# Vorlesungen über Astronomie

## Littrow, Joseph Johann von

## Wien, 1830-1842



Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-2201

Mittagsrohr.

flexion der Spiegel gesehene Bild über dem andern, so erhält man die doppelte Höhe des obern Randes der Sonne. Zu dem Winkel, welchen die Alhidade anzeigt, schlägt man den Collimationsfehler, halbirt das Resultat, subtrahirt davon den Halbmesser der Sonne und die Refraction, und addirt die Höhenparallaxe, das Endresultat ist die wahre Höhe des Mittelpunctes der Sonne. Bey Sternen fällt die Rücksicht auf Halbmesser und Parallaxe weg.

Das Vorhergehende wird hinreichen, den Sextanten gehörig zu gebrauchen. Umständlichere Belehrungen darüber findet man in Bohnenberger's Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung, und monatl. Correspondenz 1800 December u. a. Berl. Jahrb. 1811, p. 117, u. 1812 p. 245.

## Mittagsrohr.

22. §. Das Mittagsrohr oder das Passage-Instrument besteht aus einem Fernrohre, welches sich auf einer horizontalen Axe in der Ebene des Meridians bewegt. Es ist bestimmt, den Stand der Uhr und dadurch die Rectascension der Gestirne zu bestimmen, und gehört daher zu einem der wichtigsten Instrumente der beobachtenden Astronomie, mit welchem man übrigens auch noch andere Resultate erhalten kann, wie z. B. I. S. 212 gezeigt worden ist. (M. s. astron. Nachrichten Vol. VI. von Hansen.)

Seinem gehörigen Gebrauche müssen mehrere Correctionen vorausgehen. Die ersten derselben beziehen sich auf die gehörige Stellung der Fäden im Brennpuncte des Fernrohres, die nach dem Verfahren der §. 5. und 6. berichtiget werden, daher die dort gegebenen Vorschriften hier keiner Wiederholung bedürfen.

Ausser diesen kann aber das Mittagsrohr noch vorzüglich den folgenden drey Fehlern unterliegen, die daher zuerst durch mechanische Correctionen, wenn nicht weggebracht, doch vermindert werden müssen, wenn man mit diesem Instrumente genaue Beobachtungen erhalten will. Diese Fehler beziehen sich 1) auf die Collimation der Fäden, wenn die optische Axe des Fernrohres nicht senkrecht auf der Drehungsaxe des Instrumentes steht; 2) auf die Horizontalität der Drehungsaxe, und 3) auf das Azimut des Fernrohres, oder auf die Abweichung desselben von der Ebene des Meridians. Wir wollen jeden dieser Fehler besonders betrachten.

1) Collimation. — Man stellt, durch eine kleine Bewegung der horizontalen Drehungsaxe des Instruments, den mittleren vertikalen Faden auf ein genau bestimmtes terrestrisches Object, und kehrt dann das Instrument in seinen beyden Lagern um, so dass die östliche Axe zur westlichen wird. Ist in dieser zweyten Lage des Instruments der Faden nicht mehr auf dem bezeichneten Puncte des Objects, so bringt man ihn (durch die die Fädenfassung bewegende Schraube), um die Hälfte seiner gegenwärtigen Abweichung gegen die erste Lage desselben hin, und wiederholt dieses Verfahren, bis der Faden in beyden Beobachtungen denselben Punct des Objects trifft. Dann wird nämlich das Fernrohr bey seiner Bewegung einen grössten Kreis am Himmel beschreiben, während es früher, ehe seine Collimation weggebracht wurde, nur einen kleineren, jenem grössten parallelen Kreis beschrieben hat.

2) Horizontalität der Drehungsaxe. — Man hängt die Libelle mit ihren beyden Armen an die beyden Enden der Rotationsaxe, und bemerkt den Ort A eines der beyden Endpuncte der Blase. Dann hebt man die Libelle ab, und hängt sie in verkehrter Lage (so dass der früher östliche Arm jetzt westlich werde) wieder ein. Steht in dieser zweyten Lage der Libelle derselbe, früher bemerkte Endpunct der Blase nicht mehr bey dem Orte A, sondern bey einem anderen Orte B, so bringt man durch die Schraube, welche das eine Ende der Rotationsaxe zu erhöhen oder zu erniedrigen bestimmt ist, diese Axe dahin, dass jener Endpunct der Blase den Ort $\frac{A+B}{2}$ angebe, wo dann diese Axe selbst dem Horizonte parallel seyn wird. Auch hier wird eine Wiederholung des Verfahrens, wodurch die etwa noch übrig bleibenden Fehler immer mehr vermindert werden, vortheilhaft seyn.

3) **Azimut des Rohres.** — Durch 2) ist die Rotationsaxe des Instruments horizontal, und durch 1) die optische Axe des Fernrohres auf jene Rotationsaxe senkrecht gestellt worden, so dass daher diese optische Axe, während der Bewegung des Fernrohres, einen **Vertikalkreis** beschreibt. Es ist nur noch übrig, das Azimut dieses Vertikalkreises zu untersuchen, und dann denselben in die Ebene des Meridians zu bringen.

Zu diesem Zwecke sey t die Uhrzeit des beobachteten Durchganges eines bekannten Sterns durch den mittleren vertikalen Faden, und $\alpha$, $\delta$ die scheinbare Rectascension und Declination des Sterns. Wurde der Stern in seiner unteren Culmination beobachtet, so wird man für $\delta$ nicht die Declination, sondern das Complement derselben zu 180° nehmen. Endlich sey der Kürze wegen

$$m = \frac{\operatorname{Sin}(\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos}\delta},$$

wo $\varphi$ die Polhöhe des Beobachtungsortes bezeichnet.

Für einen zweyten Stern seyen dieselben Grössen

$$t',\ \alpha',\ \delta' \text{ und } m' = \frac{\operatorname{Sin}(\varphi - \delta')}{\operatorname{Cos}\delta'}.$$

Nehmen wir an, dass die vertikale Ebene, welche die optische Axe des Fernrohres während der Bewegung desselben beschreibt, auf der Südseite des Zeniths östlich von dem Meridian liege, und mit der Ebene des Meridians den Winkel a bilde, wo also a das gesuchte Azimut des Rohres ist, und dass ferner zur Zeit der Beobachtung die Uhr um x Secunden zu spät gegen Sternzeit gehe, so hat man, wie man leicht sieht, für den ersten Stern

$$x = \alpha - t - m\,a,$$

und eben so für den zweyten

$$x = \alpha' - t' - m'\,a.$$

Diese beyden Gleichungen enthalten zwey unbekannte Grössen a und x, die man daher aus ihnen finden wird. Man erhält so

$$a = \frac{(\alpha' - t') - (\alpha - t)}{m' - m}, \text{ oder}$$

$$a = \frac{(\alpha' - t') - (\alpha - t)}{\operatorname{Cos}\varphi\,(\operatorname{tg}\delta - \operatorname{tg}\delta')}, \text{ oder endlich}$$

$$a = [(\alpha' - t') - (\alpha - t)]\,\frac{\operatorname{Cos}\delta'\,\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\varphi\,\operatorname{Sin}(\delta - \delta')}.$$

Man sieht aus diesem Ausdrucke, dass zur Bestimmung von a solche Sternenpaare vorzüglich geeignet sind, die so nahe als möglich an dem Pole des Äquators, und zwar zu verschiedenen Seiten desselben culminiren, so dass, wenn der eine dieser Circumpolarsterne in der oberen Culmination genommen würde, der andere in der unteren Culmination beobachtet werden soll. Hat man denselben Stern in seinen beyden Culminationen beobachtet, so ist, wenn $t'$ die Zeit der unteren Culmination, und $\delta$ die Declination des Sterns ist,

$$a = \frac{12^h - (t' - t)}{2 \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{tang} \delta}, = \frac{t' - 12^h - t}{2 \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{tg} \delta}$$

welcher Ausdruck von der Kenntniss der Rectascension des Sterns ganz unabhängig ist. Dass übrigens die zweyte Beobachtungszeit $t'$ durch den bekannten Gang der Uhr gegen Sternzeit corrigirt werden muss, ist für sich klar. Kennt man so das Azimut a des Rohres, so wird man dasselbe durch die Schraube immer mehr vermindern können, welche das eine Ende der Rotationsaxe in horizontaler Richtung, oder von Ost gegen West zu bewegen bestimmt ist, so wie man auch, wenn der Werth von a bekannt ist, für jeden anderen Stern entweder die Correction der Uhr, wenn man die Rectascension des Sterns kennt, oder diese aus jener durch die Gleichung findet,

$$x = \alpha - t - a \frac{\operatorname{Sin}(\varphi - \delta)}{\operatorname{Cos} \delta}.$$

23. §. Durch das vorhergehende Verfahren wird man die erwähnten drey vorzüglichsten Fehler des Mittagsrohres in kurzer Zeit, zwar nicht leicht ganz wegbringen, aber doch sehr klein machen können. Wenn dieses geschehen ist, so wird man die noch übrig bleibenden Unrichtigkeiten, nicht mehr einzeln durch mechanische Hülfsmittel zu vermindern, sondern vielmehr alle zugleich durch die nun folgenden Beobachtungen selbst für jeden Beobachtungstag zu bestimmen suchen, ein Verfahren, welches eine viel grössere Genauigkeit gewähret, und auch schon durch die bemerkte Veränderlichkeit dieser Fehler gebothen wird.

Es sey (nach Encke, Berliner Jahrbuch für 1830) PZA (Fig. 19) der Meridian, P der Pol, Z das Zenith, A der Durchschnittspunct des Äquators mit dem Meridian, O der wahre Ostpunct, und p der östliche Pol der Rotationsaxe, oder der Punct des Himmels, in welchem er von dieser verlängerten östlichen Axe getroffen wird. Sey ferner S p′ der grösste Kreis, welchen das Instrument beschreiben würde, wenn die Collimation der optischen Axe desselben gleich Null wäre, und der punctirte Kreis derjenige, den es wegen seiner Collimation in der That beschreibt, so dass also die beyden letzten Kreise parallel sind, und von einander um den Bogen c = Collimation entfernt sind.

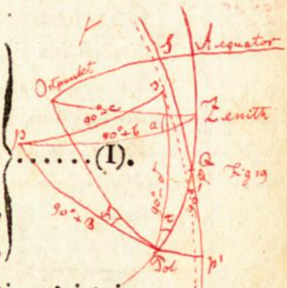
Um die Lage von p auf den Meridian, auf den Pol oder auf das Zenith beziehen zu können, führe man die Bezeichnungen ein

$$\text{Winkel } AZp = 90 + a,\quad Zp = 90 + b,$$
$$APp = 90 + A,\quad Pp = 90 + B,$$

und $PZ = 90 - \varphi$ die Äquatorhöhe.

Dieses vorausgesetzt, gibt das sphärische Dreyeck PZp die folgenden Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
&\operatorname{Cos} A \operatorname{Cos} B = \operatorname{Cos} a \operatorname{Cos} b,\\
&\operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} B = \operatorname{Sin} b \operatorname{Cos} \varphi + \operatorname{Cos} b \operatorname{Sin} \varphi \operatorname{Sin} a,\\
&\operatorname{Sin} B = \operatorname{Sin} b \operatorname{Sin} \varphi - \operatorname{Cos} b \operatorname{Cos} \varphi \operatorname{Sin} a,\\
&\text{und überdiess}\\
&\operatorname{Sin} a \operatorname{Cos} b = - \operatorname{Sin} B \operatorname{Cos} \varphi + \operatorname{Cos} B \operatorname{Sin} A \operatorname{Sin} \varphi,\\
&\operatorname{Sin} b = \operatorname{Sin} B \operatorname{Sin} \varphi + \operatorname{Cos} B \operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} \varphi,
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots (\mathrm{I}).$$




Befindet sich nun ein Stern, dessen Declination $\delta$ ist, in der wirklichen Gesichtslinie in $s$, und nennt man $\tau$ den Stundenwinkel, den man noch zu dem beobachteten hinzusetzen muss, um die Zeit zu erhalten, wo der Stern im Meridian ist, so gibt das Dreyeck P$s$p die Gleichung

$$\operatorname{Sin} c = - \operatorname{Sin} \delta \operatorname{Sin} B + \operatorname{Cos} \delta \operatorname{Cos} B \operatorname{Sin} (\tau - A) \ldots (\mathrm{II}),$$

aus welcher $\tau$ gefunden werden soll. Diese Gleichung gibt auch

$$\operatorname{Sin} (\tau - A) \operatorname{Cos} B = \operatorname{Sin} B \operatorname{tang} \delta + \operatorname{Sin} c \operatorname{Sec} \delta,$$

oder wenn man zu beyden Seiten Sin A Cos B addirt,

$$2 \operatorname{Sin} \tfrac{1}{2}\tau \operatorname{Cos} (\tfrac{1}{2}\tau - A) \operatorname{Cos} B = \operatorname{Sin} A \operatorname{Cos} B$$
$$+ \operatorname{Sin} B \operatorname{tang} \delta + \operatorname{Sin} c \operatorname{Sec} \delta \ldots (A).$$

Substituirt man in diesen Ausdrücken für Sin B und Sin A Cos B ihre Werthe aus (I), so erhält man

$$2\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\tau\,\mathrm{Cos}\,(\tfrac{1}{2}\tau - A)\,\mathrm{Cos}\,B = \mathrm{Sin}\,a\,\frac{\mathrm{Sin}\,(\varphi-\delta)}{\mathrm{Cos}\,\delta}\,\mathrm{Cos}\,b + \mathrm{Sin}\,b\,\frac{\mathrm{Cos}\,(\varphi-\delta)}{\mathrm{Cos}\,\delta} + \mathrm{Sin}\,c\,\mathrm{Sec}\,\delta \ldots (B),$$

und eben so

$$2\,\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\tau\,\mathrm{Cos}\,(\tfrac{1}{2}\tau - A)\,\mathrm{Cos}\,B = \frac{\mathrm{Sin}\,b}{\mathrm{Cos}\,\varphi} - \mathrm{Sin}\,B\,\frac{\mathrm{Sin}\,(\varphi-\delta)}{\mathrm{Cos}\,\delta\,\mathrm{Cos}\,\varphi} + \mathrm{Sin}\,c\,\mathrm{Sec}\,\delta \ldots (c).$$

Der Factor Cos $(\frac{1}{2}\tau - A)$ Cos B ist der Cosinus des Winkels, unter welchem der $\tau$ halbirende grösste Kreis den Kreis S p′ schneidet, so wie Cos A Cos B der Cosinus des Winkels von S p′, und dem Meridian in ihrem Durchschnittspuncte Q ist. Die Entfernung A Q erhält man durch die Gleichung

$$\mathrm{tang}\,A\,Q = -\,\mathrm{Sin}\,A\,\mathrm{Cotg}\,B.$$

Cos x = Cos B . Sin δ = Cos B Cos (τ/2 − A)
Cos y = Cos B Cos A
ctg SQ = − Sin A Ctg B

24. §. Die vorhergehenden Ausdrücke sind ganz genau. Setzt man aber voraus, dass die Fehler des Instruments durch das Verfahren des §. 22 schon so sehr vermindert worden sind, dass man ihre zweyten und höheren Potenzen ohne merklichen Fehler vernachlässigen kann, so sind $\tau$, A, B und a, b, c nur sehr kleine Grössen, und die drey letzten Gleichungen gehen daher in folgende einfachere über:

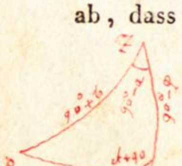
$$\tau = \alpha - (t + x) = A + B\,\mathrm{tang}\,\delta + c\,\mathrm{Sec}\,\delta \ldots (A),$$

$$\tau = \alpha - (t + x) = a\,\frac{\mathrm{Sin}\,(\varphi-\delta)}{\mathrm{Cos}\,\delta} + b\,\frac{\mathrm{Cos}\,(\varphi-\delta)}{\mathrm{Cos}\,\delta} + c\,\mathrm{Sec}\,\delta \ldots (B),$$

$$\tau = \alpha - (t + x) = \frac{b}{\mathrm{Cos}\,\varphi} - \frac{B\,\mathrm{Sin}\,(\varphi-\delta)}{\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Cos}\,\delta} + c\,\mathrm{Sec}\,\delta \ldots (C),$$

wo $\alpha$ die scheinbare Rectascension des Sterns, t die Uhrzeit der Beobachtungen, x die Verspätung der Uhr gegen Sternzeit, also $\alpha - (t + x)$ den östlichen Stundenwinkel des Sterns zur Zeit der Beobachtung bezeichnet.

Die Grössen A, B, a und b hängen so von einander ab, dass man hat



$$\begin{aligned} A &= a\,\mathrm{Sin}\,\varphi + b\,\mathrm{Cos}\,\varphi, \\ B &= b\,\mathrm{Sin}\,\varphi - a\,\mathrm{Cos}\,\varphi, \\ a &= A\,\mathrm{Sin}\,\varphi - B\,\mathrm{Cos}\,\varphi, \\ b &= A\,\mathrm{Cos}\,\varphi + B\,\mathrm{Sin}\,\varphi. \end{aligned}$$

tg A = (Sin a Sin φ + tg b Cos φ) / Cos a
Sin B = Sin b Sin φ − Sin a Cos φ Cos b
tg a = (Sin A Sin φ − tg B Cos φ) / Cos A
Sin b = Sin A Cos φ Cos B + Sin B Sin φ

Die allen diesen Ausdrücken von $\alpha - (t + x)$ gemeinschaftliche Grösse c wird durch Umkehren des Instruments (wie §. 22. I.) bestimmt. Braucht man dann die Gleichung (C), so findet man die Grösse b durch die Libelle (§. 22. II.). Die Grösse B aber kann durch Beobachtung der beyden Culminationen eines Circumpolarsternes bestimmt werden. Die obere Culmination gibt nämlich (nach der Gleichung (A))

$$\alpha - (t + x) = A + B \operatorname{tang} \delta + c \operatorname{Sec} \delta, \quad (1)$$

und die untere (da der Stundenwinkel um $12^h$ gewachsen ist, so muß statt vorigen $180° - \delta$ statt $\delta$ gesetzt werden muß)

$$12^h + \alpha - (t' + x) = A - B \operatorname{tang} \delta - c \operatorname{Sec} \delta,$$

also auch beyder Differenz

$$B = \frac{(t' - t) - 12^h}{2 \operatorname{tang} \delta} - \frac{c \operatorname{Sec} \delta.}{\operatorname{tg} \delta}$$

Für zwey verschiedene Sterne ist (aus (1) u. $\alpha' - (t' + x) = A + B \operatorname{tg} \delta' + c \operatorname{Sec} \delta'$)

$$B = \frac{\alpha - t - c \operatorname{Sec} \delta - (\alpha' - t' - c \operatorname{Sec} \delta')}{\operatorname{tg} \delta - \operatorname{tg} \delta'},$$

wo $\alpha$, $t$, $\delta$ die Rectascension, die beobachtete Culminationszeit und die Declination des einen, und $\alpha'$, $t'$, $\delta'$ des andern Sterns bezeichnet.

Braucht man aber die Gleichung (A), so wird man zuerst c und B, wie zuvor, bestimmen, und dann entweder das Azimut a durch ein zu diesem Zwecke eingerichtetes terrestrisches Meridianzeichen, oder auch b durch Hülfe der Libelle (wie §. 22. II.) suchen. Ist so nebst den Grössen c und B auch entweder a oder b bekannt, so findet man die Grössen A entweder aus (nach d. Gleichung D)

$$A = B \operatorname{Cotg} \varphi + \frac{a}{\operatorname{Sin} \varphi},$$

oder aus

$$A = -B \operatorname{tang} \varphi + \frac{b}{\operatorname{Cos} \varphi}.$$

Will man bloss Differenzen der Rectascensionen durch das Mittagsinstrument bestimmen, so ist die Form (A) die bequemste, weil man dann die constante Grösse A nicht zu berücksichtigen braucht.

Braucht man endlich die Form (B), so wird man c durch Umkehren (§. 22. I.), b durch die Libelle (§. 22. II.), und endlich a durch die Beobachtung der dem Pole sehr nahen Sterne bestimmen. Um das hier zu beobachtende

Verfahren deutlich zu machen, wollen wir es umständlich angeben.

Sey also a das Azimut des Fernrohres, und c der Collimationsfehler desselben, beyde positiv, wenn die Axe des Rohres auf der Südseite des Zeniths gegen Ost abweicht. Sey ferner b die Neigung der Rotationsaxe gegen den Horizont, positiv, wenn die Westseite derselben zu hoch steht, und t die Uhrzeit der Beobachtungen, so wie x die Correction der Uhr gegen Sternzeit, positiv, wenn die Uhr gegen Sternzeit zu wenig gibt. Endlich sey $\alpha$ und $\delta$ die scheinbare Rectascension und Declination des beobachteten Sterns, und $\varphi$ die Polhöhe (für untere Culminationen ist $\alpha$ die um $12^h$ vermehrte Rectascension, und $\delta$ das Complement der Declination zu 180; südliche Declinationen sind negativ).

Setzt man der Kürze wegen

$$m = \mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta, \text{ und } n = \mathrm{Cos}\,(\varphi - \delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$

und eben so für einen zweyten Stern

$$m' = \mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta')\,\mathrm{Sec}\,\delta', \text{ und } n' = \mathrm{Cos}\,(\varphi - \delta')\,\mathrm{Sec}\,\delta',$$

so hat man die beyden Gleichungen (aus B)

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= t + x + a m + b n + c\,\mathrm{Sec}\,\delta, \\ \alpha' &= t' + x + a m' + b n' + c\,\mathrm{Sec}\,\delta'. \end{aligned}\right\} (1)$$

Aus diesen beyden Gleichungen erhält man, wenn man b und c kennt, das Azimut a durch den Ausdruck

$$a = \frac{(\alpha - t) - (\alpha' - t') - b\,(n - n') - c\,(\mathrm{Sec}\,\delta - \mathrm{Sec}\,\delta')}{m - m'},$$

oder wenn jeder der beyden Sterne seine eigene Neigung der Axe b und b' hat,

$$a = \frac{(\alpha - t) - (\alpha' - t') + b'n' - b n + c\,\mathrm{Sec}\,\delta' - c\,\mathrm{Sec}\,\delta}{m - m'} \;\ldots\;\text{(III)}.$$

Um aus dieser Gleichung den Werth von a genau zu finden, wird man (wie Seite 188), zwey dem Pole sehr nahe Sterne, und zwar den einen in der oberen, den anderen in der unteren Culmination wählen.

Braucht man aber in beyden Beobachtungen denselben, dem Pole nahen Stern, so hat man für die obere Culmination (unmittelbar aus (1))

$$(\alpha - t - x)\,\mathrm{Cos}\,\delta = a\,\mathrm{Sin}\,(\varphi - \delta) + b\,\mathrm{Cos}\,(\varphi - \delta) + c,$$

und für die untere (nach der oben gegebenen Regel)

$$(12^h + \alpha - t' - x)\,\mathrm{Cos}\,\delta = a\,\mathrm{Sin}\,(\varphi + \delta) + b'\,\mathrm{Cos}\,(\varphi + \delta) - c,$$

woraus für das Azimut folgt

$$a = \frac{12 - t' + t + [b \,\mathrm{Cos}\,(\varphi - \delta) - b' \,\mathrm{Cos}\,(\varphi + \delta) + 2\,c]\,\mathrm{Sec}\,\delta}{2\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{tang}\,\delta} \ldots . (\mathrm{III}'),$$

in welcher letzten Gleichung die Grösse $\delta$ immer die Declination des Sterns bezeichnet.

25. §. Durch die Gleichung (III) oder (III') findet man also das Azimut a, wenn die beyden Grössen b und c bekannt sind. Wie findet man aber diese Grössen b und c?

I. Die Grösse b findet man (wie §. 22. II.) durch die Libelle. Diese gebe in der ersten Lage westlich die Zahl W, und östlich O, und nach ihrer Umkehrung in der zweyten Lage westlich W', und östlich O'. Ist dann k der Werth eines Theilstriches der Libelle (Seite ~~160~~ 150), so ist [illegible] 15 [illegible]

$$b = \frac{k}{60}[(W + W') - (O + O')],$$

oder abkürzend

$$b = \frac{k}{30}\,(W - O') = \frac{k}{30}(W' - O).$$

Ist z. B. $W = 27.9$, $O = 19.5$, $W' = 23.0$, $O' = 24.2$, und $k = 0.''639$, so ist $b = + 0.''08$.

II. Die Grösse c kann man durch ein terrestrisches Object bestimmen, dessen Durchmesser (in Secunden des Bogens) bekannt ist. Der Mittelfaden des Instruments stehe in der gewöhnlichen Lage des Fernrohres p Raumsecunden östlich von dem Mittelpuncte des terrestrischen Zeichens (steht er so viel westlich, so ist p negativ). Dann kehre man das Rohr um, so dass das westliche Ende der Drehungsaxe jetzt östlich werde, und in dieser zweyten Lage des Rohres stehe der Mittelfaden q Secunden östlich von dem Mittelpuncte des Zeichens, so ist

$$c = \frac{p - q}{30} = 2.15 .$$

Sicherer noch findet man diese Grösse c durch die Beobachtung eines dem Pole nahen Sternes an dem ersten der in dem Fernrohre ausgespannten Verticalfäden. Die Zeit dieser Beobachtung, durch das bekannte Intervall der Fäden auf den Mittelfaden reducirt, sey $\theta$. Dann kehre man das Mittagsrohr um, so dass die westliche Axe desselben östlich werde, und beobachte den Stern wieder an dem letzten Faden (dass heisst, an demselben, der vorhin der erste war). Die Zeit dieser Beobachtung, auf den Mittelfaden reducirt, sey $\theta'$, so ist

$$c = \frac{\theta' - \theta}{2} \cdot \text{Cos}\,\delta.$$

Ist bey diesen beyden Beobachtungen die Neigung der Rotationsaxe verschieden, und ist dieselbe bey der ersten Beobachtung b, und bey der zweyten b', so ist

$$c = \frac{\theta' - \theta + (b' - b)\,n}{2} \cdot \text{Cos}\,\delta,$$

wo wieder für untere Culminationen $\delta$ das Complement der Declination zu 180° ist.

Kennt man so für einen Beobachtungstag die Grössen a, b und c, so wird man aus jeden andern an diesem Tage beobachteten Stern entweder die Correction der Uhr durch die Gleichung

$$x = \alpha - t - am - bn - c\,\text{Sec}\,\delta \ldots (\text{IV}),$$

oder wenn x bekannt ist, die Rectascension $\alpha$ des beobachteten Sterns aus der Gleichung

$$\alpha = t + x + am + bn + c\,\text{Sec}\,\delta \ldots (\text{V})$$

finden. Andere Anwendungen und Erweiterungen des Gebrauches des Mittagsrohres sehe man in den astronomischen Nachrichten Vol. VI.

Um das Vorhergehende durch ein Beyspiel deutlich zu machen, so wurde am 14. May 1828 der Polarstern in seiner unteren Culmination an den zwey ersten der fünf Fäden des Meridiankreises in Wien beobachtet. Die durch die bekannte Distanz der Fäden daraus abgeleitete Zeit des Mittelfadens war $\theta = 12^h\,59'\,56.''90$. Dann wurde der früher gegen Ost stehende Kreis nach West umgelegt, und derselbe Stern an den zwey letzten, das heisst also, an denselben Fäden, wie in der ersten Lage, beobachtet. Die daraus abgeleitete Zeit des Mittelfadens war $\theta' = 12^h\,59'\,55.''29$. Vor dem Umkehren zeigte die Libelle:

$$W = 32.5,\; O = 33.7,\; W' = 34.1,\; O' = 32.3,$$

und nach dem Umkehren zeigte die Libelle:

$$W = 29.2,\; O = 37.6,\; W' = 30.2,\; O' = 36.3.$$

Da nun der Werth eines Theilstriches der Libelle $k = 0.''639$ ist, so war vor der Umkehrung $b = +0.006$, und nach derselben $b' = -0.156$. Da ferner für diesen Tag die scheinbare Declination des Polarsterns

$$\delta = 88^\circ\ 23'\ 23.''63 \text{ ist, so ist}$$

$$\theta' - \theta = -21.''61,\quad b' - b = -0''162,$$

und daher, weil man in der unteren Culmination $180^\circ - \delta$ statt $\delta$ setzen muss,

$$n = \operatorname{Cos}(\varphi - \delta).\operatorname{Sec}\delta = -25.''85, \text{ und}$$

$$c = \frac{\theta' - \theta + (b' - b)\,n}{2} \operatorname{Cos}\delta = -0.''2447.$$

Will man die Beobachtungen nebst den Collimationsfehler zugleich von der täglichen Aberration (I. S. 86) befreyen, so wird man für c setzen

$$c - 0.0209 \operatorname{Cos}\varphi.$$

An demselben Tage waren die beobachteten Durchgangszeiten durch den mittleren Faden, im Mittel aus allen fünf Fäden von

$\alpha$ Urs. maj. $10^h\ 53'\ 41.''47 = t$ Uhrzeit,
$\alpha$ Urs. min. untere Culmination $12\ 59\ 56.90 = t'$ Uhrzeit.

Die scheinbaren Rectascensionen dieser Sterne sind

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\alpha$ Urs. maj. | $10^h$ | $53'$ | $3.''81$, |
| $\alpha$ Urs. min. | 12 | 58 | 52.69. |

Ferner ist $b = +0.006$, und $c = +0.231$, also auch für

| | $\alpha$ Urs. maj. | $\alpha$ Urs. min. |
|---|---|---|
| $b\,n'$ | $+0.01$ | $-0.16$ |
| $c \operatorname{Sec}\delta$ | $+0.50$ | $-8.22$, |

und damit gibt die Gleichung (III)

$$a = \frac{-64.21 + 37.66 + 0.01 + 0.16 + 0.50 + 8.22}{24.99} = -0.''707.$$

Kennt man so a, b und c, so wird man durch die Beobachtung eines jeden anderen Sterns entweder die Correction x der Uhr nach (IV.), oder die Rectascension $\alpha$ des Sterns nach (V) bestimmen. So war für denselben Tag

| Uhrzeit des Mittel-fadens | $\alpha$ Aurigae | | $\alpha$ Orionis | | $\beta$ Geminorum | | $\alpha$ Leonis | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $5^h\,4'\,38.''66$ | | $5^h\,46'\,31.''02$ | | $7^h\,35'\,26.''33$ | | $9^h\,59'\,52.''56$ | |
| scheinbare Rectascension | 5 4 0.27 | | 5 45 52.13 | | 7 34 47.57 | | 9 59 13.69 | |
| $\alpha - t$ | $-$ | 38.39 | $-$ | 38.89 | $-$ | 38.76 | $-$ | 38.87 |
| b n | $+$ | 0.01 | | 0.00 | | 0.01 | | 0.00 |
| c Sec $\delta$ | $+$ | 0.33 | | 0.23 | | 0.26 | | 0.23 |
| a m | $-$ | 0.05 | $-$ | 0.47 | $-$ | 0.27 | $-$ | 0.42 |
| $x =$ | $-$ | 38.68 | $-$ | 38.65 | $-$ | 38.76 | $-$ | 38.68 |

also im Mittel aus allen vier Bestimmungen

$$x = -38.''69.$$

## Multiplicationskreise.

26. §. Zu Bestimmungen der Höhen oder der Poldistanzen der Gestirne braucht man gewöhnlich ganze Kreise, die sich durch eine eigene Vorrichtung vertical stellen lassen, und um deren Axe sich ein Fernrohr parallel mit der Kreisfläche bewegt. Die früher zu diesem Zwecke gebrauchten, unter den Namen der Quadranten, Sectoren u. f. bekannten Theile eines Kreises sind den ganzen Kreisen mit Recht weit nachzusetzen, daher wir hier nur die letzteren näher betrachten wollen.

Der nun auch immer mehr ausser Gebrauch kommende Multiplicationskreis besteht aus zwey concentrischen Kreisen, die sich in einer Verticalfläche um ihre gemeinschaftliche horizontale Axe drehen, welche letztere an einer verticalen Säule befestiget ist. Der äussere Kreis trägt gewöhnlich die Eintheilung, und der innere, mit welchem das Fernrohr verbunden ist, trägt die Verniere, welche neben der Eintheilung des äusseren Kreises hingleiten. Die diese Kreise tragende verticale Säule hat noch einen kleineren Azimutalkreis, durch welchen man die Fläche der beyden verticalen Kreise wenigstens sehr nahe auf irgend einen bestimmten Punct des Horizonts stellen kann.