www.e-rara.ch

Wilebrordi Snellii Apollonius Batavus seu exsuscitata Apollonii Pergaei geometria

Snellius, Willebrordus

Lugodini [Leiden], 1608

ETH-Bibliothek Zürich

Shelf Mark: Rar 5298

Persistent Link: https://doi.org/10.3931/e-rara-4352

www.e-rara.ch
Die Plattform e-rara.ch macht die in Schweizer Bibliotheken vorhandenen Drucke online verfügbar. Das Spektrum reicht von Büchern über Karten bis zu illustrierten Materialien – von den Anfängen des Buchdrucks bis ins 20. Jahrhundert.

e-rara.ch provides online access to rare books available in Swiss libraries. The holdings extend from books and maps to illustrated material – from the beginnings of printing to the 20th century.

e-rara.ch met en ligne des reproductions numériques d'imprimés conservés dans les bibliothèques de Suisse. L'éventail va des livres aux documents iconographiques en passant par les cartes – des débuts de l'imprimerie jusqu'au 20e siècle.

e-rara.ch mette a disposizione in rete le edizioni antiche conservate nelle biblioteche svizzere. La collezione comprende libri, carte geografiche e materiale illustrato che risalgono agli inizi della tipografia fino ad arrivare al XX secolo.

Nutzungsbedingungen Dieses Digitalisat kann kostenfrei heruntergeladen werden. Die Lizenzierungsart und die Nutzungsbedingungen sind individuell zu jedem Dokument in den Titelinformationen angegeben. Für weitere Informationen siehe auch [Link]

Terms of Use This digital copy can be downloaded free of charge. The type of licensing and the terms of use are indicated in the title information for each document individually. For further information please refer to the terms of use on [Link]

Conditions d'utilisation Ce document numérique peut être téléchargé gratuitement. Son statut juridique et ses conditions d'utilisation sont précisés dans sa notice détaillée. Pour de plus amples informations, voir [Link]

Condizioni di utilizzo Questo documento può essere scaricato gratuitamente. Il tipo di licenza e le condizioni di utilizzo sono indicate nella notizia bibliografica del singolo documento. Per ulteriori informazioni vedi anche [Link]

Visual Library

ohne Frohmuttung

71 451 (Rar)
Rar 5298

Inhalt:

1.) Snellius, W. Apollonius batavus
2.) Müller, G.W. Mathesi applicata etc.
3.) Montanari, G. Pensieri fisico mathematici
4.) Kausler, C.F. De insigni fractionum continuarum etc.
5.) Montanari, G. La livella diottrica
6.) Belli, S. Libro del misurar con la vista.
7.) Rümelin, J.H. De vita J. Kepler.
8.) Iseli, J. R. Brevis romanorum judiciorum historia

WILEBRORDI SNELLII

APOLLONIVS BATAVVS,

Seu,

Exsuscitata APOLLONII PERGAEI

ΠΕΡΙ ΔΙΩΡΙΣΜΕΝΗΣ ΤΟΜΗΣ

Geometria.

FEDERAL POLYTECHN. SCHULE BIBLIOTHEK

LVGODINI,

Excudebat Iohannes a Dorp, 1608.

Prostant apud Iohannem Maire.

APOLLONIVS PERGÆVS DE SE.

CLara Mathematici fax Luminis, ortus ad illa
Litora, Pamphyli quæ ferit ira ſali,
Evocor in lucem tenebris excitur ab imis,
Dum me SNELLIACI *luminis aura fovet.*
Vita fuit brevior, mihi quam, mea Perga, dediſti.
Æterna eſt, quam nunc SNELLIVS *ipſe dedit.*

Ioſ. Scal. Iul. Cæſ. F.

Ἑρμόδοτος.

Οὐχ ὁ λόγος αὔξει τὴν τέχνην περιοσὸς ὤν.
Ἀλλὰ αὐτὰ κοσμεῖ τὴν τέχνην τὰ πράγματα.

Illustrissimo Principi,

MAVRITIO Principi AVRAICO,

Comiti Nassovio, Catti-mœlibocorum, Viandæ, Mœrsij, &c. Copiarum Duci, & Gubernatori Belgij αὐτονόμῳ.

BELLICE, *depositis clypeo paulisper & hasta,*
DVX *ades, & nitidas casside solve comas.*

ENimverò quocunque mentis meæ oculos & aciem converto, nullus est ad quem potius irem, quam ad te; nullus, cui hoc nostrum opus debeatur, præter te; qui in tot iam problematis per te ipsum solutis, Archimedeum illud εὕρηκα, Sirenem, inquam, illam Archimedeam toties sis expertus. atque ideo, si hujus inventionis gaudio, ac lætitia perfusus, liberius paulò exultarem, à te, Princeps Illustrissime, facilè veniam me impetraturũ confidebã. Neque enim post homines natos cujusquam memoria extat, qui artes mathematicas cum ipsarum usu tam felici eventu copularit unquam, aut conjunxerit. cujusque gloria, non exiguis Europæ finibus contineatur: sed ipsius terrarum orbis regionibus definiatur. quæ-

cunque enim harum artium ſubſidio vel præclarè, vel feliciter à te geſta, ea iam tum ſparſa ſunt ac diſſeminata in poſteritatis memoriam ſempiternam. Vulgò autem factum eſt ut ij, qui neque ſolem neque pulverem ferunt, qui ſe non tantum ſub dio, ſed ne in Xyſtis quidem exercent, factum, inquam, eſt, ut umbratici iſti Philoſophi in ſcholaſticis umbraculis λόγων ῥήτορες, ὦ πράκτορες ἔργων, cum mathematicum corpus ſolidum, & bene habitum à majoribus ſuis accepiſſent, pro vero, umbraticum & μονόγραμμον; pro activo, otioſum, Epicureorum λογοθεωρήτων deorum inſtar, tantum reliquerint: dum uſum, hoc eſt ſuccum & ſanguinem, ab arte, tanquam alieniſsimum, ſejungunt. Verè enim illud Vitruvij, non in Architectonica ſolum, ſed in omni arte locum habet: Qui ratiocinationibus & literis ſolis confiſi fuerunt, umbram, non rem perſecuti videntur. Ea calamitas latiſsimè pervagata prope totius philoſophię fundos vaſtavit; ea nobis hæc δεύτερα στοιχεῖα, quorum partem hanc ab ultimo interitu revocatam ad te, Princeps illuſtriſsime, nunc affero, penè eripuit, hancque ipſam mathematum medullam peſſundidit; dum nimium ſecurè alieno labore partis abutuntur: imò verò dum ea, quæ à ſummis viris congeſta fuerant, intelligere aut non curant, aut non poſſunt. Quo quidem magis dubito, tibine plus laudis, an illis vetuperationis eſſe tribuendum ſtatuam; cum tu bellicá adminiſtratione, & Belgici imperij gubernatione diſtrictus,

tantam

tantam vim rerum cognitionemque comprehenderis. Sed, ut id quod ſentio dicam, puto multorum monumenta (quod ille de imperio Romano canebat) mole ſua corruiſſe, dum multa tranſponunt, iterant, etiam aliena infarcuint. Neque tamen hoc eò dico, quod non ſatis magnam tribuam primis illis inventoribus gratiam, ſed quod videam quàm plurimos tanta rerum varietate deterreri, ac perturbari. cum enim non ſit tam acris acies in naturis hominum & ingenijs, ut tantas res quiſquam, niſi monſtratas poſſet videre; ideo pervidendi ſunt primũ fontes, ut quotieſcunque opus ſit, ex ijs tantum, quantum res petet, hauriamus: elegantiſsima enim & admirabilis huius diſciplinæ eſt compoſitio, incredibiliſque rerum ordo. Atque eam ob cauſam ego quoque Delphici oraculi admonitu, quo iubemur χρόνῳ φείδεσθαι, hanc διωρισμένην τομὴν iam diu obſoletam & extinctam denuo ſuſcitavi: non quidem illa demonſtrationum copia aut περιεργείᾳ, quam illi uſurparunt, id enim & inſuave & inutile foret: quin potius artis quam concepi & ſummam, & utilitatem eodem curſu, reſque ipſas ſuis verbis dimenſus ſum. Demonſtrationum enim mathematicarum omne bonum convenientiâ & concinnitate iudicatur: nec plura paucioribus, nec longiora brevioribus anteponuntur: Mathematicus enim in demonſtrando rerum & caſuum varietate locuples, oratione fit licet ieiunior. Nam cum artes omnes plurima, eaque

homogenea ſuo ambitu complectantur, ita maximè Mathematicæ; quæque ideo ratione conſtituendæ ſunt ac viâ: quare in iſtis demonſtrationum varietatibus, & labyrinthis ingenium ſuum oſtentare velle, puerile eſt; planè autem, & perſpicuè expedire poſſe, docti & intelligentis viri. atque ideo, cum opus erit, conſectaria me brevia & acuta delectant; quæ, ut perſpicua ſint, ita longa eſſe non debent. iſta enim omnibus mathematicis tuenda ſententia eſt. Nam qui tanta demonſtrationum ubertate laborant, ſqualidius mihi demonſtrare videntur: breviter & enucleatè omnia nobis dicenda ſunt. verùm quia hæc res plurimæ commentationis & exercitationis indiget, videmus inter recentiores unum aut alterum hoc geuus ſequi; cæteri aut noluerunt, aut non potuerunt, certè reliquerunt. Cæterum quem fructum, aut quam utilitatem petentes, hunc librum vulgemus, magni Platonis verbis, in re haud multum diſsimili, explicabo. Benè concinnéque in mathematicis aliquid inveniendi componendique, ὅυτω ὁδὸς, ἄυτη τροφὴ, τάυτῃ πορευτέον. Attamen tum demum ſolidus veruſque huius uſus & fructus mihi, cæteriſque φιλομάθεσι conſtabit, ſi opus hoc tuo calculo probatum, & commendatum in hominum manus prodeat. Te igitur, Princeps Illuſtriſsime, qui etiam in acie, & media inter prælia harum artium dignitatem utilitatemque, vel ſolus, vel maximè

mè recognoſcis, neque earum curam ex animo depuis unquam, rogo ut libellum hunc, mole exiguum, utilitate (ut ſpero) permagnum, inſpicere nõ graveris. Ego enim (quod olim Eratoſthenes faciebat) anathema hoc à me ſuſcitatum, in tuæ laudis & gloriæ delubro ſuſpendo, tuoque nomini inſcribo, tu modo Princeps Illuſtriſsime ne aſpernere: quin potius

Palladis exemplo ponende tempora ſume
Cuſpidis, invenies & quod inermis agas.

PAPPVS

PAPPVS IN PRÆFATIONE
LIBRI VII
Συναγωγῆς Μαθηματικῆς.

Ἑξῆς δὲ τούτοις ἀναδέδοται τῆς διωρισμένης τομῆς βιβλία δύο. ὧν ὁμοίως τοῖς πρότερον μίαν πρότασιν πάρεσι λέγειν, διεζευγμένῳ δὲ ταύτην.

τὴν δοθεῖσαν ἄπειρον εὐθεῖαν ἑνὶ σημείῳ τέμειν, ὡσεὶ τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν, πρὸς τοῖς ἐπ' αὐλῆς δοθεῖσι σημείοις, ἤτοι τὸ ἀπὸ μίας τετράγωνον, ἢ τὸ ὑπὸ δύο ἀπολαμβανομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον δοθέντα λόγον ἔχειν, ἤτοι πρὸς τὸ ὑπὸ μίας ἀπολαμβανομένης καὶ τῆς ἐξῶ δοθείσης, ἢ πρὸς τὸ ὑπὸ δύο ἀπολαμβανομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον, ἐφ' ὁπότερα χρὴ τῶν δοθέντων σημείων.

Καὶ ταύτης, ἅτε δὶς διεζευγμένης, καὶ περισκελεῖς διορισμοὺς ἐχούσης, δία πλειόνων ἡ δεῖξις γέγονε ἐξ ἀνάγκης. δείκνυσι δὲ ταύτῃ Απολλώνιος μὲν πάλιν ἐπὶ ψιλῶν τῶν εὐθειῶν τριβακότερον πειρώμενος, καθάπερ καὶ ἐπὶ τοῦ δευτέρου βιβλίου τῶν πρώτων στοιχείων εὐκλείδου. καὶ ταῦτα πάλιν εἰσαγωγικώτερον ἐπαναφέρων, δείξας καὶ εὐφυῶς διὰ τῶν ἡμικυκλίων. ἔχει τὸ μὲν πρῶτον βιβλίον προβλήματα $\overline{\varsigma}$, ἐπιτάγματα $\overline{\iota\varsigma}$, διορισμοὺς δε $\overline{\varepsilon}$. ὧν μεγίστους μὲν $\overline{\delta}$, ἐλάχιστον δὲ ἕνα. καὶ εἰσι μέγιστοι μέν, ὅτε κατὰ τὸ δεύτερον ἐπίταγμα τοῦ δευτέρου προβλήματος, καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον ἐπίταγμα τοῦ τρίτου προβλήματος. Τὸ δε δεύτερον διωρισμένης τομῆς ἔχει προβλήματα τρία, ἐπιτάγματα ἐννέα, διορισμοὺς τρεῖς. ὧν εἰσὶν ἐλάχιστοι μέν, ὅτε κατὰ τὸ τρίτον τοῦ πρώτου, καὶ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ δευτέρου. μεγίστος δὲ ὁ κατὰ τὸ τρίτον τοῦ τρίτου προβλήματος. λήμματα δὲ ἔχει τὸ μὲν πρῶτον βιβλίον $\overline{\kappa\zeta}$, τὸ δε δεύτερον $\overline{\kappa\delta}$, θεωρημάτων δὲ ἔστι τοῦ δύο βιβλία διωρισμένης τομῆς $\overline{\pi\gamma}$.

Id est: His (de ſpatij & rationis deſectione libris) deinceps ſuccedunt de ſectione determinatâ libri duo, quos, ut antecedentes, unâ propoſitionè diſjunctâ complecti licet.

Datam

Datam rectam infinitam uno ſecare puncto, ut è rectis ad puncta in eâ data abſumptis, vel quadratum unius, vel quod ſub duabus continetur rectangulum datam habeat rationem; ad id, quod ſub unâ abſumptarum, datâque externâ, vel ad id quod ſub duabus abſumptis comprehenditur. atque id quidem à quâcunque datorum punctorum parte opus ſit.

Hujus autem propoſitionis, ut pote quæ bis diſjuncta & ſubdiviſa ſit, & determinationes habeat refractarias demonſtrationem per plura fieri neceſſe eſt. Demonſtrat verò hãc Apollonius per nudas lineas rectas trito & vulgari modo, quem in ſecundo primorum elementorum libro Euclides quoque uſurpavit. Sed eadem rurſum arti convenientius, & magis ſcitè rettulit per ſemicirculos. Habet autem liber primus problemata ſex, epitagmata ſedecim, determinationes quinque; atque ex ijs maximas quidem quatuor, minimam verò unam. ſuntque maximæ ad ſecundum ſecundi, & tertium tertij problematis epitagma. Secundus autem determinatæ ſectionis liber habet problemata tria, epitagmata novem, determinationes tres. è quibus minimæ ſunt ad tertium primi & ſecundi; maxima autem ad tertium tertij problem. epitagma. Primus porrò liber habet lemmata $\overline{\text{XXVII}}$, ſecundus etiam $\overline{\text{XXIV}}$. Theoremata duorum determinatæ ſectionis librorum ſunt $\overline{\text{LXXXIII}}$.

Siccine Pappe diviniſſime? itane tandem tamque commodè ἀναλυόμενος τόπος partitus tibi eſt? ut περὶ λόγου καὶ χωρίου ἀποτομῆς libris priorem locum aſſignes? τῇ δὲ διωρισμένῃ τομῇ poſteriorem? ſcita & lepida hercules diſpoſitio, tanquam in logicis iudicandi leges priores facerem inventionis & τῆς τοπικῆς præceptis. Neque verò iam miror in iſtâ ordinis ἀναστροφῇ, tantam tamque multiplicem extitiſſe ταυτολογίαν. Arrige aures Analytice, & quod dicam conſidera: te enim ſolum hujus cauſæ arbitrum & judicem depoſco. In omni propoſito problemate fons reperi-

endus eſt, in quo ſunt prima lineamenta, quo invento omnis ab eo quaſi capite ſolutio quæſiti deducatur: atque ita reſolventi præcipua dictorum librorum problemata ad primum ſecundumque hujus libri problema devolventur. Quare apage ſis cum iſtâ ὑστερολογίᾳ, unde illa damnoſa & infinita ταυτολογίας hydra ſemper nova ſuppullulet. Meritò igitur me referam ad ipſos fontes, unde ſimplicior & purior doctrina promanet. Vobis verò ô ſectatores divini Platonis, purioris matheſeos ſoboles, promo & dono priorem τῶν δευτέρων στοιχείων partem, claram, puram, perſpicuam, ſentibus, & infinito obſcuritatis, ὑστερολογίας, ac ταυτολογίας lolio expurgato. infinitam lemmatum ſegetem unico lemmate ſuccidimus, immenſam obſcuritatis abyſſum altero lemmate explicavimus; lucem & ſolem pro caligine & nebulis reducimus: primorum duorum problematum uſum editis de rationis & ſpatij ſectione libellis oſtendimus. potuimus quoque in alijs, & quidem varijs: ſed ea demum ad commendationem digna eſt mihi viſa materia, in quâ veterum induſtria eſſet verſata & exercita. Noviſſimorum etiam duorum problematum uſum in problemate ſubtiliore & magis arduo dare potui, & cujus materia ab antecedentibus ferè derivetur. à quo propterea tantum Apollonium manus abſtinuiſſe crediderim, quia maxima tautologiæ caligo conſuetas reſolvendi vias tantanti fuiſſet objecta. cujus ſolutionem ſi ad hujus libri retuliſſet problemata, facilis fuiſſet explicatio.

Διωρισμένη igitur hæc τομὴ, quam ego ab interitu ſuſcitatam, tauquam novus Æſculapius hic affero, ea in rectæ lineæ ad datos in ipſa terminos ſectione tota occupatur, quæ prout lemmatum & theorematum numerus argumento ſunt, fuſiſſimè olim ab Apollonio fuit expoſita: attamen fundum hunc noſtrum culturâ ſedulâ excultum, fertilitate ampliſſimis aliorum latifundijs nihilo inferiorem fore ſperamus. Fuit profectò magna magni illius ingenij vis, quâ, tanquam flumen quoddam extra alve-

um

um ſuum exundans, vicinos quoſque mathematum campos irrigavit, atque eâ quoque, tanquam Nilus aliquis, hunc agellum non alluit modo, ſed etiam fœcundavit: neque enim leve eſt, quod ex tota antiquitate é mathematicis Magni cognomentum ſolus meruerit. de cujus tanta tamque multiplici eruditione apud Pappum utiliſſimorum & ſubtiliſſimorum librorum argumenta duntaxat extant,

——— *ut magni nominis umbræ.*

Qui ut ad poſteritatis memoriam traderentur non merebantur ſolum; ſed etiam univerſæ matheſios intererat: atqui hæc omnia quia optima erant damnoſa dies & edax tempus abſumpſere. Quamobrem ite nunc mortales & magnis cogitationibus pectora veſtra implete, Non cum vitæ tempore eſſe demittendam commemorationem nominis noſtri, ſed cum omni poſteritate ad adæquandam. verum enimvero ut quod propoſitũ eſt agam, ad argumentum & libri titulum me recipio.

Διωριζμένη τομὴ ex adjuncto determinationis leviſſimo nomen ſortita eſt, iſte ſiquidem caſuum & factionis διοριζμὸς alijs quoque multis geometricis effectionibus communis eſt. Porrò autem, quia in hujus libri problematis vel recta inſuper datur, vel ad datos terminos intercipienda tantũ ſub involucris exponitur; illa ubi recta ſignatè datur factionem habent faciliorem, & quidẽ priorem alteris ubi recta nulla datur præter eas, quæ ad terminos aſſignatos pertinent: cum hæc per illa efficiantur. & quia circulorum rotundationes concinnitatis neſcio quid rotunditatiſque Pappo habere viſæ ſunt, nobis quoque modus iſte perplacuit, ac quamvis utroque modo propoſita problemata explicaſſemus, hunc ſolum altero repudiato retinuimus. Sed ad rem.

Cum recta externa inſuper datur reliquæ vel ad duos, vel ad tres datos terminos erunt abſumendæ. itaque cum duo tantum dabuntur problema exiſtet hujuſcemodi.

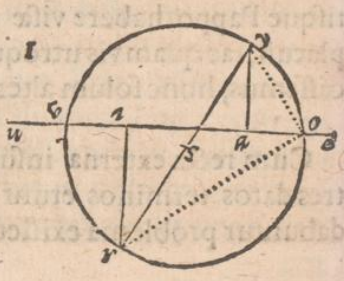
Α ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Τὴν δοθεῖσαν ἄπειρον ἐυθεῖαν ἑνὶ σημείῳ τεμεῖν, ὥςε τῶν ἀπολαμβανομένων ἐυθειῶν, πρὸς τοῖς ἐπάυτῆς δοθεῖσι δύο σημείοις τὸ, ἀπὸ μιᾶς τετράγωνον δοθέν τα λόγον ἔχειν, πρὸς τὸ ἀπὸ λοιπῆς ἀπολαμβανομένης καὶ τῆς ἔξω δοθείσης περιεχόμενον ὀρθογώνιον.

I. PROBLEMA.

Datam rectam lineam infinitam unico secare, ut è rectis ad data duo puncta absumptis, unius quadratum, ad rectangulum sub reliquâ & datâ externâ comprehensum rationem habeat datam.

In datâ rectâ infinitâ duo assignentur termini *ae*, eademque tertio termino secanda esto in *o*, ut quadratum quod fit à segmento *oa*, ad rectangulũ quod fit sub reliquo segmento *oe* & datâ quâcunque extemâ *au* rationem habeat datam, quam R ad S. seu *ai* ad *au*. Datæ igitur *au* analoga *ai* ab altero termino (videlicet ab *a*) in quem sua coëfficiens (hoc est quæ cum ipsâ datâ externâ *au* quæsitũ spatium continere debet) non terminatur, in utramcunque placebit partem versetur; sivè in easdem partes quâ *e* jacet didatur; sive in oppositam plagam avertatur. tumque ab *a* & *i* perdendiculares excitentur lineæ *ay ir*, æquales ipsis *ae ai*: & quidem in partes easdem si *e i* eodem abeant ab *a*; at si *a* inter eos sit intermedius, in partes oppositas, quarum vertices iungat *yr*. peripheria ad hanc diametrum decircinata secabit subjectam *ai*, (& tum problema erir διπαθὲς) aut demũ tanget: is igitur terminus sit *o*, & connectantur rectæ *yo or*. Cũ itaque angu-



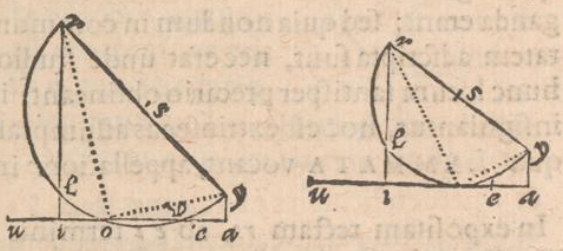
lus,

lus, *roy* in ſemicirculo rectus ſit, duo anguli *roi yoi* uni recto quoque æquabuntur: ſed & duo anguli *ayo aoy* in rectangulo triangulo *yao* uni recto æquales ſunt, ſublato igitur communi *yoa*, reliqui *ior oya* æquales, triangulaque rectangula *rio oay* ſimilia erunt, lateraque *ay*, id eſt *ae*, *ao*, *oi*, *ir* id eſt *ia* proportionalia: atque dividendo, vel componendo erit *eo*, ad *ao*, ſicut *ao* ad *ai*; quadratumque ab *ao* æquale ei quod fit ſub *eo* in *ai*. Sed ut *ai* in *eo*, hoc eſt quadratum ab *ao*, ad *au* in *eo*, ſic *ai* ad *au*, quæ ratio eadem eſt expoſitæ R ad S. factum igitur eſt quod oportuit. Similis planè & ratio, & demonſtratio ipſi *v*, alteri ſectionis termino quoque congruet. Porrò autem partium ratio, quam decebit, opuſvè exiget, habebitur hoc modo.

1 ἐπίταγμα, διωρισμένον,

Vt recta coëfficiens *eo* pars ſit illius *ao* cujus quadratū quæritur.

Oportebit autem ipſam ai, *cui in datâ ratione analoga eſt* au, *eſſe nonminorem quam ſit quadrupla ipſius* ae *inter expoſita puncta interiecta.*

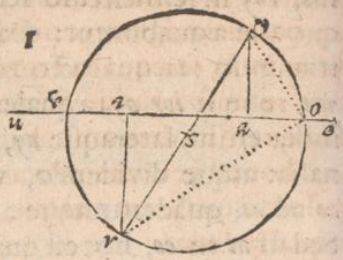


Ponatur *ae* pars ipſius *ai*, hoc eſt ejiciatur *ai* ab *a* in partes *e*; atque ideo uſurpētur perpēdiculares eâdem parte, quæ factio nobis dicitur ὁμοδαγὴς; tum enim termini quæſiti ita incidunt *ai*, ut *oe* pars ſit ipſius *ao*.

2 ἐπίταγμα, ἀδιόριστον.

Vt contra recta *ao* cuius quadratum quæritur pars ſit coëfficientis: vel etiam, ut neutra alteram includat; id enim unâ eâdemque factione præſtatur.

Ipsa *ai*, cui in datâ ratione analoga est *au*, avertatur ab *a* in plagam ipsi *ae* oppositam; atque ideo usurpentur perpendiculares in adversas partes excitatæ, quæ factio ἀνθυπαγής nobis dicitur: tum enim circunferentia circuli excurret ultra *i* in *v*, eritque *av* pars ipsius *ev*.

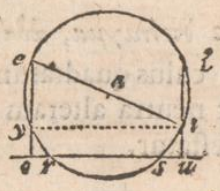


Vel *ao* & *oe* tantum in directum jacebunt, eruntque segmenta expositæ linea *ae*. id enim ex ipsa demonstratione manifestum est.

I LEMMA *ad id quod sequitur.*

Si in rectam aliquam perpendiculares à diametri terminis cadant, perpendicularium segmenta ab eâdem rectæ parte ad similes circuli curvaturas sunt æqualia. Rectæque inter perpendiculares & similes curvaturas erunt æquales. Theoremation istud & quod sequitur ad aliquam generaliorem Geometriam ab hoc peculiari fundo ableganda erant: sed quia nondum in communem Geometriæ civitatem adscripta sunt, nec erat unde studiosi ea petere possent, hunc locum tantisper precario obtineant: ita tamen ut sua nota insigniantur, hoc est extrinsecus assumptarum propositionum, quæ LEMMATA vocant, appellatione indigitentur.

In expositam rectam *rs*, ab *e i* terminis diametri *ei* perpendiculares cadant *iu eo*, ajo ipsarū segmenta ab eâdem expositæ rectæ parte ad similes circuli curvaturas esse æqualia, ut hîc *oy ui*, vel *eo lu*. connexâ enim *yi* erit angulus *eyi* in semicirculo rectus, atque *you* ex thesi rectus, itaque *yi ou* parallelæ erunt,

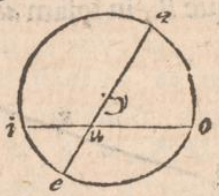


erunt & *yo ui* inter se sunt parallelę, quia perpendiculares sunt in *rs*, parallelæ igitur conterminant parallelas, oppositaque latera *yo iu* inter se æqualia erunt. Simillima demonstratio est rectas *eo ul* inter se æquari. Secunda pars rectas *or* & *us*, item *ur os* inter se æquari ita demonstratur, cum enim *eoy* rectangulo *sor*, item *eoy*, hoc est per demonstrata, *lui* ipsi *rus* æquale sit, erit *ros* rectangulum æquale *rus*, atque ideo segmenta *ro us* segmentis *us or* æqualia erunt.

2. Lemma.

Si e quatuor proportionalibus coëfficientes duæ reliquis sint maiores, e.e sunt maxima & minima.

Conversum est quasi eius quod in elementis demonstratur: Maximam & minimam reliquis esse majores. Duæ coëfficientes, hoc est, in analogis extremæ ambæ, vel ambæ mediæ constituant lineam *ae* maiorem, quam *io*, cuius segmenta sint *iu uo*. & *ae* fiat diameter circuli, in quem *oi* minor, ideoque adiametros, inscribatur, diameter igitur *ae*, per *u* punctum acta, secabitur in eadem segmenta à quibus composita est. Et quia *u* non est centrùm, *ue* erit minima, *ua* maxima ab *u* puncto eductarum; & *ui uo* inter eas quantitate mediæ. Idem de tribus continuè proportionalibns intelligas, quia media tum bis sumitur.



3 Lemma.

Si è quatuor proportionalibus duarum coëfficientium differentia reliquarum differentia maior sit, eæ sunt maxima & minima.

Duarum coëfficientium *au ue* differentia sit *ae*, maior quã *io* differẽtia coëfficientium *ou ui*, cumque sit *au* ad *ou*, vt *ui* ad *ue* circulus per quatuor puncta *a e i o* poterit educi: sed *ae* maior est quã *io*, ideoque centro vicinior: quare tota *au* maior erit, quam *uo*; & *ue* minor quam *ui*.

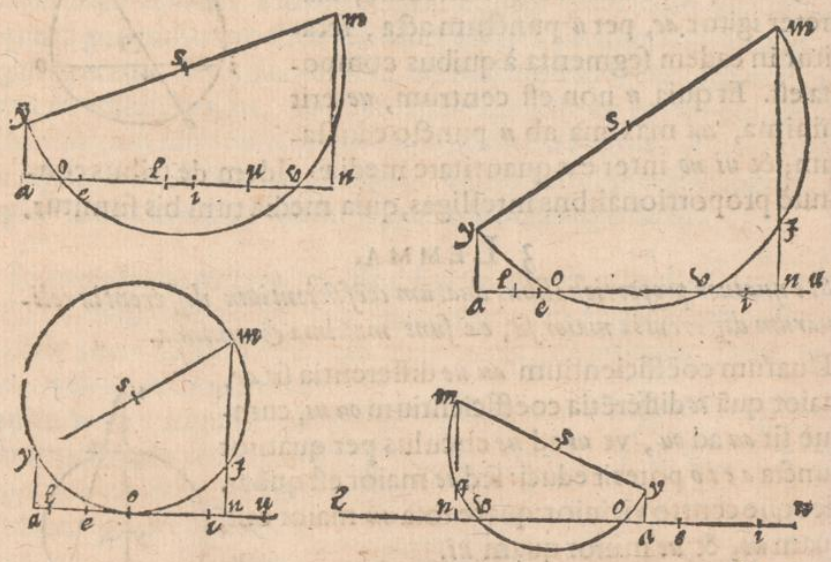
Β ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Τὴν δοθεῖσαν ἄπειρον εὐθεῖαν ἑνὶ σημείῳ τεμεῖν, ὥστε τῶν απολαμβανομένων εὐθειῶν πρὸς τοῖς ἐπ' αὐτῆς δοθεῖσι τρισὶ σημείοις τὸ, ὑπὸ μιᾶς καὶ τῆς ἔξω δοθείσης, δοθέν λόγον ἔχειν πρὸς τὸ, ὑπὸ τῶν λοιπῶν ἀπολαμβανομένων περιεχόμενον,

2. PROBLEMA.

Datam rectam lineam infinitam unico puncto secare, ut è rectis ad data tria puncta absumptis, quod sub una ipsarum & data externa, ad id quod sub duabus reliquis comprehenditur rationem habeat datam.

In rectâ lineâ infinitâ exponantur termini tres *a e i*, eademque quarto termino ita secanda sit in *o*, ut quod fit sub datâ quâcunque R, in ipsam *ao*, quæ ab inveniendo termino *o* ad assignatum



è tribus

è tribus aliquem (ut *a*) interjacet, ad rectangulum ſub duabus reliquis ad propoſitos terminos abſumptis *io oe* comprehenſum, imperatam teneat rationem quam R ad S * aut ſi ita non detur ad hanc ſpeciem tamen revocetur. Recta *ai* ab *i* continuetur æqualiter ipſi *ae* in *u* ſi aſſignatus terminus datorum ſit extremus: aut multetur eâdem ſi intermedius. Et ab *u* ejiciatur retrorſum verſus expoſitum terminũ *a* linea *un* æqualis analogæ S. Hinc ex *a* & *n* perpẽdiculares excitentur ipſis *ae ai* æquales; atque illic quidem, ubi *ai ae* continuantur, in partes eaſdem; hic autem, ubi multatur, in oppoſitas, ut ſunt *ay nm*: quarum vertices jungat *ym* peripheria ad hanc diametrum decircinata, rectam ſubjectam *ai* duobus in punctis ſecabit (atque iſto caſu problema erit διπαθὲς) aut demum tanget: is igitur terminus ſit *o*, Ajo *o* terminum eſſe quæſitum. Enimvero quod fit ſub *ao* in *on* æquale eſt ei quod fit ſub *mn nj*, hoc eſt propter primo loco præmiſſum lemma in *ay*, id eſt, propter fabricam, quod ſub *ai* in *ae*. ponatur autem ipſi *ai* æqualis *nl* in partes adverſas ab *n*, quà *a* diſcedit ab *i*, ex demonſtratis ergo *ai*, id eſt *nl on*, *oa ae* proportionales erunt. ideoque etiam vel componendo, vel dividendo, vel per inverſionem rationum *ol on*, *oe ae*, & alternè *ol oe*, *on ae*: Atqui ut *on* ad *ae*, ſic * oſtendimus quoque eſſe *ai* ad *ao*: & æqueordinatè igitur *ol* ad *oe*, ut *ai* ad *ao*. Sed *le* eſt æqualis *nu*: cum ex conſtructione *nl* æqualis ſit poſita rectæ *ai*, atque *iu* ipſi *ae*. Quod igitur fit ſub *le* primo proportionis termino, ſeu ipſi æquali *nu* in *ao* noviſſimum æquale erit ei, quod fit ſub *oe oi* medijs. Atqui ut R ad S analogam, id eſt ad *un* ipſi æqualem, ſic (ſumpta communi altitudine *ao*) id quod fit ſub R in *ao*, ad *un* in *ao*, hoc eſt, *oe* in *oi*. jacet autem *ao* inter inventum terminum *o* & datum *a*: & ſic *oe oi* ab eodem *o* ad reliquos duos *e i* terminos pertinent, atque ipſa rectangula ſunt in ratione imperata. Quare factum eſt quod oportuit. Quia verò aſſignatus terminus vel eſt alter extremorum, vel eſt intermedius, ideò, quî effectionem præſtemus

* hoc eſt *un*:

* Nam *ao* in *on* æquatur ipſi *ai* in *ae*.

parabiliorem, operis exegesin in duo tribuemus ἐπιλάγματα, ut in singulis casus commodius evolvamus: quæ enim Apollonio ἐπιλάγματα fuere, nobis aliquando casus sunt; & quædam Problemata tantũ ἐπιλάγματα, ut sic demõstratio generalis illustrior esset, & simul Pappi quaternarum hîc retinerem. Quamobrem ita habebitur partium ratio, quam opus exiget, ipsarumvè inter ipsas symmetria admittet.

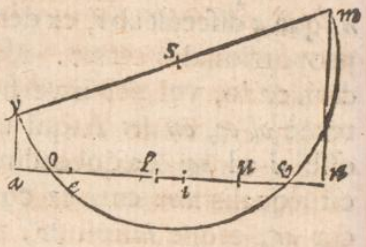
1 ἔπιλαγμα, *cum assignabitur extremorum alter ut* a.

* Determinationi nõ obnoxius.

1 *Casus,* * ἀδιόριστος.

Vt quæsitus casus inter assignatum *a* & ei proximum *e* cadat: Quam comitatur ille, qui ultra *i* remotissimum, seu tertium, excurrit.

Vsurpetur factio ὁμολογὴς, quæ ipsam analogam S, seu *un* ejicit ab *u* prorsum. cum enim *ao ae, ai on* proportionales sint; sintque *ao on* maiores, quam *ae* & *ai*, hoc est quam *au*, erit *an* composita è maximâ & minimâ, per Lemma 2, atque *ao* minor erit quam *ae*: *on* autem, id est, per primo loco premissum lemma, *av* maior quam *ai*.



* Determinatus.

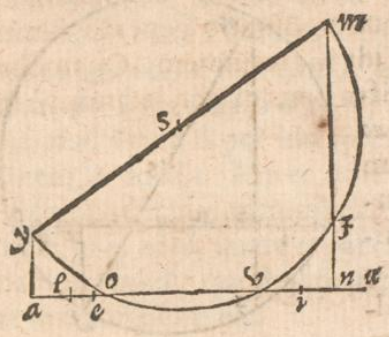
2 *Casus* * διωρισμένος.

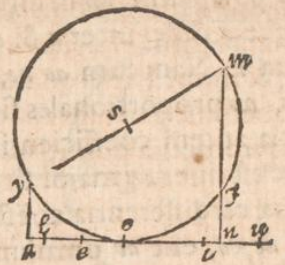
Vt quæsitus terminus inter reliquos duos præter assignatum cadat.

Oportebit autem datæ in datâ ratione analogam, esse non maiorem, quam differentiam summæ rectarum ab assignato ad reliquos terminos interiacentium, & eius, quæ potest quod sub ijs quadruplum.

Vsurpetur factio ὁμολογὴς, quæ ipsam analogam S. seu *un* rejecit

jecit retrorsum versus caput *a*. Cum enim *ao ae*, *ai on* proportionales sint, sintque *ao*, & *on* minores quam *ae ai*, hoc est quam



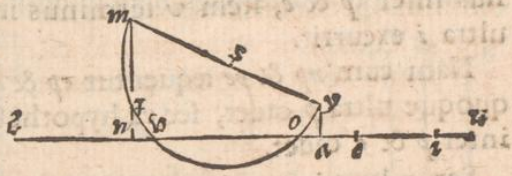


au, erit *au*, composita è maxima & minima, per 2 lemma: eritque *ao* major quam *ae*. atque ita de reliquo.

3 *Casus*, διωρισμένος.

Oportebit autem datæ in data ratione analogam esse non minorem, quam summam linearum ab assignato ad reliquos terminos interiacentium, & eius quæ potest quod sub ijs quadruplum.

Vsurpetur factio ὁμολογὴς, quæ ipsam analogam S. seu æqualem *un* rejicit retrorsum versus caput *a*, tumque *o* (vel etiam *v*) cis *a* manifestò cadet.

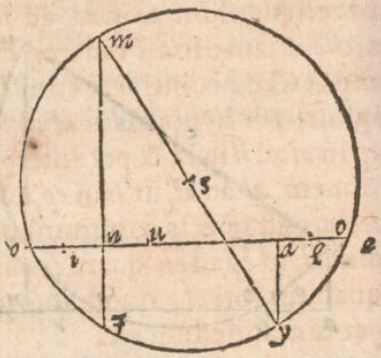


2 ἐπίταγμα, *Cum assignabitur terminus intermedius, ut hic* a.

4 Casus, ἀδιόριστος.

Vt quæsitus terminus inter assignatum medium, & aliquem extremorum cadat: quem comitatur casus iste, qui ultra reliquum excurrit.

Terminus medius *a*, extremus *e* quos inter quæsitus *o* debeat cadere. Vsurpetur factio ἀνθυπαγωγὴς, & cum *eu* posueris æqualem ipsi *ai* porrigatur *un* in directum, tumque *o* cadet inter *a* & *e*, item *v* ultra *i*. Nam cum *ao ae*, *ai*, id est *eu*, *on* proportionales sint, differentia autem coëfficientium *ao on*, hoc est linea *an* major sit quam *au*, quæ est differentia coëfficientium *ae eu*, erit *ao* omnium minima; atque adeo *o* punctum cadet inter *a* & *e*. Similiter *v*, ultra *i* cadere ex analogia patet nam *av ae*, *ai vn* proportionales erunt, atque cum jam *ae* major sit quam *ao*, hoc est quam *vn*, etiam *av* major erit quam *ai*, atque *v* ultra *i* excurret.

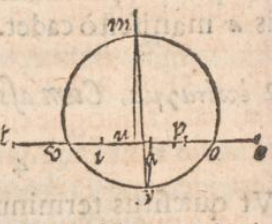


1 Consectarium è 4 Casu.

Itaque, si sit data ratio *at* ad *ti*, vel *ae* ad *ep* altrinsecus, vel etiam cuicunque lineæ minori quam *ae* analoga sit *ep*, *o* terminus inter *p* & *e*, item *v* terminus inter *t* & *i*. cadet, cum *v* ultra *i* excurrit.

Nam cum *np* & *pe* æquentur *ep* & *ai*, *v* autem cadat ultra *i*, *o* quoque ultra *p* cadet, sed ex hypothesi quoque intra *e*, ergo *o* inter *p* & *e* cadet.

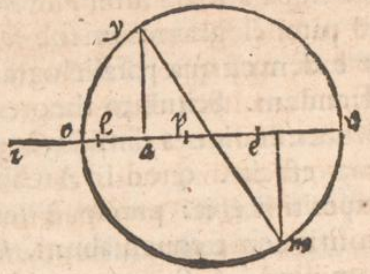
Secundo etiam *v* inter *t* & *i*. nam cum ponamus esse *at* ad *ti*, ut *ae* ad *ep*, & dividendo *at* ad *ai*, ut *ae* ad *ap*; quare rectangulum *at* in *ap*. æquatur ipsi *iae*, itaque *at* in *ao* majus est quam *iae*, sed *vao* æquatur ipsi *iae*; ergo *va* minor est quàm *ta*; cadit autem *v* etiam ex hypothesi ultra *i*, ergo inter *t* & *i* intercidet.



2 Consecta-

2 Consectarium è 4 Casu.

Itaque si datis tribus terminis *iae* quartus *o* cadat inter *a* & *i*, ut rectangulum *pe* in *ao*, ad *ioe* habeat rationem datam *al* ad *li*, ajo *o* etiam ultra *l* cadere. Fingamus enim *o* coincidere cum *l*, erit igitur, per hypothesin *al* ad *li*, ut *ep* in *al* ad *il* in *el*, & per interpretationem, *al* ad *al*, ut *li* in *ep*, ad *li* in *le*; hoc est rejecta communi altitudine *li*, ut *ep* ad *el*; quare *ep* pars æquabitur toti *el*, quod absurdum per se manifestum est.

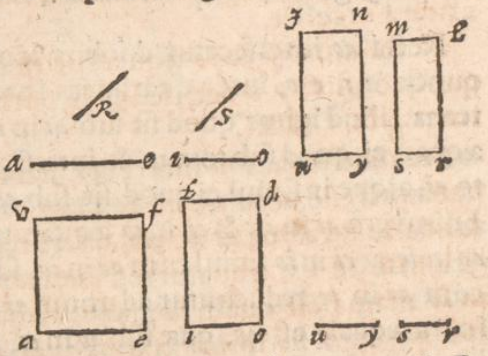


Ad id quod sequitur,

1 LEMMA, *ad interpretationem.*

Si sit ut recta ad rectam, ita parallelogrammum ad parallelogrammum, erit quoque id, quod fit sub prima recta in latitudinem secundi parallelogrammi, ad id quod fit sub secunda recta in latitudinem primi parallelogrammi, ut longitudo primi ad longitudinem secundi.

Linea *ae* sit ad *io*, ut *un* ad *sl*. Ajo id quod fit sub *ae* in *rl*, ad id quod fit sub *io* in *yn*. hoc est parallelogrammũ *af* ad *id* esse sicut *uy* ad *sr*. Applicetur parallelogrammum *un* ad *ae*, & existat latitudo R: item *sl* ad *io* & existat S. Quamobrem erit *ae* in R, ad *io* in S, sicut *un* ad *sl*. (sunt enim alterna æqualia) sed ita quoque est *ae* ad *io*, quæ sunt tanquam bases: ideoque R & S altitudines æquales erunt. Cæterum ratio *uy* ad *sr* sumpta media R, componitur è ratione *uy* ad R, & ratione R ad *sr*. sed quemad-



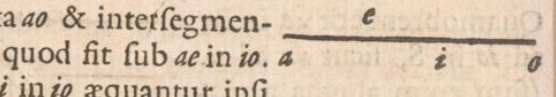
modum S, hoc eſt ipſa R ad *sr*, ſic propter fabricam *lr* ad *io*, & quemadmodum *uy* ad *R*, ſic *ae* ad *ny*. Itaque ratio *uy* ad *sr* compoſita eſt è ratione *ae* ad *ry*, & *lr* ad *oi*: ſed ratio hinc compoſita eſt parallelogrammi ſub *ae* & *lr*, hoc eſt *af* comprehenſi, ad parallelogrammum ſub *io*, *ny* hoc eſt *id*. Itaque ratio *uy* ad *sr* eadem eſt quæ parallelogrammi *af* ad *id*. Quod erat demonſtrandum. Scitulum theorema, quodque ſuo loco abhibitum demonſtrationes dimidio breviores, apprimè planas & perſpicuas efficiat. quod in Archimede, Apollonio, Pappo ipſi tibi experiri licebit: præcipuè verò ubi ſuam illam rationum compoſitionem frequentabunt. Odi ſanè Leviani doctoris invidioſum illud σκότιζον, cum quidam pro clariſſima luce utuntur alieniſſimis demonſtrationum aufractibus & involucris. Enimverò

Χρὴ μαζῶν θεράποντα καὶ ἄγγελον, εἴ τι περιζῶν
Εἰδέιη σοφίης, μὴ φθονερὸν τελέτειν.

2 Lemma, *ad proportionis enallagen.*

Si linea recta duobus punctis interſecetur, quod fit ſub alternis ſectæ ſegmentis, æquale eſt ijs quod ſub tota & interſegmento, quodque ſub externis ſegmentis comprehenditur.

Recta *ao* interſecetur duobus locis in *e* & *i*. alterna igitur puncta *a i*, *e o*, inter quæ lineas interjectas voco ſegmenta alterna. illud igitur quod fit ſub *ai* in *eo* dico æquari ei, quod ſub tota *ao* & interſegmento *ei*; atque inſimul ei quod fit ſub *ae* in *io*. Enimverò *ai* in *ie*, & *ei* in *io* æquantur ipſi *ao* in *ie*; at *ei* in *io* ſimul cum *ae* in *io*, ſunt *ai* in *io*: denique *ai* in *io* cum *ai* in *ie* reducuntur ad unum *ai* in *eo*: quare quod fit ſub *ai* in *eo* æquale eſt ijs, quæ ſub *ao* in *ei*, itemque *ae* in *io* comprehenduntur. Quod demonſtraſſe oportebat.



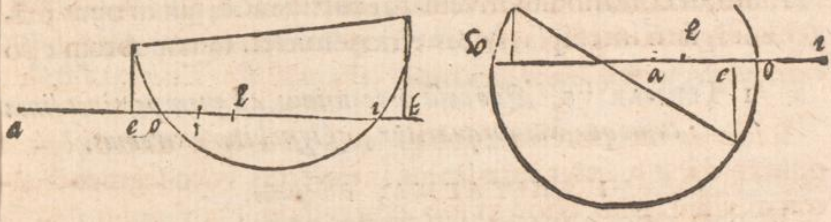
Γ ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Τὴν δοθεῖσαν ἄπειρον ἐυθεῖαν ἑνὶ σημείῳ τεμεῖν, ὥςε τῶν ἀπολαμβανομένων ἐυθειῶν, πρὸς τοῖς ἐπ' ἀυτῆς δοθεῖσι τρισὶ σημείοις, τὸ, ὑπὸ δύο ἀπολαμβανομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον δοθέν ̓α λόγον ἔχειν πρὸς τὸ, ἀπὸ τῆς λοιπῆς τετράγωνον.

3. PROBLEMA.

Datam rectam lineam infinitam uno puncto secare, ut è rectis ad data in ipsa tria puncta absumptis, rectangulum sub duabus comprehensum ad reliquæ quadratum rationem habeat datam.

In datâ rectâ infinitâ assignentur tres termini *a e i*, eademque quarto termino secanda est in *o*, ut id quod fit sub rectis *oa oe* inter inventum *o* & duos expositos terminos *e a* interjectis, ad quadratum rectæ *oi* ab eodem *o* ad reliquum *i* (sive is extremus datorum, sive medius sit) terminum pertingentis, rationem te-



neat imperatam, quam *el* ad *li*, ~~aut~~ si ita ratio exposita non detur, ad hanc tamen speciem perpetuò revocetur: Cæterum perinde est quocunque loco *l* punctum cadat, inter *ae*, seu inter *ai*, ultra *a*, ultra *i* nihil inquam refert. * Et ad tres terminos *e l i* & rectam *a i* inveniatur per secundum problema quartus *o*, ut quod fit sub ipsa *ai* in *eo*, ad id quod fit sub *oi* in *ol* rationem habeat quam *ei* ad *il*. Sed è secundo problemate fa-ctio eligatur, quæ, prout *ao* pars est *ai*, vel ipsam *ai* continebit, ita quo-

* Anomalos casus, in quibus 2 Problema non usurpatur. vide Epitagmate 7 & 8.

ita qoque (propter ſecundo loco præmiſſum lemma) ad quatuor puncta *e o i l*: contenta rectangula, *io* in *el* pars ſit ipſius *ei* in *ol* vel ipſa major ſit contineatque. Cum igitur, inquam, eâ lege electa erit factio ex 2 problemate idonea aliqua, erit *ai* in *oe* ad *oi* in *ol*. quemadmodum *ei* ad *il*, & per interpretationem lemmatis primi, *ol* in *ie* ad *il* in *eo*, ut *ai* ad *io*. ideoque componendo vel dividendo vel per inverſionem rationum *ol* in *io* ad *il* in *eo*, ut, *ao* ad *oi*: ſunt enim hic quatuor puncta *o l e i*, quorum duo extrema, duoque ſunt media, pro quorum ſitus inter ſe commutatione, è tribus rectangulis *li* in *eo*, *ie* in *lo*, *le* in *io* unum reliquis per ſecundo loco præmiſſum lemma equale erit. Itaque etiam per primi lemmatis interpretationem erit *ao* in *eo* ad quadratum *oi*, ut *el* ad *il*.

Verum enim verò quia expoſiti termini *a e i* variè inter ſe commutari poſſint, ut aſſignatus *i* ad quem linea illa *oi* pertinet cujus quadratū quæritur, modò medius, modò vero etiam extremus ſit, ratioque data ſit variæ inæqualitatis, duo hinc exiſtēt ternarij, quorum ἐπιτάγματα ita ſigillatim perſequi operæ videtur pretium, ut commodius inveniatur partiū ratio, quam opus exiget, aut ipſarū inter ipſas ſymmetria admittet. Quamobrem eſto

Datur ratio *el* ad *li*.

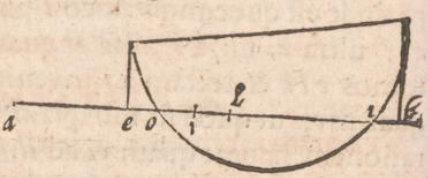
1. TERNARIVS, *Quo caſu 1 terminus, ad quem pertinet linea cuius quadratum quæritur, aſſignabitur extremus.*

1 ΈΠΙΤΑΓΜΆ, ἀδιόριςον.

Vt data ratione *inæqualitatis maioris* terminus optatus aſſignatum & proximum intercidat:

Quem comitatur caſus ille, qui ultra aſſignatum excurrit.

Contineat *el* ipſam *il*, & uſurpetur 2 problematis caſus 1. Atque tum *o* punctum incidere ſubjectam inter *e* & *i*: *a* itemque *v* ultra *l*, ideoque longè ultra *i*, ex citato caſu manifeſtum eſt.



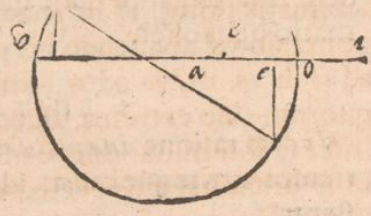
2 ΈΠΙ-

2 ΈΠΙΤΑΓΜΑ, ἀδιόρισον.

Vt data ratione *minoris inæqualitatis* optatus intercidat assignatum & proximum:

Quem comitatur casus ille qui ultra remotissimum excurrit.

Sit *el* pars ipsius *il*, & usurpetur 2 problematis casus 4. qui incîdit subjectam in *o* inter *e* & *i*; tumque item *v* ultra *a* excurrere ex citato casu & ipsius demonstrationis contextu manifestum est.

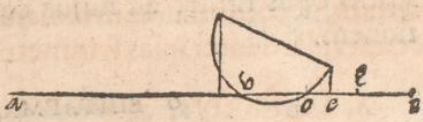


3 ΈΠΙΤΑΓΜΑ, διωρισμένον.

Vt optatus terminus eos intercidat ad quos duæ efficientes lineæ pertinent.

Oportebit autem ipsi ai *analogam in ratione* ei *ad* il *non minorem esse, quam summam rectarum* ie el, *& eius, quæ potest, quod sub ijsdem quadruplum.*

Continuentur *el il* ut ipsarum, adgregatum constituat *ei*, & usurpetur 2 problematis casus 3. determinationis & casus ratio ex citato loco manifesta sunt.



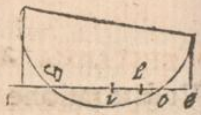
Sunt igitur hujus ejusdem casus solutiones duæ cum circulus subjectam secabit.

2 TERNARIVS, *Quo casu* i *terminus, ad quem pertinet linea cuius quadratum quæritur, assignabitur medius.* Datur ratio *al* ad *el*.

4 ΈΠΙΤΑΓΜΑ, ἀδιόρισον.

Vt optatus terminus inter assignatum & reliquos utrimque intercidat: id enim unâ eâdemque factione præstatur.

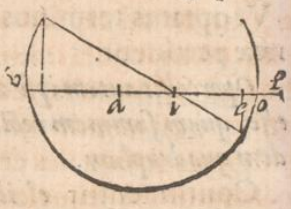
Continuentur *el li* ut ipſarum adgregatum conſtituat *ei*, & uſurpetur 2 problematis caſus 1. atque tum *o* punctum cadere inter *e* & *i* ex ipſo citato caſu manifeſtum eſt. Sed & *v* inter *a* & *i* cadere ex opere erit manifeſtum, & maximè quidem ſi *ie* eligatur illa è duabus *ai ei* quæ ſit minima, alias lemmatio opus eſſet.



5 ΈΠΙΤΑΓΜΑ ἀδιόριστον.

Vt data ratione *inæqualitatis minoris* optatus terminus ultra extremos utrimque cadat: id enim unâ eâdemque factione præſtatur.

Sit *el* pars ipſius *il*, & uſurpetur 2 problematis caſus 4, qui ſecet ſubjectam inter *e* & *l*; ergo ultra *e* cadet: cæterum etiam ultra *a* reliquum extremum excurrere evidens erit ex citati caſus fabrica, ſi *ei* diſtantia ſumatur ea, quæ non minor ſit quam *ai*. ſecus lemmatio opus fuiſſet ad hujus confirmationem.

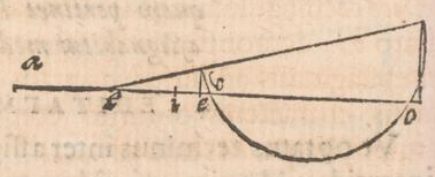


6 ΈΠΙΤΑΓΜΑ, διωρισμένον.

Vt datâ ratione *inæqualitatis maioris* optatus terminus ultra extremorum alterutrum cadat.

Oportebit autem ipſi ai *analogam in ratione* ei *ad* il *non minorem eſſe, quam ſummam rectarum* ei il, *& eius quæ poteſt quod ſub ijſdem quadruplum.*

Contineat *el* ipſam *il*, & uſurpetur 2 problematis caſus 3, ac tum *o* (vel etiam *v*) ultra *e* cadere excitato caſu, & determinationis quoque ratione eſt manifeſtum.

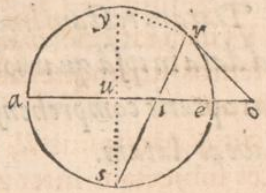


7 ΕΠΙ-

7 'ΕΠΙΤΑΓΜΑ *Anomalorum casuum, ubi 2 problema non usurpatur.*

Quæ in 5 & 6 epitagmate in ratione æqualitatis majoris ac minoris expediuntur hic in ratione æqualitatis peculiarem operis exegesin & demonstrationem desiderant, hoc pacto. Sunto dati termini *a i e*, ut *i* sit medius, *a e* extremi, inveniendus est *o* terminus ultra *e* ut *aoe* rectangulum quadrato *oi* æquale sit.

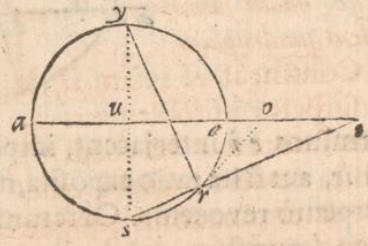
Oportet autem ie *minorem esse semisse totius* ae.



Super diametro *ae* decircinetur circulus *aye*, ad eandemque *ae* altera diameter *ys* normalis sit, & recta ab *s* ad *i* connexa occurrat peripheriæ in *r*, sitque ab *r* contingens *ro*. Erit igitur per fabricam *ao* ad *or*, ut *or* ad *oe*, sed *or* & *oi* æquantur, nam cũ triangula *siu syr* sint similia, erit angulus *uis* angulo *syr* hoc est *rio* æqualis, sed *sro* angulus secantis & contiguæ æqualis quoque est angulo *syr* in opposita sectione, quare *rio* & *iro* anguli inter se æquales erunt, cruraque *ro io* æqualia. atque ideo quadratum *io* æquale quoque fuerit rectangulo *aoe*, quod facere oportuit.

8 'ΕΠΙΤΑΓΜΑ, *& ipsum anomalum.*

Quæ in primo & secundo epitagmate in ratione inæqualitatis expediuntur, ea hic in æqualitatis ratione peculiarem factionem desiderant. Sunto tres termini *a e i* ut *e* sit medius, *a i* extremi, inveniendus est *o* terminus inter *e* & *i*, ut *aoe* rectangulum æquale sit quadrato *o i*. demonstratio & fabrica 7 epitagmatis ad hujus diagrammatis characteres omninò congruunt, itaque eas huc advoca.



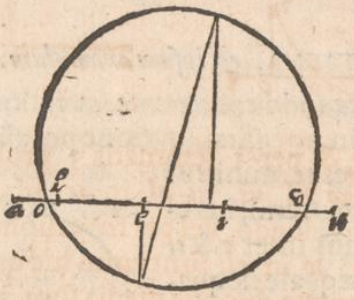
Δ ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Τὴν δοθεῖσαν ἄπειρον εὐθεῖαν ἑνὶ σημείῳ τεμεῖν, ὥστε τῶν ἀπολαμβανομένων εὐθειῶν πρὸς τοῖς ἐπ' αὐτῆς δοθεῖσι τέτταρσι σημείοις, τὸ ὑπὸ δύο ἀπολαμβανομένων περιεχόμενον ὀρθογώνιον δοθέντα λόγον ἔχειν πρὸς τὸ ὑπὸ τῶν λοιπῶν ἀπολαμβανομένων περιεχόμενον.

4. PROBLEMA.

Datam rectam lineam infinitam uno puncto secare, ut è rectis ad data in ipsâ quatuor puncta absumptis, rectangulum sub duabus optatis comprehensum, ad rectangulum sub reliquis rationem habeat datam.

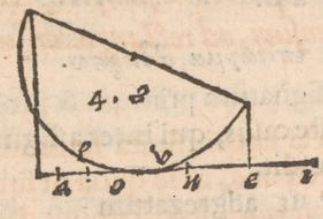
Exponantur in rectâ lineâ infinita termini quatuor *a e i u*, eadem quinto secanda est in *o*, ut id quod fit sub duabus lineis (ἐφ' ὁποτέρα χρῆτῶν δοθέντων σημείων à quâcunque datorum punctorum parte tandē optentur) quas hîc per *oa* & *ou* ubique expressimus, ad id quod fit sub reliquis *oe oi*, quæ ab eodem puncto *o* ad reliquos

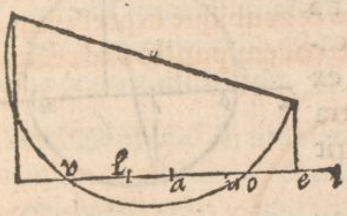


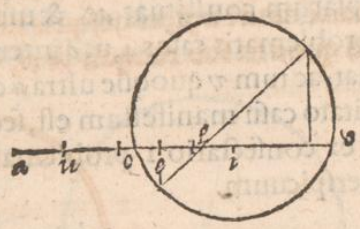
terminos *e i* interjacent, imperatam teneat rationem, quam *al* ad *le*, aut si ita ratio exposita, non detur ad istam tamen speciem perpetuò revocetur. Cæterum inquam perinde est, quocunque loco *l* punctum cadat, citra *a* ultra *e*, inter *a* & *e*, nihil, inquam,

quam, omnino refert. * Et ad tres terminos *e l u* & rectam *ui* inveniatur per 2 problema quartus *o*, ut quod fit sub ipsa *ui* in *eo*, ad id quod fit sub *ou* in *ol* rationem habeat, quam *ae* ad *al*: sed ea è secundo problemate factio eligatur, quæ prout *uo* pars erit *ui*, vel ipsam *ui* continebit, vel earum adgregatum constituet *oi*; ita quoque propter secundo loco præmissum lemma, ad quatuor puncta *e o a l* contenta rectangula *eo* in *al* pars sit ipsius *ol* in *ae*, vel eâ major, vel denique cum ipso constituat *ao* in *el*. Cum igitur, inquam, eâ lege electa erit factio ex 2 problemate idonea aliqua, erit quoque inversè *uo* in *ol*, ad *ui* in *eo*, quem-

* Anomalos casus qui 2 problema non usurpent. vide epitagmate 11.







admodum *al* ad *ae*, & per 1 lemmatis 3 problemati præmissi interpretationem *uo* ad *ui*, ut *al* in *oe* ad *ae* in *ol*: ideoque componendo vel dividendo, vel per inversionem rationum, *uo* ad *oi*, ut *eo* in *al* ad *ao* in *el*: sunt enim hîc quatuor puncta *a o e l*, quorum duo extrema duoque media sunt, pro quorum situs commutatione inter se, è tribus rectangulis *eo* in *al*, *ol* in *ae*, *ao* in *le* unum reliquis æquale erit, per lemma 2 tertio problemati præfixum: quæ propter fabricam in summa vel differentia sequuntur leges rectarum *uo*, *eu*, *oi*. jtaque etiam per primi lemmatis interpretationem erit *uo* in *ao*, ad *eo* in *io*, sicut *al* ad *el*.

Verumenimvero quia expositi termini *a e i u* variè interse commutari possunt, ut assignati *a u* modò sint proximi circa finem, modo extremi utrimque, modo etiam alternis intevallis disjuncti, tres hinc existent classes positionum, & singulorum sua epitagmata, quæ ideo sigillatim persequi opere videtur pretium, ut commodius inveniatur partium ratio, quam opus exiget, aut ipsarũ inter ipsas symmetria admittet. Quamobrem esto

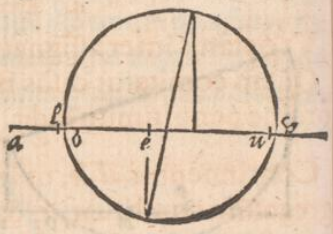
Datur ratio *al* ad *el*.

1 Classis Ternarij, * *Quo casu assignabitur extremus alteruter, reliquus autem medius ipsi alternus, ut hîc* a u.

1 ἐπίταγμα, ἀδιόριςον.

Vt optatus inter assignatum primum & proximum intercidat: Quem comitatur iste casus, qui inter assignatum secundum & ordine novissimum cadit.

Continuetur *al le* ut adgregatum ipsarum constituat *ae*, & usurpetur 2 problematis casus 4, ut *o* inter *e* & *l* cadat; ac tum *v* quoque ultra *u* cadere ex citato casu manifestum est, sed & citra *i* ex consectario 1 problematis 2 erit perspicuum.

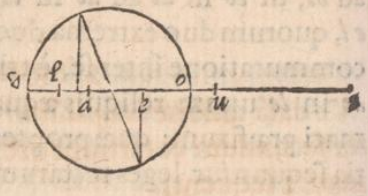


2 ἐπιταγμα, ἀδιόριςον.

Vt datâ ratione *inæqualitatis minoris* optatus cadat inter assignatum secundum & secundum ordine:

Quem comitatur casus iste qui ultra primum excurrit.

Sit *al* pars ipsius *el*, & usurpetur 2 problematis casus 4, ut *o* inter *e* & *u* cadat. tumque *v* ultra *l*, atque etiam multò magis ultra *a* cadere, ex citati problematis dicto casu manifestum est.



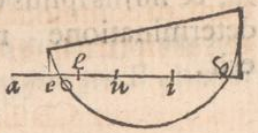
3 ἐστί-

3 ἐπίταγμα, ἀδιόριστον.

Vt data ratione *inæqualitatis maioris*, terminus optatus cadat inter assignatnm secundum & secundum ordine:

Quem comitatur casus iste, qui ultra novissimum excurrit.

Contineat *al* ipsam *el*, & usurpetur 2 problematis casus 1. Atque tũ *o* incidere inter *e* & *l*, vel inter *e* & *u* prout vel *l* vel *u* propius aberit ab *e* manifestum est ex casu citato. Cæterum *v* quoque ultra *i* novissimum terminum excurrere citati casus fabricam hoc loco bene intuenti manifestissimum est.



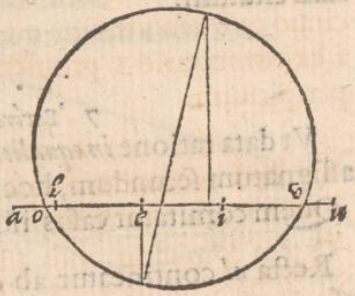
2 Classis Quaternarij, *Quo casu assignabitur uterque extremus, ut hic* a *&* u. Datur ratio *al* ad *el*.

4 Ἐπίταγμα, ἀδιόριστον.

Vt optatus inter assignatum primum & proximum intercidat:

Quem comitatur casus iste, qui inter assignatum secundum & ordine penultimun cadit.

Continuentur *al le*, ut ipsarum aggregatum constituat *ae*, & usurpetur 2 problematis casus 3, ut *o* ultra *l* cadat, atque tum ipsum *o* inter *a* & *e*, itemque *v* inter *u* & *i* intercidere ex 1 consectario 2 problematis perspicuum est.

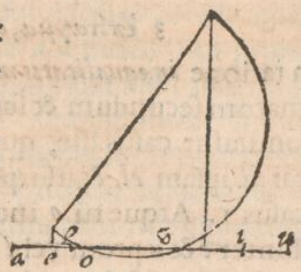


5 Ἐπίταγμα, διωρισμένον.

Vt datâ ratione *inæqualitatis maioris* terminus optatus cadat inter secundum & tertium ordine. determinatio petatur ex lemmate 2 sequenti.

Conti-

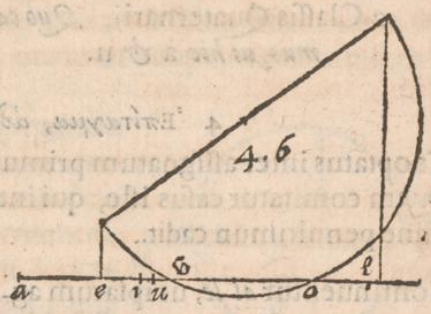
Contineat *al* ipſam *el*, & uſurpetur 2 problematis caſus 2. atque tum *o* (vel etiam *v*) inter *e* & *i* cadere ex citato caſu, & hujus ipſius epitagmatis determinatione manifeſtum erit.



6 Ἐπίταγμα, διωρισμένον.

Vt datâ ratione *inæqualitatis minoris* terminus optatus ultra aſſignatum ſecundum, hoc eſt ordine noviſſimum excurrat. determinatio petatur ex 2 lemmate ſequenti.

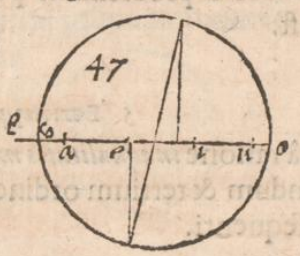
Contineat *al* ipſam *el*, *neceſſe hic erit* l *ultra* n *excurrere*, & uſurpetur 2 problematis caſus 2. itaque manifeſtum eſt *o* (vel etiam *v*) ultra *u* cadere propter caſum citatum.



7 Ἐπίταγμα, ἀδιόριστον,

Vt data ratione *inæqualitatis minoris*, terminus optatus ultra aſſignatum ſecundum, hoc eſt ordine noviſſimum excurrat. Quem comitatur caſus iſte qui ultra primum excurrit.

Recta *al* contineatur ab *el*, & uſurpetur 2 problematis caſus 4, ut *o* cadat ultra *u*. itaque *v* quoque cadet ultra *a*: cujus veritatem probamus conſectatio 2, problematis 2.



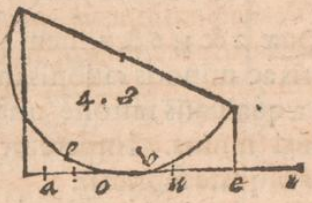
3 Classis ternarij, *Quo casu assignabitur extremus alteruter & ei proximus, ut hic* a *&* u. Datur ratio *al* ad *el*.

8 ἐπίταγμα, διωρισμένον,

Vt terminus optatus inter assignatos cadat.

Oportebit autem ipsi ui *analogam in ratione* ae *ad* al, *esse non maiorem differentiâ rectarum* le *&* eu *simul, ab ea quæ potest quadruplum rectanguli sub ipsis comprehensi.*

Continuentur *al le*, ut ipsarum adgregatum constituat *ae*, & usurpetur 2 problematis casus 2. atque tum *o* (vel etiã *v*) inter *u* & *l*, atque adeò inter *a* & *u* cadere ex citato casu, & huius ipsius epitagmatis de terminatione manifestum erit.

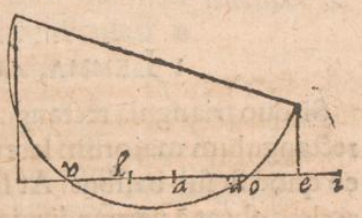


9 ἐπίταγμα, ἀδιόριστον.

Vt, data ratione *inæqualitatis minoris*, terminus optatus inter assignatum secundum & ordine tertium cadat:

Quem comitatur casus ille, qui ultra primum excurrit.

Sit *al* pars ipsius *el*, & usurpetur 2 problematis casus 1. atque tum *o* inter *e* & *u*; itemque *v* ultra *l*, atque adeò multò magis ultra *a* excurrere ex citato loco perspicuum est.

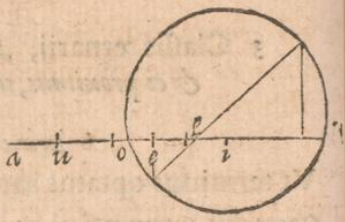


10 ἐπιταγμα, ἀδιόριστον.

Vt, data ratione *inæqualitatis maioris*, terminus optatus inter assignatum secundum & ordine tertium cadat:

Quem comitatur casus ille, qui ultra novissimum excurrit.

Contineat *al* ipſam *el*, & uſurpetur 2 problematis caſus 1, ut *o* inter *e* & *u* intercidat; atque tum *v* etiam ultra *i* excurrere ex aſſumpti caſus fabrica, diligenter intuenti, non obſcurum eſt.

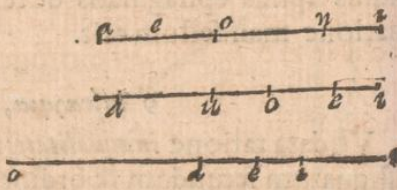


Anomalorum caſuum

11 Ἐπίταγμα, *ubi 2 problema non uſurpatur.*

Quæ 2 & 3, 6 & 7, itemque 9 & 10 epitagmate tantum in maioris ac minoris rationis inæqualitate expedita ſunt, eadem hîc in æqualitatis ratione unâ & fabricâ, & demonſtratione complexi ſumus. Imperetur igitur *aou* rectangulum rectangulo *eoi* æquale fabricari.

Fiat ut *ui* ad *ae*, ſic *uo* ad *eo*: erit itaque etiam alternis *uo* ad *ui*, ut *eo* ad *ae*: & componendo vel dividendo *uo* ad *oi*, ut *oe* ad *oa*. atque ideo *uoa* rectangulum, ipſi *ioe* erit æquale. Quod feciſſe oportebat.



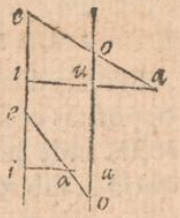
1 Lemma, *ad id quod ſequitur.*

Si duo triangula rectangula ſimilia baſes habeant parallelas, rectangulum majorum laterum excedit rectangulum minorum, eo quod fit ſub baſibus: At ſi ſint obliquangula & crus utrimque eodem abeat à perpendiculari, excedet eo quod fit ſub baſe unius in diſtãtiam utrorũque reliquæ baſis terminorum à verticis perpendiculari: Sin verò abeant in partes diverſas, eo quod fit ſub baſe unius & reliquæ ſegmentorum differentia.

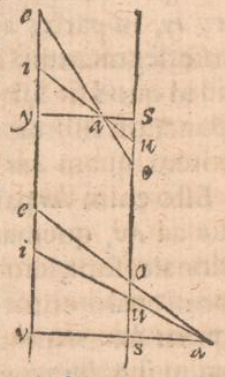
Exponantur rectangula duo triangula ſimilia, baſibus paralle-

la *aei*

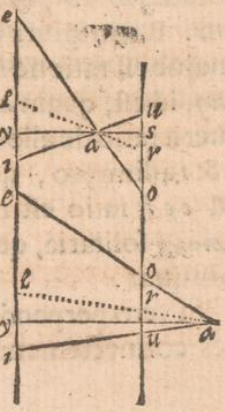
la *aei aou*, Ajo rectangulum ſub homologis lateribus *ea ao* comprehenſum, excedere id quod fit ſub reliquis *ia au*, rectangulo baſium *ei ou*. Nam quia rectæ *ei ou*, *ia au*, *ea ao* proportionales ſunt, & triangulum *eia* rectangulum, erunt duæ figuræ *ei* in *ou*, *ia* in *au* ſimiles & æquales ipſi *ea* in *ao*: Quare *ea* in *ao* ſuperat ipſam *ia* in *au*, rectangulo *ei* in *ou*.



Secundò ſunto obliquangula triangula *aei aou*, ut latera *au ao*, itemque *ae ai* eodem abeant à perpendiculari *ay*. Iam per primam partem erit rectangulum *iau* æquale ipſis *iy* in *us*, & *ya* in *as*: itemque *eao* ipſis *ye* in *so*, & *ya* in *as*, ſublatoque communi *ya* in *as*, relinquetur illic *iy* in *us*; hîc *ye* in *os*, hoc eſt *ou* in *ey*, & *su* in *ey*, ſeu *su* in *ei* & *iy*: ſublato utrimque communi *su* in *iy*, relinquetur *ei* in *su*, & *ey* in *ou*, hoc eſt *ei* in *os*: nam ut *ey* ad *ea*, ſic *os* ad *oa*, & ut *oa* ad *ou*, ſic *ae* ad *ei*: & æqueordinatè *ye* ad *ei*, ſic *so* ad *ou*: quare *ou* in *ey* æquatur *ei* in *os*. atque ideò rectangulum *eao* excedit rectangulum *iao* ipſo *ei* in *os*, & in *us*. diſtantiâ videlicet utriuſque termini *u* & *o* à verticis, perpendiculari *as*.



Denique ad extremum obliquangulorum triangulorum latera *ae ai*, *ao au* abeant in diverſas utrimque partes à perpendiculari *ay*, ſitque *ey* majus, *yi* minus baſis ſegmentum (nam cum erunt æqualia tertia hæc pars locum non habet) ipſique *yi* altrinſecus æqualis ponatur *yl*, & ipſi *us* recta *sr*: quare per ſecundam partem *eao* rectangulum excedit ipſum *lar* hoc eſt *iau*, eo quod fit ſub *el* (quæ eſt differentia ſegmentorum *yi* & *ye*) in *ey* & *yl*, hoc eſt in totam *ei*. Quod demonſtraſſe oportuit.

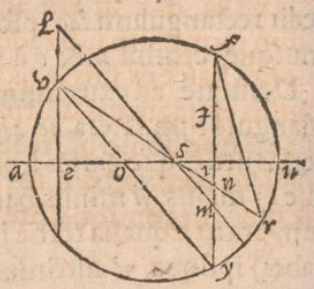


2 LEMMA, διορισικὸν 6 & 7 *epitagmatis* 4 *prob.*

Si recta duarum circuli diametro perpendicularium vertices oppositas connectens eam secet, ratio rectanguli quod fit sub rectis inde ad diametri terminos interjectis, ad rectangulum quod fit sub rectis indidem ad intersegmenti terminos pertinentibus, erit minima: Contra si eâdem parte connexa secet diametrum productam, erit maxima.

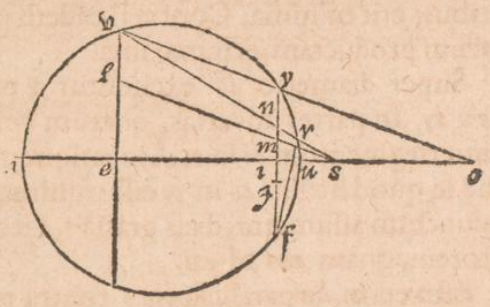
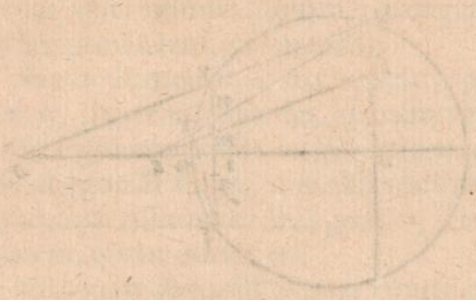
Super diametro *au* excitentur à punctis *e i* perpendiculares *ev iy*, in partes adversas, quarum vertices connectens *vy* secet intersegmentum *ei* in *o*. Ajo rationem eius quod fit sub *ao* in *ou*, ad id quod fit sub *eo* in *oi* esse minimam. & quodcunque aliud punctum assumatur, dicîs gratiâ *s*, facere rationem *asu* ad *esi* majorem, quam *aou* ad *eoi*.

Esto enim *lm* parallela per *s* contra *vy*: erit igitur rectangulum *lsn* ad *esi*, quemadmodum *voy* ad *eoi*, nam *ls se*, *vo oe* proportionales sunt, itaque figuræ ad illas similes similiterque sitæ proportionales erunt: sed *asu* rectangulum, hoc est *vsr* majus est quam *lsm*; namque *lv*, hoc est *my* in *ni* & *im* hoc est *ij* (ponimus enim *ij* & *im* æquales) cum *vs* in *sn* æquantur, per antecedens lemma, ipsi *lsm*: at *vs* in *sn*, & *ym* in *nf*, id est (propter similitudinem triangulorum *fnr svl*) *vs* in *nr*, æquantur ipsi *vsr*. Ratio igitur *vsr*, hoc est *asu* ad *esi*, major est ratione *lsm* ad *esi*; sive quam *voy*, id est, quam *aou* ad *eoi*. Simillima fuerit ratio de alio quovis puncto inter *e* & *i* assumpto, quare rectanguli *aou* ad *e o i* ratio est minima, & quidem μοναχὴ solitaria, quia alium terminum sub eâdem ratione non admittat.



Si verò perpendiculares eâdem parte excitatæ ipsarum vertices connectentem extra circulum ejiciant, ut hîc in *o*, erit rectanguli

ſtanguli *aou* ad *eoi* ratio maxîma & quodcunque aliud punctum ſumatur ab eo diverſum, ut *s*, facit rectanguli *asu* ad *esi* rationem minorem expoſitâ. actâ enim per *s* ipſâ *lm* parallelâ contra *vy*, erit *lsm* ad *esi*, quemadmodum *voy* ad *eoi* ſunt enim quatuor rectæ *ls se*, *vo oe* proportionales, ideoque etiam figuræ ad illas ſimiles ſimiliterque ſitæ proportionales erunt: ſed *asu* hoc eſt *vsr* majus eſt, quàm *lsm*: namque per lemma antecedens *nsv*, rectangulum ſuperat *lsm*, ipſo *vl*, id eſt *my* in *ni* & *mi* hoc eſt in *nj* (ponimus enim *mi ij* æquari:) atqui *nsv* ſuperat quoque *vsr* ipſo *vs* in *nr*, hoc eſt (propter ſimilitudinem triangulorum *lsv fnr*) ipſo *ym* in *nf*: quare *vsr* majus eſt quam *lsm*, & ratio *vsr*, id eſt *asu* ad *esi* minor eſt, quam *lsm* ad *esi*; hoc eſt quam *voy*, ſeu *aou* ad *coi*. atque ita de cæteris terminis, quocunque loco aſſumantur extra diametrum. ideoque maxima eſt ea, quæ ſit *aou* ad *eoi*; & quidem μοναχὴ ſolitaria, cum alium terminum ſub eâdem ratione non ferat. potui determinationes haſce ex ſuis locis tribus ferè verbis derivaſſe, ut in nonnullis epitagmatis uſurpavimus. placuit tamen hîc modus quia ita ab Apollonio uſurpatas haſce determinationes, non obſcuris indicijs conjiciebam. ſed hæc, & cætera etiam huc ſpectantia alio, & quidem commodiore loco nobis erunt dicenda.



FINIS.