. scrup. 15. mane , Telescopio 34 pedes longo , per horæ quadrantem vidit quasi Veneris Comitem $\frac{1}{3}$ diametri Veneris à Venere distantem , ejusdem cum illa Phasis , (ut oportuit , cum illorum situs , respectu Solis illustrantis Terræque videntis , idem fuerit ,) sed informem , & diametro quæ Veneris diametri quadrantem non excederet. Quod Comitem hunc non alias viderit D. *Cassinus* , licet summopere anniteretur , exinde forte fit , quod Satellitis hujus superficies minus apta sit ad Solis lumen reflectendum , quod de Luna nostræ maculis verumprehendimus. Si enim integra nostra Luna tam debiliter lumen reflecteret , atque ejus maculæ quædam obscuriores , agre & figuræ male terminatæ apud Venerem videretur : Fatendum tamen hunc Veneris Satellitem (si talis detur) diversæ admodum esse naturæ à suo Primario,

mario, qui Solis lumen potenter adeo fortiterque remittit, ut tubo 60 pedes longo vix aliquid maculæ simile potuerit *Hugenius* in eo animadvertere; quod etiam in causa est cur positio axis, circa quem motu diurno convertitur, non sit definita. Verum diversitas hæc inter Venerem ejusque Comitem exhinc forte provenit, quod non solidus Veneris globus, sed illi circumfusa Atmosphæra densior vaporibusque referta, lumen Solis ad nos repercutiat, qualis tamen Comiti ejus non circumfunditur, sicut nec Lunæ nostræ, densa licet satis Atmosphæra, & nebulas vehens, Terræ circumfundatur, quæ hanc è Venerem aspicienti ægre permetteret Terrarum Mariumque distinctionem percipere, sed æquabilem fere ejus superficiem, & luce æqualiter perfusam repræsentaret, qualem nos Venerem videmus. Si Venerem Luna comitetur sua, in omnibus fere Planeta iste Telluri nostræ assimilatur, à qua & Anni & Diei quantitate, & Caloris gradu minus differt quàm alter quivis Planeta.

PROPOSITIO IV.

Phænomena Oculo in Marte posito visa describere.

SOL è Marte fescuplo minore diametro apparet quàm è Terra; & proinde duplo minorem in Martis regione impertit lucem & calorem quàm nobis Terricolis. Sed hæc, propter magnam Orbitæ Martis Excentricitatem, mutantur sensibiliter, licet non tantum atque in Mercurio.

Martis Annus binis fere è nostris est æqualis; Dies verò naturalis nostro paululum major: Artificialis vero dies, quo Sol supra Horizontem lucet, (præter Crepuscula ante Solis ortum, & post ejus occalum pro altitudine atmosphære diuturna,) nocti perpetuo est & ubique fere æqualis, & ideo parva æstatis hyemisque discrimina in
Gregori Astr. Tom. II. O o eodem

eodem loco sentiuntur ; & hæc quidem quia Axis diurnæ revolutionis ad planum Orbis Martis normalis fere est. Interim loca , in diversis distantis à medio inter Polos circulo , diversos admodum habent Caloris gradus , propter diversam radiorum Solarium inclinationem ad Horizontem , sicut in Terra Æquinoctii tempore fit : Atque hinc ortas esse Fascias suspicor , dicto circulo inter Polos medio parallelas. Cum enim idem Caloris gradus in eodem Climate semper maneat , verisimile est Maculas in Marte (sicut in Terra nubes & nivem) calori frigori que ortum suum debentes secundum dicta Climata extendi , fasciæque efficere circulis revolutionis diurnæ Martis parallelas ; quod etiam de Jove verum est , cum ille æque ac Mars perpetuo gaudeat Æquinoctio.

Martis incola duos cernit Planetas superiores , Jovem & Saturnum , duosque inferiores , Terram Veneremque ; quorum phænomena similia sunt phænomenis superiorum & inferiorum supra descriptis. Mercurium nunquam videbit (quippe nunquam longe ultra Signi semissem à Sole elongatum) nisi forte , maculæ instar , Solis discum transeuntem ; saltem si Marti circumfusa sit atmosphæra Terrestri nostræ æquicrassa & ampla , qualem arguunt observationes Fixarum obscuratarum & prope extinctarum antequam Martis globum attingere videntur. Venerem à Sole elongatam videbit quantum nos Mercurium , Terramque quantum Terra Venerem : Cumque Tellus , è Marte visa , Soli fere conjuncta & proxima apparet , illud in Terra videbit quod Cl. D. *Cassinus* semel bisve in Venere ; nempe Planetam inferiorem falcatum , Comitemque ejusdem phasis juxta positum , quem , cum maxime , non ad gradus trientem ab illo elongatum videbit.

Astronomus in Marte positus mediis penitus est destitutus , quibus Cœlestia corpora Marti suo conferat , eorumque

rumque distantias mensuris sibi notis ; propter Planetarum proximorum Jovis & Terræ distantiam , & domicili sui parvitatem. Telluris enim , etiam cum sibi proximæ omniumque Coelestium infimæ , parallaxis non erit sensibilis , quippe non ultra 12 scrupula secunda ascendens, quanta fere est Solis parallaxis nobis Terricolis. At si Martis sui motum circa Solem agnoscat , Coelestium distantias inter se comparare potest : si non , ne hoc quidem ; ut fuscè in duabus præcedentibus Propositionibus ostensum est.

PROPOSITIO V.

Phænomena Cœlestia Oculo in Jove collocato spectanda describere.

SOL è Jove paulò plus quàm quintuplo minore diametro apparet quàm è Tellure ; & ejus proinde Lux & Calor vigesies & septies in Jove quàm apud nos minor. Jovis Annus duodecim fere è nostris æqualis est : Dies vero naturalis nostro vicissim minor ; utpote qui ad decem ex horis nostris vix ascendit : (Atque motus Jovis circa proprium axem periodo absolvitur omnium minimæ earum , quas in Cœlo hæcenus observarunt Astronomi :) Unde apud Jovem ultra decem mille dies in Anno numerantur. Dies Jovialis fere in diem artificialem & noctem dividitur , per universam Jovis superficiem ; cum Axis, circa quem Jupiter revolvitur , sit fere normalis ad planum Orbitæ , quam ille circa Solem describit : Unde similia obtinebunt atque in Marte , de quibus in præcedente dictum est.

Quatuor licet sint Planetæ primarii Jove inferiores, illorum nullum cernet Oculus in Jove positus ; si hunc ponamus acutiore visu non pollere quam nos , & atmosphærâ involutum esse qualis Telluri circundatur : Nam

ipse Mars, qui omnium longissime à Sole digreditur, non ultra 18^{gr}. elongari videtur; cum autem Mars & parvus sit, & Solis lumen debiliter remittat, hic in ea à Sole distantia vix videbitur. Verum quidem est Solis lumen apud Jovem non esse tam splendidum atque apud nos, ideoque vicinas Stellæ ab illo non tantum offuscari; sed & Martis, Terræ, Venerisve lumen in eadem ratione, propter distantiam Oculi auctam, minuitur: Unde, in elongatione paræ à Sole, è Jove visi etiam pariter extinguuntur à lumine Solis. Poterunt autem Jove inferiores è Jove in Solis disco macularum instar spectari; sed istud casu tantum fiet: Nam Jovialis Astronomus de illorum existentia non magis certus quàm nos de existentia Planetarum Mercurio inferiorum illorum motus non tenebit, ut ad spectaculum debito tempore attendat; unicum igitur Saturnum, eumque superiorem, videbit Oculus in Jove positus.

At interim quatuor Comites suos, in vicinia positos & Solis lumen fortiter reflectentes, cernet in circulo medio inter Polos motûs primi delatos, nisi quatenus per paralaxin, ab Oculo versus alterutrum Jovis Polum posito, inde in alterum declinare videantur; adeo ut Planetarum numerus, Oculo in Jove posito, ad senarium ascendat. Quippe nullum est dubium quin domicilium suum, Jovis globum, pro immoto habens (quod ob magnitudinem immensam supra sibi satis compertos Planetas propiores potiore jure fiet quàm à Terriculis Terra) quatuor suos comites Planetas statuatur, quibus Solem Saturnumque annumerat, plane sicut nos Lunam reliquis sex annumeramus: Et quidem in eorum ordine vix aberrabit, si illum remotiorem habeat, qui longiore tempore Coeli circuitum circa Jovem absolvit.

Porro, quatuor Inferiorum distantias cum mensuris suis comparabit facile; hæc nimirum cum Jovis diametro, sicut nos nostras cum diametro Terræ; & Planetarum quatuor proximorum distantias cum diametro Jovis facilius quàm nos Lunæ distan-

distantiam cum diametro Terræ : Nam remotissimi illorum è Jove spectati Parallaxis horizontalis est plusquam duplo major Parallaxi horizontali Lunæ è Terra visæ , adeoque valde sensibilis. At licet Jovis globus sit immense magnus respectu Terræ nostræ , Parallaxis Solis è Jove visi vix erit sensibilis , quippe ad 20" non ascendens ; neque Saturni (etiam Soli oppositi & Jovi proximi) multo major erit Parallaxis : Jovis igitur incola Solis & Saturni distantias cum mensuris suis ægre comparabit. Si sui Jovis motum circa Solem agnoscat , rationem inter distantias Jovis & Saturni à Sole facile definiet , aliàs non ; ut Prop. III. explicatum est.

Duo igitur Planetarum genera distinguet Observator Jovialis sensibus innixus ; proximos nempe quatuor , & remotissimos duos Solem & Saturnum , hos diametro minore , illos multo majore apparentes. Nam è remotioribus Sol videtur circiter 6' latus , cum Saturni etiam proximi diameter vix ad scrupuli bessem ascendat. Reliquorum à Jove quartus eâ fere magnitudine videtur quâ Terricolis Luna , quinquies nempe majori diametro , & vigesies ac quinquies majore disco quàm Sol ex eodem Jove ; & si Satellites reliqui non sint extimo multo minores , hi è Jove visi adhuc majores apparent , si quidem singuli sint Tellure nostrâ haud minores , ut perspicacissimo Cosmographo D. *Hugenio* videntur. Distinguentur præterea quatuor propiores & apparenter majores à remotioribus & minoribus , quod in Planetis propioribus quadrata temporum periodicorum sint ut cubi distantiarum eorundem à centro sui Jovis ; hoc verò minime obtineat , si majorum quivis cum minorum aliquo comparetur. Quamvis propiores appareant majores , ipse Sol illis immense magis lucidus videbitur : Immo ex eorum phasibus , ab ipsorum ad Solem aspectu pendentibus , totidem Lunæ videbuntur. Unde quatuor Mensium genera agnoscet Jovis incola à

totidem Lunis denominata. Minimorum Mensium ultra 2407 in Anno continentur ; Mensium proxime majorum numerus in Anno quasi duplo minor ; ordine tertiorum numerus in Anno Joviali secundorum quasi subduplus , si-
ve minimorum fere subquadruplus ; maximorum vero Mensium sunt in Anno fere 254. Et ideo licet Temporis Notatio sit apud Jovem intricatior , quia Annus magnum Dierum numerum continet , per quatuor hæcce Mensium genera illa expedita satis redditur ; in Mense enim minimo quatuor tantum erunt Dies cum quadrante ; in maximo vero paulò plus quam Dies quadraginta.

Præterea , Lunæ hæ , Soli è Jove oppositæ , in Jovis umbram incurrentes deficiunt , & vicissim Soli conjunctæ , umbras suas in Jovem projicientes , speciem Solis deficientis Oculo in regione per umbram occupata (quæ parva satis est superficiæ Jovis portio) posito præbent , plane ut Luna nostra. Quoniam vero Lunarum istarum Orbitæ circa Jovem sunt in plano (omnes quidem in eodem quamproxime , nisi quod à Jove secundus inde paululum defleat) ad planum itineris Jovis circa Solem inclinato , Eclipses istarum Lunarum centrales sunt & maxime diurnæ , cum Sol in Nodo Lunarum alterutro versatur. Sole extra hunc situm versante , Eclipses etiamnum totales esse poterunt , licet non centrales ; quia umbra Jovis decuplo fere latior est quam Satellitum quivis , & Lunæ cujusvis diameter apparens quintuplo major Solis diametro apparente. Atque insignis hæc diametrorum inæqualitas , & parva plani Orbitalium Satellitum inclinatio ad planum Orbitæ Jovis circa Solem , in causa est cur Eclipses , tam Lunarum quam Solis , singulis revolutionibus contingant , licet Sol longe à Nodis distet. Et quidem inferiores , licet Sol è Jove visus omnium maxime à Lunarum Nodis distet , etiamnum in Jovis umbram incurrunt , & eorum umbræ Jovem vicissim attingunt ; remotissimus vero in hoc casu,

casu, per Jovialis Anni sextantem, umbram in Solis opposito effugit, & vicissim Jupiter illius cum Sole conjuncti umbram: Sed & Eclipsium partialium phenomena temporibus locisque intermediis cernet Oculus in Jove positus. Porro Eclipsis Lunæ per Lunam hîc contingit, cujus phasis aliquando plane diversa est, immo contraria prius descriptæ Eclipsi Lunæ in Jovis umbram incurrentis: in hac enim, primo deficit Lunæ limbus orientalis, & occidentalis ultimo ex umbra emergit; in illarum vero aliis, primo deficit occidentalis limbus, & orientalis ultimo lumen suum recuperat, in aliis è contra. Jovis umbra, licet longe ultra suos Satellitus porrecta, ad alium Planetam non porrigitur, quod in omnibus aliis Primariis etiam obtinet. Nam solus Saturnus in illam, si vel infinita esset, immergi potest; umbra vero Jovis ad Orbem Saturni porrigi nequit, nisi Jovis diameter sit quasi semissis diametri Solis, & ad partem nonam vix ascendit.

Si Jovis superficies fluido magna ex parte tegatur, & Maria ista navigari fingamus; Navigatio percommoda erit, cum propter Noctes brevissimas, easque ex Lunarum multitudine vix unquam illunes, plerumque per illarum plures admodum clares, tum quod illarum auxilio cursus suos regere possint. Sed & ex tam multiplicibus Eclipsibus loci Longitudo facillime definietur, & Hydrographicæ Tabulæ accuratæ construentur; quod in tam vasto globo percommodum est, cujus nempe superficies centuplo (immo ex D. *Hugenii* sententia quadringenties) major superficie Telluris ejus mensuram laboriosissimam redderet. At Æstus Maris reciprocus ex quatuor Lunis (Solis enim illic ad hanc rem exiguæ sunt vires) oriundus varius est, & præterquam calculis subducendis assueto incertus.

PRO-

PROPOSITIO VI.

*Phænomena Cælestia præcipua, quæ Oculo in Saturno posito
occurrunt, describere.*

SOL è Saturno fere decuplo minore diametro apparet quàm è Terra, & ejus Discus, unaque Lux & Calor, nonaginta saltem vicibus minor quàm hîc. Saturni Annus triginta fere è nostris aqualis est: quam autem rationem Dies Saturnia ad nostram habeat, incertum est; nam periodus revolutionis Saturni circa proprium Axem nondum constat. *Hugenius* quidem ex intimi Comitis distantia ac periodo, horumque comparatione cum distantia & periodo intimi Jovialium, verisimile censet non esse longiores Dies illic quàm in Jove. In hanc sententiam abit, quoniam pro indubitato habet Solis & Primarii rotationis Primariorum & Secundariorum, (quam in easdem quidem partes fieri certum est,) aut saltem rotationem corporis centralis & Planetarum illud comitantium ab eadem causa pendere; adeoque è converso, cùm Satellites circa Saturnum rotatos observaverit, & hunc circa Axem suum revolvi nullus dubitavit, & pari fere quo Jupiter tempore, ob Satellitum periodos haud impares. At si consideretur causam rotationis Primariorum circa Solem, Satellitumve circa Primarium, non esse vorticem ullum, aut quod hujus instar est, (cui opinioni prædictum argumentum innititur,) sed Planetas motu composito ex projectili prorsum in recta, & ex gravitate versus corpus centrale (circa quod in spatio libero & tantum non vacuo moventur) deferri, & Satellites Saturnios eodem modo in Saturnum gravitare, sive is circa Axem revolvatur sive quiescat; patet, ex rotatione Satellitum ipsius Saturni rotationem circa proprium Axem non recte colligi, nedum hujus periodum. Verum quidem

dem est admodum esse probabile Saturnum circa Axem revolvī, ut sc. nunc hanc nunc illam sui faciem Soli, lucis & caloris in suo Systemate fonti, obvertat: At rotationis periodum exhinc colligere impossibile videtur, cū hæc ad rerum Saturno contentarum naturam (nobis certe prorsus ignotam) à sapientissimo & omnipotente Deo Creatore accommodata sint. Si Saturni Axis sit plano Annuli Saturni Obitarumque Satellitum perpendicularis, (ut vult *Hugenius*,) tum Polorum & Æquatoris idem est inter Fixas situs in Saturno atque in Terra; eadem igitur Polaris Stella, eodemque modo, in similibus latitudinibus, oriuntur & occidunt Constellationes. Atque hæc obtinent, si is sit situs Annuli quem *Hugenius* in *Systemate Saturnio* posuit, quem & nos supposuimus Lib. IV. cum de ejus phænomenis ageremus: At si per observationes magis accuratas diversus deprehensus fuerit, (ut in Cosmotheoria innuit,) prædictorum phænomenon mensuras diversas ex superioribus colliget quivis. Dies apud Saturnum sunt admodum inæquales, magnaque Æstatis & Hyemis discrimina; hæc enim à quantitate inclinationis plani Æquatoris ad planum Orbitæ Saturni circa Solem pendent, quàm *Hugenius* postea 31^{gr} posuit, triente fere majorem quàm que in Tellure obtinet, ubi discrimina ista sunt valde sensibilia. Apud Saturnum in Latitudine 59^{gr} Dies longissima nullâ Nocte interrumpitur, nec Nox longissima ullâ Die. Et Zonæ duæ frigidæ circa Polos extensæ (quarum quælibet 62^{gr} lata) plusquam decuplo majores sunt quàm integra Telluris nostræ superficies.

Oculus in Saturno positus è Primariis solum Jovem videre poterit, Solem perpetuo comitantem, nec ab illo nisi 37^{gr} circiter quandoque elongatum. Hosce duos propriis suis quinque Comitibus annumerans, septenarium Planetarum numerum Saturno visorum complet, quos in quinas Lunas duosque alios distinguit, (ut in Prop. præc.

Gregori Astr. Tom. II.

P p

Jupi-

Jupiter;) cū ob easdem rationes, tum ob hanc etiam quod quinque proximi moveantur in eodem plano ad planum itineris Solis circa Saturnum 31^{st} inclinato; adeo ut Zodiacus Saturno sit plusquam tertiâ parte Cœli latus, si hunc omnium Planetarum evagationes à Solis via complecti velit. Phases similes harum Lunarum atque Lunarum Jovialium, nisi quod æstate hyemeve, cū Sol multum ab Æquatore declinat, Luna quævis Soli opposita pleno orbe non fulgeat, nec eidem conjuncta penitus fileat. Nam mediâ æstate hyemeve Luna Soli conjuncta à Sole distat quantum Luna nostra biduo & ultra ante vel post Novilunium, & Soli opposita tantum ab oppositione illa directâ, quæ plenum Orbem facit, quantum nostra Luna biduo & amplius ante vel post Plenilunium: ideoque similes tum erunt earum Phases atque Lunæ nostræ duobus diebus & semisse ante vel post syzygiam. Unde istis Anni Saturnii tempestatibus nullæ contingunt Luminarium Eclipses. Hæ autem tempore Æquinoctii nunquam deerunt, omniumque etiam generum quorum in præcedente mentio facta est.

Cū Annus Saturnius diuturnior sit Joviali, plura etiam sunt Mensium genera ad illum in partes distinguendum. In Anno sunt ultra 5700 Menses minimi, & circiter 3932 magnitudine proximorum, ultra 2352 Mensium tertiorum, ultraque 674 quartorum, & Mensium maximorum 135.

Saturnicola Lunarum suarum distantias cum mensuris suis comparabit facile; quippe quintæ & extimæ Parallaxis major est Parallaxi Lunæ nostræ. At Solis Parallaxis $9''$ non excedit; ideoque insensibilis est, instar Parallaxis Solis è Terra visi.

Oculo in Saturno posito maxime mirandus est Annulus iste Saturnum cingens, de quo Lib. iv. dictum: est quippe eminus visus spectaculum sui generis unicum, quodque

que Philosophorum omnium Oculos jamdudum in se convertit. Annulus hic acutiff. D. *Halleio*, Variationis declinantis Acûs magneticæ causas inquirenti, animos addidit ut Telluris globum in Cruftas Nucleosque concentricos divifum fupponeret *Transact. Philof.* N° 195. poft *Keplerum* qui idem fecit *Lib. iv. pag. 586. Epit. Astron. Copern.* cum, ex directione magnetica, causas inæqualitatis Planetarum in altum investigaret. Quid enim fi Annulus hic fit pars reliqua exterioris Cruftæ in Nucleum interiorem jam collapsæ, ejusque quasi ruinæ adhuc fpectandæ? Nam fi Saturnus olim ejus fuerat diametri, cujus est in hunc diem Annulus, illa è Sole vifa ejusdem erat magnitudinis atque est nunc Jovis diameter apparens ex eodem.

Cum Annuli extimus margo fupra Saturni fuperficiem exftet ad altitudinem, quæ est fefquiquarta femidiametri Saturni, hunc ad diftantiam ab Æquatore Saturnio (in cujus plano totus eft poſitus) majorem quam 64^{ta} videre non licebit: Spectator igitur majorem latitudinem habens Annulum nunquam cernet; Zonaque eft circa utrumque Polum, 43^{ta} fere lata, Annuli fpectaculo penitus privata. Et accedente Oculo propius ad Saturni Polum primus Satelles obtectus manet, deinde fecundus, atque ita porro, donec Oculo tandem promotum ad diftantiam unius gradûs à Polo, ne vel quintum amplius videt, niſi per refractionem illud fiat; nec, tempore hyemis, Solem, Lunam quamvis, nec quemvis Planetam, nec Cœleſte corpus quodvis Terricolis notum præter Fixas, & forte Cometam aliquem videbit.

Oculus in ipſo Saturni Æquatore, aut Zona prope illum, conſtitutus Stellâ nullas in Æquatore aut valde prope Æquatorem poſitas videt; & ideo nunquam Lunarum aliquam, obſtante ſc. Annulo: Ideoque tempore Æquinoctii in Æquatore degens Solem non videbit, neque alibi degens Annulum, quippe cujus neutra facies in

hoc casu illustratur. Quam lata autem sit Zona ista, per observationes in Tellure factas difficile est determinare, cum Annuli crassities exigua sit; illam *Hugenius* sexcenta milliaria *Germanica* efficere putat. Hanc ex Saturni superficie accuratè determinare facile erit, cum paulo plus quàm semidiametro supra eandem elevetur. Si Oculus extra Æquatorem positus intelligatur, spatium Coeli continens Stellas ab Annulo tectas diversæ erit magnitudinis & figuræ, pro diverso Oculi situ.

Per Anni Saturnii semissem, altera Annuli facies à Sole illustratur; unde qui istud hemisphærium incolunt cui hæc obvertitur, hoc est, qui æstatem habent, Annuli portionem, quæ supra Horizontem exstat, illustratam de die cernunt tenuiter lucentem (sicut nos Lunam præsentē Sole) si atmosphæra Saturno circumfundatur, & ad plagam versus quam est Polus depressus positam; de nocte verò ejus lumen fortius est, sicut & nostræ Lunæ absente Sole: Et ex maculis, ejus vel quies vel motus, hujusque velocitas definietur. Post Solis occasum Arcus hujus lucidi pars Orientalis umbrâ (nempe ipsius Saturni) inficitur, quæ, procedente nocte, paulatim ascendit, donec nocte mediâ ejus partem summam sive verticem occupat, unde paulatim versus occidentalem ejus partem movetur, prout Sol ad ortum vergit. Arcus hic lineam meridianam semper ostendet; planum enim ad Horizontem erectum, per Arcus verticem transiens, est in Meridiano. Si Oculi distantia ab Æquatore minor sit 52^{gr} , Annuli Arcum concavum æque ac convexum cernet, instar fornicis, hinc inde ab Horizonte assurgentem; infra quem, nempe inter Arcum lucidum & Horizontem, Cælum cernet Stellasque in regione ista. Si verò Oculus magis quam 52^{gr} , minus verò quàm 64^{gr} , ab Æquatore distet; partem cavam minime cernet, sed lucidum corpus quasi è solo assurgens, & Horizonti, instar auroræ, contiguum.

Per

Per alteram Anni Saturni semissem, cum nempe Sol ab Æquatore versus Polum inconspicuum declinat, hoc est, tempore hyemis, Oculi Annulum minimè videbit, quippe non illustratum eâ facie quæ Oculo obvertitur; sed hic partem Cœli, sydera quæ hæc contenta, ab Oculo tegit, ut superius dictum, seque hoc modo sensibilem reddet. Annuli autem umbra magis magisque versus Polum proximum protenditur, adeo ut Oculo ubivis intra spatium prædictum posito Sol, cum certam declinationem attingit, tegi videatur & Eclipsin pati ipso meridie, iterumque statim reteri. Postero die simile rursus contingit, sed Eclipsis paulò citius incipit & serius definit; & Tenebræ hæ meridiane quotidie diuturniores fiunt, (vel forsitan integro die durant) ad usque mediam hyemem, unde rursus decrescere incipiunt donec tandem nullæ fiant, cum Sol eandem rursus declinationem à Tropico rediens attingit, quam, illis primo ingruentibus, habuit. Atque hoc obtinebit si Oculi sit in latitudine majore quam 25^{gr} vel 26^{gr} : Si verò in minore latitudine collocatus fuerit Oculi spectatori, cum Tenebræ meridiane sunt maximè diuturnæ, subito sub ipsum meridiem Sol apparet rursusque statim absconditur, & postridie similis rursus Lux, sed paulò diuturnior, fiet; atque sic porro magis magisque diuturna erit Lux meridiana usque ad mediam hyemem: Et hinc rursus perpetuò brevior evadet donec penitus evanescat, Sole à Tropico hyemali reduce & declinationem attingente æqualem illi, quam habuerat cum primum Lux affulsit, quo tempore subito Tenebræ meridiane longissimæ rursus incipient, ut hætenus dictum minuendæ, Sole ad Æquatorem properante. Atque exhinc patet multo maximum esse Æstatis Hyemisque in Saturni globo discrimen, tum propter utriusque diuturnitatem, magnamque Solis declinationem ab Æquatore, tum propter Tenebras meridianas hyemales ab Annulo Solem tegente profectas.

PROPOSITIO VII.

Phænomena Oculo in Cometa aliquo posito visa describere.

Cometas ad Planetas primarios referimus, quippe qui in Orbium excentricitate ab illis præcipue differunt. Oculus in Cometa collocatus atmosphærâ maximâ & densissimâ sese involutum sentit, quæ in descensu ab Aphelio, præcipue postquam in minorum Planetarum regionem immergitur, crescit. Atmosphæra hæc tam densa est & turbida, ut chaos versus sui imum referat fere. Incertum est an Cometa in seipsum revolvatur; verisimile tamen est illum, aliorum magnorum Mundi corporum ritu, omnes sui facies versus Solem convertere, ut vapor copiosior inde elevetur. An vero conversio hæc sit super datum axem, difficile esset determinare. Si Nucleus convertitur, omnis atmosphæra, præcipue pars illa altior quæ in partes à Solè averfas protenditur, non una revolvitur ut in Telluris atmosphæra fit; Verum vapor iste, è Cometa exiens & caudam constituens, non tam Cometæ conjuncta (ut Telluris atmosphæra crassior Telluri) ejusque partem constituens, censenda est, quam corpus separatum, cujus particulæ singulæ seorsim, in spatio libero, motus suos (ipsius Cometæ instar) excernent.

Cùm cujusvis Cometæ iter circa Solem sit Ellipsis admodum excentrica, non est verisimile illorum similem esse in Universo usum atque ipsorum Planetarum, qui in Orbibus Soli proxime concentricis feruntur, quique rebus in eodem fere statu mansuris producendis & alendis destinati videntur, cui usui Cometæ neutiquam accommodati sunt, propter diversissimos caloris gradu quos subeunt. Si igitur conjecturæ locus sit, arbitramur Cometas restaurando Solis & Planetarum fluido inservire: Cum enim Sol immensam fluidi massam sub lucis forma exeuntem continuo deper-

deperdat, & Planetarum fluidum, perpetuâ serie, in solidum (vix in fluidum denuo rediens) mutetur, ut in Tellure nostra quotannis fieri deprehendimus; patet, aut Solis vires paulatim deperditum iri, Planetarumque fluidum defecturum, quod minime est verisimile, aut hæc stasis vicibus esse reficienda, Nullum vero tam aptum modum comminisci est proclive, quàm si Cometæ, ingentia spatia ætherea pervagantes, ponantur corpuscula lucem olim constituenta in ista spatia projecta, & quasi ibidem sparsa & deperdita, & vapores humidos pariter per attractionem (qualitatem corporibus omnibus ingentem & connatam) ad se allicere, & quasi recolligere; ut hos in caudas sursum elevatos (quæ & *Hippocratis Chii* fuit opinio ab *Aristotele Lib. 1. Cap. 6. Meteor.* consignata) Planetarum atmospheris immisceant, illa vero Soli, lucis fonti, restituant. Hinc primarii Planetæ augebuntur; unde Satellitis, si quis est, Orbita & Periodus contrahuntur (de quo phænomeno supra suo loco dictum) aliaque fiunt, quæ superius explicuimus cum Cometæ in præcedente Libro tractaremus.

Alius etiam erit quandoque Cometæ sive effectus sive usus. Si nempe Cometa prope Planetam transeat (ita ferentibus eorum Orbibus & motibus) hunc ita attrahet ut ejus Orbita immutetur, (mutatâ etiam, ex mutua actione, Cometæ Orbitâ;) unde Planetæ Periodus etiam mutabitur. Sed & Satellitem ita per attractionem deturbare poterit Cometa, ut, relicto suo Primario, ipse evadat Primarius circa Solem deinceps rotatus. Præterea mutationes multo maximas in ipso Planetæ globo producere poterit, non solum prolestando fluidum si quod sit, sed per alias etiam qualitates, si v. g. corpus tam vastum &, si ex Solis vicinia prodeat, ignitum Tellurem nostram è propinqua prætervehatur. Verum de hisce satis, præsertim cum ad nostrum institutum directe non spectent.

Come-

Cometarum Anni diversi sunt, pro magnitudine Axium majorum Orbitalium, quas circa Solem describunt; est nimirum (per Propp. XL. & XLII. Lib. I.) cujusvis Cometæ Annus ad Annum nostrum in sesquuplicata ratione Axis majoris Orbitalis Cometæ ad duplam distantiam mediocrem Solis à Terra. Solis diameter apparens, ejus discus, simulque Calor & Lux, in Cometa immenso mutata deprehenduntur, ut & Planetarum magnitudo apparens. Cæterum Cometæ incola Planetarum motus diversissimos experietur, prout, in illorum regionem immerfus, nunc omnes se superiores habet, nunc hos inferiores illos superiores; vel, extra hanc elatus, omnes inferiores cernit; quæ omnia in Cometa, cujus data est Orbita, ex præcedentibus definire licebit. Si ex. gr. Cometa in Aphelio ascendat ad distantiam à Sole sextuplo majorem quam est Saturni distantia, quod fiet si Cometæ Periodus sit circiter 150 nostrorum Annorum (posito illum in Perihelio ad Solem admodum appropinquare, ut in quibusdam fit,) Planetæ omnes propter Solis viciniam, Oculo in Cometa posito, tum fiunt inconspicui; ipse quippe Saturnus vix ultra 10^{gr} à Sole digredietur, & Solis diameter semissem scrupuli primi adæquabit. Oculo autem in Cometa, ejus Periodus est longe major, Planetæ in conspicui fiunt dum in altiore Orbitalis suæ parte versatur, quod per magnam Anni sui partem durat; nam Cometæ velocitas versus Aphelium parva admodum est respectu illius, quâ fertur cum circa Perihelium versatur. Si Cometæ Periodus sit nimis magna, id est si Cometæ distantia à Sole in Aphelio distantiam Saturni sæpius contineat, forte Fixarum Ordo è Cometa spectatus notabiliter diversus erit, in diversis itineris sui punctis: Vix tamen crediderim diversitatem hanc esse valde sensibilem; sed potius Cometarum etiam extimorum Orbes, ad Fixarum à Sole distantiam comparatos, parvos satis esse.

COROL-

COROLLARIUM.

Hinc patet Systema Planetarum circumsolarium, è Fixa spectatum, visum prorsus fugere, & in idem punctum lucidum confundi cum Sole, cujus diameter insensibilis fiet, si distincte spectetur & orbatus capillitio, quali Fixæ Terricolis cinctæ videntur. Nam cum Planetæ omnes è Cometa in Aphelio posito propter Solis viciniam videri nequeant; quanto magis ex tam immensa distantia, qualis est ea Fixarum, invisibiles redderentur? Posito enim Parallaxin magni Orbis (sive è Fixa visam semidiametrum magni Orbis) æqualem esse Parallaxi Solis è Terra visi (neque ullæ sunt observationes quæ majorem esse evincant) Solis diameter angulum, ad Fixam, quinque scrup. tertiorum vix subtendit, & Saturnus à Sole per bina scrupula prima nunquam elongabitur. Præterea Planetarum mutuatitium lumen à radiorum Solarium reflectione oriundum visui, nostro simili, in tam immensa distantia, movendo prorsus erit impar; & licet sensum moveret, Solis species in semidiametrum huic æqualem videretur se extendere, sicut corporibus quibuscvis lucidis contingit & speciatim Fixis è Terra spectatis; unde in idem lucidum corpus coalescerent quasi: Ideoque vicissim Planetæ circa Soles istos rotati observationem nostram effugiunt penitus. Dubium non est quin, Oculo in Fixa aliqua (aut Planeta circa illam revoluta) posito, reliquarum circumcirca Fixarum Ordo & Constellationum Figuræ diversa sint prorsus ab illis, quæ nos spectamus; quippe cui Sol noster Stella Fixa videtur.

Immensa autem ista sive Fixarum sive Solium distantia à se mutuo impedit quo minus immania hæc corpora in se invicem, Planetasque (si cum illis conferantur parvos) circa hosce Soles rotatos, vires suas attractices notabiliter excerceant, eorumque motus perturbent. Horum Sy-

stematum, nullo spatio conclusorum, numerus indefinitus in causa est cur non in unum coeant, sed à se mutuo discreta Dei Creatoris Omnipotentiam & Sapientiam Universo in perpetuum ostendant.

PROPOSITIO VIII.

Precipua Phenomena Fixarum, Solis, & Planetarum omnium, præter Terram, Oculo in Luna posito visa describere.

Cum Luna (ut Prop. LVI. Lib. IV. dictum est) in se ipsam volvatur, ab occasu in ortum, circa Axem plano Eclipticæ proxime normalem sibi que perpetuo parallelum, aquabiliter parique tempore quo Luna circa Terram, Mense sc. periodico; patet, Oculo in ejus superficie posito, Solem, Fixas, reliquaque omnia Lunæ haud conjuncta (hoc est Planetas omnes præter Tellurem) ab ortu in occasum videri rotari super Polos Eclipticæ quamproxime. Suntque Poli isti Fixis insignes; boreus quidem Stellâ quartæ magnitudinis post Draconis flexuram tertiam, tribus circiter gradibus à Polo distante; australis vero Stellis quatuor Xiphie piscis, quarum una est Polo vicinior quam nostra polaris arctica, sed adhuc insignior vicinâ Nubeculâ majore. Et quidem, sicut apud nos, motu hoc communi feruntur Stellæ omnes eodem tempore, nisi quatenus harum motus proprii, aut veri aut apparentes, illud paululum immutant. Et primo, Solis revolutio apparens, circa quiescentem ad sensum Lunam, longiore tempore peragitur, propter Lunam interim una cum Terra circa Solem in consequentia delatam; adeo ut Dies naturalis apud Lunem ejusdem sit durationis cum Mense nostro synodico, qui prius descriptam ejusdem Meridiani Lunaris revolutionem ad eandem Fixam diebus fere duobus è nostris excedit. Unde apud Lunam in integro Anno Sol duode-

duodecies tantum oritur, Fixæ verò decies & ter; five accuratius, in novemdecim Annis Sol oritur ducenties tricies quinquies, Fixæ verò ducenties quinquagies & quater: & oriens Sol integro fere Signo promotior est quàm pridie.

Dies hic naturalis Lunicularum, æqualiter in lucem & tenebras dividitur, quia Axis, circa quem Luna revolvitur, est ad planum itineris Lunæ circa Solem normalis fere; & præterea nullum est apud Lunam Crepusculum ante Solis ortum vel post ejus occasum; nempe quod fieri non potest (ut Proop. VIII. Lib. II. ostensum est) absque circumfusa Lunæ Atmosphæra, qualis nulla datur. Unde Sol Lunicolis per medium fere inter Polos motus primi circulum perpetuo incedere videtur.

Quamvis Solis via, è Luna inter Fixas visa, fit eadem proxime cum ejusdem via è Tellure visa, & omnium Planetarum eadem proxime loca è Luna atque è Terra; è Luna tamen, extra Nodos posita, accuratiori Observatori videbitur Sol ab Ecliptica ad latus oppositum deviare, & lumen suum ultra Polum subjectum Cœlesti illi, versus quem declinat, protendet, Polumque alterum in tenebris relinquit. Sed restituuntur hæc omnia intra Diei Lunaris semissem, cum Luna ad Nodum suum simulque Eclipticæ planum redit, postea ad alteras Eclipticæ partes excursura, similiaque Phænomena ad alterum Polum per reliquam Diei semissem habitura.

Præter inæqualitates omnes in Planetarum motibus è Terra visas, quas in Luna simul cum Tellure delata etiam obtinere necesse est, sunt & aliæ Lunæ peculiæ, quarum præcipuæ sunt hæc. Quando incolis in meditullio hemisphærii Lunæ à Terra averfi dies est, Sol tarde sub Fixis progredi videtur; tardissime verò ipso meridie: nocte verò celeriter sub Fixis progressum fuisse postero die deprehenditur. Et è contra, degenti in meditullio he-

2891b

Qq 2

misphæ-

hemisphærii Lunaris Terræ subjacentis, Sol de die celeriter sub Fixis in ortum promoveri videbitur; celerrime ipso meridie: nocte verò Sol tarde progreditur sub Fixis; tardissime mediâ nocte. Eademque vera sunt de Venere & Mercurio, quippe prope Solem perpetuo hærentibus, & etiam de Marte Soli conjuncto, licet ob nimiam ejus tum temporis à Luna distantiam minus sint notabilia; insensibilia verò prorsus sunt in Jove & Saturno ad partes versus Solem positis. Quòd si superiorum aliquis è Luna visus Soli opponatur, quo casu retrogradus est, degenti in medietate hemisphærii à Terra averfi, solito magis retrogradus nocte videbitur, die solito minus; atque omnium minime vel maxime ipso meridie, mediâve nocte. Similiterque degenti in Lunæ regione, cui Tellus imminere cernitur, Planeta Soli oppositus omnium minime retrogradus videbitur nocte mediâ, omniumque maxime meridie. Atque hæc in Marte duplo sunt sensibilia quàm in Sole: In Jove autem aut Saturno evanescunt fere hæc differentia. Similiter Planeta aliquis, qui è Terra stationarius apparet, si è Luna Telluri sit oppositus, retrogradus videbitur; Telluri verò conjunctis è contra directus apparebit; quod in Venere maxime erit sensibile.

Astronomus in Luna constitutus, & motus domicilii sui circa Terram, Terræque circa Solem ignarus, in cujusvis Planetæ Theoria condenda, Epicyclis omnibus ab Astronomo Terrestri excogitatis Epicyclum novum, vel Epicyclo-Epicyclum, superaddet, quo inæqualitates supra memoratas explicet. *Ex. gr.* Excentrico Solis circa Terram descripto à Terricola adhibito (etenim Terricola, admissio circulo Excentrico, Epicyclo non indiget ad Solis motum explicandum) superinducet Epicyclum, Solemque in hoc ponet diei suæ spatio circumrotari, dum interim Epicycli centrum in Excentrico motu annuo defertur: Sic enim fiet ut Solis inæqualitas diurna ab Astronomo Lunari observata explicetur, si, dum incolæ Lunari qui Terræ

directe

directe subjicitur nox est, Solem in inferiori Epicycli parte, & dum eidem dies est, in superiori versari ponat. Sic Excentrico Martis circa Terram disposito ejusque Epicyclo à Terricola excogitatis, quibus Martis motus è quiescente Tellure apparens explicatur, superinducet Lunaris noster alterum Epicyclum in prioris Epicycli circumferentia delatum, spatio Nychthemeri à Marte percurrendum. Estque hic modus unicus, quo Astronomiam suam condere possit motus suæ sedis ignarus & illius quietis vindex: nempe circulum à se suoque domicilio revera percursum in Coelum, inverso situ, transferendo, motumque in eo pari tempore factum supponendo; & quidem verâ ejus magnitudinē retentâ, si distantia vera innotescat; si autem hæc lateat (& nulla supersunt media, quibus in hac quiescentis Lunæ hypothesei dignosci possit) tantæ saltem magnitudinis ponitur Epicyclus, ut ex Observatoris loco æqualis magnitudinis videatur, ac ex eadem distantia videretur ejusdem loci vera Orbita. Sin Incola hemisphærii Lunæ, cui Terrâ imminet, motus sui domicili circa Terram Terræque circa Solem gnarus ponatur, & observationes instituere possit æque accuratas ac quæ à Terriculis fiunt; poterit hic Solis, Planetarumque Systematis Solaris, Magnitudines & Distantias mutuas cum suarum rerum magnitudinibus & distantis exacte satis comparare. Nam suæ sedis Diametrum metiri poterit, similiter atque nos Telluris nostræ. Porro, Telluris Distantiam facile cum Lunæ Diametro comparabit; nam Lunæ Diameter subten- dit angulum satis sensibilem ad Tellurem, nempe gradus semisse expressum: Atque Diametrum Orbis sui circa Terram tanquam scalem adhibebit, quâ reliquorum corporum mundanorum Distantias exquirat. Hæc enim subten- dit angulum ad Solem gradus triente expressum, positâ parallaxi Solis è Terra visi 10' tantum; qui verò ad Martem Soli oppositum ad gradus fere bessẽ ascendit, & ad

Venerem Soli conjunctam & retrogradam sesquiquintum gradum excedit. Porro, Lunicola iisdem modis exquirat rationes inter Planetarum primariorum Distantias à Sole, quibus Terricola; notis verò Distantiis, ex Planetarum Diametris apparentibus illorum Magnitudines eruet.

PROPOSITIO IX.

Præcipua Telluris Phenomena Oculo in Luna collocato visa describere.

IN Luna duo sunt Hemispharia omninò diversa, immo contraria, respectu Phenomenon, de quibus Propositione hac agitur. In altero enim Lunæ Hemisphærio Terram perpetuò vident, in altero nunquam; nisi quòd prope horum limites tractus sit, cujus incolis Terra nunc paululum supra Horizontem assurgat, nunc, retrogressa quasi, sub eundem rursus subsidat. In Hemisphærio unde Tellus videtur, hæc in eodem Cœli puncto quasi clavo affixa cernitur, (præterquam quòd inde paululum in hanc vel illam partem moveri, & ad locum priorem motu libratorio redire cernatur,) dum interim spatium Nychthemeri Sol & reliqua Sydera ad illam ab Oriente appellunt, inde postea ad Occidentem transferenda. Et appellens Sydus prope Telluris in æthere pendentis marginem non exstinguitur subitò, sed paulatim caligine quasi offuscatur, & tandem post terram se recipiens Lunicolæ videri definit; quod ab Atmosphæra Terræ circumfusa procedit, per quam sc. Syderis radii ad Oculum propagati suffocantur fere. Porro, dicti Hemisphærii Lunaris incolarum quibusdam Terra perpetuò supra caput defixa videbitur; atque hi sunt qui dicti Hemisphærii medietullum occupant: quibusdam verò Septentrionem, aliis ad austrum, quibusdam ad Orientem, aliis ad Occidentem videbitur declinare, minus aut

aut magis prout habitatio à meditullio in hanc vel illam plagam minus aut magis distat ; donec tandem limitis prædicti , bina Luna Hemisphæria dirimentis , incolis Tellus in Horizonte appareat , alterâ ejus medietate montis igniti instar exstante : Qui verò in Lunæ circulo habitant , qui per Polos dictique Hemisphærii meditullium transit , Tellurem in Meridiano semper habent.

Cernunt & Geoscopi hi Tellurem quindecuplo majore Orbe quàm nos Lunam , in loco suo quiescentem , sed circa Axem suum interea rotatam , & maculas (quas ruditer in quasdam figuras distribuent , ut fulgur faciem hominis in Orbe Lunæ imaginatur) ab ortu in occasum ferri videbunt , inque situm redire priorem , parte circiter vigesimâ nonâ Nychthemeri. *Keplerus* ex ista revolutione *Volvæ* nomen Telluri ab illis inditum fingit in *Astronomia Lunari* ; cum illi proculdubio sedem suam *Vestam* habeant loco non movendam , & g'obum nostrum in æthere pendulum inter Astra numerent , quem proinde alio nomine quàm Telluris insigniunt : istius igitur Hemisphærii , *Volvæ* subjecti , incolas appellat *Subvolvæ* & *Subvolvænos* , alterius verò , qui ejus spectacu'o privantur , *Privolvæ* ; quæ nomina & nos etiam in posterum usurpabimus. Præter prædictam *Volvæ* revolutionem , est & altera quasi ejusdem nutatio , quâ nunc sui Polum borealem Lunicolis ostendit , nunc australem , idque unius Diei spatio. Nam cum arcus Sagittarii ad *Volvam* per motum primum appellit , videbunt Lunicolæ (in præsertim qui ad boream sunt) *Volvæ* Polum septentrionalem , & maculas partesque lucidiores circa hanc positas , quæ per aliquot *Volvæ* revolutiones post *Volvam* se non recipient , dum interim quæ ad ejus Polum australem posita sunt notæ in conspectum non veniunt : Post elapsam Nychthemeri semissem , Castore ad *Volvam* revoluta , latebunt septentrionales *Volvæ* notæ & australes in conspectum prodibunt.

Volva

Volvæ hæc Lunicolis similiter crescit decrescitque, similibusque Phasibus, & propter easdem rationes, atque nobis Luna; sed & eadem Phasium Periodus, quam nos Menssem, illi Diem naturalem appellant. Illis quibus Volva in Meridiano videtur Novivolvium est ipso Meridie, prima Quadra vespere, Plenivolvium mediâ Nocte, & ultima Quadra manè. Qui sub altero quovis Meridiano degunt à Meridiano prædicto (qui præcipuus est, & propter situm *Circulus Medivolvannus* Lunicolis post *Keplerum* nominandus) in ortum vel occasum distante, idem habent cujusque Phaseos momentum diverso Horarum numero insignitum, secundum Meridiani sui distantiam à Medivolvano circulo, & Horarum numerum in quas Diem dispefcunt; ideoque Phases Volvæ Horas notant, cui proposito distantia Solis à Volva, de Die observata, etiam infervit. Unde Volva hæc Horologii omnibus Subvolvannis expositi vices gerit: Etenim ex Phasium suarum diversitate, ex Solis Fixarumque ad illam appulsu, ex Poli quem ostendit nomine, ex Macularum denique suarum celeri motu; (nam Volvæ partes notabiles, Montes nostri, Lacus, Insulæ, Maria &c. etiam citra illustrationem immediatam à Sole, in conspectum veniunt, præsertim paulò ante vel post Novivolvium, sicut nobis Lunæ partes ante & post Novilunium, licet cæteris paribus non tam clare, propter minorem illustrationem per reflectionem à minore Luna factam, quam à majore Terra;) Diem Noctemque (longissimas quidem eas) in partes satis multas commodè dividit. Sed & hæc eadem Volva Anni partes ostendit satis luculenter modo sequenti: Cum tempore Æstatis Europæ incolis, Polus Telluris arcticus annuat ad Solem, & integra Zona frigida arctica à Sole per plures die illustrata maneat, sitque Tellus nostra Lunicolarum Volva cujus Polus iste, magnæque circumcirca regio, aliquâ cujusvis Nychthemeri parte videtur; patet, cum maxima regio

regio Volvæ circa ejus Polum arcticum jacens illustrata Lunicolæ videtur, tunc Solem è Luna visum iri ad constellationem Geminorum, eamque esse Anni tempestatem quàm borealis hemisphærii Terræ incolæ Æstatem dicunt, & in hoc casu Lunicolæ nostræ Telluris aridam, & circumfluum mare, circum Polum boreum jacentia clare videbunt, quæ nos adhuc ignoramus. Post Anni quadrantem Solis illustrationem ad utrumque Volvæ Polum terminatam cernet; elapso alio Anni quadrante, regiones Volvæ antarctico Polo subjectas, nobis penitus ignotas, à Sole illustratas videbit; & post alterum quadrantem, illustratio ad utrumque polum iterum pertinet. Anni tempestates etiam distinguet pro diversa claritate qua *Scania* & *Scythia*, e. g. apparent; quippe quæ proculdubio, cæteris paribus, major erit hyeme, cum nive obducitur, quàm æstate: Atque hæc claritatis differentia magis erit conspicua in mari, quod Volvæ Polo vicinum est; quippe quod æstate nostrâ maculam refert, hyeme partes lucidissimas claritate adæquat.

Lunicolis contingunt Solis & Volvæ Eclipses, sicut Terricolis Solis & Lunæ, & iisdem temporibus, non sine aliquo tamen discrimine. Nam sicut nobis Lunæ Eclipsis contingit tempore Plenilunii, ita illis Volvæ Eclipsis tempore Plenivolii; & sicut nobis Sol videtur deficere tempore Novilunii, ita illis tempore Novivolvi: Sed licet Terricolis Luna tota deficere videatur, Lunicolis Volva Defectum totalem nunquam patitur; transit etenim, ipsis spectantibus, per Volvæ discum ab ortu ad occasum macula quædam parva & rubicunda ipsas Volvæ nativas maculas velocitate præveniens; quandoque per disci centrum, quando quatuor ex horis nostris in transitu insumit; sæpius præter illud, quando spectaculum minus est diuturnum.

Solaris Deliquii causa est ipsis Volva, plane ut nobis nostra Luna; & quando nobis deficit Luna, Lunicolis
Gregori Astr. Tom. II. R r partis

partis deficientis incolis deficit totus Sol : sæpius vero fit ut Lunicola (præsertim prope limites Subvolvarum & Privolvarum degens) partialem Solis Defectum videat , cum nobis Luna pleno orbe apparet , Telluris penumbrâ Lunæ lumen sensibilibiter non extinguente. Similiterque fit ut cuidam Terræ tractui Sol ex parte deficere videatur , cum interim Lunicola Volvam nihil pati cernat : Quando verò nobis est Lunæ Defectus totalis , Sol omnibus Lunicolis plane deficit. Cum Volvæ diameter quadruplo major fit Solis diametro , Sol plene à Volva tegetur & diu , quod nobis per Lunam fieri nequit ; immo totalis erit & etiam diuturnus Solis Defectus , quando non est centralis. Incolæ hemisphærii Lunæ , cui Volva imminet , crebriores Luminarium Eclipses vident quam incolæ dati hemisphærii Telluris nostræ ; Subvolvani enim soli omnes Eclipses vident , Privolvæ nullas , cum magna pars Eclipsium Terricolis visarum ad oppositum hemisphærium transeat. Eclipsis Solis totalis prius descripta Lunicolis licet frequens , non potest non esse admodum notabilis ; hoc namque solo tempore lumine penitus destituuntur Subvolvani : Superius enim ostensum est Medivolvani primam esse quadram ad Solis occasum , ultimamque ad Solis ortum ; unde totâ nocte fulgens Volva , quindecies illis major quàm nobis nostra Luna , tenebras potenter discutit. In Solis autem Defectu totali Sol simul & Volva extinguuntur , & meræ sunt tenebræ. At huic incommodo sua sunt remedia ; nam Solis radii , in circumfusa Volvæ atmosphæra refracti , efficiunt ut ipsum corpus Solis ampliatum , & quasi majore diametro , colore tamen ad oras (quæ solæ videntur) ferrugineo , cernatur à Lunicolis radios hosce refractos excipientibus ; unde tenebræ totales vix ingruunt , nisi cum Solis Eclipsis proxime centralis contingit , idque non nisi parvo tempore circa Eclipses medium. Si verò contingat mon-

tem

tem altissimum , extra Volvæ atmosphæram fere exstantem , in margine Volvæ reperiri ; ille , in quem montis istius umbra incidit , Solis lumen penitus amittet , nec refractionis radiorum Solarium , ad Volvæ atmosphæram factæ , beneficio fruitur : quique eminus Volvæ umbram in Lunæ discum exceptam cernit , maculam nigerrimam isto in loco videbit. Ex altera parte , nulla est hic tenebrarum in Solis Eclipsi imminutio propter illustratam Spectatoris atmosphæram , quippe nullam.

Porro , tempore Defectûs Solis , Lumen utrinque acuminatum ab utroque Solis latere secundum Eclipticam protensum (de quo Schol. Prop. VIII. Lib. II. dictum est) clare à Lunicola videbitur , si corpusculorum congeries lentiformis illud producens tum existat : immo Lumen hocce etiam extra Eclipsin cernetur si Sol ab Oculo arceatur per interpositum aliquod corpus opacum ; Oculus namque in Luna positus non afficitur radiis ob ambiente illustrata atmosphæra reflexis , cùm nulla Lunam ambiat , quod exinde verisimile est , quod illa tam præcisè circumscripta videatur , nec ad extremas oras evanida ac velut lanugine finita ; quodque Stellæ margini ejus propinquæ minime sint offuscatae , sed , donec penitus tegantur , vividæ & fulgentes, Propter ipsam hanc atmosphærae absentiam , nullum erit Lunicolis Crepusculum , ante Solis (saltem splendentis atmosphærae Solaris) ortum , aut post ejus occasum ; cessante nimirum causâ , quæ illud apud Terram producit : porro nulla Syderibus Refractio continget , neque hinc orta locorum mutatio.

Haftenus supposuimus Volvam Luniculis immotam in Coelo stare , quia revera fere sic fit : At motum quandam habet libratorium , quo cuilibet Lunicolæ nunc nonnihil in hanc partem , nunc , in locum priorem reversa , in oppositam postea moveri videtur. Motus autem hic Volvæ libratorius

Rr 2

Vel

Vel enim Vola in austrum & boream super eodem latitudinis circulo librari videtur ; vel in ortum & occasum super Eclipticam. Supponamus Solem & Volvam Lunicolis centraliter conjungi cum Sol in ipsa Ecliptica videtur, five rectam, Solis & Volvæ centra jungentem, productam per Lunæ centrum transire, hoc est, Terricolis Lunam Soli opponi cum in Nodorum altero, puta descendente, versatur ; in quo casu Sol centraliter deficit Lunicolis, ut superius explicatum. Post Defectum, Sol motu communi in occasum fertur, dum interim Volva in boream declinare videbitur, & Declinatio hæc erit maxima elapso Nychthemeri Lunaribus fere quadrante, *sc.* 5^{gr} circiter, quando regio polaris Privolvarum 5^{gr} ultra Polum boreum in Volvæ conspectum veniet, & æqualis regio Subvolvarum ad Polum australem in Privolvarum statum reducetur, ex quo tempore Volva in suos passus regressa ad Eclipticam revertetur, temporis spatio aliquantum minore quàm est Nychthemeri Lunaribus *semissis*. Postea versus austrum tantundem excurreret, & australis Poli incolas ex Privolvis Subvolvanos efficiet, & è contra ad boream ; & ante Nychthemeron absolutum ad Eclipticam secundo revertetur. Integra hæc Volvæ Libratio in boream & austrum perficitur spatio temporis, non tantum Nychthemero minore, sed etiam minore illo, quo Fixæ à Meridiano aliquo Lunari digressæ ad eundem, per motum primum, revolvuntur ; atque Volva, ad Eclipticam secundo regressa, conjuncta deprehendetur cum Fixis magis Occidentalibus quàm sunt illæ cum quibus conjungebatur tempore Defectus Solaris, à quo computationem inchoavimus. Post aliam integram hujusmodi Librationem perfectam, cum Fixis adhuc Occidentalioribus conjungetur, atque sic porro, ita ut, non nisi post novemdecim fere annos, Volva in Ecliptica & ad boream librando declinata cum iisdem rursus Fixis deprehendatur.

Ex

Ex diversa magnitudine periodi Librationis Volvæ in latitudinem & Nychthemeri fit, quod elapso Nychthemeri semisse post Eclipsin Solis centalem, nulla Lunicolis eveniat Volvæ Eclipsis. Nam promotio Sole ad oppositionem cum Volva (hoc est, in Plenivolvio, in quo solo dicta Eclipsis contingere potest) Volva modo Eclipticam transgressa (nam aliquanto prius illam attigerat quàm Sol Volvæ opponeretur) in austrum eousque librando processit, ut Lunæ umbram effugiat. Volvæ quidem incola Solis Eclipsin tum videbit, si versus Polum ejus boreum degat; at non totalem, in quo solo casu Volva Lunicolæ apparet deficere. Similiter in Novivolvio insequente Plenivolvium centraliter Eclipticum, Luna Volvæ umbram effugiet.

Volva Lunicolis minutiora observantibus, nunc major videtur nunc minor, atque tota hæc varietas spatio fere Nychthemeri Lunaris absolvitur; accuratius vero spatio quo Fixæ ad eundem Meridianum revertuntur. Ponamus Lunicolæ Volvam diametro minimâ apparere quando in prædicto latitudinis circulo, supra quem in boream & austrum libratur, apparet. Auctâ paulatim Volvæ diametro, ipsa Volva ad occasum à prædicto circulo deviabit per Nychthemeri quadrantem fere, per sequentem quadrantem ad eundem reversura, ubi Volvæ diameter videbitur maxima; unde rursus in ortum deviabit, ejusque diameter apparens minuetur, integramque Librationem revertendo ad Eclipticam (quando rursus minima videbitur) perficiet in una Fixarum revolutione. Deviatio hæc, cum maxima, erit circiter 5^{gr} ; tantundemque circulus limitum, dividens Subvolvanos à Privolvis, nunc in Occidentem promovebitur relicto Oriente, nunc in Orientem relicto Occidente, sicut per priorem in boream & austrum. Atque Volva, post perfectam integram Librationem hanc in longitudinem, ad primum istum suum latitudinis circulum,

medium nempe inter extremos quos librando attingit , reversa (quo temporis spatio ex minima fit maxima , & rursus ad priorem speciem minimam redit) conjuncta videbitur cum Fixis magis orientalibus , quam sunt illæ quibuscum jungi videbatur cum prius in eodem appareret : atque rursus post sequentem ad orientiores ; & ita porro , donec post novem ferè annos Volva & minima & iisdem Fixis conjuncta videatur , & in proprio circulo latitudinis , inde ad occasum mox liberando digressura. Verum natura harum Librationum sibi ipsi perpetuo æqualis deprehenditur , sed Libratio in latitudinem maxima est diebus , qui ab Eclipsibus remotissimi sunt : & Libratio in longitudinem maxima est , cum Volva in syzygia Solis maxima apparet vel minima ; minima verò , cum Volva maxima vel minima est in Solis quadrato.

PROPOSITIO X.

Phænomena præcipua Oculo in Jove aut Saturni Satellitum aliquo posito visa describere.

Phænomena Solis aliorumque Planetarum primariorum , præter suum , ex Jovis aut Saturni Satellite aliquo visa , similia erunt eorundem phænomenis ex Luna nostra visis , si Satellites isti hujus instar , rotantur circa proprios Axes ; nimirum quisque super Axem ad planum Orbis Primarii circa Solem proxime perpendicularem , & periodo æquali periodo dicti Satellitis circa suum Primarium , ut verisimile est. Advertendum interim , quod licet ex Jove nullus cernatur primarius Planeta præter Saturnum , & ex Saturno nullus præter Jovem , tamen ex Jovis Satellitum aliquo omnes conspici poterunt. Ideò namque Martem , Marteque inferiores è Jove conspici posse negavimus , quod Jovi circumfusam supponamus atmosphæram nostræ

nostræ atmosphæræ similem, ex cujus illustratione per Solem fiat, quod Planetæ Soli propiores quam 20^{gr} visum non afficiant. At si istorum Primariorum Satellites Telluris Satelliti similes ponamus, carebunt & illi atmosphærâ, quâ nostram Lunam destitui diximus: igitur & Soli fatis propinquos Planctas cernet Oculus in eorum aliquo positus, nisi impediat Solis atmosphæra splendens; ipse verò Mercurius è Saturno visus ad distantiam 3^{gr} à Sole elongatus quandoque videbitur. Cumque Solis semidiameter apparens è Saturno fit circiter $90''$, patet Mercurium extra atmosphæræ istius limites à Sole evagari; & proinde tum videri posse Oculo, cui non obstat atmosphæra sibi circumfusa, hoc est, ab Oculo in Satellite Saturni posito, cui Mercurius magis adhuc (licet admodum parum) à Sole elongatus videbitur quàm ipsi Saturno. Phænomena porro Jovis ex Jovis Satellite, Saturnive ex ejus Comite, visa similia erunt nostræ Terræ phænomenis è Luna visis, nec nisi in Digressionum & Librationum mensuris differunt: *ex gr.* Subvolvanis cujusvis è Jovis Satellitibus Volva non videtur librare in austrum vel boream ab Ecliptica per 3^{gr} ; cùm tamen Libratio Volvæ in latitudinem è Saturni Satellite visa, ad plusquam 30^{gr} extendatur. Sed tam in hisce quàm in illis, Libratio in longitudinem aut nulla est aut insensibilis, si quidem Orbitæ Satellitum Jovis & Saturni sint proxime circulares.

Quæ incolæ alicujus è dictis Satellitibus apparent phænomena, à phænomenis in nostra Luna apparentibus maxime diversa, ea sunt quæ reliqui sui Primarii Comites ostendunt. Nam si quis sit Comes Volvæ propior quàm est is in quo Oculus collocatur, hinc unquam Volvæ oppositus cernetur; sed prope illam perpetuo hærens, Penduli instar libratus, nunc in Occidentem, nunc in Orientem digreditur à Volva, describens maximi circuli arcum, quem

quem Volva bifecat; & si plures tales fuerint, hic in minorem arcum hinc inde excurrit, ille in majorem, atque hi mediis Subvolvanis nunquam occidunt, mediis Privolvis nunquam oriuntur. Quibus verò Volva est paulò infra Horizontem ortivum aut occiduum, isti in ortu vel occasu assurgentes versus Meridianum rursus in suos passus regressi in eodem loco occidunt. Si quis sit Volvæ Comes, ab ipsa remotior eo in quo ponitur Oculus, hic Privolvis semel in Nychthemero videtur, mediis Privolvis & Subvolvanis oritur occiditque lentissime, & ad Meridianum perveniens, his celerius in occasum vergere videtur, illis tardius; unde judicium fiet de incolis interjectis. Interim horum Volvæ Comitum quivis Solem deficere facit; & ipse vicissim deficit, vel dum in Volvæ umbram incurrit, vel dum in Satellitis Oculi sedis umbram, vel dum in alterius è Comitibus umbram incidit: Verum Defectuum istorum variorum symptomata & tempora, aliaque quam plurima quæ huc congeri poterunt, cuiusvis proclive erit invenire.

COROLLARIUM.

Ex præcedentibus decem Propositionibus sequitur Astronomiam esse omnium simplicissimam Oculo in Sole constituto. Si enim in centro locatur, Systema verum ab apparente non differt: si in superficiem elevetur, etiam Planetarum sex primariorum Distantias à suo domicilio cum mensuris suis comparare valebit, & inde eorum pariter ac Comitum Magnitudines definire. Falso quidem omnia ab ortu in occasum ferre censebit; at domicilium suum, circa eundem axem, in plagam oppositam rotatum supponat, eum unicus hic & simplex motus ab apparente ad verum Systema reducet.

Oculo in aliquo sex Primariorum constituto Astronomia magis est composita difficiliusque condenda; duplex quippe
motus.

motus domicilio suo (refragantibus sensibus) est tribuendus, ut verum Systema eruatur, utque proportio Orbium Planetariorum inter se innotescat. Ad hoc omnium ineptissimus est Mercurius, cum nullum Comitem habeat unde cujusvis Cœlestis corporis opacitatem certo concludat; nullum se inferiorem Primarium, quo alicujus saltem revolutionem circa Solem ex ejus Phasibus percipiat. Mars & Venus comitibus caret, inferiores obtinent; & ideo minus inepti quàm Mercurius; minus etiam apti quàm Tellus, quæ utroque commodo gaudet. Jupiter Comitibus licet abundet, inferiorem non cernit, nisi viciniorem Soli distinguere valeat quàm Terricola: Saturnus è contra nullum superiorem, unicum inferiorem agnoscit. Ideoque nullus è Planetis primariis tot, à varietate casuum, subsidia habet ad genuinum Systema Solare detegendum, indeque proportionem Orbium Planetariorum inveniendam, atque Tellus.

At detecto Systemate, Planetarum Magnitudines Distantiæque ægre admodum parumque accurate cum mensuris sibi notis à cujusvis Primarii incolis comparabuntur. Ad hoc opus omnium aptissimus videtur Jupiter, tum Venus, Saturnus, Mercurius, & omnium ineptissimus Mars: Quis locus autem in hoc negotio Telluri sit tribuendus incertum est, cum angulus ad Solem, quem Telluris diameter subtendit, hætenus ex analogia potius quàm ex observatione æstimatus sit. Magnitudo Systematis Solaris olim forsitan ex Cometarum observationibus primo patebit: Si enim, per aliquam ex methodis Lib. II vel III. traditis, innotescat distantia Cometæ prope Terram trajicientis, cujus Orbita positione & magnitudine ex Lib. v. datur, invenietur magnitudo Orbitæ cujusvis Planetæ aut Cometæ, cujus nota est Periodus.

Oculo in secundariorum Planetarum aliquo collocato Astronomia intricatior est & difficilior. Ad hanc enim secundum apparentias condendam opus erit primo Mobili

Cœlestia omnia spatio Nychthemeri ab ortu in occasum rapiente : Sed nec hoc satis erit ; nam Volva isti primo Mobili non obtemperat , Cœlestis licet sit ; & in Jovis vel Saturni Satellite , Cœlestium (Volvâ inferiorum) aliqua per primum Mobile circumaguntur , aliqua non item. Porro , ad secundos motus demonstrandos adhibere oportet Deferentes , Epycyclos & Epicyclo-Epicyclos , & hos omnes mutare sapius necesse habebit Astronomus ; unde illi Systema maxime compositum erit , & calculus intricatissimus. At Geographiam & Navigationem feliciter excercebit : præterquam enim quod omnia ex Geometria petita subsidia adhibere , quodque Latitudinem loci cujusvis similiter exquirere possit atque nos nostrorum , Longitudinem à Meridiano immotæ Volvæ subjecto computabit , & Distantiam Meridiani cujusvis loci , in Subvolvarum hemisphærio , à primo Meridiano immediate observabit ; quod in Planeta primario æque bene non procedit , nempe cui nihil immotum in Cœlis est præter Polos primi motûs. Hæc omnium accuratissime in Jovis Satellitum aliquo sunt , cui *sc.* Volva fere immota manet ; minime accurate in Lunâ nostra , cui Volva non tantum in latitudinem libratur (ut incolis Lunarum Saturniarum contingit) sed etiam in longitudinem ; adeo ut ad Longitudinem loci Lunaræ ex Volvæ observatione deducendam opus sit theoriâ Librationis Volvæ. Porro , per observationes in diversis domiciliis sui locis eodem momento factas , Volvæ aliorumque Volvæ Comitum Distantiæ elicientur , quæ ægre aliter (nisi forte ex valde diversa Magnitudine apparente horum Comitum) constarent , unde Comitum motus circa Volvam elucescet ; eritque hic primus gradus ad veri Systematis cognitionem. Nam Phasium varietas , quæ hujusmodi motum Veneris & Mercurii circa Solem Terricolis detexit , locum hic non habet.

Si tandem Satellitis alicujus incola domiciliis sui circa Volvam , & Volvæ circa Solem motum agnoscat , sedem
obtinet

obtinet Astronomiæ colendæ accommodatissimam : Nam, præter Geographiam accuratissimam Astronomiæ admodum necessariam, propter Atmosphæræ absentiam nubes aut nebulae observationes nunquam impediunt, Sydera interdiu æque ac noctu, Planetasque omnes etiam Soli propinquos observare poterit ; ideoque, si qui sint, Mercurio inferiores nobis invisos videbit, & Astronomiam in tantum augebit. Præterea Sydera absque Refractione (quippe facta in Atmosphæra Observatori circumdata) observabit ; hæc verò sola Terricolarum observationes adeo turbat, ut de minutioribus angulis capiendis pene desperatum sit. Porro, Volva in loco suo rotata Horologii omnibus Subvolvans spectandi vices gerit, & hujus ope observationum momenta commode notantur. Omnium Satellitum maxime commoda in hunc usum videtur Luna Telluris comes : Nam ejus Astronomia appa-rens (qualem esse nascentem omnem Astronomiam necesse est, nisi verum Systema divinitus innotuerit) minime composita aut perturbata erit, quia alius nullus Comes Tellurem ambit ; unde facilius ad verum Systema perveniet. Et licet diameter Orbitæ extimi Satellitis Jovis aut Saturni subtendat angulum ad Solem fere æqualem illi, quem subtendit diameter Orbitæ Lunaris, adeoque Distantia Solis à Jove Saturno, per observationes in horum Satellitibus extimis institutas, fere tam exacte definiri queat, atque ejus Distantia à Tellure per observationes in Luna factas ; tamen cum Solis Distantia innotescat ex nota cujusvis Planetæ primarii Distantia, Satellitis Jovis incola sibi proximum Primarium, nempe Martem Soli junctum & retrogradum, ad di&am inquisitionem eliget, sicut nos Venerem similiter positam : Angulus autem, quem diameter Orbitæ Lunaris subtendit ad Venerem Telluri proximam, fere triplo major est angulo, quem diameter Orbitæ extimi Satellitum Jovis subtendit ad Martem Jovi proximi.

F I N I S.

COMETOGRAPHIA
APPENDIX
A D
ASTRONOMIÆ
PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ
ELEMENTA
DAVIDIS GREGORII.
CONTINENS

- I. COMETOGRAPHIAM HALLEIANAM
excerptam ex *Transactionibus Philosophicis anni 1705.*
Mens. Martij, Numº. 297.
- II. Brevem HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM TRACTATUM ab EDITORE
Conscriptum.

APPENDIX

A D

ASTRONOMIE

PHYSICÆ ET GEOMETRICÆ

ELEMENTA

DAVIDIS GREGORII

COMPTON

I. COSMOGRAPHIAM HALLIANAM

scriptam a Theophrasto Halicarnassensi

Abbas. M. D. C. C. C.

II. CHRONOLOGICORUM SCIENTIARUM

TRACTATUM A EDITORE

Compositum

COMETOGRAPHIA

feu

*Astronomia Cometica Synopsis, Autore Edmundo Halleio
apud Oxonienses Geometria Professore Saviliano, &
Reg. Soc. S.*

Veteres *Aegyptii & Chaldaei*, siqua fides *Diodoro Siculo*, longa observationum serie instructi, Cometarum *ἑπιτολὰς* prænuntiare valuerunt. Cum autem iisdem artibus etiam Terræ-motus ac tempestates prævidisse dicantur, extra dubium est Astrologiæ potius calculo fatidico, quam Astronomicis motuum Theoriis eorum de his rebus scientiam referendam esse. Ac vix alia à Græcis utriusque populi victoribus reperta est apud eos doctrina; adeo ut eam, quam nunc eousque proveximus Astronomiam, Græcis ipsis, præsertim magno *Hipparcho*, uti inventoribus, acceptam debeamus. Apud hos vero *Aristotelis* sententia, qui Cometas nihil aliud esse voluit quam Vapores sublunares vel etiam Meteora aerea, tantum effecit, ut hæc Astronomicæ scientiæ pars longe subtilissima, omnino neglecta manserit, cum nemini operæ pretium visum fuerit, vagas & incertas fluitantium in æthere vaporum semitas adnotare scriptisque mandare; unde factum ut ab illis nihil certi de motu Cometarum ad nos transmissum reperiat.

Seneca autem Philosophus, perpensis duorum insignium sui temporis Cometarum Phænomenis, non dubitavit iis loca inter corpora cœlestia assignare, Sydera esse cum mundo duratura existimans, quanquam Motus eorum legibus nondum compertis regi fateatur. Tandemque Vaticinio non irritò promittit aliquando futura secula, quibus hæc tam occulta *dies extraheret ac longioris ævi diligen-*

tia : quibusque admirationi foret hæc *Veteres* nescire potuisse ; postquam *Demonstraverit aliquis Naturæ Interpres in quibus Cæli partibus Cometa errent , quanti , qualesque sint.* Ab hac autem *Seneca* sententia in diversas partes abiit pene omnis Astronomorum Cohors ; ac ipse *Seneca* , neque Phænomena Motus quibus opinionem hanc tueretur , neque tempora adscribere dignatus est , quæ posteris ad hæc definienda usui forent. Ac evolutis plurimis Cometarum Historiis , nihil omnino invenio quod huic negotio inservire possit , ante annum à *Christo* nato 1337. quo *Nicephorus Gregoras* Historicus & Astronomus *Constantinopolitanus* nobis Cometæ semitam inter fixas satis accurate descripsit : tempora autem nimis laxè consignavit , ita ut non nisi quod abhinc quadringentis pene Annis apparuerit , lubricus & incertus hic Cometa Catalogo quem damus inferi mereatur. Dein Cometa anni 1472 omnium velocissimus ac terris proximus *Regiomontanum* habuit observatorem. Hic magnitudine ac Comæ terribilis , unius diei spatio 40 gradus sub circulo Cœli maximo emensus est , ac omnium primus est de quo observata idonea ad nos pervenere. Quotquot autem Cometas considerarunt , usque ad tempora *Tychonis Brahe* magni illius Astronomiæ restauratoris , eos sublunares esse autumârunt , adeoque parvi penderunt , utpote pro Vaporibus habitos.

Anno autem 1577 , (*Tycho* jam studio astrorum serio incumbente , comparatisque Machinis ingentibus pro dimetiendis cœli arcubus , majori cum cura & certitudine quam Veteribus sperare fas erat) Emergit Cometa satis conspicuus , cui observando strenue sese accinxit *Tycho* : multisque & fidis experimentis deprehendit , nulli quæ sentiretur Parallaxi diurnæ obnoxium fuisse , adeoque non tantum non fuisse Vaporem aereum , sed & etiam multo superiorem extitisse Lunâ : immo nihil obstabat quin inter ipsos Planetas collocaretur ; frustra interim contra obrepentibus Scholasticorum nonnullis.

Tychonis vero eximiam in observando industriam excepit *Kepleri* sagacissimum & pene divinum ingenium. Hic *Tychonis* laboribus fretus Systema Mundi verum & Physicum adinvenit, ac scientiam Astronomicam in immensum auxit; Monstrato sc. Planetas omnes in Planis per Solis centrum transeuntibus revolvi, Curvasque Ellipticas describere, eà lege, ut Areæ Sectorum Ellipticorum, ad centrum Solis in Ellipseos foco constituti, temporibus, quibus describantur arcus, semper proportionales sint. Invenit etiam Distantias Planetarum à Sole esse in sesquialtera ratione temporum periodicorum, sive Cubos distantiarum esse ut Quadrata Temporum. Tanto autem Artifici affulere duo Cometæ, quorum alter maxime illustris. Ex horum observatis conclusit *Keplerus* non uno parallaxis annuæ indicio, Cometæ inter Orbes planetarum liberrime quaquaversum ferri, motu quidem non multum à rectilineo diverso, sed quem nondum definire licuit. Ac *Hewelius*, *Tychonis* æmulus, *Kepleri* vestigiis insistens, eandem Hypothesim Motus rectilinei amplexus est, ipse plurium Cometarum Observator perquam subtilis. Cœlo tamen Calculum suum non penitus consentire questus est, Viamque Cometicam versus Solem incurvari suboluit.

Tandem de summo Cœlo lapsus est prodigiosus ille Cometa Anni 1680. quasi Casu perpendiculari Solem petens, & exinde pari velocitate assurgens: Hic per quatuor Menses continuos visus, insigni ac peculiari Curvitate Orbitæ ad investigationem Motus Theoriæ præ cæteris idoneus erat: Instruētis autem jampridem Regiis Observatoriis, *Parisiensi* & *Grenovicensi*, ac Astronomorum Clarissimorum curæ commissis, accidit ut hujus Cometæ Motus apparens, quantum forsan mortalibus fas est, accuratissime à *Cassino* & *Flamstedio* observaretur.

Non multo post, dum Geometrarum Princeps illustrissimus *Newtonus* operam dabat *Principiis Philosophiæ Mathematicis*; non solum Inventa *Kepleri* in Systemate Planeta-

rio necessariò locum habere demonstravit : verum etiam Cometarum Phænomena omnia ex iisdem Principiis evidenter consequi. Id quod exemplo prædicti Cometæ anni 1680. abunde illustravit , modumque docuit Geometrice construendi Orbitas Cometarum ; Problemaque arduum ac tanto Oedipo dignum summa cum omnium admiratione resolvit. Cometam autem hunc in orbe parabolico Solem circumiisse probat , ita ut Areæ ad Centrum Solis æstimatæ Temporibus proportionales fuerint.

Tanti viri vestigia insecutus eandem methodum calculo Arithmetico accommodare aggressus sum , nec irrito Conamine. Undique enim conquisitis Cometarum Observationibus , Tabellam hanc , immensi pene Calculi fructum , obtinui , exiguum quidem sed non ingratum Astronomis munus. Hi etenim numeri vim habent omnia quæ de motu Cometarum hætenus observata sunt accuratissime repræsentandi, ope solius Tabulæ Generalis insequentis , cui adornandæ nullis sane pepercì laboribus , ut perfecta prodiret, utpote Posteritati consecrata ac cum Scientia Astronomica duratura.

Cometarum Omnium hætenus rite Observatorum,
Motuum in Orbe Parabolico Elementa Astronomica.

Post Pagin. 6.
Appendicis ad Astr. Gregor.

Cometa Anni.	Nodus Ascend.	Inclin. Orbitæ.	Perihelion in Orbe.	Perihelion in Ecliptica.	Latitudo Perihelii	Distantia Perihelia à Sole.	Log. dist. Perihelia à Sole.	Temp. equat. Perihelii Londini.
	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "	gr. ' "			die. h. '
1337	II 24. 21. 0	32. 11. 0	♄ 7. 59. 0	♄ 12. 45. 15	22. 40. 30 B	40666	9.609236	Junii 2. 6. 25
1472	♄ 11. 46. 20	5. 20. 0	♄ 15. 33. 30	♄ 15. 40. 20	4. 25. 50 A	54273	9.734584	Feb. 28. 22. 23
1531	♄ 19. 25. 0	17. 56. 0	♄ 1. 39. 0	♄ 0. 48. 15	17. 3. 05 B	56700	9.753583	Aug. 24. 21. 18½
1532	II 20. 27. 0	32. 36. 0	♄ 21. 7. 0	♄ 16. 59. 40	15. 57. 00 B	50916	9.706803	Oct. 19. 22. 12
1556	♄ 25. 42. 0	32. 6. 30	♄ 8. 50. 0	♄ 11. 0. 00	31. 10. 20 B	46390	9.666424	Apr. 21. 20. 3
1577	♄ 25. 52. 0	74. 32. 45	♄ 9. 22. 0	♄ 7. 53. 00	69. 35. 20 A	18342	9.263447	Oct. 26. 18. 45
1580	♄ 18. 57. 20	64. 40. 0	♄ 19. 5. 50	♄ 19. 17. 10	64. 40. 0 B	59628	9.775450	Nov. 28. 15. 00
1585	♄ 7. 42. 30	6. 4. 0	♄ 8. 51. 0	♄ 8. 59. 10	2. 55. 25 A	109358	10.038850	Sept 27. 19. 20
1590	♄ 15. 30. 40	29. 40. 40	♄ 6. 54. 30	♄ 2. 55. 50	22. 45. 50 A	57661	9.760882	Jan. 29. 3. 45
1596	♄ 12. 12. 30	55. 12. 0	♄ 18. 16. 0	♄ 22. 44. 35	54. 44. 30 B	51293	9.710058	Julii 31. 19. 55
1607	♄ 20. 21. 0	17. 2. 0	♄ 2. 16. 0	♄ 1. 29. 40	16. 10. 5 B	58680	9.768490	Oct. 16. 3. 50
1618	II 16. 1. 0	37. 34. 0	♄ 2. 14. 0	♄ 6. 10. 00	35. 50. 0 A	37975	9.579498	Oct. 29. 12. 23
1652	II 28. 10. 0	79. 28. 0	♄ 28. 18. 40	II 10. 41. 35	58. 14. 0 A	84750	9.928140	Nov. 2. 15. 40
1661	II 22. 30. 30	32. 35. 50	♄ 25. 58. 40	♄ 21. 37. 30	17. 17. 0 B	44851	9.651772	Jan. 16. 23. 41
1664	II 21. 14. 0	21. 18. 30	♄ 10. 41. 25	♄ 8. 40. 35	16. 1. 50 A	102575½	10.011044	Nov. 24. 11. 52
1665	III 18. 02. 0	76. 05. 0	II 11. 54. 30	♄ 24. 6. 35	23. 8. 0 B	10649	9.027309	Apr. 14. 5. 15½
1672	♄ 27. 30. 30	83. 22. 10	♄ 16. 59. 30	♄ 9. 26. 00	69. 27. 40 B	69739	9.843476	Feb. 20. 8. 37
1677	III 26. 49. 10	79. 03. 15	♄ 17. 37. 5	♄ 16. 21. 05	75. 44. 10 B	28059	9.448072	Apr. 26. 00. 37½
1680	♄ 2. 2. 0	60. 56. 0	♄ 22. 39. 30	♄ 27. 26. 50	8. 11. 10 A	00612½	7.787106	Dec. 8. 00. 6
1682	♄ 21. 16. 30	17. 56. 0	♄ 2. 52. 45	♄ 2. 0. 30	16. 59. 20 B	58328	9.765877	Sept. 4. 07. 39
1683	♄ 23. 23. 0	83. 11. 0	II 25. 29. 30	♄ 10. 36. 55	82. 52. 00 B	56020	9.748343	Julii 3. 2. 50
1684	♄ 28. 15. 0	65. 48. 40	III 28. 52. 0	♄ 15. 15. 25	26. 35. 20 A	96015	9.982339	Maii 29. 10. 16
1686	♄ 20. 34. 40	31. 21. 40	II 17. 00. 30	II 16. 24. 00	31. 17. 35 B	32500	9.511883	Sept. 6. 14. 33
1698	♄ 27. 44. 15	11. 46. 0	♄ 00. 51. 15	♄ 0. 47. 20	0. 38. 10 A	69129	9.839660	Oct. 8. 16. 57

Hæc Tabula vix indiget explicatione, cum ex titulis satis pateat quid sibi velint Numeri.
Distantiæ autem periheliæ æstimantur in ejusmodi partibus quales media distantia Terræ
à Sole habet centies millenas.

7

*Tabula Generalis pro Supputando Motu
Cometarum in Orbe Parabolico.*

<i>Medius motus</i>	<i>Angulus à perihelio.</i>	<i>Logarithmus pro distantia à Sole.</i>	<i>Medius motus.</i>	<i>Angulus à perihelio.</i>	<i>Logarithmus pro distantia à Sole.</i>
o	gr. ' "		o	gr. ' "	
1	1. 31. 40	0. 000077	31	42. 55. 07	0. 062400
2	3. 3. 15	0. 000309	32	44. 3. 16	0. 065835
3	4. 34. 43	0. 000694	33	45. 10. 26	0. 069316
4	6. 6. 0	0. 001231	34	46. 16. 35	0. 072839
5	7. 37. 1	0. 001921	35	47. 21. 36	0. 076396
6	9. 7. 44	0. 002759	36	48. 25. 33	0. 079984
7	10. 38. 2	0. 003745	37	49. 28. 29	0. 083604
8	12. 7. 53	0. 004876	38	50. 30. 23	0. 087249
9	13. 37. 17	0. 006151	39	51. 31. 11	0. 090912
10	15. 6. 6	0. 007564	40	52. 30. 54	0. 094594
11	16. 34. 20	0. 009115	41	53. 29. 42	0. 098298
12	18. 1. 54	0. 010798	42	54. 27. 32	0. 102019
13	19. 28. 47	0. 012609	43	55. 24. 22	0. 105752
14	20. 54. 53	0. 014550	44	56. 20. 11	0. 109490
15	22. 20. 14	0. 016607	45	57. 15. 5	0. 113240
16	23. 44. 43	0. 018783	46	58. 9. 2	0. 116995
17	25. 8. 22	0. 021072	47	59. 2. 5	0. 120756
18	26. 31. 7	0. 023470	48	59. 54. 13	0. 124518
19	27. 52. 55	0. 025969	49	60. 45. 26	0. 128278
20	29. 13. 52	0. 028551	50	61. 35. 45	0. 132035
21	30. 33. 39	0. 031263	51	62. 25. 14	0. 135792
22	31. 52. 31	0. 034045	52	63. 13. 50	0. 139541
23	33. 10. 23	0. 036916	53	64. 1. 38	0. 143288
24	34. 27. 12	0. 039864	54	64. 48. 38	0. 147029
25	35. 42. 59	0. 042892	55	65. 34. 50	0. 150762
26	36. 57. 41	0. 045989	56	66. 20. 14	0. 154482
27	38. 11. 20	0. 049154	57	67. 04. 51	0. 158192
28	39. 23. 56	0. 052383	58	67. 48. 22	0. 161890
29	40. 35. 26	0. 055668	59	68. 31. 51	0. 165578
30	41. 45. 50	0. 059010	60	69. 14. 16	0. 169254

Tabula Generalis pro Supputando

<i>Medius motus.</i>	<i>Angulus à perihelio.</i>	<i>Logarithmus pro distantia à Sole.</i>	<i>Medius motus.</i>	<i>Angulus à perihelio.</i>	<i>Logarithmus pro distantia à Sole.</i>
0	gr. ' "		0	gr. ' "	
61	69. 55. 58	0. 172914	91	86. 20. 34	0. 274176
62	70. 36. 56	0. 176557	92	86. 46. 20	0. 277239
63	71. 17. 16	0. 180188	93	87. 11. 43	0. 280284
64	71. 56. 56	0. 183803	94	87. 36. 45	0. 283306
65	72. 35. 57	0. 187404	95	88. 01. 27	0. 286308
66	73. 14. 15	0. 190978	96	88. 25. 49	0. 289293
67	73. 51. 59	0. 194540	97	88. 49. 48	0. 292252
68	74. 29. 60	0. 198085	98	89. 13. 32	0. 295201
69	75. 05. 38	0. 201614	99	89. 36. 54	0. 298122
70	75. 41. 35	0. 205122	100	90. 00. 00.	0. 301030
71	76. 16. 56	0. 208612	102	90. 45. 14	0. 306782
72	76. 51. 43	0. 212080	104	91. 29. 18	0. 312469
73	77. 25. 57	0. 215529	106	92. 12. 14	0. 318060
74	77. 59. 41	0. 218963	108	92. 54. 40	0. 323587
75	78. 32. 54	0. 222378	110	93. 34. 52	0. 329042
76	79. 5. 35	0. 225769	112	94. 14. 40	0. 334424
77	79. 37. 45	0. 229142	114	94. 53. 30	0. 339736
78	80. 9. 23	0. 232488	116	95. 31. 22	0. 344979
79	80. 40. 34	0. 235809	118	96. 8. 22	0. 350153
80	81. 11. 16	0. 239127	120	96. 44. 30	0. 355262
81	81. 41. 31	0. 242416	122	97. 19. 48	0. 360306
82	82. 11. 19	0. 245684	124	97. 54. 17	0. 365284
83	82. 40. 40	0. 248933	126	98. 28. 00	0. 370200
84	83. 9. 34	0. 252159	128	99. 00. 57	0. 375052
85	83. 38. 40	0. 255366	130	99. 33. 11	0. 379842
86	84. 6. 80	0. 258552	132	100. 4. 43	0. 384576
87	84. 33. 49	0. 261720	134	100. 35. 45	0. 389252
88	85. 1. 50	0. 264865	136	101. 5. 48	0. 393868
89	85. 27. 58	0. 267989	138	101. 35. 22	0. 398428
90	85. 54. 27	0. 271092	140	102. 4. 19	0. 402930

Motu Cometarum in Orbe Parabolico.

9

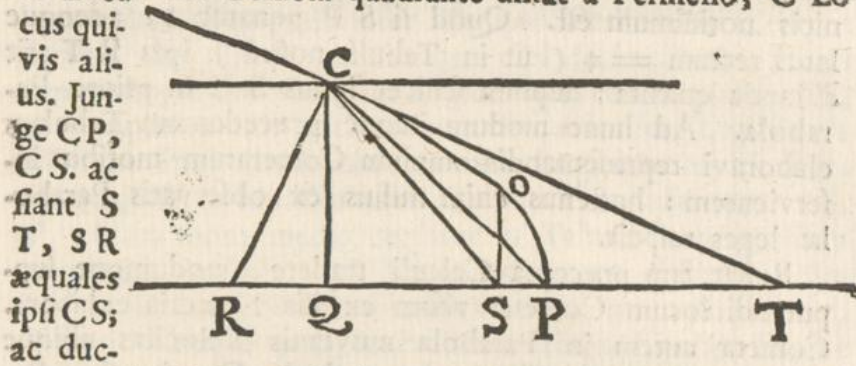
<i>Medius motus.</i>	<i>Angulus à perihelio.</i>	<i>Logarithmus pro distantia à Sole.</i>	<i>Medius motus.</i>	<i>Angulus à perihelio.</i>	<i>Logarithmus pro distantia à Sole.</i>
o	gr. ' "		o	gr. ' "	
142	102.32.41	0.407380	204	113.37.25	0.523406
144	103.00.31	0.411784	208	114. 9.52	0.529705
146	103.27.47	0.416132	212	114.41.23	0.535886
148	103.54.31	0.420430	216	115.12.02	0.541958
150	104.20.43	0.424676	220	115.41.51	0.547922
152	104.46.22	0.428866	224	116.10.52	0.553782
154	105.11.33	0.433012	228	116.39. 7	0.559538
156	105.36.16	0.437110	232	117. 6.38	0.565199
158	106.00.32	0.441164	236	117.33.27	0.570762
160	106.24. 23	0.445178	240	117.59.25	0.576233
162	106.47.47	0.449144	244	118.25. 5	0.581616
164	107.10.44	0.453060	248	118.49.57	0.586912
166	107.33.17	0.456936	252	119.14.14	0.592122
168	107.55.27	0.460772	256	119.37.56	0.597252
170	108.17.14	0.464208	260	120. 1. 6	0.602301
172	108.38.37	0.468318	264	120.23.44	0.607174
174	108.59.39	0.472030	268	120.45.52	0.612174
176	109.20.20	0.475705	272	121. 7.30	0.616998
178	109.40.40	0.479340	276	121.28.39	0.621750
180	110.00.40	0.482937	280	121.49.22	0.626438
182	110.20.20	0.486498	284	122. 9.38	0.631056
184	110.39.41	0.490022	288	122.29.28	0.635608
186	110.58.44	0.493512	292	122.48.54	0.640098
188	111.17.28	0.496965	296	123. 7.57	0.644525
190	111.35.55	0.500384	300	123.26.36	0.648893
192	111.54.05	0.503769	310	124.11.40	0.659559
194	112.11.58	0.507121	320	124.54.36	0.669880
196	112.29.34	0.510441	330	125.35.34	0.679876
198	112.46.55	0.513729	340	126.14.44	0.689568
200	113. 4.00	0.516984	350	126.52.12	0.698970

*Tabula Generalis pro Supputando Motu Cometae
in Orbe Parabolico.*

Medius motus.	Angulus à perihelio.	Logarithmus pro distantia à Sole.	Medius motus.	Angulus à perihelio.	Logarithmus pro distantia à Sole.
o	gr. ' "		o	gr. ' "	
360	127.28. 60.	708104	820	141.49.24	0.970836
370	128. 2.33	0.716976	840	142.10.00	0.978397
380	128.35.38	0.725606	860	142.29.56	0.985771
390	129. 7.27	0.734006	880	142.49.10	0.992970
400	129.38. 40.	742186	900	143. 7.48	1.000000
410	130. 7.34	0.750160	920	143.25.51	1.006871
420	130.36. 20.	757930	940	143.43.21	1.013586
430	131. 3.30	0.765516	960	144.00.18	1.020155
440	131.30. 20.	772918	980	144.16.46	1.026583
450	131.55.41	0.780148	1000	144.32.46	1.032876
460	132.20.30	0.787216	1500	149.26. 8	1.158188
470	132.44.32	0.794122	2000	152.26.15	1.246058
480	133. 7.50	0.800882	2500	154.32.20	1.313703
490	133.30.25	0.807494	3000	156. 7.27	1.368678
500	133.52.20	0.813969	3500	157.22.49	1.414974
520	134.34.18	0.826522	4000	158.24.36	1.454950
540	135.14. 0	0.838600	4500	159.16.36	1.490125
560	135.51.28	0.850187	5000	160. 1.12	1.521521
580	136.27. 6	0.861369	5500	160.40. 5	1.549874
600	137.00.57	0.872155	6000	161.14.24	1.575718
620	137.33.13	0.882575	6500	161.45.00	1.599460
640	138. 3.58	0.892649	7000	162.12.34	1.621417
660	138.33.21	0.902401	7500	162.37.34	1.641838
680	139. 1.29	0.911866	8000	163.00.23	1.660922
700	139.28.25	0.921012	8500	163.21.20	1.678834
720	139.54.16	0.929907	9000	163.40.42	1.695708
740	140.19. 5	0.938549	9500	163.58.38	1.711662
760	140.42.56	0.946951	10000	164.15.20	1.726784
780	141.05.55	0.955124	50000	170.52. 0	2.197960
800	141.28. 30.	963082	100000	172.45.44	2.399655

Tabula Generalis Constructio & Usus.

Ut Planetæ in Orbibus Ellipticis, ita Cometæ in Parabolicis Solem in Foco communi situm ambiunt; ea lege ut Areae æquales æqualibus temporibus describantur. Quoniam vero Parabolæ omnes inter se similes sunt, si determinata aliqua pars Areae datæ Parabolæ dividatur in partes quotlibet; in omnibus Parabolis fiet similis divisio sub iisdem angulis, atque distantiae erunt proportionales: ideoque una nostra Tabula pro Cometis omnibus sufficiet. Calculi autem hujus Tabulæ hæc est ratio. In Schemate sit S Sol, P O C orbita Cometæ, P Perihelion. O Locus ubi Cometa quadrante distat à Perihelio, C Lo-



tis rectis C R, C T (quarum hæc Curvæ Tangens est, illa perpendicularis) in axem P S R demitte normalem C Q. Jam data quâvis Arêâ C O P S, oportet angulum C S P, & distantiam C S inquirere. Quoniam ob naturam Parabolæ recta R Q ubique æqualis est semilateri recto, ponatur latus rectum = 2, adeoque R Q = 1: ac sit recta C Q = z: erit itaque P Q = $\frac{1}{2} z z$, ac Segmentum parabolicum C O P = $\frac{1}{12} z z z$. Triangulum autem C S P erit = $\frac{1}{4} z$: adeoque Arêa mixtilinea C O P S erit $\frac{1}{12} z^3 + \frac{1}{4} z = a$, ac $z^3 + 3 z = 12 a$. Quare resolutâ hâc æquatione Cubicâ, z five ordinatum applicata C Q innotescet. Proponatur

tur jam Area O P S in partes centenas dividenda : hæc Area duodecima pars est quadrati lateris recti, adeoque 12 α æquantur Quadrato illo $= 4$: Si itaque successive extrahantur radices æquationum $z^3 + 3z = 0$, 04 : 0, 08 : 0, 12 : 0, 16 &c. habebuntur totidem z five ordinatim applicatæ C Q respectivæ ; ac divisa erit area S O P in partes centenas. Eodemque modo ultra locum O continuandus est calculus. Radix autem hujus æquationis, cum R Q sit $= 1$, Tangens est Tabularis anguli C R Q, five dimidii anguli C S P, adeoque angulus C S P datur. Eiusdemque anguli C R Q secans R C, Media proportionalis est inter R Q five Unitatem & R T, quæ dupla est ipsius S C, ut ex Conicis notissimum est. Quod si S P ponatur 1, adeoque latus rectum $= 4$ (ut in Tabulâ nostrâ) ipsa R T erit distantia quæsita ; duplum scilicet ipsius S C in priore Parabolâ. Ad hunc modum itaque præcedentem Tabulam elaboravi repræsentandis omnium Cometarum motibus inservientem : hætenus enim nullus ex observatis Parabolæ leges respuit.

Restat jam præcepta Calculi tradere, modumque supputandi locum Cometæ visum ex his Numeris exhibere. Cometæ autem in Parabola moventis Velocitas ubique est ad velocitatem Planetæ gyrantis in Circulo circa Solem, ad eandem à Sole distantiam, ut $\sqrt{2}$ ad 1 : ut constat ex *Principiis Phil. Nat. Math. Lib. I. Prop. 16. Corol. 7.* Si itaque Cometa in perihelio ad distantiam æqualem distantia Terræ à Sole supponatur, erit area diurna, quam describeret Cometa, ad aream quam describit Terra, ut $\sqrt{2}$ ad 1. ac proinde tempus annum, ad tempus quo Cometa talis describeret Quadrantem Orbitæ suæ à Perihelio ut 3. 14159 &c. (hoc est ut area circuli) ad $\sqrt{\frac{8}{9}}$. Cometa igitur describeret Quadrantem illum diebus 109. 14^h. 46'. adeoque areâ illâ Parabolicâ areæ P O S analogâ in centum particulas distributâ,

butâ, singulis diebus competunt particulæ 0, 912280. Cujus Logarithmus nempe 9, 960128 in perpetuum usum servandus est. Tempora autem, quibus Cometa in distantia majore vel minore Quadrantes similes describeret, sunt ut Revolutiones in Circulis; hoc est in sesquuplicata ratione distantiarum: adeoque areæ diurnæ in partibus centesimis Quadrantis æstimatæ (quas medii Motus mensuras, instar Graduum, ponimus) sunt in singulis in subsesquialtera ratione distantiae Periheliæ à Sole.

His necessario præmissis proponatur alicujus è Cometis nostris Locum visum ad datum tempus supputare. Primum itaque Solis Locus ab Æquinoctio in promptu sit, ejusdemque distantiae à Terrâ Logarithmus. 2°. Capiatur intervallum Temporis inter Tempus Perihelii & Tempus datum, in diebus partibusque diei decimalibus. Hujus numeri Logarithmo addatur Logarithmus constans 9,960128 ac complementum arithmeticum sesquialterius Logarithmi distantiae Periheliæ à Sole: summa Logarithmus erit Motus medii in prima Columna Tabulæ Generalis quærendi. 3°. Cum motu medio capiatur in Tabulâ correspondens angulus à Perihelio, & Logarithmus pro distantia à Sole: ac in Cometis Directis adde, in Retrogradis subduc, si fuerit Tempus post Perihelium; vel in Directis subduc & in Retrogradis adde, si fuerit ante Perihelium, angulum sic inventum à loco vel ad locum Perihelii. Et habebitur Locus Cometæ in orbitâ propriâ: Et ad Logarithmum pro Distantiâ ibidem inventum addatur logarithmus distantiae Periheliæ, summa erit Logarithmus distantiae veræ Cometæ à Sole. 4°. Cum Loco Cometæ in Orbitâ, dato Loco Nodi, capiatur distantia Cometæ à Nodo: ac datâ Inclinatione plani, dabuntur, Notissimis Trigonometriæ præceptis, Locus Cometæ ad Eclipticam reductus, cum Inclinatione sive Latitudine Heliocentricâ, ac Distantiæ Curtatæ Logarithmus. 5°. Ex his datis, iisdem omnino regulis quibus loca Planetarum, ex dato Loco &

co & Distantiâ Solis; obtinebitur Locus Visus seu Geocentricus cum Latitudine visa. Id quod exemplo uno vel altero operæ pretium erit illustrare.

Exemp. I. Quæritur Locus Cometæ Anni 1664 Martis
 1°. 7^h. 00'. P. M. Londini. Hoc est 96^d. 19^h. 8'.
 post Perihelion ejus Novemb. 24°. 11^h. 52'.
 Celebratum.

<i>Log. dist. Perihel. O.</i>	011044	<i>Perihel. Ω</i>	10. 41. 25
<i>Log. Sesquialt. O.</i>	016566	<i>Ang. Corresp.</i>	83. 38. 05...
<i>Comp. Arith. 9.</i>	983434	<i>Comet. in Orb. γ</i>	17. 3. 20
	9. 960128	<i>Ω II</i>	21. 14. 00
<i>Log. Temp. 1.</i>	985862	<i>Com. à Nodo</i>	34. 10. 40
<i>Log. Med. Mot. 1.</i>	929424	<i>Red. ad Eclip.</i>	32. 19. 05
<i>Medius Motus</i>	85. 001	<i>Com. Helioc. γ</i>	18. 54. 55
		<i>Incl. Bor.</i>	11. 46. 50.
<i>Log. pro dist. O.</i>	255369		
<i>Log. Perihel. O.</i>	011044		
<i>Co. sin. Incl. 9.</i>	990754		
<i>Log. dist. Curt. O.</i>	257167		
<i>Log. dist. ☉</i>	9. 997918		
	☉ X 21. 44. 45		
<i>Com. Visus γ</i>	29. 18. 30		
<i>Lat. Visa</i>	8. 36. 15	<i>Ber.</i>	

Exemp.

Exemp. II. Quæritur Locus Cometæ Anni 1683 Julii
 23°. 13^h. 35'. P. M. Londini. Vel 13^h. 40' T. æquat.
 hoc est 21^d. 10^h, 50' post Perihelion.

Log. dist. Perihel. 9. 748343	Perihel. II 25. 29. 30
Log. Sesquialt. 9. 622514	Ang. Corresp. 56. 47. 20
Comp. Arith. 0. 377486	Comet. in Orb. γ 28. 42. 10
9. 960128	γ X 23. 23. 00
Log. Temp. 1. 310723	Com. à γ 35. 19. 10
Log. Med. Mot. 1. 648337	Red. ad Eclip. 4. 48. 30
Medius Motus. 44. 498	Com. Helioc. X 28. 11. 30
	Incl. Bor. 35. 2. 00
Log. pro dist. 0. 111336	
Log. Perihel. 9. 748343	
Co. sin. Incl. 9. 913187	
Log. dist. Curt. 9. 772866	
Log. dist. $\odot$ 0. 006104	
$\odot$ Locus Ω 10. 41. 25	
Com. Visus $\odot$ 5. 11. 50	
Lat. Bor. 28. 52. 00	

Momento autem primi Exempli, Londini observatum est Cometam applicari ad Stellam secundam *Arietis*; ita ut novem minutis illâ borealior repertus sit, ac tribus minutis orientior: Observante D^{no} Roberto Hookio. In secundo autem Exemplo ipse, in viciniâ Londini, instrumentis quibus olim Stellas Australes observaveram, Cometæ locum deprehendi $\odot$. 5°. 11'. $\frac{1}{2}$, cum Latitudine Boreali, 28°. 52', consentiente ad amissim observatione *Grenovicensi* eodem pene momento factâ.

Cometa autem Anni 1680, qui pene Solem attigit; (non enim triente semidiametri corporis Solaris à superficie ejus distabat in Perihelio) cum Latus rectum exiguum

guum admodum sit, Tabulâ Generali haud coerceri potuit, ob immanem Motus medii velocitatem: præstat itaque in hoc, postquam inventus fuerit Motus medius, ex eodem, ope præcedentis æquationis $z z z + 3 z = \frac{4}{100}$ Mot. med. Tangentem dimidii anguli à Perihelio elicere, una cum Logarithmo pro distantia à Sole. Quibus datis iisdem omnino regulis ac in cæteris procedendum est.

Ad hunc itaque modum Astronomico Lectori examinare licet numeros à me positos, quos summâ curâ ex observationibus quæ suppetebant exantlavi; neque enim, antequam probe ad incudem redacti fuerint, ac multorum annorum studio quantum fieri possit politi, in publicum prodeunt. Hoc Autem specimen astronomiæ Cometicæ, futuri operis Prodromum, editum esse volui; ne forte superveniente fato perirent lucubrationes nostræ, ob Calculi difficultatem non cuivis homini denuo suscipiendæ. Monendus autem est Lector, quinque priores ordine Cometas, quorum tertius & quartus est à *Petro Apiano* observatus, quintus vero à *Paulo Fabricio*, uti & decimus à *Mestlino* (ni fallor) anno 1596 conspectus, non eundem certitudinis gradum cum reliquis præ se ferre. Neque enim debitis organis nec cura ad hoc requisita observationes ipsæ peractæ sunt; adeoque inter se dissidentes nullo modo cum computo regulari conciliari possunt. Cometam Anni 1684 unus vidit *Blanchinus* observator *Romanus*: ultimum vero Anni sc. 1698 *Parisienses* soli conspexerunt, ejusque cursum insolito modo designarunt. Obscurus hic admodum, etiamsi velox ac terris satis vicinus, nostros sane oculos alioquin non incuriosos effugit. Insignes autem duos hac nostra ætate Cometas, alterum Anno 1689 Mense *Novembri* ortum, alterum Mense *Februario* Anni 1702, Catalogo subungere non licuit, propter defectum observationum. Etenim versus mundi plagas Australes cursum dirigentes, ac in *Europâ*
vix

vix conspicui, contemplatores non habuere negotio pares. Quod si forsan ex partibus *Indicis* adveſtæ fuerint accuratæ obſervationum ſeries ad hoc neceſſariæ; lubens calculum repetere, horumque Orbitas, reliquorum ad modum, Numeris designandi laborem ſuſcipere non gravabor.

Anguſtiâ autem paginæ 1886, factum eſt, ut omiſſa ſit neceſſaria illa Columella quæ oſtendat an directe vel retrograde moti fuerint Cometæ. Sciat itaq; Aſtronomus undecim e noſtris Cometis directo curſu ſecundum ſeriem ſignorum proceſſiſſe, nempe illos annorum 1532, 1556, 1580, 1585, 1618, 1652, 1661, 1672, 1680, 1684 & 1686. Reliquos vero tredecim motu retrogrado contra ſeriem ſignorum curſum tenuiſſe. Quibus perpenſis, ac collatis inter ſe cæteris horum Cometarum motuum Elementis, videre eſt, nullo ordine diſpoſitos eſſe Orbitas; neque ipſos, Planetarum more, Zodiaco comprehendendi poſſe, quaquaverſum tam Retrograde quam directe indifferenter latos; unde maniſeſtum eſt eos motu vorticali nullo modo circumagi. Quinetiam diſtantiæ Periheliæ nunc majores nunc minores reperiuntur; unde pronum eſt ſuſpicari etiam multo plures eſſe Cometæ, qui in partibus à Sole remotioribus, obſcuri caudaque deſtituti, adeoque nobis inconſpicui, præterlabi poſſunt.

Haſtenus Cometarum Orbes conſideravimus ut perfectè Parabolicos; quo ſuppoſito conſequeretur Cometæ, vi Centripeta verſus Solem impulſos, à ſpatiis infinite diſtantiſſimis deſcendere, caſuque ſuo velocitatem tantam acquirere, ut iterum in ſpatia Mundi remotiſſima ſeſe abdere poſſint, perpetuo niſu ſurſum tendentes, ac ad Solem nunquam reverſuri. Cum autem ſatis frequentes ſint Cometarum adventus; ac eorum nullus reperiatur motu ferri Hyperbolico, ſeu velociore quam cadendo ad Solem acquirere debeat, credibile eſt potius in Orbibus val-

de

de Excentricis revolvi eos circa Solem , ac post longissimas periodos reverti. Sic enim Numerus eorum præfinitus esset , ac fortasse non ulque adeo magnus. Spatia autem inter Solem Fixasque tanta sunt , ut Cometæ revolventi cum Periodo quantumvis longa satis loci fit. Latus autem rectum Ellipsis est ad Latus rectum Parabolæ eandem Periheliam distantiam habentis , ut distantia Aphelia in Ellipsi est ad Axem totum Ellipsis; Velocitates autem sunt in dimidiata ratione eorundem : quapropter in Orbibus valde Excentricis ratio hæc accedit proxime ad rationem æqualitatis. Tantilla autem differentia , quæ intercedit ratione majoris in Parabola velocitatis , facillime in situ Orbis determinando compensatur. Hujus itaque Tabulæ Elementorum Motuum usus præcipuus est , atque etiam propter quem illam construere operæ pretium duxi , ut , si quando novus Cometa emerferit , possimus collatis elementis dignoscere an poterit esse aliquis ex antiquis , necne ; ac proinde Periodum Orbitæque Axem determinare , reditumque prædicere. Ac sane multa me suadent ut credam Cometam anni 1531 ad *Apiano* observatum , eundem fuisse cum illo qui anno 1607. descriptus est à *Keplero* & *Longomontano* , quemque ipse iterum reversum vidi ac observavi anno 1682. Quadrant Elementa omnia , ac sola inæqualitas periodorum adversari videtur : hæc autem tanta non est ut causis Physicis non possit attribui. *Saturni* enim motus à cæteris , præsertim *Jove* , ita interturbatur , ut per aliquot dies integros incertum sit hujus Planetæ tempus Periodicum. Quanto magis talibus erroribus obnoxius erit Cometa , qui quatuor pene vicibus altius excurrit *Saturno* , cujusque velocitas , vel tantillum aucta , Orbem ab Elliptico in Parabolicum possit immutare ? Confirmatur etiam eundem esse potuisse ex eo , quod anni 1456. æstate , conspectus fuerit Cometa eodem pene modo inter Solem & Terram

tran-

transiens retrogradè : quem , licet à nemine observatus fuerit Astronomicè , ex periodo modoque transitus non diversum a prædictis extitisse conjicio. Unde ausim ejusdem reditum fidenter prædicere , anno scil. 1758. Quod si hoc evenierit , nulla amplius erit dubitandi causa , quin redire debeant cæteri. Habebunt ergo Astronomi in hac arenâ quo se exerceant per multa Secula , priusquam tot tantorumque Corporum circa commune centrum Solis revolvantium numerus cognoscatur , ac motuum symptomata certis regulis coerceantur. Crediderim equidem Cometam etiam anni 1532 , eundem fuisse cum illo , qui ab *Hevelio* observabatur ineunte anno 1661 : sed observationes *Apiani* , quas solas de primo habemus , nimis rudes sunt , nec quicquam certi in re tam subtili ex iisdem elici potest. Justo volumine hæc omnia exequi mihi animus est , nec Astronomiæ promovendæ hac in re deero si Deo O. M. visum fuerit vitam facultatesque prorogare. Interim quicumq; modum Construendi Cometarum Orbes per tres observationes accurate habitas addiscere cupit , sub finem libri de Systemate Mundi , five tertii *Philosophiæ Nat. princip. Math.* magni ipsius Inventoris methodum inveniet : Quam postea Dignissimus Collega meus *D. Gregorius* , Lib. V. pereruditæ Astronomiæ suæ Physicæ & Geometricæ plene & luculenter illustravit.

Unicum autem non abs re erit nec injucundum , hic loci Lectorem monere Astronomum ; nempe quod nonnulli ex his Cometis Nodos suos habeant adeo Orbi Terræ annuo vicinos , ut si forte acciderit , tempore reditus Cometæ , Terram occupare Loca in orbe suo Nodo proxima , dum Cometa incredibili cum Velocitate præterierit , Parallaxin etiam habiturus sit valde observabilem , quæque fuerit ad Solis parallaxin in ratione datâ. Unde occasione talium transituum oblata erit ansa , rara quidem sed optima , determinandi Solis a Terra distantiam ; quam hæte-

nus non nisi mediante parallaxi *Martis* Acronychii, vel *Veneris* perigææ, triplo quidem solari majore, sed quæ vix ullis instrumentis sentiatur, laxè admodum concludere licuit. Quem Cometarum usum suggestit Clarissimus Geometra D^s *Nic. Facio*. Cometa etenim anni 1472. parallaxin habuit plusquam vigesies Solari majorem. Ac si Cometa anni 1618. appulisset, juxta medium mensis *Martii*, ad Nodum ejus Descendentem; vel si Cometa anni 1684 paulo citius ad Nodum Ascendentem pervenisset, profecto Terris admodum propinqui etiam adhuc magis notabiles habuissent parallaxes: Inter omnes vero nullus propiore appulsu Terris minatus est quam ille anni 1680.: Hic inito Calculo non amplius ad Boream distabat ab Orbe nostro annuo, quam semidiametro solari (sive Radio Lunaris Orbitæ, uti existimo) idque Novemb. 11^o. 1^h. 6. P. M. Quo tempore, si Terræ quoad Longitudinem conjunctus fuisset, parallaxis sane Lunari æqualis in Cometæ motu observari potuisset. Hæc Astronomis dicta sunt. Quæ vero ab hujusmodi allapsu, vel contactu vel denique collisione Corporum cœlestium (quæ quidem omnino non impossibilis est) consequi debeant, rerum Physicarum studiosis discutienda relinquo.

HOROLOGIORUM SCIOTERICORUM

T R A C T A T U S.

Horologia rotata pendulis instructa, si affabre facta sint, Temporis Medii seu æqualis mensuram satis accuratam suppeditant. Sed Tempus illud Medium & æquale nequaquam vero Solis motui respondet. 1°. Enim motus ejus æqualibus temporibus æquabilis non est, & ab Apogæo motu accelerato ad Perigæum descendit, à Perigæo autem motu retardato ascendit ad Apogæum. 2°. Etiam si motus Solis æquabilis in se & absolutè esset, inæqualis tamen esse temporibus æqualibus, è Terra extra centrum æquabilis illius motus positâ videretur. 3°. Quamquam Motus Solis è Tellure spectatus esset & videretur æquabilis in sua Orbita, attamen quum Sol motu annuo Eclipticam peragret, non vero Æquatorem in quo sumitur mensura Temporis, quumque Eclipticæ ad Æquatorem inclinata æqualibus partibus non semper æquales Æquatoris partes respondeant, quæ Ascensiones rectæ dicuntur, ideo vel hoc solo nomine Tempus apparens seu verum inæquale est, nec per Horologia automata commode certò & constanter representari potest. Qua de causâ gratum me facturum Astronomiæ studiosis existima-
vi, si Horologiorum Solarium, quæ veri, seu inæqualis atque apparentis Temporis mensuram exhibent describendorum, brevissimam methodum traderem ut in observandis, calculove subjiciendis syderum motibus Tempus Medium in Tempus Apparens aut è contra Apparens in Medium convertere, aut quoquo modo alterum cum altero comparare quivis possit. Sed ne inutilia aut certe pa-

rum necessaria cum utilioribus commiscere videar, summa tantum principia tradam quorum ope quilibet facile in omni Plano Horologia Solaria describere valeat.

Totum hoc Opusculum in quatuor Capita partiemur. Primum continebit aliquot praxes Gnomonicae faciles & utiles. In secundo describentur Horologia Regularia. In tertio de Horologiis Declinantibus, Inclinantibus & mixtis differetur. In quarto Horologiorum describendorum per calculum angulorum methodus indicabitur & demonstrabitur.

C A P U T P R I M U M.

Problemata Gnomonices Faciliora continens.

Gnomonica est ars delineandorum Horologiorum Solarium & Sydereorum in superficiebus quibuscumque datis, five per radios directos, five per radios reflexos, five per radios refractos. Nos solam illam Gnomonicae partem hîc attingimus quæ per radios directos, & in superficiebus tantum planis, Solaria sola Horologia delineare docet.

Deinde quum Horologiorum Solarium alia sint Babylonica quæ Horas ab ortu Solis numeratas exhibent, alia Italica quæ Horas ab occasu Solis ostendunt, alia Astronomica quæ Horas a Meridie vel à Media nocte computatas indigitant, &c. Nos de Horologiis tantum Astronomicis agimus, in quibus à Meridie ad Mediam noctem, Horæ duodecim, & a Media nocte ad Meridiem totidem Horæ numeratæ indicantur.

Igitur Gnomonices ista nostra methodum docet projiciendorum Sphæræ circulorum (maximorum præcipuè) eorumque dividendorum in apparentias graduum aut partium æqualium. Sequentia autem pauca supponimus.

1°. Quod Sphæra aliqua cujus Circulos in Plano dato descripturi sumus, Contingat Planum in quodam puncto, quod Styli recti Pedem vocamus.

2°. Quod Stylus rectus sit æqualis radio, aut potius quod sit radius hujusce Sphære, & proinde quod vertex Styli recti sit ejusdem Sphære centrum, & quod idem Stylus sit ad datum Planum rectus Seu perpendicularis.

3°. Quod oculus spectatoris positus sit in centro Sphære, five in vertice Styli recti, ex quo fit ut, quum sit in Planis omnium circularum maximorum, (ut pote qui in omnium illorum centro collocatus sit) omnes illi maximi Sphære circuli exhibeantur in Plano dato per lineas rectas, quæ sunt communes sectiones illorum circularum & dicti Plani. Duorum enim planorum communis sectio linea recta est, & oculus in Plano quovis positus Planum illud sub apparentia rectæ lineæ conspicit.

4°. Suppono umbram projici in partem Soli oppositam. Sic Sole in parte Orientali existente, umbra vergit in plagam Occidentalem. Et è contra. Et Sole versus Meridiem posito, umbra in partem Borealem immititur, &c. Zenith que in Nadir, Nadir in Zenith, Polus Arcticus in Antarcticum, Antarcticus in Arcticum, &c. projiciuntur. His positis, in Plano quocumque dato versus Boream aut Meridiem obverso, atque etiam in Plano Horizontali Horæ matutinæ in parte Occidentali Plani, pomeridianæ, in parte Orientali describi debebunt. Sed jam ad praxin accedamus.

I.

Pedem Styli invenire.

Infigatur in Plano dato DEF Stylus AB aliquantum oblique, ne pars ejus B tegat Styli Pedem C, qui sic invenietur. Ponatur pes unus Circini in puncto extremo

A,

*Gnomi
Tab. I.
Fig. 1.*

Gnom.
Tab. 1.
Fig. 1.

A, & altero circini ad libitum aperti pede, eadem sententia per Circini pedum divaricatione observata, notentur tria puncta ut libuerit, D, E, F. per quæ circulus describatur aut tantum quærat eorum centrum C, quod Styli recti Pes erit.

I I.

Fig. 2.

Dato Stylo AB, & Pede Styli C, Styli recti altitudinem DC invenire.

1º. Sumatur distantia AE extremitatis A Styli AB, & puncti alicujus E in Plano sumpti ad arbitrium; (quod fiet ope circini) notetur punctum E, & ex Pede dato C Styli recti ad punctum E ducatur recta CE.

2º. Ex eodem puncto E & eadem Circini apertura, qua sumpta est distantia AE, describatur in Plano Arcus D.

3º. Ex Pede C Styli recti erigatur ad CE perpendicularis CD donec secet arcum D in puncto D. Hæc perpendicularis CD erit altitudo aut potius longitudo Styli recti seu Styli ad Planum datum perpendicularis.

I I I.

Fig. 3.

Dato Styli AB Pede C, observatisque duobus punctis umbrae aut luminis in Plano ea lege quæ dicetur, Meridianam seu substylarem Plani CP invenire.

Describantur ex Pede Styli C tanquam centro plurimi circuli concentrici DOE, DIE, DPE, observeturque in eorum aliquo ut libuerit, & commodum erit, punctum D vel E, antequam Sol Meridianam Plani attigerit, (quod quidem difficile non erit, dummodo attente consideretur Planum datum.) & expectetur donec umbræ vel luminis punctum peripheriam ejusdem circuli tangat in aliquo puncto alio E vel D. Tunc diviso bifariam arcu DE in P, vel

vel I, vel O, (Secundum Circulum in quo umbræ puncta observata fuere) ducatur per Pedem Styli C recta CP, transiens per punctum P vel I vel O. Hæc erit Meridiana seu Substylaris hujus Plani.

Gnom.
Tab. 1.
Fig. 3.

I V.

Observato umbræ aut luminis puncto uno in Substylari seu Meridiana Plani, & cognita præterea declinatione Solis tempore observationis, invenire lineam Æquinoctialem, altitudinem Poli, & centrum Horologii in Plano dato.

Sit observatum umbræ aut luminis punctum D in linea DF quæ est Meridiana Plani modo inventa, cognitaque sit declinatio Solis per Tabulas aut alia quavis ratione tempore observationis. Proposita omnia supra sic obtinebuntur.

Fig. 4.

1°. Erigatur e Pede Styli C linea BC æqualis Stylo recto & perpendicularis substylari DF, & ex puncto B ad punctum D luminis aut umbræ ducatur recta BD.

2°. Fiat angulus DBE æqualis declinationi Solis cognitæ, observando num Borealis illa sit aut Australis, & num Planum datum ad Horizontale accedat aut ad Verticale. Nam in Plano Horizontali, si declinatio sit Borealis punctum D erit inter puncta C & E, si vero sit Australis punctum E erit inter D & C. E contra si Planum sit Verticale, Austrumque vel directè vel obliquè respiciat, sit que declinatio Borealis punctum E erit inter D & C. Si autem declinatio sit Australis punctum D, erit inter E & C. Cæteros casus usus docebit.

3°. Sic invento puncto E in linea Substylari EF, ducatur per illud punctum E linea GEK ad Substylarem perpendicularis in puncto E, & hæc linea GEK erit linea

Append. Gregor. Astr.

Æqui-

Gnom.
Tab. 1.
Fig. 4.

Æquinoctialis, seu communis sectio circuli Æquinoctialis cum Plano dato.

4^o Per punctum B ducatur linea BF perpendicularis lineæ BE, crit que punctum F in Substylari centrum Horarum. Angulus BFC erit æqualis Altitudini Poli super Substylarem; & si triangulus ita erigatur in linea FC, ut linea BC sit perpendicularis eidem Plano, tunc linea BF axem repræsentabit, ostendetque Horas, secundum totam suam longitudinem FB, removerique debet Stylus AM ut deinceps inutilis.

V.

Fig. 5.

Datis in Plano Verticali Substylari EF, centro Horologii F, Altitudine Poli in Plano CFB, Æquinoctiali GEK, Horologium Verticale absolvere.

1^o. Ex centro dato F demittatur linea FL ad perpendiculum. Hæc erit linea Meridiana loci seu regionis, illa secabit Æquinoctialem in puncto 12.

2^o. Per Pedem Styli C ducatur linea HCO ad lineam FL perpendicularis eamque interfecans in puncto T ad angulos rectos: erit que HO linea Horizontalis, & intersectio ejus cum linea Æquinoctiali in puncto K dabit punctum unum Horæ sextæ FK. Angulus lineæ Meridianæ cum Substylari, nempe angulus CFT, æqualis semper est, in Horologio verticali, angulo CKE, Horizontalis lineæ cum Æquinoctiali.

3^o. Producat substylaris FE versus P, fiat que EP æqualis lineæ BE (quæ vocatur radius Æquatoris) & ex puncto P ad puncta K & 12 ducantur lineæ PK & P 12. Angulus EP 12 vocatur differentia Longitudinum Plani & Loci seu Regionis. Quod maxime observandum.

4^o. Ex puncto P tanquam Centro, (est enim centrum divisionis Æquinoctialis GK) describatur cum radio sumpto

to

to ad arbitrium circulus QRS, qui dividatur in quindecim gradus initio numerandi facto à puncto 12 vel a puncto K; & per puncta divisionum ducantur lineæ P 10, P 11, P 1, P 2, P 3, &c. usque ad lineam Æquinoctialem.

Gnom.
Tab. I.
Fig. 5.

50. Ex Horologii centro F ducantur ad puncta 10, 11, 12, 1, 2, 3, &c. lineæ Horariæ F 10, F 11, F 12, F 1, F 2, F 3, &c. & absolutum erit Horologium verticale.

Horologium illud declinat ab Austro, ut patet ex eo quod centrum F sit supra lineam Horizontalem. Secus enim esset si Planum respiceret ad Boream oblique aut à Borea declinaret, tunc enim centrum Horologii esset infra lineam Horizontalem; Præterea Axis FB versus Terram inclinatur, sed ad cælum dirigeretur in Horologio a Borea declinantè. Declinat vero idem Horologium ab Austro ad Occasum quia substylaris FP est inter Horas post Meridiem.

V I.

Datis aut inventis aut sumptis in Plano, iisdem quæ supra articulo precedente, Horologium omne delineare.

Fingamus nos ignorare an Planum datum verticale sit nec ne, nihilo tamen minus, describetur Horologium, dummodo certo cognitum sit aut ex aliquo alio Horologio Solari, aut ope Meridianæ lineæ accurate determinatæ quota sit Hora. Si enim (v. g.) quo tempore Gnomonis umbra Meridiem ostendit in alio Horologio optimo, aut in Plano in quo ducta est Linea Meridiana, eodem tempore in Horologio nostro umbra axis FB efficiat cum Substylari FC angulum quempiam, (exempli gratia) angulum CFL, linea FL erit quoque Meridiana linea, quæ producta usque ad Æquinoctialem dabit in puncto 12 intersectionis, terminum à quo Æquinoctialis

Fig. 5.

divisio inchoanda erit, (nihil enim aliud quaritur quam terminus ille, qui qualibet data linea Horaria pariter inveniri poterit). Itaque invento illo termino aut alio cætera perficientur ut in articulo præcedente, nec necesse erit lineam Horizontalem ducere, aut aliam lineam Meridianam quàm quæ ex observatione præsentis inventa fuerit immediate, aut mediante aliqua alia Horaria linea quæ idem præstabit.

CAPUT SECUNDUM.

Horologia Regularia delineare in Plano.

Horologia Regularia ea sunt quæ aut in Plano Horizontali, aut in Plano ad Æquatorem parallelo, aut in Plano ad Æquatorem recto simulque ad Meridiem directè obverso descripta sunt. Primum Horizontale nuncupatur, secundum Æquinoctiale, tertium Polare: quibus quatuor alia Verticalia addenda sunt, duo nempe in Plano Verticalis Primarii, quorum unum Meridiem, alterum oppositum, Septentrionem respicit; & duo in Plano Meridiani, quorum unum ad Orientem, alterum ad Occidentem spectat. Ego vero sex tantum Horologia in hoc capite delineabo. 1°. Æquinoctiale. 2°. Polare. 3°. Horizontale cum centro. 4°. Verticale Meridianum sine declinatione. 5°. Horizontale sine centro. 6°. Verticale Orientale in Plano Meridiani circuli. Hæc enim ad descriptionem Horologiorum Sciotericorum regularium rectè intelligendam sufficere videntur.

I.

Horologium in Plano Æquatoris describere.

Gnom. Tab.
I. Fig. 6.

Dividatur Circulus in 24 aut in bis 12 partes æquales observetur que locus Ortus vel Occasus, ad Collocandos Ho-

Horarum numeros ut decet, & factum erit Horologium *Gnom.*
Tab. I.
Fig. 6.
 Æquinoctiale.

Stylus A B sumptus ad libitum ita collocetur in centro A, ut ad Planum rectus sit, In hac positione axem mundi repræsentabit, dummodo Horologium in eo situ disponatur quem paulo post dicemus. Debet Horologii illius facies superior quam hîc descripsimus Polum Boreum respicere. Descripto simili Horologio in facie inferiori producto que axe deorsum, habebitur Horologium Æquinoctiale Inferius directe ad Australem Polum obversum. Quandiu Sol partem Mundi Borealem occupabit, in Horologio superiori Horæ ostendentur; quum vero in Signis Meridionalibus versabitur, Horæ in Horologio Inferiori indicabuntur.

Ut collocetur illud Horologium in situ congruo, inveniatur in Plano Horizontali linea Meridiana M E, ad quam perpendicularis ducatur linea V R. Tunc ita erigatur Horologium super lineam V R, ut limbus Q P, qui debet esse ad lineam A 12. Perpendicularis conveniat cum linea V R, & Planum Horologii efficiat cum Horizontis Plano angulum æqualem Complemento Latitudinis loci seu Elevationis Poli.

I I.

Horologium Polare, seu in Horizonte Sphæræ
Rectæ delineare.

Horologium articulo præcedente descriptum convenit *Fig. 7.*
 Horizonti Sphæræ Parallelæ: hîc describetur Horologium in Horizonte Sphæræ Rectæ.

Ducatur linea I F Æquinoctialis, quam in medio O ad angulos rectos secet Meridiana A G seu linea Horæ 12. Sumatur ad arbitrium pars O A in Meridiana linea pro altitudine Styli recti, & ex A tanquam centro describatur ad quamlibet distantiam seu ex quocunque radio quadrans circuli.

Gnom. Tab.
I. Fig. 7.

culi G H, quod dividatur in sex partes æquales, & per singula divisionum puncta ducantur radii qui producti, si necesse est, secabunt Æquinoctialem I F in punctis B, C, D, E, F. per quæ puncta ducantur lineæ Horariæ ad Æquinoctialem perpendiculares, aut ad Meridianam A G Parallelæ.

Si transferantur ex alia parte in linea Æquinoctiali distantia O B, O C, O D, &c. & per singula puncta ducantur lineæ prioribus respectivè æquidistantes, & ad Meridianam parallelæ, absolutum erit Horologium, quod sic collocari debebit, ut Meridiana A G sit parallela axi Mundi, & Planum Horologii sit rectum ad Planum Æquatoris, & simul ad Planum Meridiani circuli, quod quidem fiet si linea 7 N (quam suppono esse ad Meridianam A G perpendicularem) conveniat cum Verticali primario descripto, ut prius, in Plano aliquo Horizontali, & Planum Horologii efficiat cum Horizonte angulum æqualem altitudini Poli.

Stylus A O si rectus ad Planum Horologii supponatur, non est pars axis, sed radius Sphæræ tangentis Planum Horologii in puncto O. Itaque si axis desideretur, collocandus erit Gnomon V Y O in linea Meridiana, ita ut sit ad Planum Horologii rectus, & linea V Y repræsentabit axem Mundi. Horologium à nobis descriptum in schemate, est Polare superius, Inferius ab eo nihil differt, nisi quod Terram respiciat, indicet quæ Horas in Signis Borealibus, quum è contra Superius ostendat Horas in Signis Australibus. In Gnomone V Y. linea V Y est parallela lineæ Meridianæ, & distantia a O est æqualis stylo recto A O in Horologio.

I I I.

Horologium Horizontale cum centro describere.

Gnom. Tab.
II. Fig. I.

1º. Ducatur linea Meridiana A F, quam ad angulos rectos
se-

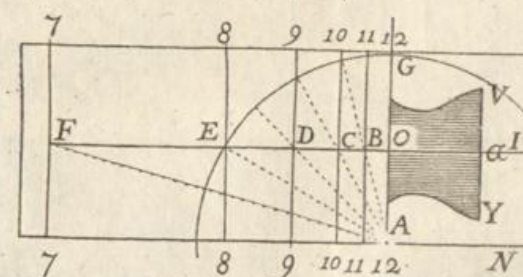
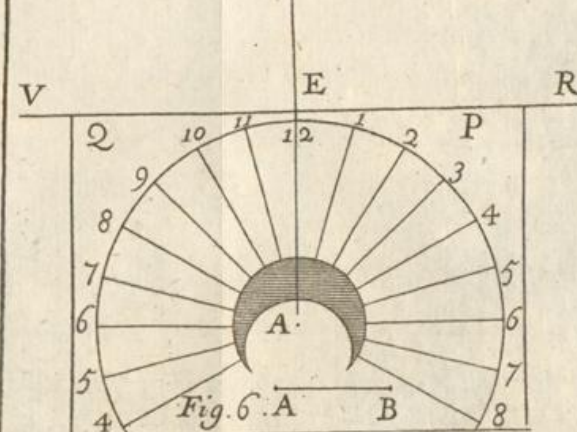
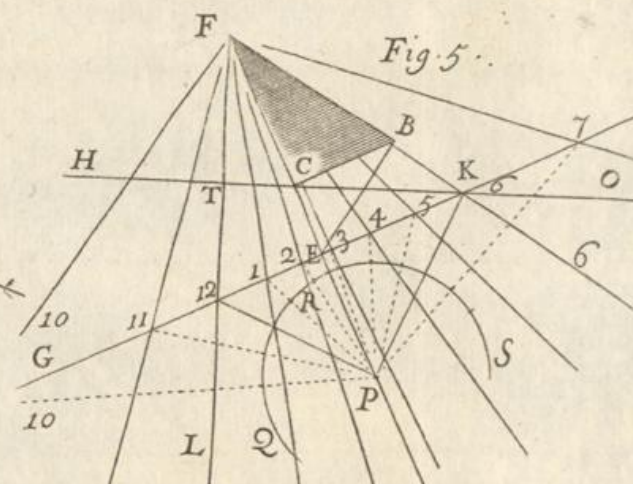
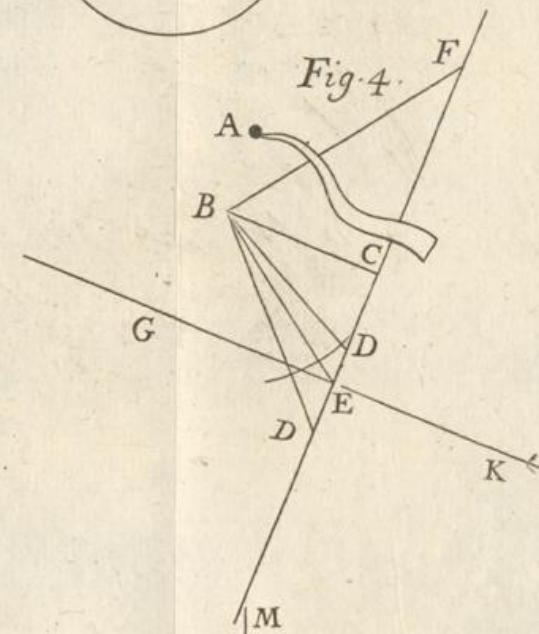
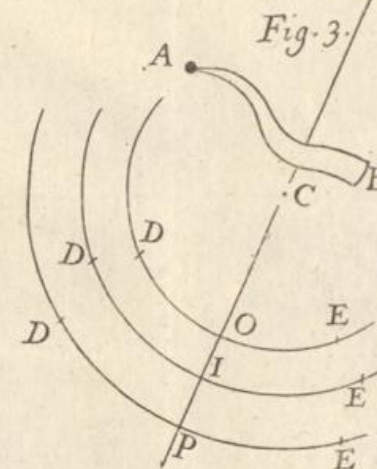
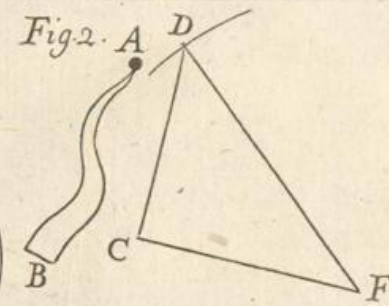
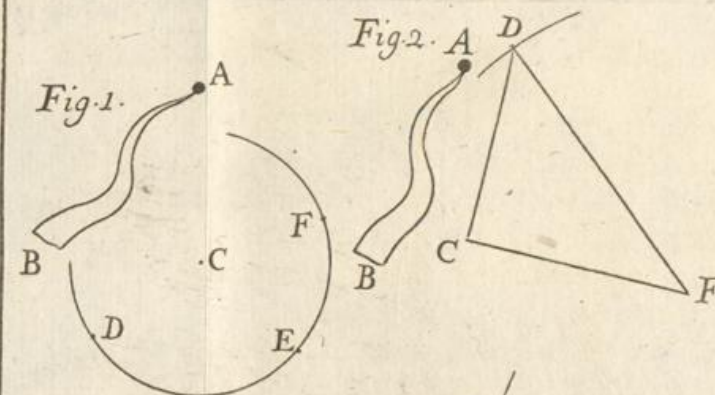


Fig. 7.

secet, aut ad quam sit perpendicularis, linea G H Horæ sextæ, in puncto A, quod erit centrum Horologii. Gnom. Tab.
II. Fig. 1.

2º Ex puncto A ducatur linea A B magna ad arbitrium, sed faciens in puncto A cum Meridiana A C, angulum B A C æqualem altitudini Poli quæ cognita supponitur; & ex puncto B ducatur linea B C ad Meridianam perpendicularis in puncto C. Linea B C erit stylus rectus, & linea A B producta aut non producta erit axis, si triangulum A B C, ita statuatur in linea Meridiana, ut ad Planum Horologii rectum sit.

3º. Ex puncto B ducatur linea B D ad A B perpendicularis in puncto B, erit que B D radius Æquinoctialis. Itaque per punctum D ducatur Æquinoctialis linea K L ad Meridianam perpendicularis in puncto D.

4º. Transferatur distantia B D à D in E, ita ut D E sit æqualis ipsi B D, & punctum E erit centrum divisionis Æquinoctialis; & terminus à quo inchoanda erit divisio lineæ Æquinoctialis in quindenos gradus erit punctum D. Tum vero ex centro A Horologii ducantur per puncta divisionum Æquinoctialis lineæ Horarum quod inspecta Figura satis per se docebit. Debet in Hoc Horologio extremitas axis respicere Polum Boreum. Gnom. Tab.
II. Fig. 1.

I V.

*Horologium in Plano Verticalis Primarii ad Meridiem
directe obversum describere.*

1º. Ducatur ad perpendiculum linea A E Meridiana quam ad angulos rectos secet ad libellam ducta linea Horizontalis H I in puncto C, quod erit Pes styli. Fig. 2.

2º. Sumatur in linea Horizontali ex Pede styli C, pars C B quanta libuerit, Hæc erit longitudo seu altitudo styli recti.

3º. In Hoc puncto B fiat angulus C B A æqualis altitudi-
dini

Gnom. Tab.
II. Fig. 2.

dini Poli, eritque punctum A in Meridiana centrum Horologii.

4°. Ex puncto B ducatur linea B D ad lineam B A perpendicularis in B, & per punctum D ducatur linea F G, ad Meridianam A E perpendicularis in puncto D. Hæc linea F G erit linea Æquinoctialis, cujus radius erit linea B D.

5°. Fiat aut sumatur ex puncto D, distantia D E in Meridiana, quæ distantia sit æqualis radio B D: & punctum E erit centrum divisionis lineæ Æquinoctialis F G, Terminusque à quo incipienda erit divisio, erit punctum D. Reliqua ut facilia omitto.

6°. Per centrum A ducatur linea K L Meridianæ lineæ perpendicularis; erit hæc, linea Horæ sextæ.

Si producantur lineæ Horariæ sursum ultra lineam Horæ sextæ, & descriptum sit Horologium in charta oleo inuncta, habebitur Horologium in altera chartæ superficie, quod conveniet Plano Verticalis Primarii, quodque respiciet directe Plagam Mundi Borealem, sed axis debebit respicere Polum Boreum. Observandumque erit tantum ut lineæ inutiles deleantur, servatis necessariis.

V.

Horologium Horizontale sine centro pro altitudine Poli 12 graduum.

Fig. 3.

1°. Ducatur Æquinoctialis T S, quam ad angulos rectos secet Meridiana G D in puncto C, sumpto quæ in Æquinoctiali, uno puncto S disito à puncto C, quantum fieri poterit, fiat angulus C S D 15 graduum. Punctum S erit punctum lineæ Horæ 7. Distantia C D erit radius Æquinoctialis; punctum D erit centrum divisionis, & punctum C erit terminus à quo incipienda erit divisio, quæ fiet in quindenos gradus ut moris est, si Horæ tantum desiderentur.

2°. Fiat

2°. Fiat in puncto C angulus A C T 12. grad. id est æqualis elevationi Poli, sitque C A æqualis distantiae C D, nempe æqualis radio Æquinoctialis. Gnom. Tab.
II. Fig. 3.

3°. In puncto A erigatur linea A E perpendicularis ad C A in puncto A.

4°. In Meridiana G D sumatur aliquod punctum F satis remotum ab Æquinoctiali T S, & per hoc punctum F ducatur secunda linea Æquinoctialis V N parallela priori T S; fiat que E F parallela lineæ A C, erit que E F radius divisionis hujus secundæ lineæ Æquinoctialis V N: qua propter sumpta parte F H, æquali ipsi E F, punctum H centrum erit circuli describendi & dividendi in quindenos gradus &c.

5°. Divisâ Æquinoctiali priori in punctis O, P, Q, R, S, & alterâ in punctis I, K, L, M, N, ducantur lineæ Horarum I O, K P, L Q, M R, N S. Linea E A, si in debito situ collocetur, erit axis. Cætera, ut faciliora præmitto.

Hoc exemplum de industria addidi, ut videant tirones quid faciendum sit, quum plurimi maximi Circuli concurrunt in puncto seu centro aliquo communi, quod non facile in dato Plano haberi potest.

V I.

Verticale Horologium Orientale, in Plano Meridiani circuli, pro data Poli altitudine delineare.

1°. Ducatur ad libellam linea Horizontalis D E, in qua ad arbitrium assumatur punctum I pro Pede Styli, & pro puncto veri Ortus Solis. (unum enim sine altero hic esse nequit.) Fig. 4.

2°. Fiat in puncto I angulus K I E æqualis elevationi Poli datæ, ducendo nempe lineam K I C, quæ dictum angulum efficiat, & observando ut punctum K vergat ad Polum. Linea K C erit substylaris.

Append. Gregor. Astr.

3°. Per

3°. Per punctum I ducatur linea F G Æquinoctialis, perpendicularis ad substylarem K C, & sumpta ut libuerit ex I versus C in linea substylari K C, parte I C pro stylo recto & pro radio divisionis Æquinoctialis F G, punctum C erit centrum divisionis, & punctum I erit terminus à quo incipienda erit divisio, & reliqua facilia erunt. Si desideretur ut axis Horas indicet, collocetur Gnomon Z B A rectus ad Plantum Horologii in linea substylari, ita ut puncta A A, & B B conveniant. Debet autem Gnomonis altitudo A Z æqualis esse stylo recto, seu lineæ C I. Z X erit axis, si Horologium à nobis descriptum, delineetur in charta oleo peruncta, habebitur in altera chartæ superficie Horologium Occidentale, in quo nihil immutandum erit nisi denominationes Horarum, quæ pomeridianæ erunt.

CAPUT TERTIUM.

De Horologiis declinantibus, inclinatis & mixtis.

Q Uum brevitati studeam, non indicabo qua ratione declinatio, aut inclinatio Plani haberi queant. Monebo tantum. 1°. Declinationem Plani Verticalis, esse angulum quem Planum illud efficit cum Verticali Primario, seu esse arcum Horizontis interceptum inter Verticalem Primarium, & inter dictum Planum. Porro Verticalis Primarius est circulus maximus per Zenith & Nadir transiens & ad Meridianum circulum rectus. 2°. Omnes Verticales per Zenith & Nadir transire, eorumque omnium Polos esse in Horizonte, in quo sumi debet arcus declinationis Plani Verticalis. 3°. Lineam Verticalem Plani Verticalis, transire per Polum circuli cui dictum Planum

num parallelum est. Tantum autem linea illa Verticalis distat à Meridiana loci, quantum dictum Planum distat à Verticali Primario. 4°. Pedem styli esse punctum contactus Sphærae cuius stylus rectus radius est; esseque proprie Polum circuli maximi ad quem Planum Horologii parallelum est.

Addendum est inclinationem Plani cuiuspiam ab Horizonte, sursum vel deorsum, esse arcum circuli alicujus Verticalis ad dictum Planum recti, interceptum inter Horizontem & dictum Planum, vel superne versus Cœlum, vel inferne versus Terram.

Jam quum Planum omne duas facies oppositas habeat; unum idemque Planum Verticale declinans potest considerari veluti declinans ab Austro ad Ortum ex una facie, aut à Septentrione ad Occasum ex alterâ. Et si Planum aliud declinet ab Austro ad Occasum, superficies ejusdem opposita declinabit à Septentrione ad Ortum: ex quo fit, ut descripto Horologio in quocumque Plano Verticali, hoc ipso in facie opposita descriptum censeriqueat, nec aliud faciendum tunc supersit, nisi ut substylaris & axis ex altera Plani facie producantur, addantur que supra vel infra lineam Horizontalem, lineæ Horariæ necessariæ, inutilesque deleantur. Si hujusmodi Horologium in charta oleo inuncta describatur, duo simul habebuntur Horologia opposita.

His positis, præmissis in duobus prioribus hujus Capituli articulis, propositionibus duabus quæ totius Gnomonicæ hujusce Perspectivæ veluti fundamenta præcipua sunt, describam articulo tertio Horologium Verticale declinans ab Austro; quarto Horologium superius inclinatum ab Horizonte versus cœlum & ad verum Ortum aut ad verum Occasum vergens; quinto nonnihil dicam de Horologiis inclinatis sine declinatione in Planis ad Meridianum circum rectis; ac denique in sexto articulo describam

Horologium superius Mixtum, id est, in facie superiori Plani inclinati seu declinantis ab Horizonte, & simul declinantis à Verticali Primario. Sed in Horologiorum illorum descriptionibus omittemus divisionem Æquinoctialis, exprimemus que duntaxat Positionem Substylaris, centrum Horologii, Æquinoctialis Positionem, radium ejus, centrum divisionis ejusdem, differentiam longitudinum, angulum Æquinoctialis & Horizontis, angulum Substylaris cum linea Meridiana, angulum axis cum substylari, seu elevationem Poli in Plano Horologii, &c.

I.

Gen.
Tab. II.
Fig. 5.

Dato Stylo recto A, & Pedem Styli P, in Plano, & linea recta BE, quæ per Styli Pedem P transeat, quæque sit apparentia maximi circuli & quam oporteat dividere in apparentias graduum aut partium equalium, initio divisionis dato in puncto L, invenire radium, & centrum divisionis.

1°. Ducatur per Pedem Styli P datum in data BE, perpendicularis PC, æqualis Stylo recto dato A. Punctum C erit centrum divisionis quæsitum; & linea PC, æqualis Stylo recto A, erit radius divisionis. Ducatur recta CL ad punctum L datum.

2°. E puncto C tanquam centro describatur ad distantiam sumptam ad arbitrium circulus qui in suos gradus distribuatur, initio facto à puncto in quo à linea CL producta aut non producta, peripheria ejus secabitur, factumque erit quod imperatum fuerat.

Si punctum L datum, pertineat ad Æquinoctialem, sit que BE Substylaris, facile habebitur centrum Horologii, poteruntque notari, puncta quæ convenient declinationibus Solis, initiis Signorum, &c.

II.

Dato Stylo recto A, Pede Styli P in Plano, & linea BK *Gnom.
Tab. 12.
Fig. 5.*
quæ sit apparentia maximi circuli, Sed quæ non transeat
per Pedem Styli, invenire radius & centrum divisionis
illius lineæ.

1°. Ducatur ex Pede Styli P ad lineam datam BK, linea perpendicularis PRI, ad quam ex Pede Styli P, ducatur Perpendicularis PD, æqualis Stylo recto dato A, ducatur quoque linea DR, quæ erit radius divisionis lineæ BK.

2°. Sumatur in perpendiculari PRI, quæ secat datam BK in R, pars RI æqualis lineæ seu radio DR, erit que punctum I centrum divisionis lineæ BK. Si linea FG secans BK in Q sit Æquinoctialis, & linea BK sit linea Horaria, terminus à quo divisionis poterit sumi in puncto Q, & facile erit determinare in illa linea puncta pertinentia ad Parallelos Æquatoris, & elevationem Poli super lineam BK, &c. adeo ut, duabus hisce propositionibus recte intellectis, nihil facilius sit quam circulos omnes Sphæræ, tam maximos quam minores describere & dividere ut Perspectivæ hujus nostræ leges postulant.

Si data linea sit FG, cujus radius & centrum divisionis quærat.

1°. Ex Pede Styli P, ducatur ad lineam datam FG perpendicularis PE, secans lineam FG in puncto L.

2°. Ex eodem Pede Styli P, ducatur linea PC æqualis stylo dato A, & perpendicularis lineæ PE.

3°. Ex puncto L in quo Perpendicularis PE secat lineam FG, ducatur ad punctum C linea LC, Hæc erit radius divisionis lineæ FG.

4°. Sumpta in linea PE, ab L ad E parte LE, quæ sit æqualis radio LC, punctum E erit centrum divisionis.

Gnom.
Tab. II.
Fig. 7.

Si linea data FG fit *Æquinoctialis*, & linea BK fit *Meridiana*, secans *Æquinoctialem* in Q, erit illud punctum terminus à quo divisionis & cætera facile habebuntur, ut clarius patebit ex descriptione Horologiorum quæ sequitur.

III.

Horologium Verticale declinans ab Austro delineare.

Gnom.
Tab. III.
Fig. 1. &
2.

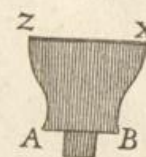
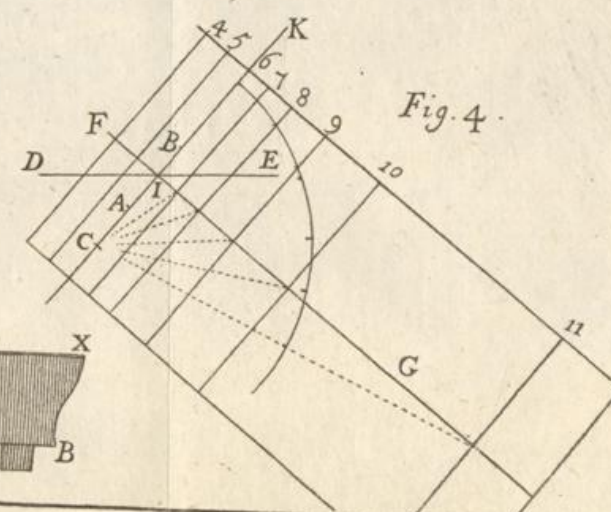
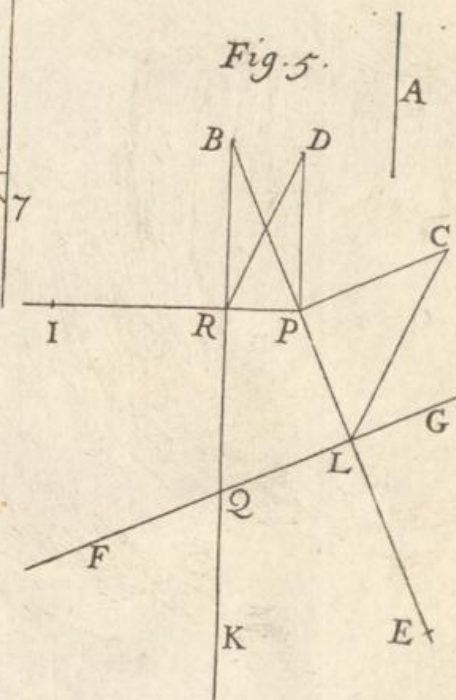
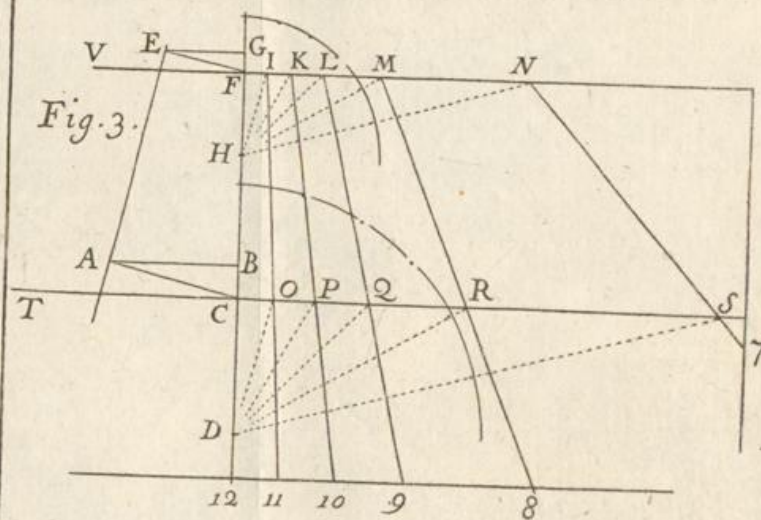
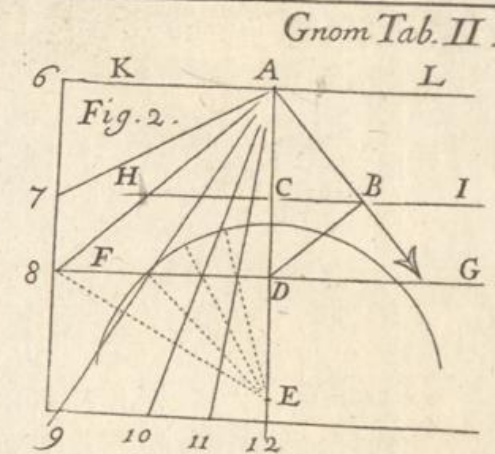
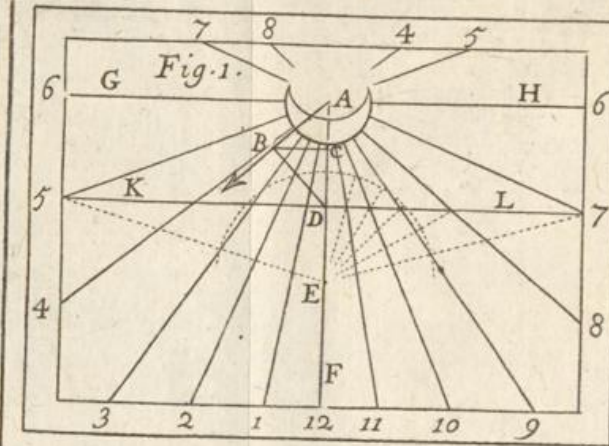
1°. Sumpto puncto B pro Pede Styli, ut libuerit, & Stylo recto, quantus sumi poterit; Ducatur ad libellam per Pedem Styli B, linea Horizontalis ML, ad quam perpendicularis ducatur per Pedem Styli B, linea BA, quæ si indefinita esse intelligatur, est linea Verticalis quæ Plano dato propria est. Sed fiat BA æqualis stylo recto determinato ut volueris.

2°. Fiat in puncto A, angulus BAE æqualis declinationi datæ per lineam AE, quæ duci debet ad dexteram delineantis, si declinatio sit ab Austro ad Ortum, ut in Fig. 1. aut ad sinistram, si declinatio sit ab Austro ad Occasum, ut in Fig. 2.

3°. Per punctum E in quo linea AE secat Horizontalem ML, ducatur linea CEG ad perpendicularum, seu perpendicularis lineæ Horizontali ML. Hæc linea CG erit Meridiana loci, nam quum Meridianus Circulus sit Circulus Verticalis, in Plano omni Verticali declinante aut non declinante (dum modo Planum illud non sit parallelum circulo Meridiano) per lineam ductam ad perpendicularum præsentabitur.

4°. Hypotenusa AE trianguli BAE, est radius divisionis Meridianæ CG, qua propter fiat EF æqualis ipsi AE, & punctum F erit centrum divisionis Meridianæ, Igitur in puncto F fiat angulus EFC æqualis elevationi Poli loci, & linea FC, dabit in puncto C in linea Meridiana centrum

Ho-



Horologii, quod centrum est Projectio Poli Austragalis in Plano dato. Si per punctum F ducatur linea E G, perpendicularis lineæ C F, habebitur in puncto G, punctum lineæ Æquinoctialis.

*Gnom.
Tab. III.
Fig. 1. &
2.*

5°. Per puncta C centrum Horologii, & B Pedem Styli ducatur C B H; hac erit substylaris seu Meridiana Plani. Ad quam ex Pede styli B erigatur perpendicularis B D æqualis stylo recto, ducaturque C D. Hæc linea erit axis & angulus D C B, erit altitudo Poli in sustylari C H, aut in Plano Horologii.

6°. Ex puncto D, ducatur D O perpendicularis lineæ D C in puncto D, donec occurrat substylari C H in puncto O; erit que D O radius Æquinoctialis. Itaque per punctum O ducatur linea Æquinoctialis I O K, perpendicularis substylari.

7°. Sumatur in substylari à puncto O, distantia O H, æqualis radio D O, & punctum H erit centrum divisionis Æquinoctialis, à quo puncto ducantur ad puncta I & G in quibus Æquinoctialis secat Horizontem & Meridianam lineæ H I, H G, & angulus O H G erit differentia Longitudinum Loci & Plani. Porro aut puncta I & G ambo inveniuntur, aut saltem unum tantum, adeoque habebitur punctum seu terminus à quo inchoanda erit divisio; nam punctum G pertinet ad lineam Horæ 12. & punctum I ad lineam Horæ 6. Linea enim Æquinoctialis secat Horizontalem in puncto uno lineæ horæ 6, cujus alterum punctum est ipsum Horologii centrum.

Angulus E C B Meridianæ & substylaris, æqualis semper est in omni Horologio Verticali declinante, angulo E I G quem Æquinoctialis efficit cum Horizontali in puncto Horæ 6.

Descripto uno Horologio Verticali declinante, quatuor Horologia, habebuntur facili negotio pariter declinantia, nempe duo declinantia ab Austro & duo declinantia à Borea, ut cuique vel leviter attendenti patebit.

I. V.

Horologium superius inclinatum ab Horizonte ad verum Ortum vel ad verum Occasum describere.

De Planis inclinatis pluribus differere nec vacat, nec necesse est. Igitur pauca tantum dicam de illis Planis inclinatis, seu ab Horizonte declinantibus, qualia sunt tecta domorum. 1°. Si sumas arcum declinationis seu potius inclinationis Planorum in Meridiano, Plana illa versus Austrum vel versus Boream vergent. 2°. Si sumas arcum inclinationis in Verticali Primario, Plana illa versus verum Ortum vel verum Occasum proclivia erunt. 3°. Si sumas arcum inclinationis in aliquo Verticali alio, qui nec sit Meridianus, nec Verticalis Primarius, Plana illa versus aliquam Mundi Plagam ab Austro vel à Septentrione declinantem inclinata erunt. Horologia in hujusmodi Planis descripta ea sunt quæ Mixta voco, & de quibus articulo Sexto agetur. Quod si Plana versus Boream vel versus Austrum vergant, Horologia in talibus Planis delineata, erunt Horologia Horizontalia pro certa quadam Poli altitudine inventu facillima; sed quia eorum theoria omnino necessaria est in descriptione Horologiorum Mixtorum, ideo de ea Artic. sequente non nihil differetur. Hic verò describemus Horologium sine declinatione, inclinatum ad verum Ortum vel ad verum Occasum.

Gnom. Tab.
III. Fig. 3.
& 4.

Itaque Supponamus Altitudinem Poli loci esse 49 grad. & inclinationem Plani esse 26 grad. His positis.

1°. Ducatur Primus Verticalis *ML*, sumptoque in eo puncto *B* ad libitum pro Pede styli recti, erigatur linea *AB* perpendicularis lineæ *ML* & æqualis stylo recto sumpto ut libuerit.

2°. In puncto *A* fiat angulus *BAE* æqualis inclinationi datæ 26 grad. ducendo lineam *AE* versus dexteram delineantis si Planum sit inclinatum ad Ortum, ut in Fig. 3. vel

vel ad sinistram, si Planum declive sit versus Occasum, ut in Fig. 4. erit que punctum E Zenith, & A E erit radius lineæ Meridianæ, quæ per punctum E ducatur perpendicularis Verticali Primario L M.

Gnom.
Tab. III.
Fig. 3.
& 4.

3°. Sumpta distantia A E, transferatur à puncto E ad F, & punctum F erit centrum divisionis Meridianæ, cujus punctum E Zenith erit terminus à quo: itaque fiat angulus E F C æqualis distantiae Zenith à Polo, seu æqualis complemento elevationis Poli, quod Complementum est 41 grad. eritque C centrum Horologii, & projectio Poli Borealis. Si ducatur F G ad F C perpendicularis, punctum G erit punctum lineæ Æquinoctialis.

4°. Per centrum Horologii C, & per Pedem styli B, ducatur C B H substylaris, ad quam per Pedem styli B, erigatur perpendicularis B D æqualis stylo recto, & ducatur C D. Hæc linea erit axis.

5°. Ad lineam C D ducatur perpendicularis D O, quæ erit radius Æquinoctialis. Ducatur igitur per punctum O linea Æquinoctialis K I, ad substylarem normalis, & secans Meridianam in G, & Verticalem Primarium L M in I, quod est punctum Horæ 6.

6°. Transferatur distantia D O ab O in H, & punctum H erit centrum divisionis Æquinoctialis, Igitur ex puncto H, ad puncta G & I ducantur lineæ H G, H I. Angulus G H I rectus erit. Angulus G H O est differentia Longitudinum. Punctum G vel punctum I, ut volueris, erit terminus à quo inchoari debet divisio Æquinoctialis. Angulus D C B est elevatio Poli in Plano Horologii, seu angulus substylaris & axis.

Hoc Horologium nihil differet ab Horologio declinante gradibus 26, pro altitudine Poli 41. grad. id est pro Complemento altitudinis Poli datæ 49 grad. dummodo supponas lineam M L esse Horizontalem, & angulum B A E, esse angulum declinationis æqualem inclinationi quæ data fuerat.

Append. Gregor. Astr.

V.

De Horologiis sine declinatione inclinatis, ad Meridianum circulum rectis.

In Schematibus quatuor, quæ hîc ad latus indicantur; fit Sphæra Obliqua tangens quatuor Plana inclinata, videlicet duo Plana ad Meridiem, & duo ad Boream spectantia. Sit, inquam, Sphæra Obliqua ZHND, in qua Z Zenith; N Nadir; P Polus Boreus; R Polus Australis; C centrum; P R Axis; E I Æquator; S Pes styli, & punctum contactus Sphærae & Plani. C S stylus rectus. Altitudo Poli 49 gr. Cujus complementum seu elevatio Æquatoris 41 gr. In omnibus punctum A est centrum Horologii. Punctum T est projectio puncti Zenith. C Q est radius Æquinoctialis, C O radius Horizontis, A P, vel A R Axis. &c. S C T angulus inclinationis, &c.

Gnom. Tab.
III. Fig. 5.
& 6.
Tab. IV.
Fig. 1. &
2.

In Plano ad Meridiem obverso, (cujus hîc faciem superiorem præsertim Considero).

1°. Si inclinatio talis sit, ut Axis sit Meridianæ Plani Parallelus (quod fiet quum angulus inclinationis æqualis erit altitudini Poli) Horologium in eo Plano describendum erit Polare de quo supra.

Tab. III.
Fig. 5.

2°. Si angulus inclinationis sit major altitudine Poli, Polus Australis aliquam altitudinem obtinebit in Plano, quæ data inclinatione Plani S C T, ejusque complemento S C O, & altitudine Poli D P, facile haberi poterit. Hæc altitudo Poli in Plano est angulus C A S.

Fig. 6.

3°. Si angulus inclinationis sit minor altitudine Poli, Polus Boreus aliquam altitudinem habebit in Plano, quæ altitudo habebitur, si cognoscatur inclinatio S C T Plani, & Complementum altitudinis Poli, sive angulus N C R.

4°. Si inclinatio sit nulla, Planum erit Horizontale. Nihil addo de Planorum superficiebus, quæ Terram spectant, quum de iis (nonnulla mutando) eadem dicenda sint quæ de

de superioribus dicta sunt, nonnulla tamen mutando, & observando faciem averfam Planū inclinati superioris ad meridiem obversi, respicere Plagam Mundi Borealem, &c. nonnulla alia animadverti poterunt in quatuor Figuris de quibus supra, si inversa earum positione, attente considerentur.

In Plano inclinato superiori ad Boream vergente

1°. Si inclinatio sit nulla, Planum erit Horizontale.

2°. Si inclinatio minor sit quam Complementum elevationis Poli, Centrum Horologii A erit inter Pedem styli S, & punctum Horizontis O. Angulusque Axis cum Meridiana videlicet angulus C A T erit acutus, & Axis inclinatus erit versus Terram. Cognitis Complemento A C T elevationis Poli, & angulo inclinationis S C T facile habebitur Angulus S C A, Axis cum Meridiana, sive altitudo Poli in Plano proposito.

Gnom.
Tab. IV.
Fig. 2.

3°. Si inclinatio æqualis sit Complemento elevationis Poli, Planum erit ad axem rectum, & Horologium in illo Plano erit Æquinoctiale, de quo supra.

4°. Si inclinatio major sit Complemento altitudinis Poli, Centrum Horologii A erit inter Zenith T & Pedem styli S, & angulus C A T erit obtusus. Cognitis angulo inclinationis S C T, & angulo A C T qui æqualis est Complemento altitudinis Poli, facile habebitur angulus C A S Axis cum Meridiana.

Fig. 1.

Quæ de Planorum omnium inclinorum superficiebus superioribus diximus, eadem, denominationibus tantum paucis mutatis, intelligi debent de superficiebus eorundem inferioribus respectivis, ut jam dixi.

Cæterum ea omnia necessaria scitu sunt, & probe distinguenda in Horologiis quæ Mixta voco describendis.

***** 2

VI.

Horologium describere in facie superiori Plani declinantis ab Austro ad Ortum, grad. 27. & inclinati grad. 70, pro altitudine Poli gr. 49.

*Gnom. Tab.
IV. Fig. 3.*

1°. Ducatur linea S P parallela Horizonti, ad eamque Perpendicularis ducatur Verticalis Plani B Z. Punctum P erit Pes styli & linea S P sumpta quanta libuerit erit stylus rectus, & centrum divisionis Verticalis. Fiat igitur P S Z angulus æqualis inclinationi datæ 70, & angulus P S A fiat æqualis complemento 20. Punctum Z erit projectio Zenith in Plano, & linea S A erit radius lineæ Horizontalis quæ per punctum A ducatur ad angulos rectos cum Verticali Plani.

2°. Transferatur distantia S A ab A in B, & B erit centrum divisionis Horizontalis lineæ. Igitur in Puncto B fiat angulus A B C æqualis declinationi datæ 27. & angulus A B H æqualis complemento ejusdem declinationis 63. Punctum H erit punctum lineæ Æquinoctialis & punctum lineæ Horæ 6. Sed punctum C pertinebit ad lineam Horæ 12 seu ad Meridianam loci: quumque Meridianus circulus sit unus e Verticalibus, ideo per punctum C, & per Zenith Z ducatur Meridiana Z D.

3°. Quærendum est centrum divisionis Meridianæ, quod sic obtinebitur. Ex Pede styli P ducatur ad Meridianam perpendicularis P X secans Meridianam in V ad angulos rectos; deinde ducta ex Pede styli P linea P N quæ æqualis sit stylo recto P S, & quæ sit ad Meridianam parallela, ducatur linea N V. Hæc erit radius Meridianæ, igitur transferatur distantia N V ab V in X, ad habendum in hoc puncto X centrum divisionis Meridianæ. Ducatur ex puncto X ad Zenith Z linea X Z, & ex eodem puncto X ad punctum C, in quo Horizontalis secatur à Meridiana, ducatur linea X C, eritque punctum Z vel punctum C terminus à quo debebit inchoari divisio. ****

4°. Su-

Fig. 1.

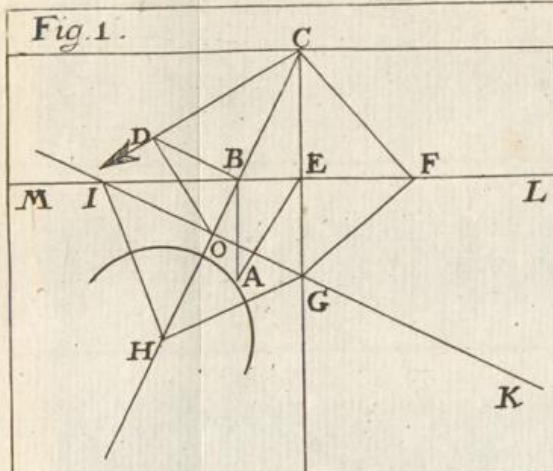


Fig. 2.

Gnom. Tab. III.

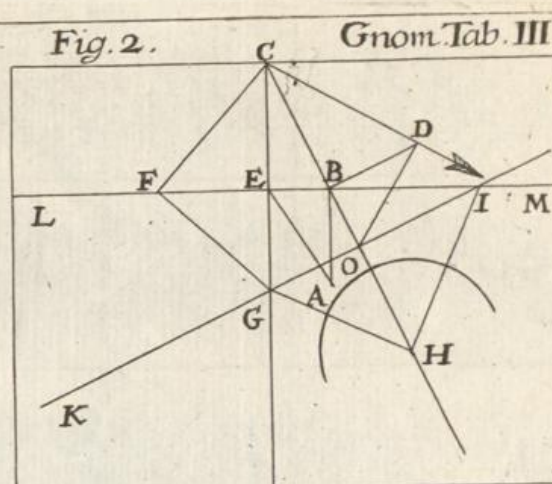


Fig. 3.

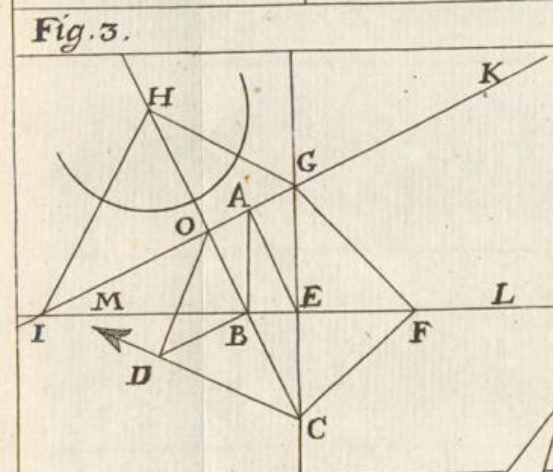


Fig. 4.

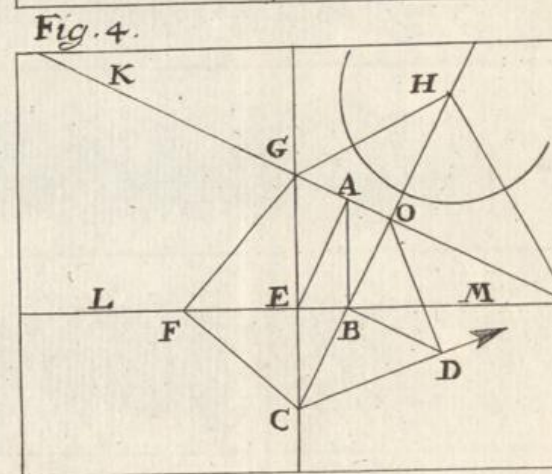


Fig. 5.

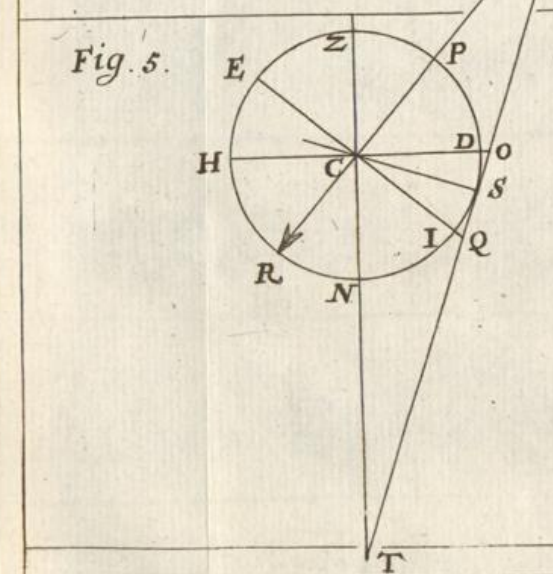
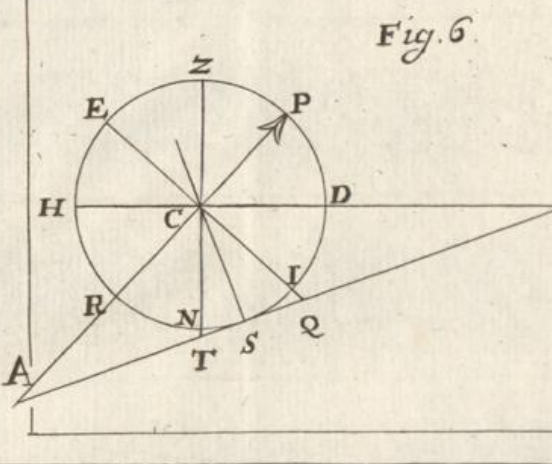


Fig. 6.



4°. Superest nunc ut inveniatur centrum Horologii vel punctum lineæ Æquinoctialis in linea Meridiana. Porro ut id præstetur meminisse oportet hic eundem casum obtinere qui expressus est in Tab. III. fig. 5. & proinde fiat angulus CXD æqualis elevationi Poli 49, & angulus CXM æqualis ejus complemento 41. Punctum M erit unum punctum lineæ Æquinoctialis in Meridiana, & punctum D erit centrum Horologii. Itaque si per punctum D, & per Pedem Styli P ducatur linea DPL, hæc erit substylaris, ad quam erigatur in Pede Styli P perpendicularis PT æqualis Stylo recto PS, & ducatur TD, ad quam ducta TR perpendicularis in T, erit radius Æquinoctialis cujus jam habebuntur tria puncta H, R, M, quæque semper secare debet Substylarem ad angulos rectos. Sed linea TD erit axis, & angulus TDP, est angulus axis cum substylari, seu elevatio Poli in Plano Horologii.

Gnom.
Tab. 17.
Fig. 3.

5°. Transferatur distantia TR, ab R in L, punctum L erit centrum divisionis Æquinoctialis, ductis quæ ad Puncta H & M ex puncto L lineis LH, LM, puncta H, M, erunt termini à quibus incipi debet divisio lineæ Æquinoctialis. Angulus RLM est differentia longitudinum. Cætera facilia sunt.

Si Horologium istud inverso situ disponatur, ita ut quæ sursum sunt, deorsum fiant, &c. conveniet Plano versus Terram inclinato gr. 70. & declinanti à Septentrione ad Occasum gr. 27, pro altitudine Poli 49.

C A P U T I V.

De Horologiorum descriptione per angulorum Calculum.

DE Horologio Æquinoctiali nihil hic dicendum occurrit, cum omnes anguli in centro hujusce Horologii æquales sint.

Horologium Polare facile quoque describetur per methodum sequentem. Supponatur quippe Stylus rectus æqualis sinui toti 10000 vel 1000 vel 100, ac deinde ab Hora 12 vel à Meridiana, transferantur in Æquinoctiali tangentes arcuum Horariorum, $7\frac{1}{2}$, 15, $22\frac{1}{2}$, 30, $37\frac{1}{2}$, 45. &c. quæ conveniunt Horis $12\frac{1}{2}$ & $11\frac{1}{2}$, 1 & 11, $1\frac{1}{2}$ & $10\frac{1}{2}$, 2 & 10, $2\frac{1}{2}$ & $9\frac{1}{2}$, 3 & 9, &c. & per puncta divisionum ducantur lineæ ad Æquinoctialem perpendiculares & inter se parallelæ, &c.

Idem dicendum de Horologio Verticali Orientali, aut Occidentali, nisi 1°. quod linea Horæ 6. quæ Substylaris est, quæque ad Æquinoctialem perpendicularis esse debet, debeat efficere cum Horizontali angulum æqualem elevationi Poli, & 2°. Quod divisio Æquinoctialis inchoari debeat à puncto Horæ 6, in quo, Æquinoctialis Horizontalem secat.

Sed Omisissis iis quæ proprie ad Trigonometricum Calculum non pertinent, Quinque articulis totum hoc Caput absolvemus. 1°. Calculum Horologii Horizontalis, 2°. Calculum Horologii declinantis, 3°. Calculum Horologii inclinati ad ortum aut occasum, 4°. Calculum Horologii Mixti breviter indicabimus, 5°. Horologii Verticalis declinantis per Calculum descripti exemplum addemus.

I.

De Horologio Horizontali.

P R O B L E M A.

Data elevatione Poli, invenire angulos linearum Horariorum cum Meridiana in centro Horologii seu in Horizonte.

A N A L O G I A

Ut sinus totus; ad sinum altitudinis Poli ::

Ita tangens distantie Solis à Meridiana, Hora datâ in Æquatore; ad tangentem anguli quæsitî, seu arcus ejusdem Horæ in Horizonte.

De.

Demonstratio. In triangulo ABC rectangulo in B , cognoscitur latus AB elevatio Poli, & angulus BAC ,
 Gnom.
 Tab. 17.
 Fig. 4.
 cujus mensura est arcus ED distantia nempe Solis à Meridiana Horâ datâ, quæ ritur autem arcus CB in Horizonte, qui invenietur per Analogiam præcedentem, quæ longe universalior fiet si dicatur:

Ut sinus totus; ad sinum altitudinis Poli in Plano Horologii cujuscunque centrum habentis ::

Ita tangens distantie Solis à substylari in Æquatore, horâ data; ad tangentem anguli ejusdem Horarie lineæ cum Substylari in centro Horologii.

I I.

Pro Horologiis declinantibus verticalibus.

Non semel à me dictum est Pedem Styli in Plano cujuscunque Horologii esse punctum contactus Sphæræ & Plani
 Fig. 53.
 & simul Polum circuli in Sphæra maximi, cujus sicuti & Sphæræ radius æqualis est Stylo recto. Hoc posito sit Sphæra Obliqua $PEAQ$, in qua Poli P & A , Zenith & Nadir Z & N , HO Horizon, EQ Æquator, ZN Verticalis Primarius, &c. Sit datum Planum Verticale declinans à Verticali Primario grad. 23. Inveniendus est circulus in Sphæra data maximus, qui ad datum Planum Parallelus sit, & punctum contactus Sphæræ cum Plano dato assignandum est. Ea sic efficientur. Quum Planum datum sit Verticale, & declinans grad. 23. Circulus huic Plano Parallelus, est quoque Verticalis declinans à Verticali Primario grad. totidem. Talis describi debet circulus Verticalis ZBN , cujus Polus quærat S , per quem ducatur Verticalis ZSN , qui ad Circulum ZBN rectus erit. Si Stylus rectus supponatur esse æqualis Sphæræ hujusce radio, Punctum S erit punctum contactus Sphæræ & Plani propositi. Circulusque ZSN exhibebitur in Plano per
 Ver-

Gnom.
Tab. IV.
Fig. 5.

Verticalem Plani. Jam vero per Polos P & A, & per punctum S describatur maximus PSA. Hic erit substylaris. Meridianus est circulus PEAQ. In Planis Verticalibus omnibus Meridiana est Parallela verticali Plani. Data sit elevatio Poli OP gr. 49. Quæritur

1°. Angulus ZSP Substylaris cum Verticali Plani; hujusce anguli mensura est arcus ZR, vel arcus MN.

2°. Arcus PR qui est æqualis elevationi Poli in Substylari, aut qui est mensura anguli quem efficit, Axis cum Substylari in centro Horologii.

3°. Angulus ZPR differentia longitudinum, cujus mensura est arcus ED. Omnia hæc supeditabit Solutio trianguli ZPR, rectanguli in R, in quo data sunt 1°. Latus ZP complem. elevationis Poli, 2°. Angulus rectus in R, 3°. Angulus RZP complem. declinationis, qua propter facile invenietur 1°. Latus ZR mensura anguli substylaris cum Verticali Plani. Hic Angulus æqualis est angulo Substylaris cum Meridiana in centro Horologii, quia Meridiana est parallela lineæ Verticali Plani. 2°. Invenietur latus PR, mensura anguli Axis cum Substylari. 3°. Angulus ZPR differentia longitudinum, seu distantia Substylaris à Meridiana in Æquatore.

Analogias non affero quia commode ex Trigonometria peti possunt, præter quam quod non omnium earum demonstratio inspectâ figurâ conspicua esset, nec opusculi hujusce sinunt angustia ut singula demonstramus.

III.

De Horologiis Sine declinatione versus ortum verum, vel verum Occasum acclivibus.

Fig. 6.

Eâdem hic fermè constructione suppositâ quam in Articulo Præcedente exposuimus; Sit HBI, Circulus inclinato Plano dato Parallelus, circulus que HSI ad circum-

lum HBI rectus & transiens per Polum ejus S in Verticali Primario ZN sumptum, Punctum S, erit Pes Styli, & punctum contactus Sphaerae & Plani dati. Circulus PDA est Substylaris, circulus HSI est ad Verticalem Primarium rectus, sicuti & Meridianus, qui proinde in Plano Parallelus est Verticali Plani HSI, & Horizonti HI. Itaque sumpto HSI pro Verticali Plani, ad quem Meridiana est Parallela, in triangulo PRI, tria nota sunt. 1°. PI elevatio Poli, 2°. Angulus rectus in R, 3°. Angulus PIR complementum inclinationis Plani, quærentur autem tria, 1°. latus RI, mensura anguli RSI, quem substylaris cum Verticali Plani HSI efficit, vel cum Meridiana eidem Verticali parallela. 2°. Latus PR angulus axis cum substylari, vel mensura elevationis Poli in Substylari. 3°. Angulus RPI, differentia longitudinum, cujus mensura in Aequatore est arcus DQ. Analogiæ ex Trigonometria petantur.

Gnom.
Tab. 17.
Fig. 6.

I V.

De Horologiis Mixtis.

Describendum sit Horologium in facie superiori Plani declinantis ab Austro ad Ortum grad. 27, & inclinati grad. 70 pro altitudine Poli gr. 49, quæritur ut in Sphaera PEAQ Planum dictum tangente assignetur circulus ad dictum Planum Parallelus, & punctum contactus Sphaerae & Plani. &c.

Describatur Verticalis ZDN declinans à Verticali Primario ZN grad. 27 & per Polum ejus K traducatur Verticalis ZKN, sumptoque arcu KL ab Horizonte gr. 70, ducatur per punctum L & per punctum D, circulus maximus BDF, cujus quærat Polus, qui necessario erit in Verticali ZKN, nempe in S. Arcus KS erit 20. Complement. inclinationis 70. & arcus SN erit etiam æqualis inclinationi 70. Maximus circulus BDF erit parallelus

Fig. 7.

Append. Gregor. Astr.

Pla-

Gnm.
Tab. 17.
Fig. 7.

Plano proposito ; & punctum S erit pes Styli, & punctum contactus Sphaerae cum Plano, posito Stylo recto aequali Sphaerae praesentis radio. Denique per Polos P & A & per punctum contactus S describatur circulus maximus PSN. Hic erit Substylaris. His positis, arcus PM, est mensura elevationis Poli in Plano Angulus MSL, est angulus Substylaris cum Verticali Plani, cujus mensura est arcus LM. Angulus IPQ est angulus differentiae longitudinum, cujus mensura est arcus IQ in Aequatore. &c. Sed jam ad calculum accedamus.

1°. In triangulo ZBL rectangulo in L, tria cognita sunt 1°. angulus rectus in L; 2°. angulus BZL declinationis 27, cujus mensura est arcus KO; 3°. Latus ZL 20 Complem. inclinationis. Igitur tria quaerantur: 1°. angulus ZBL; 2°. Latus BL qui servetur; 3°. Latus ZB quod subtrahatur à Complem. elevationis Poli ZP, ad Habendum in residuo arcum BP. Itaque

2°. In triangulo BMP rectangulo in M, jam tria cognita erunt, nempe 1°. Hypotenusa BP modo inventa; 2°. Angulus rectus in M; 3°. Angulus MBP, aequalis angulo ZBL supra invento. Ergo tria quaerantur: 1°. Latus BM, quod additum lateri BL supra invento & servato, dabit arcum ML mensuram anguli LSM, qui est angulus Verticalis lineae Plani cum Substylari. 2°. Quaeratur angulus BPM. Hic angulus aequalis est differentiae longitudinum loci & Plani, seu distantiae Substylaris à Meridiana in Aequatore; nam angulus BPM aequalis est angulo IPQ, cujus mensura, nempe arcus IQ, est dicta longitudinum differentia. 3°. Quaeratur latus PM, quod est mensura anguli Substylaris cum axe in centro Horologii, seu elevationis Poli in Plano Horologii. Hujus complementum est arcus PS, mensura anguli Styli recti cum axe. Haec sufficiunt ad describendum Horologium in Plano supra dicto.

SCHO-

S C H O L I U M.

Statim atque habetur longitudinum differentia, eo ipso habetur ejus complementum, & proinde habentur in Æquatore distantia duorum punctorum hinc & inde a substylari positorum, quorum unum pertinet ad Horam 12. alterum ad Horam 6. Sed in tribus Horologiis de quibus superius, inventa est differentia longitudinum, & præterea inventa est elevatio Poli in Plano Horologii, quapropter duæ hinc Analogiæ addendæ sunt, quarum unius ope invenietur angulus Substylaris cum Meridiana, in centro Horologii, alterius vero auxilio invenietur angulus lineæ Horæ 6 cum Substylari, in eodem Horologii centro. Ecce tibi Analogias illas.

Gnom.
Tab. IV.
Fig. 7.

Ad inveniendum angulum Meridiana cum Substylari.

A N A L O G I A 1^a.

Ut sinus totus : ad finem elevationis Poli in Plano Horologii ::

Ita tangens differentia longitudinum : ad tangentem anguli Substylaris cum Meridiana in centro Horologii.

Ad inveniendum angulum lineæ Horæ 6. cum Substylari.

A N A L O G I A 2^a.

Ut Sinus totus : ad finem elevationis Poli in Plano Horologii :

Ita tangens complementi differentia longitudinum : ad tangentem anguli lineæ Horæ 6. cum Substylari.

*Horologii Verticalis declinantis ab Austro ad Ortum gr. 10
pro altitudine Poli 46 gr. 26'. per calculum angulorum
descriptio.*

*Gnom. Tab.
V. Fig. 1.*

Describatur circulus quivis C B D, è cujus centro A ducatur radius A B. Hic erit linea Meridiana, seu linea Horæ 12. Vocetur perspicuitatis gratiâ pars B C circuli Ortus Gnomonicus, quia in eam partem umbræ projicientur ante Meridiem; pars vero B D vocetur Occasus Gnomonicus, quia continere debet Horas pomeridianas. Jam quia Horologium declinare debet à Meridie ad Ortum, Substylaris esse debebit in parte C B Ortus Gnomonici. His positis.

1°. Quæraturs angulus Substylaris cum Meridiana per sequentem Analogiam:

Ut sinus totus: ad sinum declinationis Plani 10 gr.:

Ita tangens compl. elevationis Poli 43 gr. 34'. ad tangentem anguli Substylaris cum Meridiana in puncto A. Invenitur hic angulus 9 gr. 23'. Fiat igitur in centro A angulus G A B totidem graduum, Linea A G erit Substylaris.

2°. Quæraturs elevatio Poli in Substylari per hanc Analogiam:

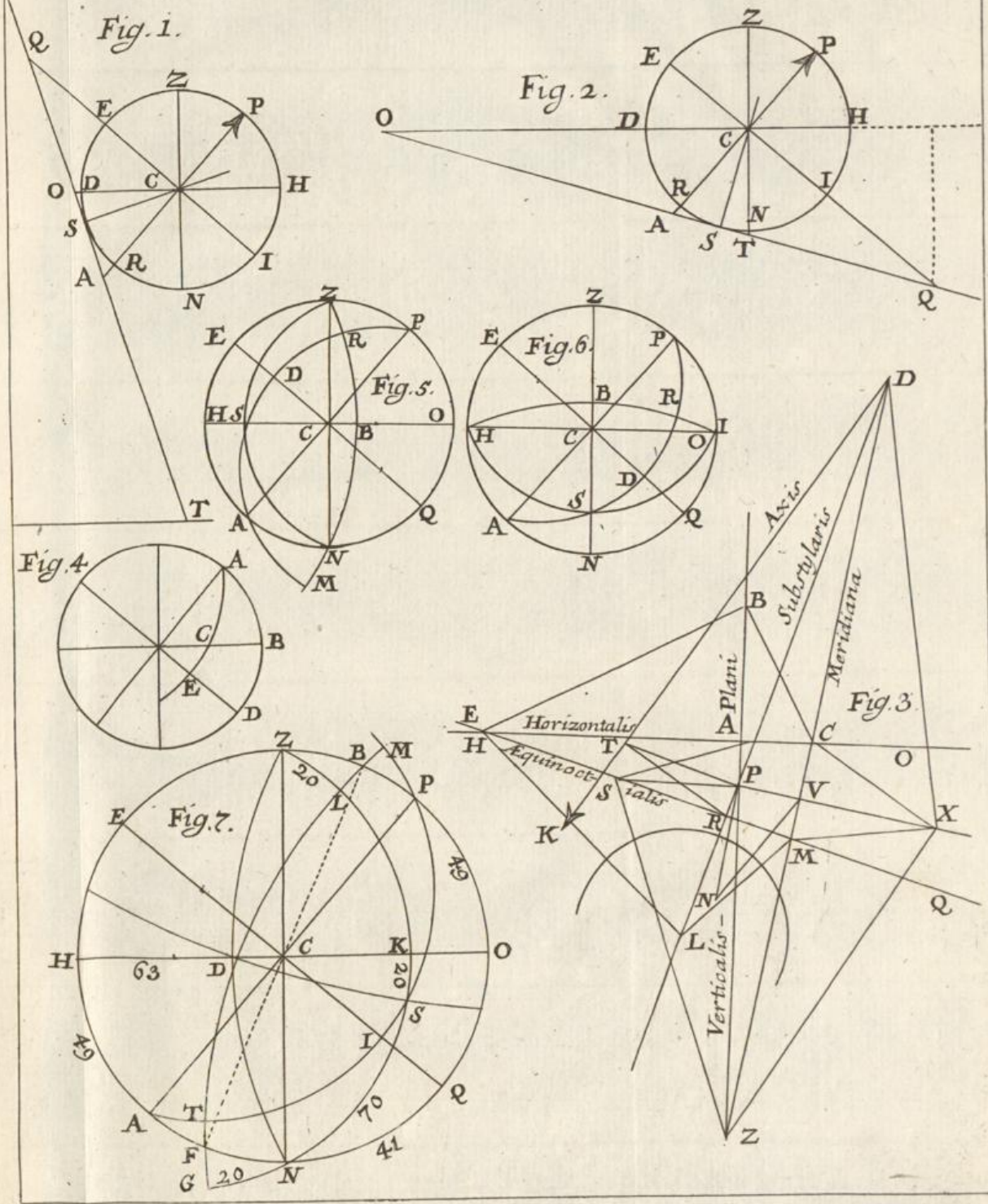
Ut sinus totus: ad sinum compl. declinationis Plani:

Ita sinus Complem. elevationis Poli in Horizonte: ad Sinum elevationis Poli in Plano Horologii, seu in substylari. Invenieturs dicta elevatio 42 gr. 44'.

Fiat ergo triangulum A K P cujus angulus A fit 42 gr. 44'. Hoc triangulum erigendum erit rectum ad Planum Horologii, in linea Substylari A G, ita ut Puncta A, A. Conveniant in centro A.

3°. Quæraturs differentia longitudinum loci & Plani per hanc Analogiam:

Ut



Ut sinus totus: ad sinum elevationis Poli in Horizonte::
 Ita tangens complem. declinationis Plani: ad tangentem
 complemem. differentiae longitudinum.

Gnom. Tab.
 V. Fig. 1.

Invenietur differentia longitudinum, id est distantia Meridianae à substylari in Aequinoctiali, $13^{\circ} 41'$. Substylaris est terminus à quo debet institui Calculus tam arcuum Horariorum in Aequinoctiali, quam angulorum Horariorum in centro A Horologii. Superest nunc ut componatur Tabula quae inserviat ad inveniendos angulos Horarios in centro Horologii: ea autem sic conficietur.

Tres Columnae praeparentur; in prima Ordinatum disponantur Horae à substylari, sive à puncto G versus C; & a puncto G versus D, & e regione Horarum, scribantur in secunda Columna arcus iisdem Horis convenientes in Aequinoctiali. Deinde ad habendos angulos linearum horariorum cum substylari in centro Horologii A, qui anguli Horis primae Columnae, & arcubus secundae competunt, Analogia sequens adhibeatur:

Ut sinus totus: ad sinum elevationis Poli in Plano Horologii $42^{\circ} 44'$::

Ita tangens unius cuiusque arcus secundae Columnae: ad tangentem unius cuiusque anguli convenientis, in Columna tertia collocandi. Si in Centro A fiant anguli cum substylari aequales iis qui in tertia Columna indicantur, tam versus C quam versus D, descriptum erit Horologium quale exhibetur in secunda Figura. Sed docendum est qua ratione conftrui debeat secunda Tabulae Columna. Itaque

1^o. Ad habendos arcus Horarum, quae futurae sunt inter G & inter C, incipiendo à puncto G, subtrahe differentiam Longitudinum seu distantiam Meridianorum Loci & Plani $13^{\circ} 40'$. a 15° . reliquum erit $1^{\circ} 20'$. pro Hora II. Huic adde 15° . habebis $16^{\circ} 20'$ pro Hora IO & sic deinceps. Sed si vis habere Semihoras, adde ad $1^{\circ} 20'$, $7^{\circ} 30'$, habebis $8^{\circ} 50'$. pro Hora $10\frac{1}{2}$ &

3

ad

Gnom.
Tab. V.
Fig. I.

[54]

ad habendam Horam $9 \frac{1}{2}$ adde $7^{\circ} 30'$. cum $16^{\circ} 20'$
& habebis $23^{\circ} 50'$ pro hora $9 \frac{1}{2}$, quibus gradibus si ad-
das $7^{\circ} 30'$. habebis $31^{\circ} 20'$. pro Hora 9. & sic deinceps.

2°. Ad habendas Horas quæ sunt inter G & inter D,
subtrahe $7^{\circ} 30'$ à $13^{\circ} 40'$, reliquum erit $6^{\circ} 10'$ pro
 $11 \frac{1}{2}$. Pro Hora 12 arcus erit $13^{\circ} 40'$ differentia lon-
gitudinum. Si ad $13^{\circ} 40'$ addas $7^{\circ} 30'$ summa $21^{\circ} 10'$
pertinebit ad Horam $12 \frac{1}{2}$ &c. Hac methodo usus sum
ad habendos arcus Columnæ secundæ. Tota Tabula extat
post hanc paginam.



T A B U-

T A B U L A

Arcuum Horariorum in Aequinoctiali, & angularum Horariorum in centro Horologii.

*Pro Horologio Verticali declinante à Meridie ad Ortum grad. 10 data
Altitudine Poli loci 46 gr. 26'.*

<i>Hora inter G & C</i>	<i>Arcus in Aequinoct.</i>	<i>Anguli in centro A.</i>
11 - - -	1 gr. 20' -	0 gr. 54' -
10 $\frac{1}{2}$ - -	8 50 - -	6 1 -
10 - - -	16 20 - -	11 15 -
9 $\frac{1}{2}$ - -	23 50 - -	16 41 -
9 - - -	31 20 - -	22 27 -
8 $\frac{1}{2}$ - -	38 50 - -	28 39 -
8 - - -	46 20 - -	35 24 -
7 $\frac{1}{2}$ - -	53 50 - -	42 52 -
7 - - -	61 20 - -	51 8 -
6 $\frac{1}{2}$ - -	68 50 - -	60 17 -
6 - - -	76 20 - -	70 17 -
5 $\frac{1}{2}$ - -	83 50 - -	80 57 -

<i>Hora inter G & D</i>	<i>Arcus in Aequinoct.</i>	<i>Anguli in centro A.</i>
11 $\frac{1}{2}$ - -	6 gr. 10' - -	4 gr. 11' -
12 - - -	13 40 - -	9 23 -
12 $\frac{1}{2}$ - -	21 10 - -	14 43 -
1 - - -	28 40 - -	20 21 -
1 $\frac{1}{2}$ - -	36 10 - -	26 23 -
2 - - -	43 40 - -	32 56 -
2 $\frac{1}{2}$ - -	51 10 - -	40 8 -
3 - - -	58 40 - -	48 6 -
3 $\frac{1}{2}$ - -	66 10 - -	56 56 -
4 - - -	73 40 - -	66 38 -
4 $\frac{1}{2}$ - -	81 10 - -	77 6 -
5 - - -	88 40 - -	88 2 -

Angulus Axis cum Substylari 42 gr. 44'.

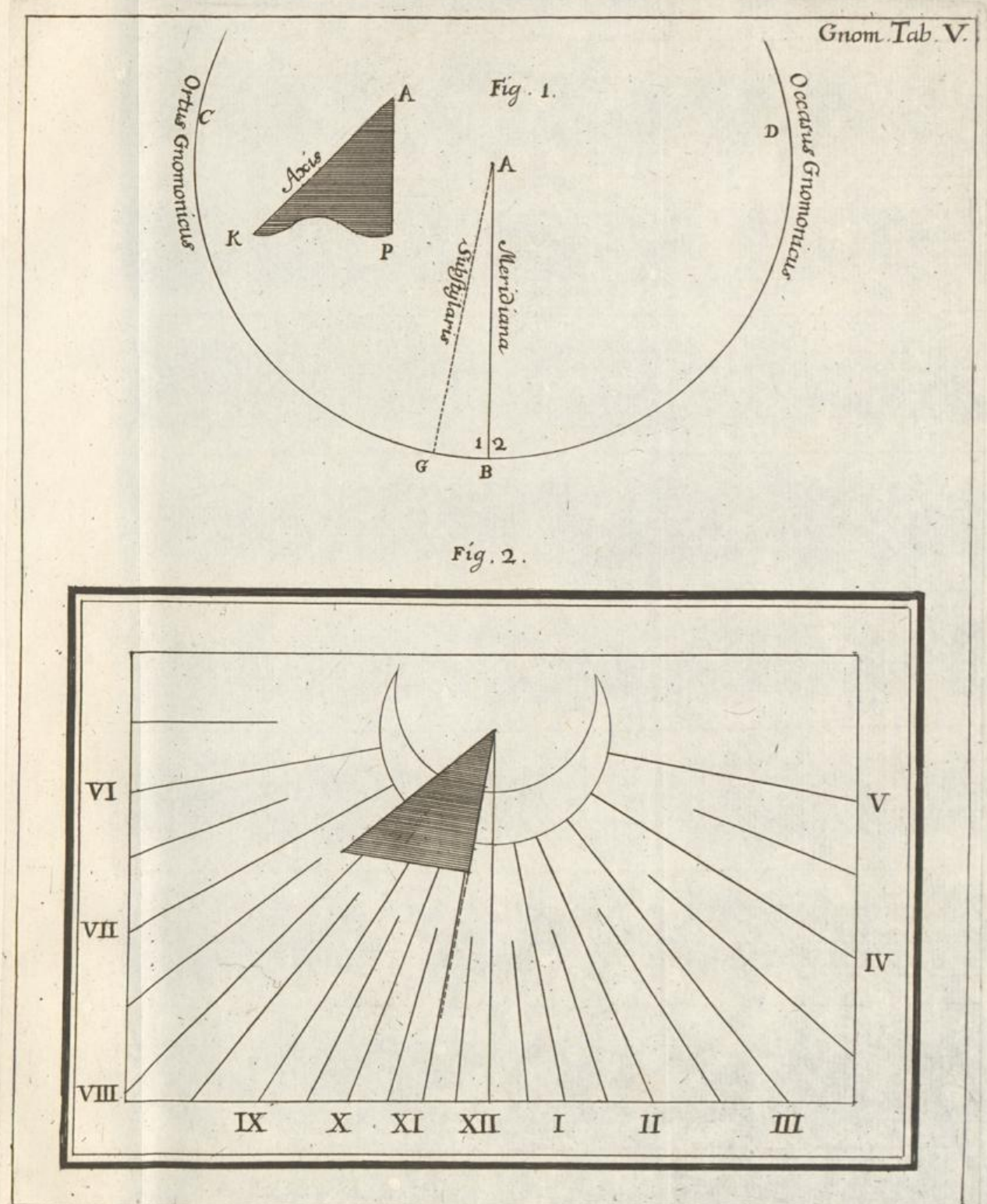
T A D U L A

The following is a list of the names of the persons who have been
 admitted to the office of the Secretary of the Board of Education
 since the first of January, 1888, to the first of January, 1889.

List of names of persons admitted to the office of the Secretary of the Board of Education since the first of January, 1888, to the first of January, 1889.		List of names of persons admitted to the office of the Secretary of the Board of Education since the first of January, 1888, to the first of January, 1889.		List of names of persons admitted to the office of the Secretary of the Board of Education since the first of January, 1888, to the first of January, 1889.	
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16
17	17	17	17	17	17
18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19
20	20	20	20	20	20
21	21	21	21	21	21
22	22	22	22	22	22
23	23	23	23	23	23
24	24	24	24	24	24
25	25	25	25	25	25
26	26	26	26	26	26
27	27	27	27	27	27
28	28	28	28	28	28
29	29	29	29	29	29
30	30	30	30	30	30
31	31	31	31	31	31
32	32	32	32	32	32
33	33	33	33	33	33
34	34	34	34	34	34
35	35	35	35	35	35
36	36	36	36	36	36
37	37	37	37	37	37
38	38	38	38	38	38
39	39	39	39	39	39
40	40	40	40	40	40
41	41	41	41	41	41
42	42	42	42	42	42
43	43	43	43	43	43
44	44	44	44	44	44
45	45	45	45	45	45
46	46	46	46	46	46
47	47	47	47	47	47
48	48	48	48	48	48
49	49	49	49	49	49
50	50	50	50	50	50
51	51	51	51	51	51
52	52	52	52	52	52
53	53	53	53	53	53
54	54	54	54	54	54
55	55	55	55	55	55
56	56	56	56	56	56
57	57	57	57	57	57
58	58	58	58	58	58
59	59	59	59	59	59
60	60	60	60	60	60
61	61	61	61	61	61
62	62	62	62	62	62
63	63	63	63	63	63
64	64	64	64	64	64
65	65	65	65	65	65
66	66	66	66	66	66
67	67	67	67	67	67
68	68	68	68	68	68
69	69	69	69	69	69
70	70	70	70	70	70
71	71	71	71	71	71
72	72	72	72	72	72
73	73	73	73	73	73
74	74	74	74	74	74
75	75	75	75	75	75
76	76	76	76	76	76
77	77	77	77	77	77
78	78	78	78	78	78
79	79	79	79	79	79
80	80	80	80	80	80
81	81	81	81	81	81
82	82	82	82	82	82
83	83	83	83	83	83
84	84	84	84	84	84
85	85	85	85	85	85
86	86	86	86	86	86
87	87	87	87	87	87
88	88	88	88	88	88
89	89	89	89	89	89
90	90	90	90	90	90
91	91	91	91	91	91
92	92	92	92	92	92
93	93	93	93	93	93
94	94	94	94	94	94
95	95	95	95	95	95
96	96	96	96	96	96
97	97	97	97	97	97
98	98	98	98	98	98
99	99	99	99	99	99
100	100	100	100	100	100

INDEX ALPHABETICUS

[Faint, illegible text from the reverse side of the page, likely bleed-through from the index entries.]



I N D E X

A L P H A B E T I C U S.

A.

A Chronycus Ortus & Occasus.	Pag. 191
<i>Aequatio</i> temporis.	346. & seqq.
<i>Aequator</i> seu <i>Aequinoctialis</i> circulus.	170
ejus <i>Secundarii</i> seu circuli <i>declinationum</i> .	171. 172
<i>Aequinoctiorum</i> tempus <i>determinare</i> .	335
<i>Præcessio</i> .	108
<i>Æra</i> præcipuæ, veluti <i>Æra</i> Christiana, &c.	206. 207
<i>Aeris</i> raritas quanta esse possit.	610
<i>Almicantarath</i> circuli.	178
<i>Altitudo</i> Poli in quolibet Loco ejusdem Loci Latitudini æqualis est.	186
<i>Amphiscii</i> incolæ <i>Zonæ</i> torridæ.	173
<i>Amplitudo</i> ortiva & occidua.	179
<i>Andromeda</i> .	238
<i>Angulus</i> <i>Commutationis</i> .	382
<i>Annulus</i> Saturni.	22
Ejus magnitudo, figura & situs.	592
Ejus Phases è sole visæ.	594
Ejus Phases è Terra spectatæ.	598
Ejus Origo.	727
Ejus Phænomena è Sole spectata.	728
<i>Anni</i> Tempestatum explicatio in Hypothesi Terræ motæ	54
<i>Annus</i> Magnus.	199. 205
Sydereus.	199
<i>Anni</i> Syderei quantitas.	341
<i>Annus</i> Tropicus seu Vertens.	199
Civilis.	200
<i>Annus</i> Ægyptiacus.	201
Julianus.	202
Gregorianus.	202
<i>Anni</i> initium varium apud Populos.	204
Vertentis quantitatem definire.	399

An-

<i>Annorum</i> Collectiones seu Epochæ celebriores.	205
<i>Anomalias</i> Medias & ipsis correspondentes Veras calculo determinare.	313. 314.
<i>Anomalia</i> Media data Veram invenire.	316. 317
<i>Anomaliarum</i> inveniendarum Methodi variæ.	319 & seqq.
<i>Anser</i> Americanus, seu <i>Toucan</i> .	239
<i>Antecedentia</i> (Motus in) quid?	168
<i>Antinoüs</i> .	239
<i>Antipodes</i> .	177
<i>Antæci</i> .	176
<i>Apsides</i> & Nodi Planetarum Primariorum quiescunt.	77
<i>Apsidum</i> progressionem & regressionem in Satellitum Orbitis.	454
Motum in Satellitum Orbitis determinare.	445. 450
Motum in Jovis & Saturni Satellitum Orbibus invenire.	566
Motum in iisdem Orbibus inventum corrigere.	567
<i>Apus</i> .	239
<i>Aquarius</i> .	238
<i>Aquila</i> .	238
<i>Ara</i> .	239
<i>Area</i> quas Corpora in gyros acta, radiis ad centrum Virium ductis describunt, sunt temporibus descriptionum proportionales.	16
<i>Aries</i> .	238
<i>Ascensio</i> & <i>Descensio</i> recta.	184
<i>Ascensio</i> & <i>Descensio</i> obliqua.	184
<i>Ascensionalis</i> Differentia.	185
<i>Aspectus</i> Syderum.	169
<i>Astronomica</i> Tabulæ. Vide Tabulæ.	
<i>Atmosphæra</i> Telluris Refractiones.	296. 297
<i>Atmosphæra</i> Cometarum ingens.	619
<i>Attractionis</i> Legum sequelæ in motibus corporum circa commune centrum Gravitatis motorum.	95. 96
<i>Axis</i> Telluris.	170
<i>Azimuthales</i> circuli seu <i>Azimuthi</i> .	178

B.

<i>Berenices</i> Comæ	239
<i>Bernoullii</i> Jac. Cometarum Systema.	608
	De

I N D E X.

De Caudis Cometarum opinio.	59
<i>Bootes.</i>	616
<i>Bullialdi Methodus</i> ad inveniendas Anomalias	238
	324

C.

<i>Cancer</i>	238
<i>Canis Major & Minor.</i>	239
<i>Capricornus.</i>	238
<i>Caput & Cauda Draconis, in Orbita Lunæ.</i>	23
<i>Cartesii de Vorticibus & motibus Planetarum circa Solem sententia.</i>	125. & seqq.
<i>Quæ in Cartesiana Mundani Systematis expositione parum accurata videntur, refelluntur.</i>	137. & seqq.
<i>Cartesii de Cometarum Origine opinio.</i>	607
<i>Cassini Ellipsis.</i>	326
<i>Hypothesis ad explicandas Cometarum Orbitas.</i>	608
<i>Cassiopeia.</i>	238
<i>Cauda Cometarum.</i>	614. 618. 619
<i>Centrum systematis Solaris.</i>	111
<i>Cepheus.</i>	238
<i>Circuli Sphæræ.</i>	167
<i>Horarii.</i>	182
<i>Climata</i>	174
<i>Coluri Æquinoctiorum & Solstitiorum.</i>	172
<i>Cometa quid sint.</i>	604. 605. 607, &c.
<i>Non in Terram præcipue, sed in Solem graves sunt.</i>	20
<i>Cometarum Caudæ unde ortæ.</i>	619
<i>Philosophorum de Caudis Cometarum placita.</i>	614
<i>Cometarum cursus varii.</i>	2
<i>Motus circa Solem.</i>	2. 60
<i>Orbitæ seu semitæ quando Ellipticæ.</i>	62
<i>Motuum apparentiæ è Tellure visorum.</i>	13. 61
<i>Caudæ si Telluris Atmosphæram attigerint nocere possunt animalibus & vegetalibus.</i>	620
<i>Caudæ figuras diversas induere possunt.</i>	622
<i>Cometa qua in cœli parte frequentiores videantur.</i>	623
<i>Cometa distantiam à Sole æstimare.</i>	625
<i>Viam inter Fixas, Nodos ejus, & inclinationem ad Eclipticam per observationes definire.</i>	627
***** 2	Pe-

Perigæi locum, ad datum tempus invenire.	-	628.
Vapores quo progressu temporis à Nucleo ad Caudæ extremum ascendant.	-	632.
Trajectoriam per observationes quatuor determinare, si rectilinea sit.	-	635.
Locum è Terra visum ad datum tempus per quatuor observationes invenire.	-	638.
Distantiam à Terra & magnitudinem-sicuti & magnitudinem Atmosphæræ ejus determinare.	-	639.
<i>Cometa</i> Trajectoria Parabolica.	-	640.
<i>Cometa</i> Velocitas cum Planetæ cujuslibet Primarii comparatur.	-	643.
<i>Cometa</i> motus in Parabola explicatur.	-	644. & seqq.
Viam ex aliquibus observatis determinare.	-	656.
Trajectoriam Parabolicam ex observationibus aliquot invenire, & ad Eclipticam reducere, ac motum in Longitudinem invenire.	-	660. & seqq.
Motum in Longitudinem accuratius determinare.	-	672.
Motum in Latitudinem determinare.	-	675.
Trajectoriæ Nodos, & tempus quo <i>Cometa</i> in Nodis versatur invenire.	-	675. & seqq.
Orbitæ inclinatio ad Eclipticæ planum.	-	676.
Orbitæ Parabolicæ Parametrum præcipuum seu Latus rectum principale reperire.	-	677.
Perihelium & Perigæum invenire.	-	677.
Trajectoriam accuratius determinare per Regulas falsæ Positionis.	-	680.
<i>Cometa</i> Locus Heliocentricus secundum Longitudinem & Latitudinem invenitur ad tempus datum.	-	688.
Distantia à Sole determinatur.	-	688.
Locus Geocentricus in Longitudinem & Latitudinem invenitur.	-	690.
Distantia à Terra reperitur.	-	ibid.
<i>Cometa</i> quales appareant è Sole conspecti.	-	705. 706.
<i>Commutationis</i> Angulus.	-	382.
<i>Conjunctio</i> Lunæ cum Sole.	-	512. 513.
<i>Constellationes</i> recensentur.	-	238.
<i>Corona</i> Septentrionalis.	-	238.
<i>Corpora</i> se invicem attrahentia, & circa commune Gravitatis centrum revoluta, describunt figuras similes;	-	88.

I N D E X.

61

Et radiis ad commune Gravitatis centrum ductis, areas ver-	
runt temporibus proportionales, per quæ in Orbitæ suæ respec-	
tivæ parte aliqua delata sunt.	89
Corporis in Parabola revoluti & ad Focum Parabolæ tendentis Ve-	
locitates æstimantur.	641
Corporis in Parabola moti Velocitas cum Velocitate corporis in cir-	
culo moti (si utrumque Corpus ad idem centrum tendat) com-	
paratur.	642
Corporum duorum circa commune Gravitatis centrum revolutorum	
tempora Periodica determinantur.	92
Corporum eorundem Orbitæ, seu Ellipsium quas describunt majo-	
res Axes inveniuntur.	94
Eorundem Orbitæ Ellipticæ mutuo comparantur.	ibid.
Cosmicus Ortus & Occasus.	191
Crater.	239
Crepusculi causæ.	187
Limites.	188
Initium & finis.	267
Crepusculo lumen simile observatum primùm anno 1685. à DD. Cas-	
sino & Fatio.	188
Crepusculi minimi tempus reperire.	269
Cycloidis proprietas in Pendulorum æquandis Oscillationibus.	409

D.

Declinatio Syderum.	171. 172.
Declinationem Syderum observare.	231
Declinationum circuli.	171. 172
Delineatio Phasium Lunarium.	25
Densitatis Solis ratio ad Densitatem Planetæ Primarii circa quem	
Satelles revolvitur.	405
Diametri Planetarum Primariorum è Sole visorum.	703
Dies varii distinguntur.	197
Dierum varia initia.	297
Differentia Ascensionalis.	185
Directio Planetarum.	374
Distantiæ Planetarum Primariorum à Sole quam proportionem habeant	
inter se cum temporibus Periodicis eorundem circa Solem.	36. 71
Diurnus motus Telluris circa Axem.	53. 54
Dorado.	239
Draco.	238
***** 3	Draco.

<i>Draconis</i> caput & cauda.	-	-	23
<i>Duratiōem</i> Eclipsis Solis & Lunæ invenire.	529.	541.	558

E.

<i>Eclipsis</i> Lunæ.	-	-	27
Solis.	-	-	30
<i>Eclipsium</i> Lunarium doctrina.	-	515. & seqq.	
<i>Eclipsis</i> Lunarī initium & finem determinare.	-	-	529
quantitatem invenire.	-	-	530
schema graphicè delineare.	-	-	532
<i>Eclipsium</i> Solarium doctrina.	-	-	533
<i>Eclipsis</i> Solaris duratio.	-	541.	558
Quantitas.	-	-	544
Phænomena præcipua.	-	-	546
<i>Eclipsis</i> Solaris usus in determinanda Longitudine & Latitudine Loci, seu Tractūs Terræ, in quo Sol oriens deficere incipit.	-	-	549
<i>Eclipsis</i> Solis quibus in Locis centralis appareat.	-	550.	552
quibus in Locis visibilis.	-	-	554
<i>Ecliptica</i> planum Terricolis norma est juxta quam Orbitalium Planetariorum obliquitas definitur.	-	-	5
<i>Ecliptica.</i>	-	-	167
<i>Ecliptica</i> Secundarii, seu circuli Latitudinum.	-	-	169
<i>Ecliptica</i> Obliquitatem ad Æquatorem determinare.	-	-	232
<i>Ecliptica</i> partium seu graduum Ascensionem rectam invenire.	-	-	235
<i>Ecliptica</i> graduum Declinationem reperire.	-	-	235
Angulum cum Meridiano ad datum in ea gradum definire.	-	-	235
Angulum cum Horizonte & gradus <i>Ecliptica</i> ab Horizonte Nonagesimi altitudinem & positionem invenire.	-	-	264
<i>Ellipsis</i> proprietas quædam.	-	-	65
<i>Ellipsis</i> seu Orbita à Cassino inventa describitur.	-	-	326
defectus hujus Orbitæ Ellipticæ notantur.	328.	329. &c.	
<i>Ellipsis</i> descriptio nonnullis datis.	-	357. 362. & seqq.	
<i>Epochæ</i> præcipuæ.	-	-	205
<i>Errores</i> ac deviationes Planetarum secundariorum ex Planorum Orbitalium inclinatione & Solis attractione orti.	101.	102.	103
<i>Errores</i> in motibus Planetarum Primariorum circa solem à mutua actione oriundi.	-	-	407

I N D E X.

In motibus secundariorum circa Primarium à Sole orti.	43.
Excentricitates & Axes majores Orbitalum Planetarum invenire.	430. & seqq.
	399.

F.

Figura Telluris.	408
Solis aut Planetæ cujuslibet.	414
Telluris ac Lunæ quænam foret si utraque aquis operta esset.	581, 588
Figura Lunæ sphaerois oblonga.	590
Fixæ Vide Stellæ fixæ.	
Fluxus & refluxus Maris causæ.	584. &c.

G.

Galilei Theorema de projectorum corporum semita Parabolica.	69
Galaxia seu Via Lactea.	240
Gemini.	238
Globus Cœlestis describitur.	209, 210
Terrestris.	212
Globorum Terrestris & Cœlestis usus varii.	213 &c.
Gravitatis Acceleratitris versus diversa Corpora, in distantis æqualibus, æstimatio.	86
Gregorii (Jacobi) de Cometis & Cometarum Caudis sententia.	618
Grus.	239
Gyratio Terræ circa axem.	53. 54

H.

Halleius laudatur.	239. 692. 695
Harmonica circulatio Fluidorum deferentium Planeratum juxta mentem Leibnitii.	145
Hegira Æra seu Epochæ.	208
Heliæus ortus & occasus.	191
Heterosii Zonarum Temperatarum incolæ.	173
Hore æquales & inæquales seu temporariæ.	197
Horarii circuli	182

Horolo-

<i>Horologium Sciotericum Horizontale dato loco congruum Globi</i>	
ope describere.	224
<i>Horologium Solare in Plano quolibet per calculum delineare.</i>	272. 273
<i>Horizon Sensibilis, Rationalis.</i>	177
<i>Horizontis Secundarii, seu Verticales circuli.</i>	178
Paralleli seu Almickantarath circuli.	178
<i>Horizontis divisio in Rhumbos.</i>	180
<i>Horizontis Parallelum invenire in quo Sol versatur tempore minimi</i>	
Crepusculi.	269
<i>Hugenii (Christiani) Cosmotheoria laudatur,</i>	698
<i>Hypothesis Cassini ad explicandos Cometarum motus.</i>	608

I.

<i>Inaequalitas prima & secunda in Planetarum motibus.</i>	354
<i>Inaequalitates Lunæ.</i>	103. 104. 106. &c.
<i>Inclinatio Orbitalium Planetarum Primariorum ad Eclipticam</i>	5. 6
<i>Informes Stellæ.</i>	240
<i>Jovis Satellites quatuor.</i>	21
<i>Jubilæum.</i>	205
<i>Jupiter Planeta.</i>	2. 6

K.

<i>Kalendarium Julianum.</i>	202
Gregorianum.	ibid.
<i>Kepleri Physica Cœlestium motuum exponitur.</i>	113. & seqq.
Placita nonnulla rejiciuntur.	122. &c.
Problema celeberrimum solvitur.	316. 317
<i>Kepleri opinio de Cometis eorumque Caudis.</i>	618

L.

<i>Latitudo Heliocentrica Planetarum.</i>	6
Veneris & Mercurii è Terra visorum.	8. 9
<i>Latitudo Syderum.</i>	170
Terræ tractuum.	175
<i>Leibnitii de motibus Planetarum opinio.</i>	143. &c.
Quæ in ejus opinione parum Physica videantur.	147
<i>Leo.</i>	238
	<i>Libra</i>

I N D E X

<i>Libra.</i>	238
<i>Limites Ecliptici.</i>	523
<i>Linea Nodorum quid.</i>	5
<i>Linea Nodorum positionem in Orbita Planetæ reperire.</i>	352
<i>Longitudo & Latitudo Syderum.</i>	170
<i>Longitudo & Latitudo Locorum seu Terræ tractuum.</i>	175
<i>Loxodromia.</i>	180
<i>Luna movetur in Peripheria Ellipsis circa Terram.</i>	62
Orbita ejus est Ellipsis mutabilis.	<i>ibid.</i>
<i>Luna distantia à Terra.</i>	81
Inæqualitates aliquot explicantur.	103. 104. 106. &c.
Eclipsis Totalis, centralis, Partialis, &c.	27
<i>Luna</i> inæqualitates omnes tam secundum Longitudinem, quàm secundum Latitudinem &c, à Solis attractionibus proficiscuntur.	481. & seqq.
<i>Luna</i> motus circa proprium centrum, ejusque Librationes.	570
	572. &c.
<i>Luna</i> distantiam à centro Terræ per unius Lunaris Eclipsis observationem invenire.	485
<i>Luna</i> Theoria præstantissima à Newtono composita.	505. & seqq.
<i>Luna</i> & Solis conjunctio & oppositio Media & vera.	512. 513
<i>Luna</i> Magnitudo.	576
Quantitas materiæ in <i>Luna</i> respectu quantitatis materiæ in Terra.	<i>ibid.</i>
<i>Luna</i> Densitatis ratio ad Densitatem Terræ.	578
<i>Luna</i> Figura orta ex mutua <i>Luna</i> in Terram & Terræ in <i>Lunam</i> Gravitatione.	580
<i>Luna</i> Figura quænam foret, si <i>Luna</i> aquis operta esset.	488
<i>Luna</i> Figura sphaerois oblonga seu prolata.	590
<i>Lunaris</i> Orbitæ ad Eclipticam inclinatio.	22
Ejus Nodi, seu Caput & Cauda Draconis.	23
<i>Lupus.</i>	239
<i>Lustrum.</i>	205
<i>Lyra.</i>	238

M.

<i>Magnitudo Solis & Planetarum Primariorum definitur.</i>	400
<i>Magnitudo Lunæ.</i>	576
<i>Maris Fluxus & Refluxus.</i>	584
*****	<i>Maxs</i>

<i>Mars</i> Planetâ.	2. 6
<i>Materia</i> quantitas in Sole quam rationem habeat ad quantitatem materiæ in Planeta Primatio circa quem satelles revolvitur.	403
<i>Media</i> distantia Planetæ Primarii à sole æqualis est semi-axi ma- jori Orbitæ Planetæ illius.	
<i>Mensis</i> Periodicus Lunæ.	24. 198
Synodicus Lunæ.	25. 199
Solaris.	198
<i>Mercurius</i> Planeta.	1. 6. &c.
<i>Mercurii</i> Phases.	10. 11
<i>Meridianus</i> circulus.	175. 180
<i>Meridianus</i> Primarius.	175
<i>Meridianam</i> lineam invenire.	228
<i>Motus</i> Corporum se invicem attrahentium, & circa commune cen- trum Gravitatis revolutorum.	88. 91. 95
<i>Motuum</i> Cœlestium Phænomena è Sole conspectorum.	3
Eorundem Phænomena è Terra visorum.	4
<i>Motus</i> in Consequentia seu secundum ordinem signorum.	168
<i>Motus</i> in Antecedentia seu contra ordinem signorum.	169
<i>Motus</i> Paracentricus in Hypothesi Leibnitii.	145
<i>Mundani</i> Systematis generalis conspectus.	1. & seqq.

N.

<i>Nabonassari</i> Æra.	207
<i>Nadir</i> & Zenith, Horizontis Poli.	178
<i>Nativitatis</i> Christi Epocha.	205. 206
<i>Newtoni</i> Theoria Lunæ eximia.	505. &c.
<i>Newtoni</i> de Cometarum Caudis opinio.	619
<i>Nodi</i> quid sint.	5. 23
<i>Nodorum</i> lineæ in Orbita Planetaria Positionem, & Planetæ in Nodo versantis à sole distantiam invenire.	352
<i>Nonagesimus</i> ab Horizonte Eclipticæ gradus invenitur.	264
<i>Novilunium</i> .	24
<i>Novilunium</i> dati mensis, an futurum sit Eclipticum, invenire.	534

O.

<i>Obitus</i> Alevandri Magni Epocha.	208
<i>Obliquitas</i> Eclipticæ qua ratione determinetur.	232

Occasus

I N D E X

<i>Occasus Syderum multiplex distinguitur.</i>	67
<i>Olympias.</i>	191
<i>Olympiadum Epocha.</i>	205
<i>Ophiuchus seu serpentarius.</i>	207
<i>Orbis Conditi Epocha.</i>	238
<i>Orbis Annui vel Magni Parallaxis.</i>	207
<i>Orbitæ Planetarum sunt Ellipses.</i>	416. 417
<i>Orbitarum ad Eclipticam inclinatio.</i>	58. 62. &c. 97
<i>Orbitæ Planetariæ ad Eclipticam inclinationem determinare.</i>	5. 6
<i>Orbitarum Planetariarum axes majores excentricitates, &c. invenire.</i>	353
<i>Axes inventos corrigere.</i>	399
<i>Orbitarum revolventium & quiescentium comparatio, & Virium centripetarum Leges in Orbitis revolventibus.</i>	406
<i>Orbitæ Satellitis Axis major progreditur & regreditur in singulis Satellitis revolutionibus.</i>	434. & seqq.
<i>Orbitæ Satellitis Excentricitas mutatur.</i>	454
<i>Excentricitas quando maxima.</i>	460
<i>Nodi regrediuntur seu moventur contra ordinem signorum, sed motu inæquabili.</i>	463
<i>Inclinatio ad Planum Orbitæ Primarii mutabilis est.</i>	464
<i>Orion.</i>	468
<i>Ortus & Occasus syderum Poëticus triplex.</i>	239
	191

P.

<i>Parabola five lineæ Parabolica descriptio.</i>	655
<i>Parabola quadratura.</i>	684. 685. &c.
<i>Parallaxis natura & species diversæ</i>	276
<i>Parallaxium theoria.</i>	278. 279
<i>Parallaxis Fixarum respectu Orbis magni, seu Orbitæ Telluris.</i>	416. 417
<i>Parallaxin Phænomeni cujuspiam invenire.</i>	279. 281
<i>Longitudinis & Latitudinis investigare.</i>	292
<i>Parallaxis Horizontalis Solis juxta Newtonum.</i>	511
<i>Lunæ juxta eundem.</i>	511
<i>Paralleli Aequatoris.</i>	172
<i>Horizontis.</i>	178
<i>Penduli motus in cycloïde æquabilis.</i>	409
<i>Periæci.</i>	176
***** 2	Periga-

<i>Peripateticorum</i> de Cometarum loco & natura opinio.	605
<i>Periscii</i> Zonarum Frigidarum incolæ.	173
<i>Phænomena</i> motuum Cœlestium è Sole conspекtorum. 3. 700. & seqq.	
eorundem moruum è Terra visorum.	4
<i>Phænomena</i> ex Planetarum Orbium ad Eclipticam inclinatione orta è Sole spectata.	5. 700. & seqq.
<i>Phænomena</i> visa ex Mercurio.	707
ex Venere.	712
ex Marte.	717
ex Jove.	719
ex Saturno.	724
ex Cometa aliquo.	730
ex aliqua Fixa.	733
<i>Phænomena</i> præcipua Fixarum, Solis & Planetarum ex Luna conspекta.	734
<i>Phænomena</i> præcipua Telluris ex Luna visa.	738
<i>Phænomena</i> ex Jovis aut Saturni satellite aliquo spectata.	746
<i>Phases</i> Mercurii, Veneris & Martis è Tellure visorum. 9. 10. 13	
<i>Phases</i> Lunæ describuntur.	25
<i>Phases</i> Annuli Saturnii è Sole visæ.	594
è Terra considerata.	598
<i>Philosophorum</i> opiniones de Cometarum duratione & loco.	604
placita De Cometarum origine & Orbis.	607
conjecturæ de Caudis Cometarum.	614
<i>Pisces.</i>	238
<i>Planeta</i> omnes tam Primarii quam secundarii in solem gravitant.	83
<i>Planeta</i> Primarii sunt Mercurius & Venus Inferiores dicti; Mars, Jupiter & Saturnus Superiores nuncupati.	
<i>Planetarum</i> Primariorum ordo & motus & Periodicæ revolutiones. 2	
Orbium inclinatio ad Eclipticam.	6
Orbium Nodi & Apfides quiescunt.	77
<i>Planetarum</i> Inferiorum motus apparentes è Terra spectati.	7
Inferiorum stationes, Retrogradationes & Directiones.	7
Inferiorum Latitudinis Phænomena è Tellure visa.	8
Inferiorum Phases è Terra conspекta.	9. 10
<i>Planetarum</i> Superiorum motus in Longitudinem è Tellure visorum.	11
Motus in Latitudinem è Terra visus.	12
<i>Planetarum</i> Primariorum revolutiones circa solem tales sunt, ut quadrata temporum Periodicorum sint inter se, ut cubi distantiarum media-	

INDEX.

mediarum eorum à Sole.	69
Primariorum motus gyrationis circa proprios axes.	36. 71
Primariorum Figura sphaeroidis versus Polos eorum depresso, & sub eorundem Aequatore prominentis.	49
Figurae huiusce causa.	51
<i>Planetae</i> Primarii non gravitant praecipue in Terram, sed in solem.	ibid.
Soli propiores velocius moventur.	19
<i>Planetae</i> Primarii & Cometæ qua lege moveantur circa Solem.	48
<i>Planetae</i> Primarii Tempus Periodicum circa solem revoluti definire.	78
Locum centricum & distantiam à sole reperire.	356
Orbitæ speciem determinare, & orbitam describere	371
Locum Geocentricum & distantiam à Terra invenire.	357
Elongatio maxima à sole quomodo inveniatur.	372
<i>Planetarum</i> duorum Primariorum Parallaxin investigare, observata amborum conjunctione corporali.	373
<i>Planetarum</i> Stationes, Directiones, & Retrogradationes.	395. 397
<i>Planetarum</i> illustratio.	374
<i>Planetarum</i> Primariorum Tabulae, & earum usus.	422. &c.
<i>Planetae</i> Secundarii seu Satellites. Eorum ordo, numerus, & revolutiones circa Primarium.	384. 387. 393
tendunt versus centra suorum Primariorum respective.	21. 35
Areas, radiis ad centrum Primarii sui ductis, describunt temporibus proportionales.	34
urgentur vi composita ex Vi qua tendunt versus suum Primarium, & ex Vi qua Primarius tendit versus solem.	33
<i>Planetarum</i> Secundariorum motus circa Primarium talis est, ut quadrata temporum periodicorum inter se sint ut cubi distantiarum mediarum eorundem à centro Primarii.	33
<i>Planetae</i> Secundarii Primario suo propiores accelerato magis motu feruntur.	35
<i>Planetarum</i> Secundariorum Orbitæ sunt Ellipses in quarum Umbilico uno Primarius positus est.	48
Orbitæ eorum sunt Ellipses mutabiles, quarum Excentricitas perpetuo mutatur.	62
<i>Planetae</i> Secundarii qua lege circa Primarium suum moveantur.	63
Plenilunium.	79
Plenilunium dati Mensis an Eclipticum futurum sit determinare.	24
<i>Polares</i> Circuli duo.	520

***** 3.

Poli

<i>Poli duo</i>	-	-	-	-	171
<i>Poli Altitudinem invenire.</i>	-	-	-	-	229
<i>Præcessionis Æquinoctiorum causa.</i>	-	-	-	-	108
<i>Præcessionem Æquinoctialium punctorum invenire.</i>	-	-	-	-	258
<i>Primi motûs doctrina, seu doctrina sphaerica.</i>	-	-	-	-	166
<i>Primi motûs problemata insigniora per calculum resolvenda.</i>	-	-	-	-	260
					& seqq.
<i>Problematis Kepleriani solutio.</i>	-	-	-	-	316. 317
<i>Projectum corpus in quo casu Planeta fieri, aut Planetæ in modum circa Terram revolutiones peragere queat.</i>	-	-	-	-	82
<i>Puncta Cardinalia.</i>	-	-	-	-	179
<i>Puncta Solstitialia & Æquinoctialia.</i>	-	-	-	-	258

Q.

<i>Quantitas materiæ in Planetis.</i>	-	-	-	-	403
---------------------------------------	---	---	---	---	-----

R.

<i>Radix seu Epochæ</i>	-	-	-	-	205
<i>Raritas Aeris quanta esse possit, & quid inde sequatur.</i>	-	-	-	-	610
<i>Refractio Syderum</i>	-	-	-	-	294
<i>Refractionis Atmosphæræ effectus</i>	-	-	-	-	296. 297
<i>Refractionum Tabulæ</i>	-	-	-	-	298. 299. &c.
<i>Retrogradationes Planetarum.</i>	-	-	-	-	374
<i>Rhumbi.</i>	-	-	-	-	180

S.

<i>Sagitta.</i>	-	-	-	-	238
<i>Sagittarius.</i>	-	-	-	-	ibid.
<i>Satellites. Vide Planeta secundarii.</i>					
<i>Satellitæ revolutionum tempora Periodica quando & quibus de causis inæqualia.</i>	-	-	-	-	473
<i>Satellitæ inæquales motus.</i>	-	-	-	-	466
<i>Errores & deviationes æstimantur.</i>	-	-	-	-	476. &c. 563. &c.
<i>Satellitum Jovis & Saturni immersiones in Umbram Primarii, & emersiones ex Umbra.</i>	-	-	-	-	569
<i>Satellitum eorundem motus circa proprium centrum.</i>	-	-	-	-	570
<i>Semicirculum è puncto in Diametro dato in areas dividere quæ sint</i>					

I N D E X.

sint in ratione data.	71
<i>Semi-ellipsis</i> Peripheriam secundum rationem datam dividere in partes.	316. 317
<i>Saturnus</i> Planeta.	313
<i>Saturni</i> Satellites quinque.	2. 6
Annulus unde ortus juxta Halleium.	21
Annulus qualis ex ipso <i>Saturno</i> visus.	727
<i>Scorpio.</i>	<i>ibid.</i> 728
<i>Sethi</i> Wardi Hypothesis Elliptica.	238
ejus Methodus aliquando valde utilis, licet non accurata, nec Physica.	320
<i>Signa</i> Zodiaci.	321. 322
<i>Sol</i> in Foco communi Orbitalium Planetarum Primariorum positus est.	168. 238
<i>Solis</i> Eclipsis.	58. 97
<i>Solis</i> & <i>Lunæ</i> conjunctionis & oppositionis Mediæ tempus invenire.	30
Conjunctionis & oppositionis veræ tempus determinare.	512
<i>Sol</i> circa axem sibi proprium revolvitur.	513
<i>Solis</i> Eclipsis ex <i>Luna</i> visa.	703
<i>Solstitiorum</i> tempus determinare.	742
<i>Sphæra</i> Recta, Obliqua, Parallela.	336
<i>Sphæra</i> Armillaris.	183
<i>Sphæra</i> circuli.	210. 211
<i>Stationes</i> Planetarum.	167
<i>Stellæ</i> Fixæ soli nostro non absimiles.	374
<i>Stellarum</i> Fixarum divisio in diversas magnitudines.	2
<i>Stellæ</i> Informes.	236
<i>Stellarum</i> Fixarum Ascensionem Rectam determinare.	240
Declinationem & Ascensionem Rectam reperire.	241. 243
Longitudinem & Latitudinem invenire.	245
<i>Stellarum</i> Fixarum catalogi, catalogorumque conditores præcipui.	246. 247
<i>Stellarum</i> Fixarum mutationes variæ.	248. &c.
Distantiam à Terra invenire.	255. 256
Motum in Consequentia, seu Præcessionem Æquinoctialium punctorum determinare.	415. 426. &c.
<i>Syderum</i> declinatio.	258
declinationem observare.	171. 172
	231
	Altitu-

Altitudinem & Azimuthum investigare.	-	-	265
Ortum & Occasum Cosmicum & Achronymum determinare.	-	-	266
Ortum & Occasum Heliacum invenire.	-	-	267
<i>Systema Planetarium</i> vocatur congeries duorum vel plurium syderum circa se invicem revolutorum. Sic Sol cum Planetis Primariis & Cometis <i>Systema Planetarium</i> constituit; sic Tellus cum Luna, Jupiter cum suis Satellitibus, & Saturnus cum suis Affeclis totidem <i>Systemata Planetaria</i> componunt. Hoc sensu.			
<i>Systematis</i> unius centrum commune Gravitatis, circa corpus maximum revolutiones suas peragere potest in sectione Conica, & rectis lineis ad maximi Corporis, Focum Sectionis internum occupantis, centrum ductis areas describere temporibus proportionales.	-	-	98. 99. 100. &c.
<i>Systema</i> vocatur quoque Hypothesis motuum Coelestium ab Astronomis aut à Philosophis excogitata. Hoc sensu.			
<i>Systema</i> Semi-tychonicum exponitur.	-	-	152
<i>Systema</i> illud quibus motuum legibus conservari queat.	-	-	153
<i>Systema</i> Tychonicum.	-	-	155
Quibus rationibus conservari possit.	-	-	ibid
<i>Systema</i> Ptolemaicum.	-	-	157
Leges motuum Viriumque Directiones ad illud conservandum necessariae.	-	-	158
<i>Systema</i> Philolaicum seu Copernicanum.	-	-	161. 162
<i>Systema</i> Aegyptium & Ricciolicum.	-	-	ibid.
<i>Systematis</i> Mundani brevis descriptio.	-	-	I. 2. &c.

T.

<i>Tabula</i> Primi Motus & Fixarum.	-	-	303. 304
Longitudinis & Latitudinis Locorum.	-	-	305
Planetarum Primariorum & earum usus	384.	387. 393	
Lunares, earumque ordo.	-	-	490
earum usus.	-	-	497. 499
Cometicæ ad Cometarum loca facile invenienda, earumque			
<i>Tabularum</i> Methodus & usus.	-	-	691. & seqq.
<i>Taurus</i> .	-	-	238
<i>Telluris</i> Figura.	-	-	51. 408
Motus Diurnus circa Axem, & Phænomena ex illo motu consequentia.	-	-	52
			<i>Telluris</i>

I N D E X.

<i>Telluris</i> motus annuus circa Solem, & diurnus circa Axem, & ap- parentiæ ex duplici illo motu ortæ.	- - -	53. 54. &c.
<i>Telluris</i> Axis inclinatio ad Eclipticam bis anni unius spatio muta- tur, & bis restituitur.	- - -	108
<i>Telluris</i> Orbitæ species, positio lineæ Apsidum, & revolutionis tempus periodicum.	- - -	333. 341. 344
<i>Telluris</i> locum è Sole visum, & a Sole distantiam invenire	- - -	345. 351
<i>Tempora</i> Periodica revolutionum Planetarum Primariorum circa Solem.	- - -	1. 2. 36. 71
<i>Tempora</i> Periodica secundariorum circa Primarium.	- - -	21. 35
<i>Temporis</i> Æquatio.	- - -	346. & seqq.
Partes, scilicet, Horæ, Dies, Hebdomadæ.	- - -	195
Divisio in Menses & Annos.	- - -	198
<i>Termini</i> Ecliptici.	- - -	523
<i>Terræ</i> Axis.	- - -	170
<i>Theoria</i> Lunæ Autore Newtono.	- - -	505 & seqq.
<i>Tropici</i> duo Cancrî & Capricorni.	- - -	172

V.

<i>Variationes</i> in motibus Planetarum secundariorum à Sole orti se- cundum Velocitatem, in Orbita Primario concentrica.	- - -	430
<i>Variationes</i> & Errores Satellitis à Sole orti in Orbita, à Primario excentrica.	- - -	434
in Orbitæ Satellitis Figura & specie.	- - -	432
<i>Velocitatum</i> in motibus Planetarum æstimatio.	- - -	73
<i>Velocitatis</i> corporum in sectionibus conicis motorum æstimatio.	- - -	74. 75
<i>Venus</i> Planeta.	- - -	1. 6. 7.
<i>Veneris</i> Phases.	- - -	10
<i>Verticalis</i> Primarius.	- - -	178
<i>Verticales</i> Circuli.	- - -	ibid.
<i>Via</i> Lactea.	- - -	240
<i>Vires</i> Attractivæ [considerantur, earumque rationes definiuntur.	- - -	87
<i>Virium</i> Centripetarum proprietas.	- - -	18
<i>Virium</i> Centripetarum & Centrifugarum Corporum in circuli peri- pheria revolutorum æstimatio.	- - -	39. 42. 44
<i>Virium</i> , quibus Planetæ Primarii retinentur in Orbitis suis circa Solem	- - -	*****

Solem, æstimatio.	- - - - -	46
<i>Virium</i> quibus Satellites retinentur in Orbitis suis circa Primarium, æstimatio.	- - - - -	47
<i>Virium</i> compositarum, quibus corpus tendens ad Focum Ellipsis retinetur in Elliptica Orbita, æstimatio.	- - - - -	66
<i>Virium</i> à centro aliquo proficiscenrium, vel ad centrum quoddam tendentium æstimatio.	- - - - -	85
<i>Vires</i> à Sole profectæ, Satellitis motum perturbantes & Satellitem in Orbita sua retinentes inveniuntur.	- - - - -	479
<i>Vires</i> à Sole profectas, motum Lunæ perturbantes determinare.	- - - - -	489
<i>Vires</i> illæ non diversæ sunt à Gravitate Corporum omnibus nota.	- - - - -	<i>ibid.</i>
<i>Vis</i> centripeta Corporis in circulo moti.	- - - - -	68
Corporis Parabolam describentis.	- - - - -	<i>ibid.</i>
Corporis in Hyperbola delati.	- - - - -	69
Corporis Ellipsin describentis.	- - - - -	66
Corporis in sectione qualibet Conica moti.	- - - - -	70
<i>Vis</i> qua Luna ad Telluris centrum tendit, non differt à Gravitate qua corpora omnia terrestria tendunt ad Terræ centrum.	- - - - -	80
<i>Vortices</i> Cartesii.	- - - - -	125. &c.
<i>Urbis</i> Conditæ Epocha.	- - - - -	207
<i>Ursa</i> Major, & <i>Ursa</i> Minor.	- - - - -	238
<i>Wardi</i> (<i>Sethi</i>) methodus ad inveniendas Anomalias.	- - - - -	320. 322

X.

<i>Xyphias</i> sive <i>Dorado</i> .	- - - - -	239
-------------------------------------	-----------	-----

Z.

<i>Zenith</i> & <i>Nadir</i> .	- - - - -	178
<i>Zodiacus</i> , cujus partes seu Signa duodecim enumerantur.	- - - - -	168. 238
<i>Zona</i> : <i>Frigidæ</i> duæ, <i>Temperatæ</i> duæ, & <i>Torrida</i> una.	- - - - -	172. 173.

F I N I S.

LIBRI COMPACTORI MONITUM.

Non debet compactor Cartam
Tabularum Candidam auferre,
ut, Libro compacto, Tabula
quæque evoluta, tota extra li-
brum conspiciatur.

TABULARUM ORDO.

Tabula Præf. post Præfatio-
nem Editoris.

Tab. I.	post Paginam	8.
II.		14.
III.		22.
IV.		28.
V.		38.
VI.		58.
VII.		68.
VIII.		80.
IX.		100.
X.		110.
XI.		136.
XII.		156.
XIII.		160.
XIV.		246.
XV.		272.
XVI.		282.
XVII.		294.
XVIII.		326.
XIX. N ^o . 2.		334.
XIX.		340.
XX.		360.

Gnomonices tabulæ quinque
ad finem brevis Horologiorum Scio-
tericorum Tractatus referantur.

AVIS AU RELIEUR.

Il doit observer d'abord, qu'il ne
faut point couper le papier blanc
qui est aux Planches, afin que le
Livre étant relié chaque Planche
depliée sorte.

ORDRE DES PLANCHES.

La Planche de la Preface, après
la Preface de l'Editeur.

XXI.	370.
XXII.	382.
XXIII.	410.
XXIV.	424.
XXV.	436.
XXVI.	464.
XXVII.	464.
XXVIII.	470.
XXIX.	520.
XXX.	530.
XXXI.	546.
XXXII.	576.
XXXIII.	594.
XXXIV.	628.
XXXV.	638.
XXXVI.	650.
XXXVII.	660.
XXXVIII.	666.
XXXIX.	672.
XL.	676.
XLI.	690.

Il faut placer les cinq Tab. de
Gnomonique routes ensembles à la
fin de l'Appendix.

LIBRI COMPACTORI
MONITUM.

Non debet compactor Cantum
Tabularum Cantuarum emere,
ut, Libris, compactis, Tabulis
emere, et, tota, extra, li-
brum, compactum.

TABULARUM ORDO.

Tabulis, Libris, post, Præfatio-
nem, Editionis.

LIBRI COMPACTORI
MONITUM.

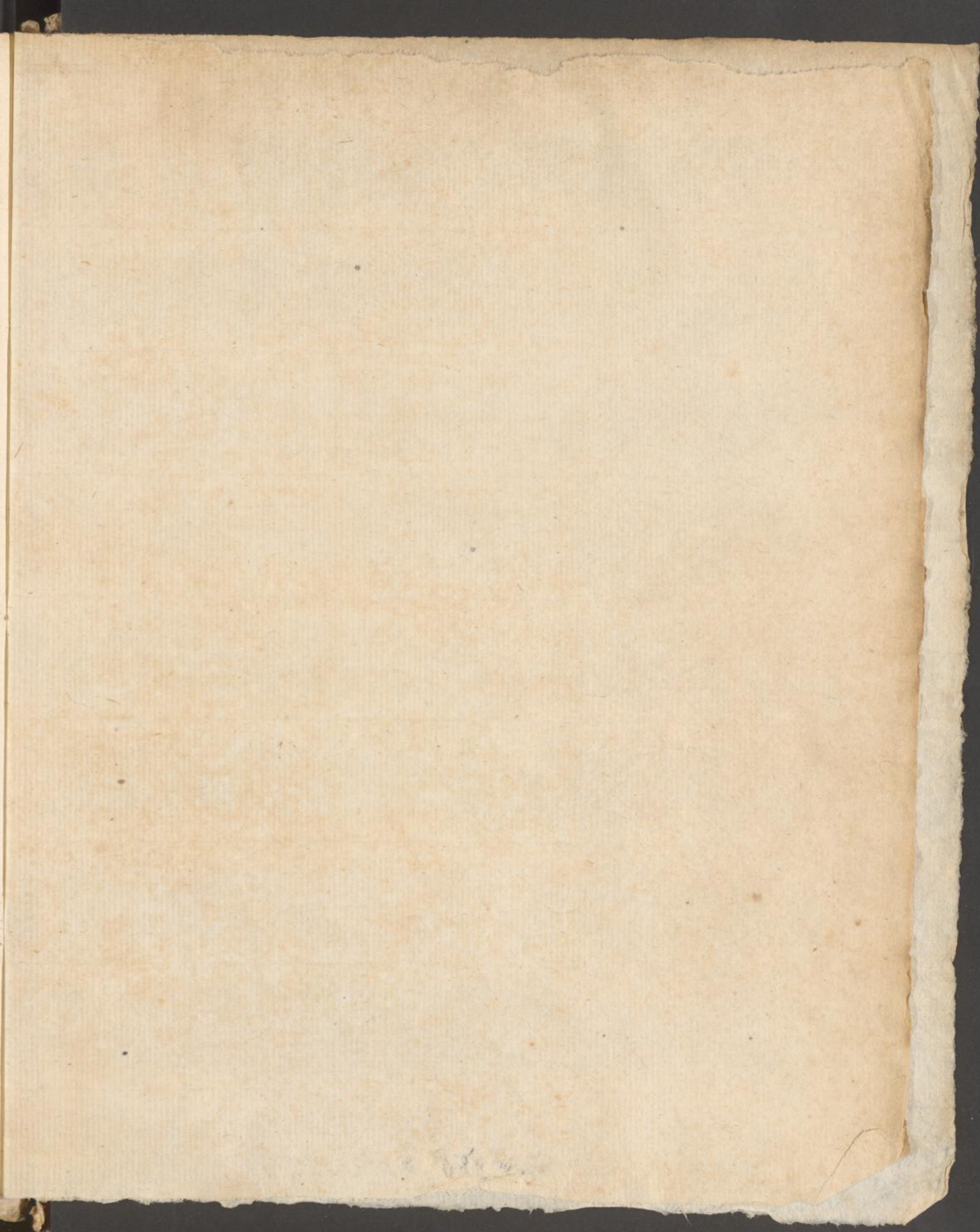
Non debet compactor Cantum
Tabularum Cantuarum emere,
ut, Libris, compactis, Tabulis
emere, et, tota, extra, li-
brum, compactum.

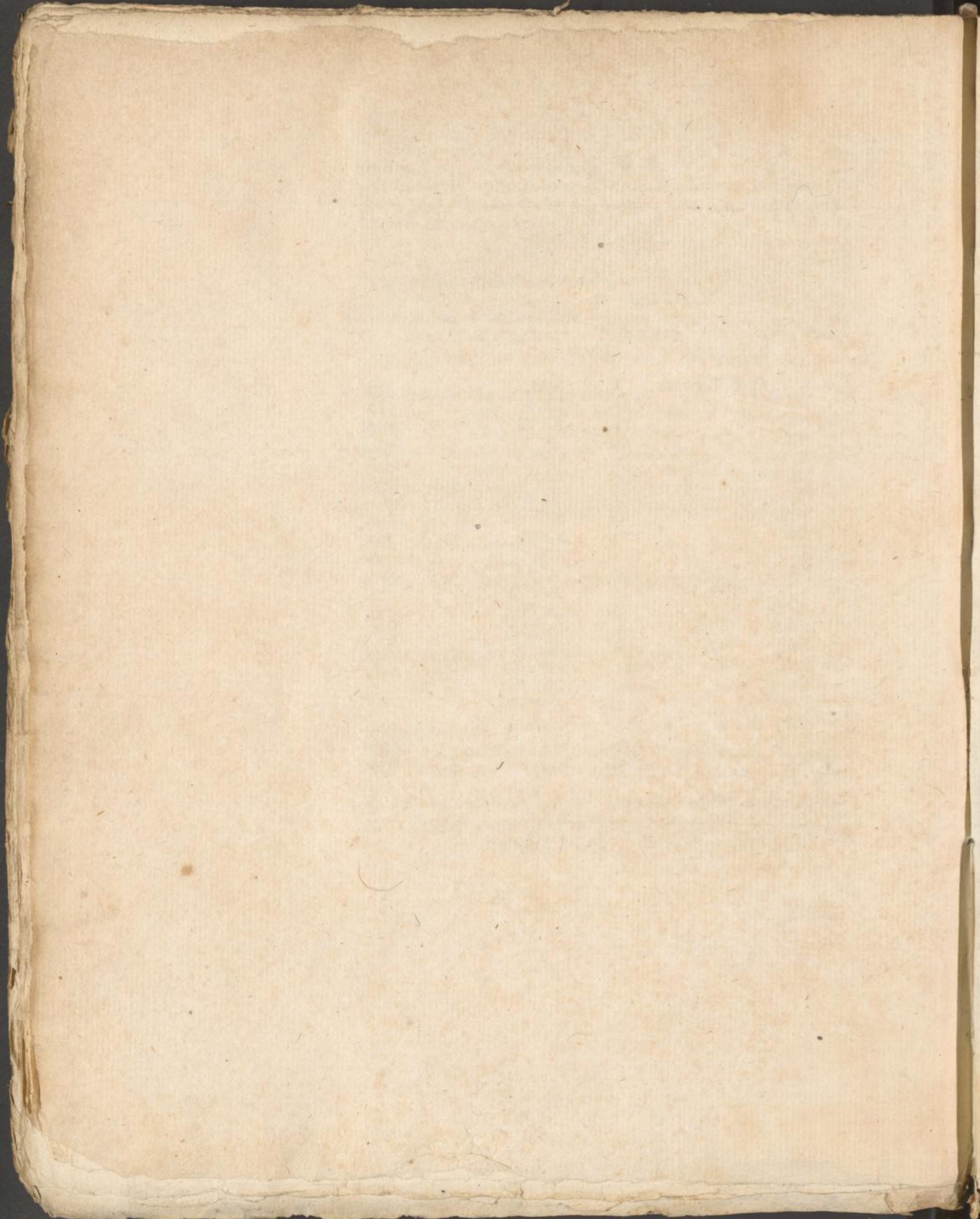
TABULARUM ORDO.

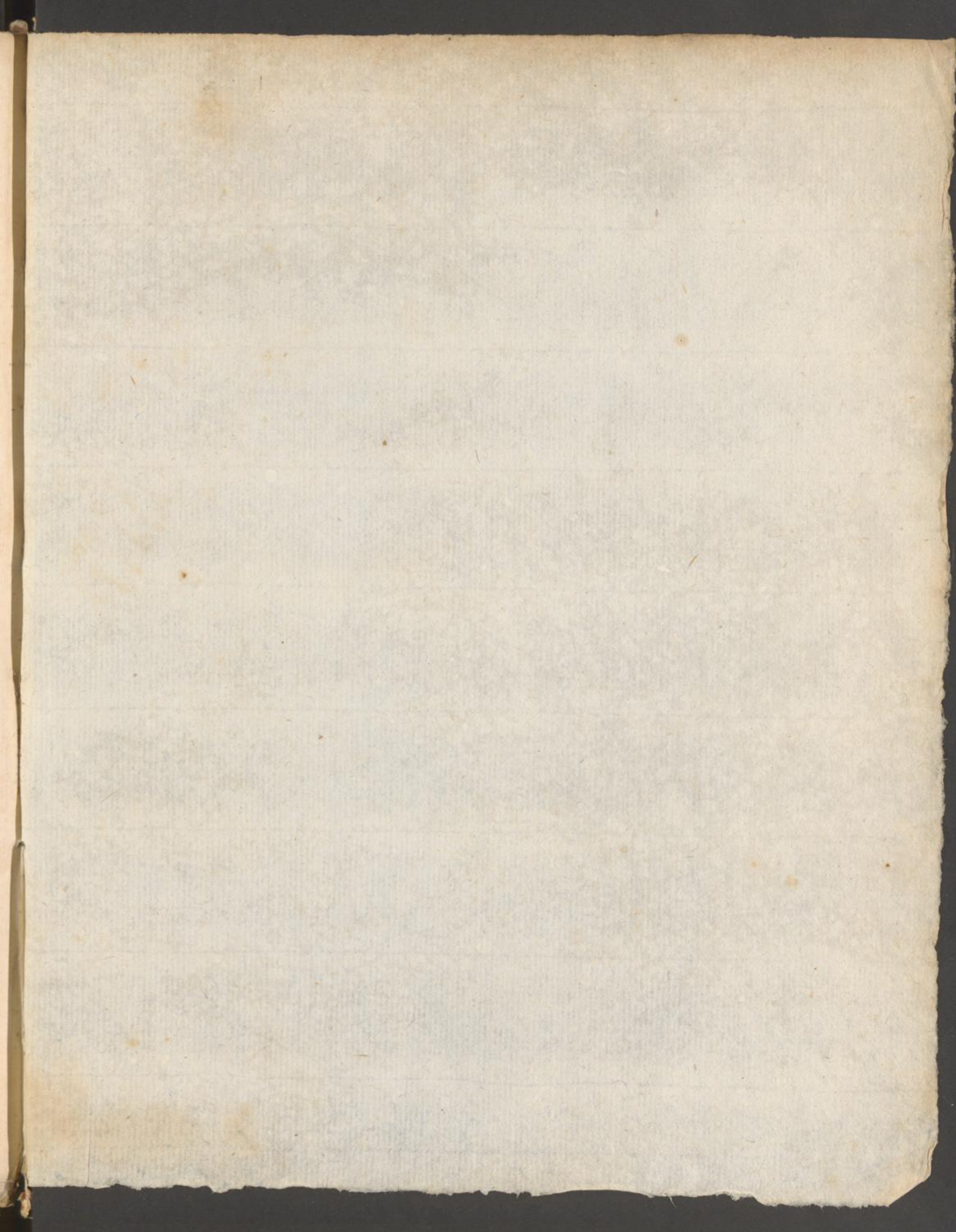
Tabulis, Libris, post, Præfatio-
nem, Editionis.

Tab. I.	post Præfatio-	
II.	1.	XXI.
III.	2.	XXII.
IV.	3.	XXIII.
V.	4.	XXIV.
VI.	5.	XXV.
VII.	6.	XXVI.
VIII.	7.	XXVII.
IX.	8.	XXVIII.
X.	9.	XXIX.
XI.	10.	XXX.
XII.	11.	XXXI.
XIII.	12.	XXXII.
XIV.	13.	XXXIII.
XV.	14.	XXXIV.
XVI.	15.	XXXV.
XVII.	16.	XXXVI.
XVIII.	17.	XXXVII.
XIX.	18.	XXXVIII.
XX.	19.	XXXIX.
	20.	XL.
	21.	XLI.

Geometriae tabulae, quibus
ad hunc finem, Mathematicam, et
Mechanicam, Tabulas, et, Præfatio-
nem, Editionis.







3

